

# اثر انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری بر ضرایب شدت تنش گذرا در ترک‌های نیم‌دایروی طولی در استوانه‌ها

سید مهدی نبوی<sup>۱</sup>، کریم علیپور<sup>۲</sup>، فاضل رحیمی<sup>۳</sup>

۱ استادیار مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، nabavi@mail.com

۲ کارشناس ارشد، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

۳ دانشجوی دکتری، دانشکده هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۰۲/۱۴

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۱۲/۱۶

## چکیده

در این مقاله ترک نیم‌دایروی واقع در سطح داخلی استوانه تحت بارگذاری مکانیکی و حرارتی گذرا تحلیل شده است. برای این منظور استوانه تحت فشار داخلی و فشار خارجی قرار داده شده است و سطح داخل آن در معرض انتقال حرارت گذرا از نوع جابه‌جایی با سیال و سطح خارجی آن در دمای ثابت محیط قرار دارد. برای حل از روش اجزای محدود سه‌بعدی و المان‌های منفرد بیست‌گره‌ای در جبهه ترک استفاده شده است. نتایج ضرایب شدت تنش حرارتی گذرا در کل جبهه ترک در زمان‌های مختلف و به ازای عمق‌های نسبی مختلف ترک و اعداد بیو متنوع که معرف نوع جابه‌جایی اجباری است به‌دست آمده است. جهت صحت‌گذاری مدلسازی در حالات خاص بارگذاری با نتایج سایر مقالات مقایسه شده که از دقت خوبی برخوردار است. نتایج نشان می‌دهد در حالت انتقال حرارت از نوع دمای ثابت در سطح داخلی استوانه بیشترین مقادیر ضرایب شدت تنش نسبت به اعداد بیو مختلف رخ می‌دهد، لذا می‌توان گفت که انتخاب این نوع شرط مرزی حرارتی جهت تحلیل مسئله محافظه‌کارانه است. همچنین ملاحظه می‌شود که حل پایدار بیشترین ضرایب شدت تنش را در کل جبهه ترک داراست، لذا چنانچه از تحلیل پایدار به‌جای گذرا در تعیین ضرایب شدت تنش استفاده گردد، این تحلیل دارای قابلیت اطمینان بالایی از منظر واماندگی خواهد بود.

## واژگان کلیدی

ترک نیم‌دایروی، تنش حرارتی گذرا، روش اجزای محدود سه‌بعدی، استوانه توخالی

## ۱. مقدمه

بارهای احتمالی واماندگی این دسته از شکل‌های هندسی را به‌طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌دهد. لذا استفاده از معیارهای

استوانه‌ها از جمله شکل‌های هندسی رایج در سازه‌های صنعتی و مهندسی محسوب می‌شوند. وجود عیوب ناشی از تولید، تعمیر و

مکانیک شکست در فرایند طراحی این مخازن ضروری به‌نظر می‌رسد. برای تحلیل، این عیوب را به شکل ترک‌های بیضوی یا دایره‌ای تقریب می‌زنند. نیومن و راجو استوانه با ترک نیم‌بیضوی متقارن طولی در سطح داخلی یا خارجی را تحت بارگذاری‌های مختلف فشاری روی سطح ترک بررسی نمودند [۱]. روش حل مورد استفاده آنها، روش اجزای محدود سه‌بعدی است. لی و ریموند رفتار ترک متقارن نیم‌دایره‌ای را در استوانه بلند با استفاده از روش مشتق سفتی پارکس<sup>۱</sup> در اجزای محدود که مشابه روش جابه‌جایی مجازی است، بررسی کردند [۲]. در این مقاله سطح صفحه ترک تحت چهار حالت بارگذاری ثابت، خطی، سهمی و درجه سه می‌باشد. گوژناگ و همکاران استوانه جدار ضخیم حاوی ترک نیم‌بیضوی را با استفاده از روش المان مرزی هیبریدی مورد بررسی قرار دادند [۳]. چن و همکاران نیز اثر وجود ترک نیم‌بیضوی را در استوانه تحت فشار با استفاده از روش نیروهای حجمی مورد ارزیابی قرار دادند [۴]. فن و همکاران با استفاده از ترکیب روش فنر خطی<sup>۲</sup> و تابع وزن، ترک نیم‌بیضوی واقع در پوسته استوانه‌ای را تحلیل نمودند [۵]. ترک نیم‌بیضوی متقارن در سطح داخلی استوانه جدار ضخیم بلند با استفاده از روش تابع وزن در مراجع [۶-۷] بررسی شده است. در این مقالات دو تابع وزن برای نقاط عمقی و سطحی با استفاده از دو بارگذاری مرجع ارائه شده است. میزان دقت توابع ارائه‌شده به بارگذاری‌های مرجع وابسته است و در شرایط مختلف بارگذاری روی سطح ترک نیم‌بیضوی و فشار داخلی ضرایب شدت تنش محاسبه شده است. جعفری و همکاران با استفاده از تابع وزن پیش‌گفته و انتگرال گیری عددی از انتگرال تابع وزن ضرایب شدت تنش را در نقاط عمقی و سطحی ترک نیم‌دایره‌ای طولی محاسبه کرده و نتایج را با روش اجزای محدود در بارگذاری حرارتی خالص مقایسه کرده‌اند [۸]. کاتوسف و پرایس مسئله شوک حرارتی در استوانه‌های حاوی ترک طولی نیم‌بیضوی را برای نقاط عمقی و سطحی با استفاده از روش تابع وزن محاسبه نموده‌اند [۹]. هاچی و همکاران با استفاده از روش تابع وزن هیبریدی، به بررسی ضرایب شدت تنش در ترک‌های بیضوی و نیم‌بیضوی واقع در جسم بی‌نهایت و استوانه‌های تحت فشار پرداختند [۱۰]. نبوی و شاهانی مقادیر ضرایب شدت تنش ترک نیم‌بیضوی را با استفاده از روش تابع وزن در استوانه‌ها بررسی کردند [۱۱]. این ضرایب تحت بارگذاری حرارتی گذرا در نقاط عمقی و سطحی بررسی

شده‌اند. همچنین نبوی و آزاد اثر تعداد جملات تابع وزن در دقت حل بارگذاری حرارتی پایدار را در این نقاط بررسی نمودند [۱۲]. علیها و همکاران با استفاده از روش اجزای محدود، اثر تنش‌های پسماند ناشی از جوشکاری را بر رفتار ترک‌های نیم‌بیضوی طولی در استوانه بررسی نمودند [۱۳].

در این مقاله ضرایب شدت تنش حرارتی گذرا در جبهه ترک نیم‌دایروی در حالت شبه‌استاتیک به‌دست آمده است. ترک به‌صورت طولی و در سطح داخلی استوانه (که وضعیت بحرانی‌تری دارد) می‌باشد. استوانه با نسبت شعاع ۱/۲۵ تحت بارگذاری مکانیکی (اعمال فشار) و انتقال حرارت گذرا از نوع جابه‌جایی اجباری قرار گرفته است. برای تحلیل از روش اجزای محدود سه‌بعدی و استفاده از المان‌های منفرد در جبهه ترک استفاده شده و نتایج در زمان‌های مختلف و انواع متنوع بارگذاری حرارتی روی نقاط جبهه ترک به‌دست آمده است. جهت صحت‌سنجی مدلسازی، نتایج حاصل در حالات خاص بارگذاری مکانیکی و حرارتی با نتایج سایر مقالات مقایسه شده است که دقت خوبی را نشان می‌دهد.

## ۲. معادلات حاکم بر مسئله ترموالاستیسیته

معادلات حاکم بر مسئله ترموالاستیسیته در استوانه‌های همسانگرد با تقارن محوری و با صرف‌نظر از نیروهای حجمی و تولید حرارت داخلی به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۱۴]:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} - \quad (1)$$

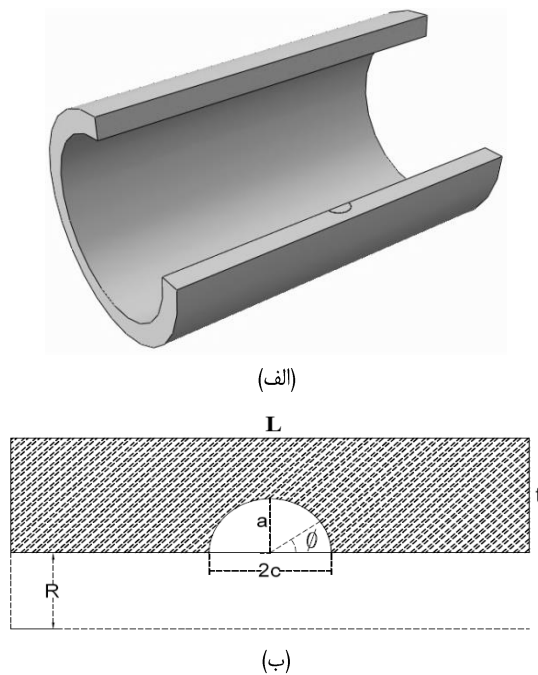
$$(3\lambda + 2\mu)\alpha T_0 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial t} \right) = \frac{1}{\alpha^*} \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} - \quad (2)$$

$$\frac{\alpha(3\lambda + 2\mu)}{\mu} \frac{\partial \theta}{\partial r} = \frac{\rho}{\mu} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

به‌طوری‌که در این روابط  $\alpha^*$  ضریب نفوذپذیری،  $\alpha$  ضریب انبساط خطی،  $\rho$  چگالی،  $\nu$  ضریب پواسون و  $\lambda$  و  $\mu$  ثوابت لامه می‌باشند. یافتن توزیع میدان حرارت و جابه‌جایی با توجه به شرایط مرزی و اولیه هدف حل یک مسئله ترموالاستیسیته می‌باشد. به‌جهت تأثیری که میدان حرارت روی معادله حرکت ۲ و نیز اتلاف مکانیکی روی معادله انرژی ۱ می‌گذارند معادلات به یکدیگر وابسته هستند. همچنین در حین تحلیل‌ها، خواص

شعاع داخلی استوانه باشد تا بتوان از اثر لبه‌ها روی ضرایب شدت تنش صرف‌نظر کرد و نیز فرض کرنش صفحه‌ای برقرار باشد [۱۷]، از اینرو  $L/R_i = 5$  در نظر گرفته شده است. استوانه تحت فشار داخلی و خارجی به‌عنوان بارگذاری مکانیکی قرار گرفته است. در بارگذاری حرارتی سطح خارجی استوانه هم‌دمای با دمای اولیه استوانه و سطح داخلی آن در معرض سیال با اختلاف دمای  $\theta_s$  و ضریب همرفت  $h$  در نظر گرفته شده و از اثر نفوذ حرارت به داخل سطح ترک صرف‌نظر شده است. در تحلیل تنش حرارتی گذرا نیز فرض شده که مدل حل براساس معادلات ترموالاستیسیته غیرکوپل و شبه‌استاتیکی انجام گیرد، که بر این اساس ابتدا انتقال حرارت گذرا به‌صورت غیروابسته تحلیل شده سپس به حل تنش ناشی از آن پرداخته می‌شود.



شکل ۱. نمایی شماتیک از الف) ترک نیم‌دایروی در سطح داخلی استوانه، ب) معرفی پارامترهای ترک نیم‌دایروی

جهت تحلیل مسئله، از مدلسازی سه‌بعدی اجزای محدود استفاده شده است. به‌دلیل تقارن موجود در هندسه و بارگذاری، مسئله مورد بررسی دارای دو صفحه تقارن طولی و عرضی است، لذا از مدل یک‌چهارم استوانه استفاده شده است. در المان‌بندی استوانه ترک‌دار، از شکل منفرد المان بیست گرهی آیزوپارامتریک مرتبه دوم برای نقاط روی جبهه ترک استفاده شده است. با توجه به سه‌بعدی بودن ترک نیم‌دایروی و قرار داشتن نوک ترک در

ترمومکانیکی ماده ثابت و مستقل از حرارت فرض می‌شوند. چنانچه نوع شرایط مرزی از نوع اعمال شوک حرارتی باشد، در این حالت تحلیل‌ها باید بر اساس حل کوپل صورت گیرد و اثر حرکت پیشانی موج حرارتی لحاظ گردد. چنانچه توزیع دما در جسم به صورت پیوسته و با تغییرات ملایم باشد و نیز نرخ کرنش و نرخ دما هم‌مرتبه باشند، در این‌صورت می‌توان از اثر ترمهای کوپلینگ در معادلات صرف‌نظر نمود و معادلات به‌صورت غیرکوپل تحلیل شوند [۱۵].

در این مقاله نوع شرایط مرزی مکانیکی به‌صورت اعمال فشار شبه‌استاتیکی در سطوح داخلی و خارجی استوانه و نوع شرایط مرزی حرارتی به‌صورت انتقال حرارت جابه‌جایی در سطح داخلی استوانه و دمای ثابت در سطح خارجی آن در نظر گرفته شده است. در جدول ۱ محدوده تغییرات ضرایب جابه‌جایی برحسب نوع همرفت ارائه شده است. ماهیت انتقال حرارت جابه‌جایی براساس عدد بیو قابل بیان است. عدد بیو معرف نسبت مقاومت داخلی جسم در انتقال حرارت از نوع هدایت به مقاومت خارجی جسم در انتقال حرارت از نوع جابه‌جایی می‌باشد. در نتیجه کوچک‌بودن عدد بیو منجر به وجود گرادیان دمایی کمتری در جسم می‌شود. همچنین در مواردی که عدد بیو کمتر از  $0.1$  باشد، حل به‌صورت مدل توده‌ای<sup>۳</sup> انجام می‌گیرد و تغییرات دما در داخل جسم بسیار جزئی شده (کمتر از ۵ درصد) و تقریباً یکنواخت می‌شود [۱۶]. از اینرو، در این مقاله عدد بیو از این مقدار بیشتر فرض شده است تا امکان ارزیابی اثر حرارت در رفتار ضرایب شدت تنش میسر گردد.

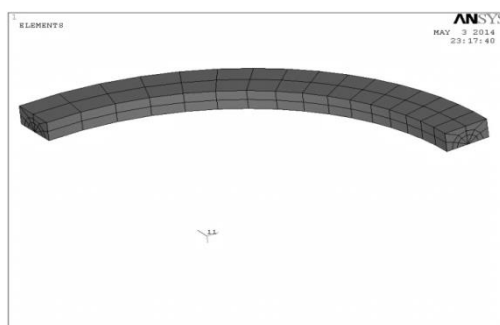
جدول ۱. مقادیر نوعی ضرایب انتقال حرارت جابه‌جایی [۱۴]

نوع فرایند	$h$ ( $W/^{\circ}K.m^2$ )
جابه‌جایی آزاد گازها	۲ تا ۲۵
جابه‌جایی آزاد مایعات	۵۰ تا ۱۰۰
جابه‌جایی اجباری (واداشته) گازها	۲۵ تا ۲۵۰
جابه‌جایی اجباری (واداشته) مایعات	۱۰۰ تا ۲۰۰۰
جابه‌جایی با تغییر فاز (جوشش یا چگالش)	۲۵۰۰ تا ۱۰۰۰۰۰

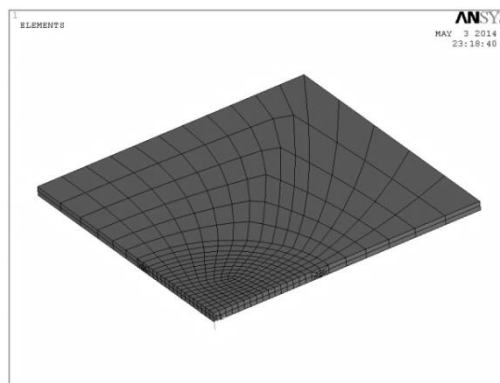
### ۳. مدلسازی اجزای محدود سه‌بعدی

مطابق شکل ۱ استوانه همسانگرد بلند حاوی ترک نیم‌دایروی طولی نشان داده شده است. طول استوانه باید حداقل چهار برابر

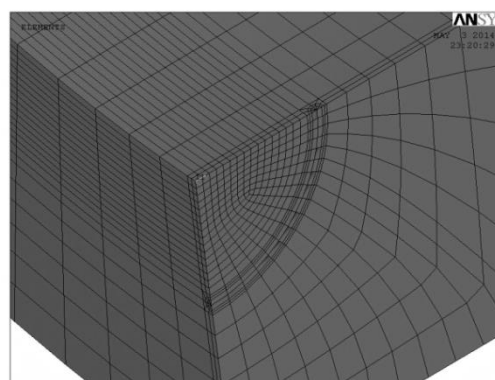
یک منحنی، جهت مدلسازی، ابتدا روی جبهه ترک تونلی از المان‌های منفرد ایجاد می‌گردد (شکل ۲، قسمت الف) و سپس با استفاده از المان‌های غیرمنفرد، صفحه ترک مطابق با المان‌های تولیدشده قبلی مدلسازی می‌شود (شکل ۲، قسمت ب) که در مدلسازی، گره‌ها باید روی هم قرار گیرند و سیستم المان‌ها یکپارچه باشد. پس از مدلسازی صفحه ترک سایر قسمت‌های باقیمانده از استوانه با استفاده از المان‌های آجری المان‌بندی می‌شود (شکل ۲، قسمت ج).



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۲. مدلسازی اجزای محدود سه‌بعدی در ترک نیم‌دایروی واقع در سطح داخلی استوانه؛ الف) ایجاد المان منفرد در تونل ترک، ب) مدلسازی صفحه ترک با المان غیرمنفرد، ج) مش‌بندی سایر قسمت‌های استوانه

با توجه به اینکه مدلسازی پیش‌گفته باید برای تعداد زیادی از هندسه‌های مشابه ولی با اندازه‌های مختلف عمق نسبی و نیز بارگذاری‌های مختلف حرارتی انجام گیرد، لذا از قابلیت برنامه‌نویسی<sup>۴</sup> در نرم‌افزار انسیس<sup>۵</sup> استفاده شده است [۱۸]. برای تحلیل تنش حرارتی گذرا سازگاری المان‌های مورد استفاده در تحلیل حرارت و تنش در نرم‌افزار مورد توجه قرار گرفته است. همچنین یکی از فرضیات اصلی در مکانیک شکست الاستیک خطی پیوسته‌بودن جبهه ترک است که این فرض در نقاط گوشه‌ای ترک که جبهه ترک به سطح آزاد می‌رسد برقرار نیست. مرتبه انفراد تنش در نقاط گوشه‌ای ترک به خواص ماده (ضریب پواسون) و زاویه برخورد جبهه ترک با سطوح آزاد بستگی دارد [۱۹]. لذا برای محاسبه مقادیر ضرایب شدت تنش در نقاط لبه‌ای ترک از مقدار میانگین در المان لبه‌ای جبهه ترک به صورت ترکیب حالت تنش صفحه‌ای و کرنش صفحه‌ای استفاده شده است. تعیین ضرایب شدت تنش از سه روش انتگرال  $J$ ، تکنیک مشتق سفتی و برون‌یابی جابه‌جایی میسر است که در روش برون‌یابی جابه‌جایی، ضریب شدت تنش با استفاده از گره‌های المان منفرد به صورت زیر تعیین می‌شود [۲۰]:

$$K_I = \frac{2G}{\kappa+1} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \delta(r) \quad (3)$$

در این رابطه در حالت کرنش صفحه‌ای  $\kappa = 3 - 4\nu$  و در حالت تنش صفحه‌ای  $\kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu)$  می‌باشد. همچنین  $G$  مدول برشی،  $\nu$  ضریب پواسون،  $\delta(r)$  جابه‌جایی نقاط در راستای عمودی و  $r$  فاصله عمودی از جبهه ترک می‌باشد. در محاسبه ضریب شدت تنش روی جبهه ترک به غیر از نقطه سطحی آن، حالت کرنش صفحه‌ای در نظر گرفته شده است.

#### ۴. صحت‌سنجی تحلیل

جهت تحلیل، استوانه تحت فشار داخلی ۱۰ مگاپاسکال و فشار خارجی ۰/۱ مگاپاسکال قرار گرفته است. همچنین سطح داخلی استوانه تحت انتقال حرارتی جابه‌جایی سیال با دمای ۱۰۰- درجه سانتی‌گراد قرار گرفته است و نوع جابه‌جایی اجباری با عدد بیو تعیین و خواص ماده مورد استفاده در جدول ۲ ارائه شده است. به‌منظور صحت‌گذاری نتایج حاصل از مدلسازی سه‌بعدی در حالات خاص با نتایج سایر مقالات مقایسه شده و در جدول‌های ۳ تا ۶ ارائه شده است. در جدول‌های ۳ و ۴ ضرایب شدت تنش بی‌بعد

جدول ۵. ضرایب شدت تنش بی‌بعد شده ناشی از فشار داخلی و دمای

پایدار در استوانه برای نقطه عمقی ترک

$a/t$	$0/2$	$0/4$	$0/6$	$0/8$
مقاله حاضر	۱۸/۵۳	۱۳/۱۵	۸/۰۳	۲/۸۸
نبوی و آزاد [۱۲]	۱۸/۴۱	۱۳/۲۱	۸/۰۵	۲/۸۴

جدول ۶. ضرایب شدت تنش بی‌بعد شده ناشی از فشار داخلی و دمای

پایدار در استوانه برای نقطه سطحی ترک

$a/t$	$0/2$	$0/4$	$0/6$	$0/8$
مقاله حاضر	۲۵/۱۰	۲۴/۳۴	۲۳/۸۵	۲۳/۴۰
شاهانی و نبوی [۲۲]	۲۵/۴۸	۲۴/۵۳	۲۳/۹۸	۲۳/۷۳

همچنین در جدول‌های ۵ و ۶ نتایج ناشی از بارگذاری حرارتی پایدار با شرط مرزی دمای ثابت روی سطوح استوانه با مقالات مبتنی بر روش تابع وزن مقایسه شده است. با مقایسه نتایج در جدول‌های پیش‌گفته ملاحظه می‌شود که مدل‌سازی سه‌بعدی اجزای محدود هم در حالت بارگذاری مکانیکی و هم در حالت بارگذاری حرارتی از دقت مناسبی برخوردار می‌باشد.

## ۵. نتایج و بحث

مقادیر ضرایب شدت تنش حرارتی بی‌بعد شده برای حالت‌های مختلف هندسی و بارگذاری حرارتی گذرا در ترک نیم‌دایره‌ای به‌صورت نمودارهای ۳ تا ۶ ارائه شده است. حالت‌های مختلف هندسی شامل عمق‌های نسبی مختلف از  $0/2$  تا  $0/8$  و حالت‌های مختلف بارگذاری حرارتی به‌صورت تغییر عدد بیو (که معرف نوع جابه‌جایی اجباری در انتقال حرارت است) می‌باشد. در شکل‌های ۳ تا ۶ مقادیر ضرایب شدت تنش حرارتی بی‌بعد شده را در جهت ترک بازای مقادیر مختلف عدد بیو و زمان ارائه شده است. در هر شکل، تغییرات ضرایب شدت تنش در پنج مقدار مختلف عدد بیو (از  $0/1$  تا بی‌نهایت) در عمق‌های نسبی متفاوت نمایش داده شده است. مطابق شکل‌ها ملاحظه می‌شود که همیشه نقاط نزدیک به سطح داخلی استوانه (سطحی‌تر) مقادیر بزرگتری از ضرایب شدت تنش را دارا هستند، این بدان معناست که ترک نیم‌دایره‌ای برای رشد از نقطه سطحی رشد می‌کند و به حالت نیم‌بیضی تبدیل

شده به‌ترتیب برای نقاط عمقی و سطحی ترک در حالت بارگذاری مکانیکی که به‌صورت فشار روی سطح داخلی استوانه می‌باشد با مقالات دیگر مقایسه شده که از تطابق خوبی برخوردار است.

جدول ۲. خواص ماده مورد استفاده در استوانه

مقدار	واحد	خاصیت
۷۸۳۲	kg/m <sup>3</sup>	چگالی
$11/7 \times 10^{-6}$	1/°C	ضریب انبساط حرارتی
۴۶۵	J/kg.°K	ظرفیت گرمایی ویژه
۴۳	W/m.°K	ضریب هدایت گرمایی
۲۰۷	GPa	مدول یانگ
۰/۳	-	ضریب پواسون

جدول ۳. ضرایب شدت تنش بی‌بعد شده ناشی از فشار داخلی در استوانه

در نقطه عمقی ترک

$a/t$	$0/2$	$0/4$	$0/6$	$0/8$
مقاله حاضر	۵/۴۱	۵/۴۰	۵/۴۱	۵/۵۴
نیومن و راجو [۱]	۵/۴۱	۵/۴۴	۵/۵۱	۵/۵۸
ژنگ و همکارانش [۶]	۵/۴۹	۵/۴۱	۵/۳۷	۵/۴۱
نبوی و شاهانی [۱۷]	۵/۳۷	۵/۳۹	۵/۳۷	۵/۴۷
دسجاردینز و همکارانش [۲۱]	-	۵/۴	۵/۴	۵/۴

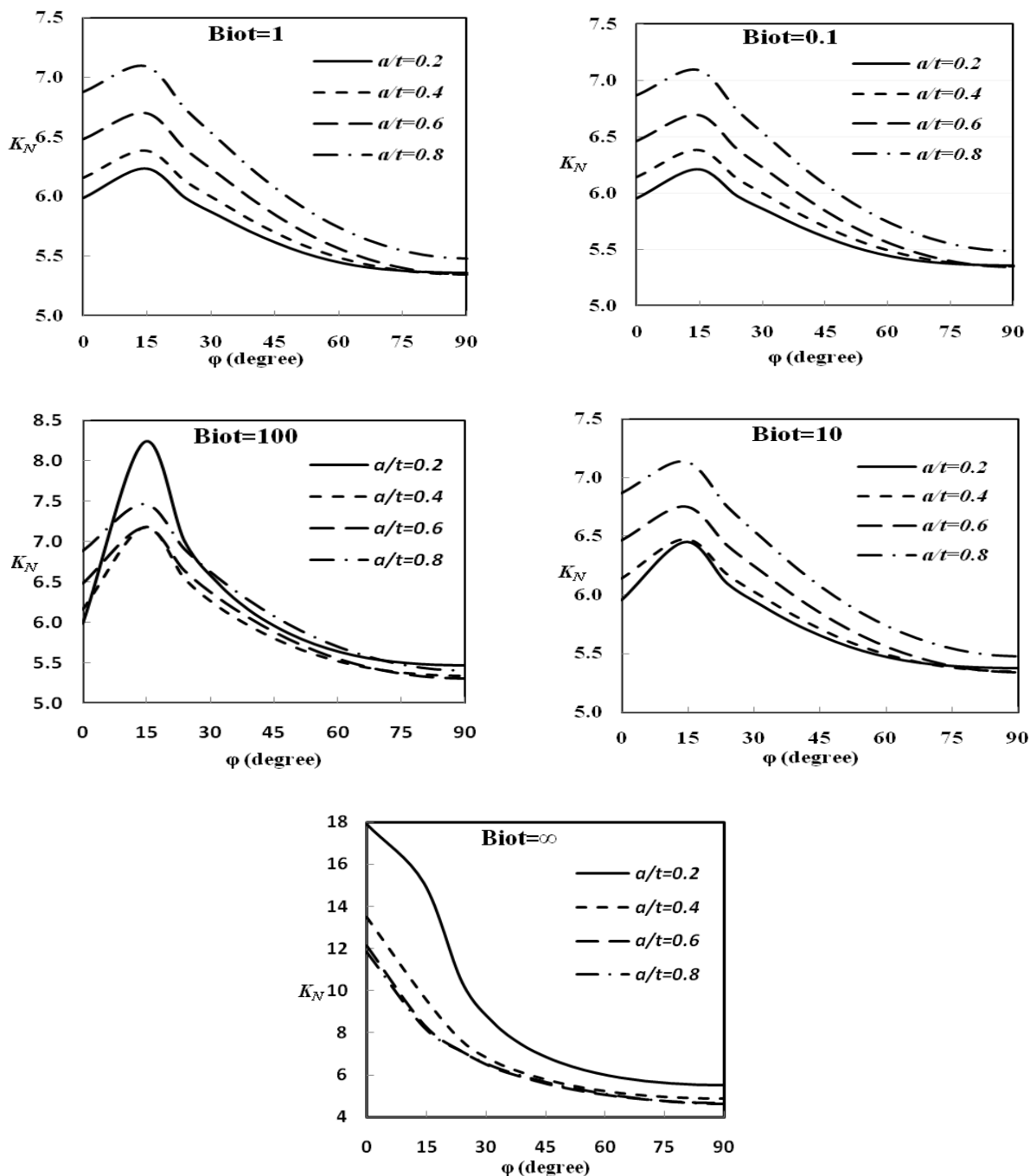
جدول ۴. ضرایب شدت تنش بی‌بعد شده ناشی از فشار داخلی در استوانه

در نقطه سطحی ترک

$a/t$	$0/2$	$0/4$	$0/6$	$0/8$
مقاله حاضر	۶/۰۱	۶/۲۰	۶/۵۳	۶/۹۳
نیومن و راجو [۱]	۶/۰۴	۶/۲۹	۶/۷۵	۷/۳۸
ژنگ و همکارانش [۶]	۶/۲۲	۶/۳۶	۶/۶۶	۷/۱۱
نبوی و شاهانی [۱۷]	۶/۲۵	۶/۴۷	۶/۷۰	۶/۷۴
دسجاردینز و همکارانش [۲۱]	۶/۲	۶/۴	۶/۶	۷/۱

ترک‌های عمیق سبب شکست شده و در اعداد بیو بالا ترک‌های کم عمق سبب واماندگی استوانه می‌شوند. یکی از موارد قابل توجه در تحلیل‌ها اثر بار حرارتی نسبت به بار مکانیکی در توزیع مقادیر ضرایب شدت تنش می‌باشد. در حالتی که عدد بیو پائین باشد (مثلاً ۰/۱) و زمان کافی برای انتقال حرارت وجود نداشته باشد (مثلاً یک ثانیه) عملاً توزیع ضرایب شدت تنش به نتایج بارگذاری مکانیکی خالص نزدیک می‌شود.

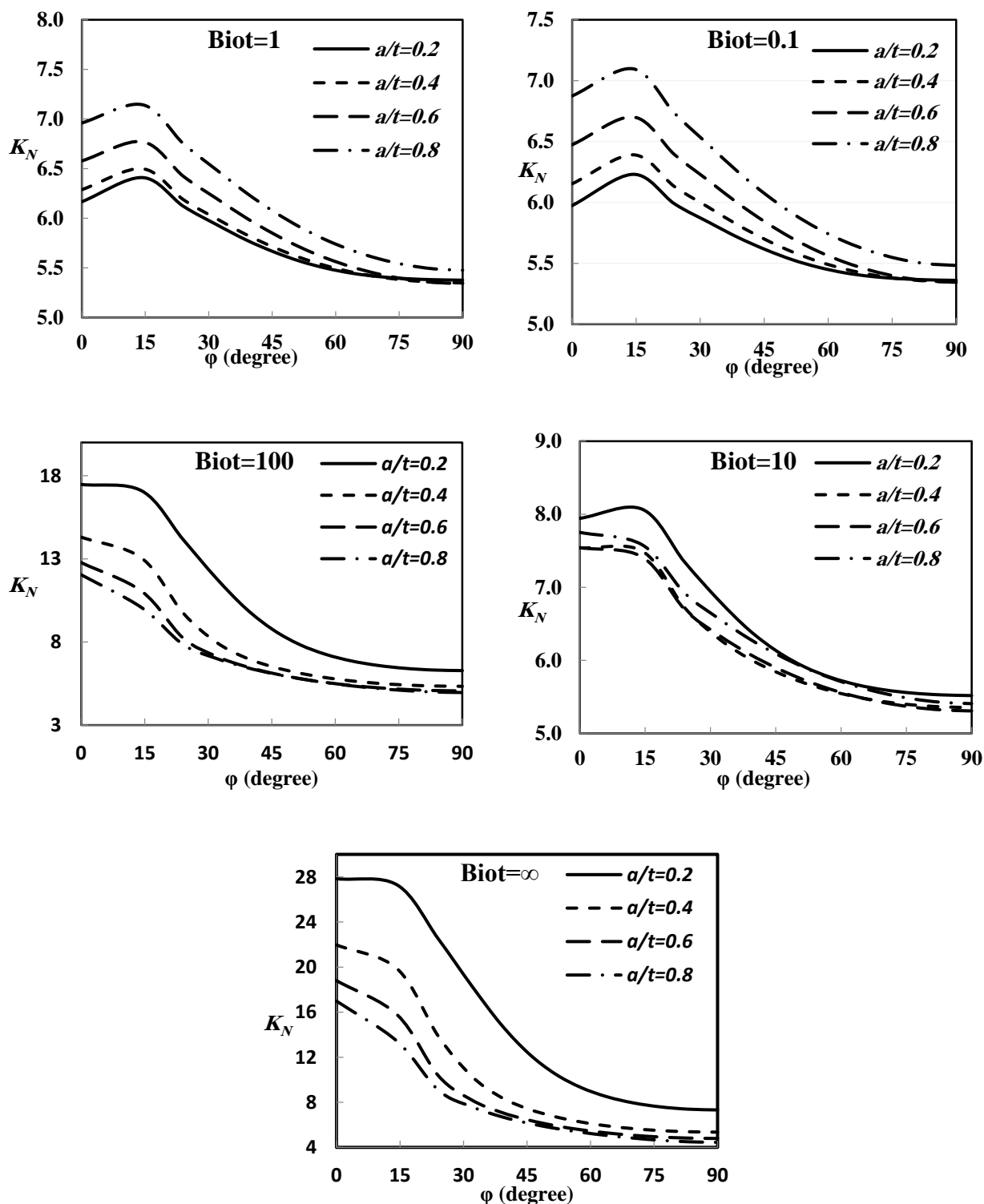
می‌گردد. همچنین می‌توان دید که همیشه ترک‌های عمیق بدترین وضعیت شدت تنش را ندارند، بلکه در اعداد بیو بزرگ، مقادیر ضرایب شدت تنش حرارتی در ترک‌های کم‌عمق نسبت به حالت ترک‌های عمیق‌تر بزرگ‌تر می‌شوند. بنابراین ترک‌های کم‌عمق نیز در برخی شرایط بارگذاری حرارتی وضعیت بحرانی‌تری را دارا هستند. این بدان معناست که اگر معیار طراحی رسیدن به مقدار چقرمگی شکست باشد در اعداد بیو پائین



شکل ۳. تغییرات ضرایب شدت تنش در جبهه ترک نیم‌دایروی در زمان ۱ ثانیه به ازای مقادیر مختلف عدد بیو

می‌بایند. در حالت انتقال حرارت از نوع دمای ثابت در سطح داخلی استوانه (بیو بی نهایت) بیشترین مقادیر ضرایب شدت تنش نسبت به اعداد بیو مختلف رخ می‌دهد، لذا می‌توان گفت که انتخاب این نوع شرط مرزی حرارتی جهت تحلیل مسئله محافظه کارانه است.

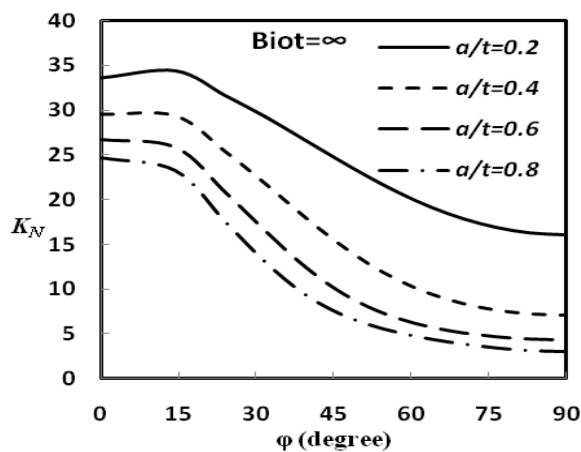
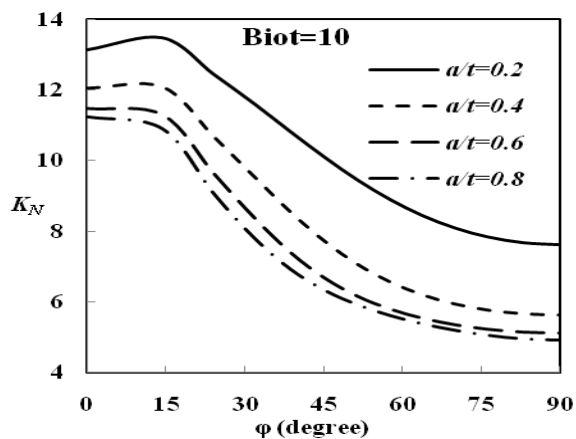
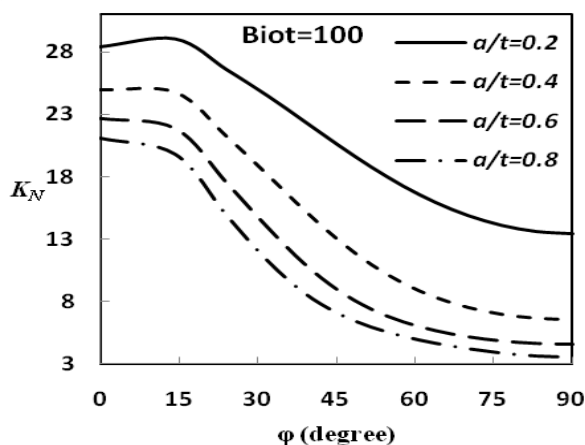
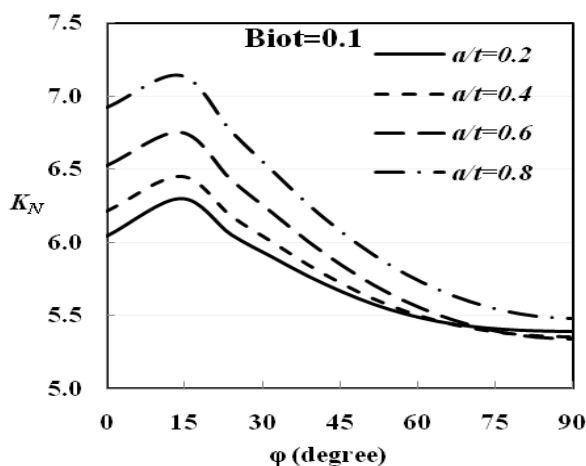
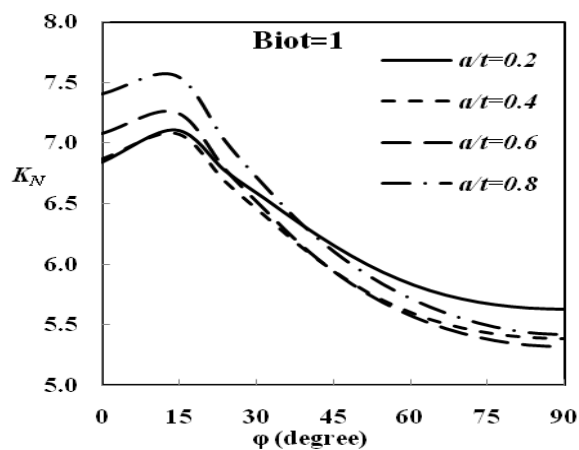
با افزایش عدد بیو ضرایب شدت تنش در کلیه نقاط روی جبهه ترک افزایش می‌یابد. بدین ترتیب هر قدر جابه‌جایی اجباری حرارتی بیشتر باشد، نفوذ تنش حرارتی به داخل ترک و به دنبال آن گسترش اثر آن بیشتر شده و ضرایب شدت تنش افزایش



شکل ۴. تغییرات ضرایب شدت تنش در جبهه‌ی ترک نیم‌دایروی بازای مقادیر مختلف عدد بیو در زمان ۱۰ ثانیه بازای مقادیر مختلف عدد بیو

نقاط سطحی نسبت به عمقی بیشتر است. همچنین ملاحظه می‌شود که حل پایدار بیشترین ضرایب شدت تنش در جبهه ترک را داراست، لذا می‌توان گفت که چنانچه از تحلیل پایدار به‌جای گذرا در تعیین ضرایب شدت تنش استفاده گردد این تحلیل دارای قابلیت اطمینان بالایی از منظر واماندگی برخوردار است.

جهت تعیین اثر انتقال حرارت گذرا و زمان روی مقادیر ضرایب شدت تنش حرارتی با مقایسه نمودارها ملاحظه می‌شود که در اعداد بیو پایین گذشت زمان تغییرات جزئی روی ضرایب شدت تنش در جبهه ترک ایجاد می‌کند، اما با افزایش عدد بیو شدت تنش در نقاط جبهه ترک افزایش می‌یابد. نرخ افزایش در



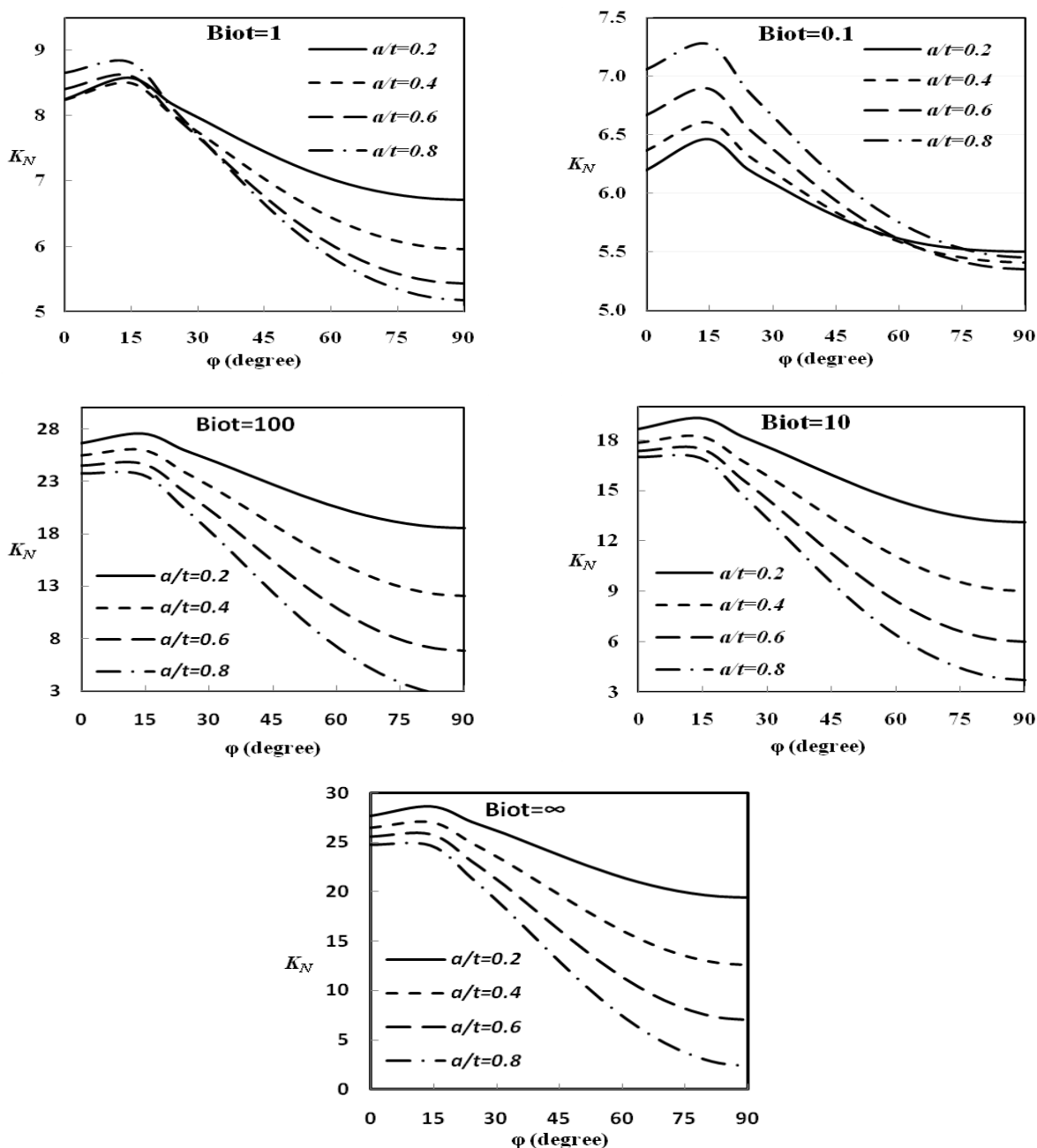
شکل ۵. تغییرات ضرایب شدت تنش در جبهه ترک نیم‌دایروی بازای مقادیر مختلف عدد بیو در زمان ۱۰۰ ثانیه بازای مقادیر مختلف عدد بیو



## ۵. جمع‌بندی

در این مقاله ضرایب شدت تنش حرارتی در استوانهٔ حاوی ترک نیم‌دایروی طولی تحت بارگذاری ترمومکانیکی گذرا تحلیل شده است. جهت حل از مدلسازی سه‌بعدی اجزای محدود استفاده شده است. نتایج حاصل از این تحقیق بدین شرح است. نتایج ضرایب شدت تنش روی جبههٔ ترک نیم‌دایروی به ازای مقادیر مختلف عمق نسبی و اعداد مختلف بیو در زمان‌های متفاوت ارائه شده است. در همهٔ حالات بارگذاری حرارتی ترک از نقطهٔ سطحی شروع به رشد خواهد کرد و تمایل به تبدیل شدن به

حالت نیم‌بیضوی را دارد. در اعداد بیو پایین که اثر بارگذاری حرارتی نسبت به مکانیکی کمتر است ترک‌های عمیق بحرانی‌تر هستند. در اعداد بیو بالا ترک‌های کم‌عمق خطرناک‌ترند. از دید طراحی، چنانچه بار حرارتی از نوع اعمال دما در سطح داخلی استوانه لحاظ گردد، نتایج تحلیل محافظه‌کارانه خواهد بود. نهایتاً اینکه ضرایب شدت تنش ناشی از حل حرارتی پایدار در همهٔ نقاط روی جبههٔ ترک از حل گذرا بیشتر است؛ لذا انتخاب حل پایدار جهت طراحی ضریب اطمینان بالاتری را به همراه دارد.



شکل ۶: تغییرات ضرایب شدت تنش در جبههٔ ترک نیم‌دایروی به ازای مقادیر مختلف عدد بیو در زمان ۱۰۰۰ ثانیه به ازای مقادیر مختلف عدد بیو

- [1] Newman, Jr. C., I. S. Raju. "Stress-intensity factors for internal surface cracks in cylindrical pressure vessels." *Journal of Pressure Vessel Technology* 102, 1980, pp. 342-8.
- [2] Lee, Y. S., M. Raymund. "Stress intensity factor solutions for internal longitudinal semi-Circular surface flaws in a cylinder under arbitrary loading." *Journal of Pressure Vessel Technology* 105, 1983, pp. 309-15.
- [3] Guozhong, C., Z. Kangda, W. Dongdi. "Stress intensity factors for internal semi-elliptical surface cracks in pressurized thick-walled cylinders using the hybrid boundary element method." *Engineering Fracture Mechanics* 52(6), 1995, pp. 1055-64.
- [4] Chen, D.-H., H. Nisitani, K. Mori. "Stress intensity factors for an internal semi-elliptical surface crack in cylindrical pressure vessels." *Journal of Pressure Vessel Technology* 117, 1995, pp. 213-21.
- [5] Fan, X. G., J. S. Sun, J. Qian. "A combination of the weight function method and the line spring model: A surface-cracked cylindrical shell subjected to stress gradients." *International Journal of Solid and Structures* 32(20), 1995, pp. 3037-46.
- [6] Zheng, X. J., G. Glinka, R. Dubey. "Calculation of stress intensity factors for semi-elliptical cracks in a thick-wall cylinder." *International Journal of Pressure Vessel and Piping* 62, 1995, pp. 249-58.
- [7] Zheng, X. J., A. Kiciak, G. Glinka. "Weight functions and stress intensity factors for internal surface semi-elliptical crack in thick-walled cylinder." *Engineering Fracture Mechanics* 58(3), 1997, pp. 207-21.
- [A] جعفری، علی اصغر، پریسا حسینی تهرانی و محمد راستگو. "محاسبه‌ی ضرایب شدت تنش برای استوانه‌های جدار ضخیم شامل ترک نیم‌دایره‌ای تحت گرادیان حرارتی به روش عددی و تحلیلی." *دهمین کنفرانس سالانه و پنجمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی مکانیک، تهران.*
- [9] Kotousov, A., J. W. H. Price. "Elastic analysis of semi-elliptical axial cracks in cylinders under thermal shock using the BS 7910 framework." *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 76, 1999, pp. 831-7.
- [10] Hachi, B. K., S. Rechak, Y. Belkacemi, G. Maurice. "Modelling of elliptical cracks in an infinite body and in a pressurized cylinder by a hybrid weight function approach." *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 82, 2005, pp. 917-24.
- [11] Nabavi, S. M., A. R. Shahani. "Thermal stress intensity factors for a cracked cylinder under transient thermal loading." *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 86, 2009, pp. 153-63.
- [۱۲] نبوی، سید مهدی و رضا آزاد. "بررسی اثر تعداد جملات تابع وزن در دقت ضرایب شدت تنش در استوانه‌های ترک‌دار." *بیستمین کنفرانس بین‌المللی سالانه مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، شیراز، ۱۳۹۱.*
- [13] Aliha M. R. M., H. Gharehbaghi, R. Ghafoori Ahangar. "Fracture study of a welded aluminum cylinder containing longitudinal crack and subjected to combined residual stress and internal pressure." *Presented at the 12<sup>th</sup> International Aluminum Conference, Montreal, Canada, 2013.*
- [۱۴] علیپور، کریم، سید مهدی نبوی، مهدی بخشان، فاضل رحیمی، و هادی زارعی قوشابلاغ. "حل تنش‌های حرارتی در استوانه‌ها ناشی از انتقال حرارت جابجایی اجباری در حالت پایا." *سیزدهمین کنفرانس انجمن هوافضای ایران، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران، ۱۳۹۲.*
- [15] Boley. B. A., J. H. Weiner. *Theory of Thermal Stresses*. Wiley Inc., 1960.
- [16] Cengel. Y. A. *Heat Transfer: A Practical Approach*. McGraw-Hill, 2003.
- [17] Nabavi, S. M., and A. R. Shahani. "Calculation of stress intensity factors for a semi-elliptical crack in a finite-length thick-walled cylinder." *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 31(1), 2008, pp. 85-94.
- [18] ANSYS Release 11, ANSYS, Inc, Canonsburg, PA, 2009.
- [19] Pook, L. P. "Crack profiles and corner point singularities." *Fatigue and Fracture of*

- Engineering Materials and Structures* 23, 2000, pp. 141-50.
- [20] Banks-Sills, L. "Application of the finite element to linear elastic fracture mechanic." *Applied Mechanics Review* 44(10), 1991, pp. 447-61.
- [21] Desjardins, J. L., D. J. Burns, and J. C. Thompson. "A weight function technique for estimating stress intensity factors for cracks in high pressure vessels." *Journal of Pressure Vessel Technology* 113, 1991, pp. 10-21.
- [22] Shahani, A. R., S. M. Nabavi. "Transient thermal stress intensity Factors for an internal longitudinal semi-elliptical crack in a thick-walled cylinder." *Engineering Fracture Mechanics* 74(16), 2007, pp. 2585-602.

پی نوشت

- 
1. Parks' stiffness derivative technique
  2. line-spring
  3. Lumped model
  4. APDL
  5. ANSYS 11