

## طراحی و تحلیل تئوری - تجربی لولای فلکسچر یک سکوی تست سامانه پیشران

علیرضا مختاری<sup>۱</sup>، مسعود مسیبی<sup>۲</sup>، شهرام یوسفی<sup>۳</sup>

۱ کارشناس ارشد، مجتمع دانشگاهی مکانیک و هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، اصفهان

۲ استادیار، مجتمع دانشگاهی مکانیک و هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، اصفهان، m.mosayebi@mut-es.ac.ir

۳ دانشیار، مجتمع دانشگاهی مکانیک و هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، اصفهان

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۶/۱۹

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۲/۱۰

### چکیده

در سکوه‌های تست شش مؤلفه‌ای، به کمک آرایشی از ستون‌های لودسل - فلکسچر، مؤلفه‌های نیرو و گشتاور بردار رانش یک سامانه پیشران اندازه‌گیری می‌شود. در این پژوهش، ابتدا ملاحظات اساسی در فرایند طراحی فلکسچر یک سکوی تست شش مؤلفه‌ای خاص ارائه شده است و پس از آن، فلکسچری با ساختار هندسی جدید جهت برآوردن این ملاحظات پیشنهاد می‌گردد. در ادامه به کمک قاعده محاسباتی بهینه‌سازی چندبعدی مقید، ابعاد هندسی فلکسچر به دست می‌آید. در گام بعد، فلکسچر طراحی شده به کمک روش المان محدود تحلیل و نتایج با حل تحلیلی مقایسه می‌شود. به منظور صحت‌گذاری نتایج حاصل از تحلیل نظری، مقادیر فرکانس طبیعی و بار بحرانی کمانش فلکسچر به روش تجربی اندازه‌گیری می‌شود. با توجه به برآوردن همزمان تمامی ملاحظات طراحی و تطابق خوب بین نتایج تحلیل نظری و تجربی، طرح فلکسچر پیشنهادی انتخاب مناسبی برای استفاده در سکوی تست سامانه پیشران مدنظر می‌باشد.

### واژگان کلیدی

فلکسچر، طراحی بهینه، سکوی تست

### ۱. مقدمه

انحراف کنترل یا جبران نشود، پرنده از مسیر پرواز خود خارج خواهد شد. در شکل ۱ اجزای گوناگون یک سکوی تست شش مؤلفه‌ای، که یک سامانه پیشران روی آن نصب شده، نمایش داده شده است [۱]. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، در این چیدمان تعداد شش ستون لودسل - فلکسچر<sup>۳</sup> به سامانه پیشران متصل شده است. انتهای دیگر ستون‌های لودسل - فلکسچر به

در سامانه‌های پیشران، هرکجا هدف کنترل بردار رانش<sup>۱</sup> یا بررسی مقدار نامیزانی رانش<sup>۲</sup> باشد، از سکوه‌های تست شش مؤلفه‌ای نیرو و گشتاور استفاده می‌شود. نامیزانی یا انحراف بردار رانش هنگامی رخ می‌دهد که نازل ثابت یک سامانه پیشران دچار انحراف از محور گردد. حتی یک انحراف زاویه محوری بسیار کوچک، سبب بروز خطای بزرگی در مدت زمان پرواز خواهد شد و اگر این

قاب زمینی متصل شده است. در گذشته از اتصالاتی چون اتصالات لبه کاردی، بیرینگ‌های ضد اصطکاک و اتصالات گوی و کاسه‌ای در سکوه‌های تست استفاده می‌شد. اما اصطکاک و تلرانس‌های ذاتی در این‌گونه اتصالات، کاهش دقت در اندازه‌گیری نیرو را به‌همراه داشت. در حال حاضر به‌جای اتصالات فوق، از اتصالاتی به‌نام فلکسچر، به‌عنوان لولای الاستیک، برای به حداقل رساندن آثار عکس‌عملی بین نیروها و گشتاورها استفاده می‌شود [۲]. به‌همین دلیل فلکسچرها، اجزای اصلی سکوه‌های تست شش‌مؤلفه‌ای محسوب می‌شوند.



شکل ۱. سکوی تست شش‌مؤلفه‌ای یک سامانه پیشران [۱]

مشخصه اصلی فلکسچرها باید به‌گونه‌ای باشد که در راستای محوری تا حد ممکن سختی بالا و در راستاهای جانبی انعطاف‌پذیری بالایی داشته باشند. در این سکوها آثار عکس‌عملی مؤلفه‌های نیرو و گشتاور بر هم سبب بروز خطاهای کوپلینگ می‌گردد [۳]. به‌عبارت دیگر، یکی از منابع اصلی ایجاد خطای کوپلینگ در سکوه‌های تست، ناشی از عدم تأمین مناسب نسبت انعطاف‌پذیری جانبی به محوری فلکسچرها است. فلکسچرها، با جرم کم و فرکانس طبیعی بالا، نیروی رانش را در جهتی هدایت‌شده‌ای منتقل می‌کنند. در هر ستون لودسل - فلکسچر، یک لودسل قرار می‌گیرد تا نیروی محوری را اندازه‌گیری کند. بنابراین با چیدمانی مناسب ستون‌های لودسل - فلکسچر و به‌کمک روابط استاتیکی و دینامیکی حاکم، می‌توان مقادیر مؤلفه‌های نیرو و گشتاور بردار رانش سامانه پیشران را تعیین کرد [۴]. در طراحی ستون لودسل - فلکسچر، یکی دیگر از وظایف فلکسچر، حداقل نمودن اثر نیروهای خارج از محور بر لودسل است

[۵]. بررسی‌ها نشان می‌دهد که فلکسچرها به‌طور گسترده‌ای در سایر زمینه‌ها مانند موتورها و عملگرهای پیزوالکتریک، تنظیم جابه‌جایی‌های میکرونی، آنتن‌ها، شتاب‌سنج‌ها، ژيروسکوپ‌ها، بازوی روبات‌ها، بسیار دقیق مربوط به فیبرهای اپتیکی استفاده شده‌اند. در این کاربردها، فلکسچرها در رابطه با تنظیم دقیق موقعیت جابه‌جایی و زاویه‌ای یک شی استفاده می‌شوند.

لوبونتو (۲۰۰۳) ساختارهای هندسی فلکسچرها را به دو دسته اصلی با سطح مقطع مستطیلی شکل و سطح مقطع منحنی شکل دایروی، بیضوی، هذلولوی و سهموی تقسیم کرده است [۶]. یانگ (۲۰۱۲) به روش حل تحلیلی بر مبنای نظریه کاستیگلیانو و المان محدود، یک فلکسچر با ساختار هندسی سهمی شکل را به‌صورت دوبعدی تحلیل و آثار برخی پارامترهای هندسی فلکسچر را بر میزان انعطاف‌پذیری آن بررسی کرده است [۷]. ایسر (۲۰۱۱) نیز روش‌های متنوع محاسبه انعطاف‌پذیری‌های فلکسچر دایروی تک‌محوری را به روش المان محدود با هم مقایسه کرده است [۸].

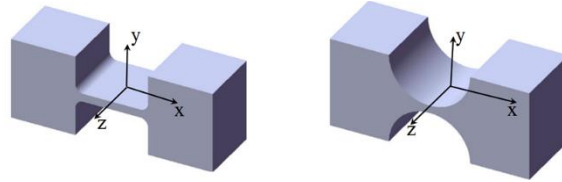
در اکثر پژوهش‌های اخیر، هدف تنها دستیابی به ساختار هندسی فلکسچری با ماکزیمم انعطاف‌پذیری خمشی حول یک محور جانبی است. اما در سکوه‌های تست شش‌مؤلفه‌ای، هدف طراحی فلکسچری است که انعطاف‌پذیری خمشی حول دو راستای جانبی داشته باشد. ضمن اینکه ملاحظات طراحی دیگری نیز برای سکوه‌های تست وجود دارد. در شکل ۲، ساختار هندسی فلکسچرهایی با سطح مقطع دایروی و مستطیلی شکل نمایش داده شده است که دارای انعطاف‌پذیری جانبی، حول تنها محور Z می‌باشند. در شکل ۳ نیز ساختار هندسی فلکسچرهایی با سطح مقطع دایروی و مستطیلی نمایش داده شده است که دارای انعطاف‌پذیری جانبی، حول دو محور X و Z می‌باشند.

در تصاویر منتشرشده از برخی سکوه‌های تست شش‌مؤلفه‌ای موجود در دنیا، استفاده از فلکسچرهای با ساختارهای هندسی فوق دیده می‌شود. مثلاً راماسوامی و همکاران (۱۹۹۷) از طرح فلکسچر با سطح مقطع دایروی شکل با انعطاف‌پذیری حول دو محور جانبی، جهت کاربرد در سکوی تست شش‌مؤلفه‌ای خود استفاده کرده‌اند [۹].

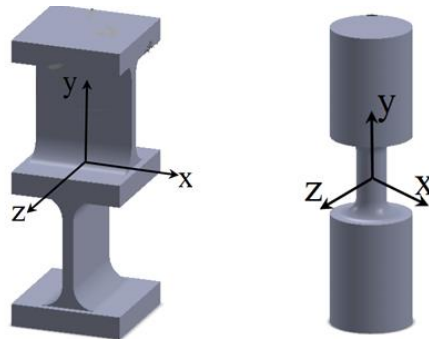
در فرایند طراحی فلکسچر برای یک سکوی تست شش‌مؤلفه‌ای، علاوه بر لزوم رعایت انعطاف‌پذیری جانبی حول دو محور جانبی، رعایت سایر ملاحظات طراحی یک سکو نیز الزامی

ساختار هندسی فلکسچر جدید پیشنهادی مطابق شکل ۴ است. در طراحی پیکربندی این فلکسچر، از ترکیبی از مقاطع مستطیلی شکل در طول آن استفاده شده است.

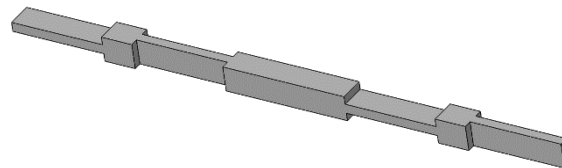
است. در سکوی تست تحقیق حاضر، این الزامات شامل مقادیر مجاز بار بحرانی کمانش، فرکانس طبیعی، مقدار تنش وارده، محدودیت‌های ابعادی و جابه‌جایی‌های محوری فلکسچر هستند.



شکل ۲. فلکسچر دایروی و مستطیل حول محور جانبی z



شکل ۳. فلکسچر دایروی و مستطیل شکل حول دو محور جانبی



شکل ۴. طرح فلکسچر پیشنهادی با ترکیبی از مقاطع مستطیلی شکل

آزاد تحلیل و نتایج را به‌صورت آزمون تجربی مقایسه نمودند. آنها از یک شتاب‌سنج با جرم کم جهت نصب روی تیر و یک چکش ارتعاشی جهت ضربه‌زدن استفاده و به روش تابع پاسخ فرکانسی، مقادیر سه فرکانس طبیعی اول را استخراج نمودند [۱۲]. جاورسکی و همکاران (۲۰۰۸) ارتعاشات آزاد یک تیر اویلر-برنولی با چند سطح مقطع پله‌ای را به روش ریتز و المان محدود به‌دست آورده و نتایج را با آزمون تجربی به‌کمک تجهیزات شتاب‌سنج و چکش محاسبه کردند [۱۳]. وانگ و همکاران (۲۰۱۳) روشی با نام مربعات دیفرانسیلی المان، برای تحلیل ارتعاشات آزاد تیرهای با چند سطح مقطع پله‌ای ارائه نموده و به‌منظور صحت‌گذاری روش خود، نتایج را با چند مرجع مختلف مقایسه کردند [۱۴]. در تمامی تحقیقات اخیر، ارتعاشات آزاد یک

همان‌گونه که گفته شد، یکی از ملاحظات اصلی طراحی فلکسچر، مسئله تعیین فرکانس طبیعی آن است. با توجه به ساختار هندسی فلکسچر پیشنهادی می‌توان فلکسچر را مشابه یک تیر با چند سطح مقطع مختلف در نظر گرفت. تحلیل فرکانس‌های ارتعاش عرضی و طولی تیرهای با سطح مقطع ثابت، در مراجع ارتعاشات در دسترس است [۱۰]. اما تحلیل تیرهایی با سطح مقطع مختلف، در این مراجع وجود ندارد و می‌توان در این زمینه به مقالات علمی رجوع کرد. جانگ و همکاران (۱۹۸۹) فرکانس‌های عرضی پایین و بالای تیر با دو سطح مقطع پله‌ای را با همه شرایط مرزی کلاسیک و به‌روش حل دقیق و حل عددی تحلیل نمودند [۱۱]. کوپلو و همکاران (۲۰۰۶) نیز حل دقیق تیر اویلر-برنولی با یک تغییر سطح مقطع و با شرایط مرزی دو سر

تحقیق، شناسایی و تعیین ملاحظات طراحی و ارائه روشی جهت طراحی بهینه فلکسچر یک سکوی تست شش مؤلفه‌ای می‌باشد. ساختار هندسی جدید فلکسچر که جهت برآورده ساختن همه ملاحظات طراحی سکوی تست شش مؤلفه‌ای پیشنهاد شده است به‌عنوان نوآوری این پژوهش محسوب می‌شود. با توجه به تطابق خوب بین نتایج تحلیل نظری و تجربی، طرح فلکسچر پیشنهادی، انتخاب مناسبی جهت استفاده در سکوی تست شش مؤلفه‌ای سامانه پیشران مدنظر می‌باشد.

## ۲. طرح فلکسچر پیشنهادی و ارائه ملاحظات طراحی

از جمله ملاحظات اصلی در طراحی فلکسچر سکوی تست، ماکزیم‌بودن نسبت انعطاف‌پذیری جانبی فلکسچر به انعطاف‌پذیری محوری آن است. هر چقدر این نسبت بزرگتر باشد، خطای کوپلینگ کوچکتر و فلکسچر طراحی‌شده مناسبتر است. یکی از روش‌های افزایش انعطاف‌پذیری جانبی، افزایش طول فلکسچر است. اما این موضوع باعث افزایش انعطاف‌پذیری محوری نیز می‌شود و در نتیجه از یک حد معینی، این افزایش طول تغییر چندانی در نسبت انعطاف‌پذیری جانبی به محوری به‌دنبال نخواهد داشت. از طرف دیگر، افزایش طول سبب کاهش بار بحرانی کمانش خواهد شد. نکته دیگر اینکه افزایش انعطاف‌پذیری جانبی سبب کاهش فرکانس طبیعی جانبی فلکسچر خواهد شد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، برآوردن این موضوعات به‌صورت همزمان، کاملاً با هم در تعارض می‌باشند. بنابراین در این مطالعه، مسئله به روش طراحی بهینه بررسی می‌شود. نخستین گام در مسئله طراحی بهینه تعیین قیدهای طراحی است. قیود طراحی را می‌توان به‌صورت روابط زیر نشان داد. در روابط ۱ تا ۶ به‌ترتیب مقادیر حداقل نسبت انعطاف‌پذیری جانبی به محوری، حداکثر تغییر شکل محوری مجاز، حداقل مقدار فرکانس طبیعی عرضی تحت نیروی فشاری محوری ۹۰۰ نیوتن، حداقل بار بحرانی کمانش، حداقل تنش محوری و حداکثر طول مجاز کل فلکسچر ارائه شده است.

$$\frac{C_y - F_y}{C_x - F_x} \gg 2000 \quad (1)$$

$$\delta_{axial} \ll 0.25 \text{ mm} \quad (2)$$

$$\omega_n)_{lateral} \gg 100 \text{ Hz} \quad (3)$$

$$P_{critical} \text{ (Buckling)} \gg 1300 \text{ N} \quad (4)$$

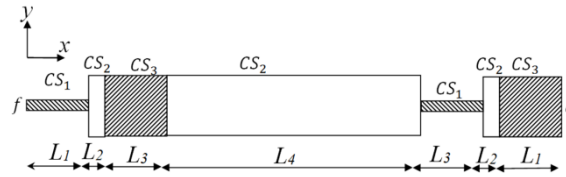
تیر با چند سطح مقطع پله‌ای بررسی شده است. اما چون فلکسچر سکوی تست تحت بارگذاری فشاری نیز قرار می‌گیرد، در این مسئله تحلیل ارتعاش جانبی فلکسچر تحت بارگذاری محوری انجام می‌گردد. یکی دیگر از ملاحظات اساسی طراحی، استخراج روابط تحلیلی بار بحرانی کمانش فلکسچر است. با توجه به پی‌ریختگی هندسی فلکسچر پیشنهادی در این طرح، بدیهی است تعیین بار بحرانی کمانش آن از روابط کلاسیک اویلری با سطح مقطع ثابت امکان‌پذیر نمی‌باشد. تیموشنکو تحلیل ستون با دو مقطع پله‌ای را به‌روش تحلیلی انجام داده است [۱۵]. همچنین مطالعاتی در زمینه روش‌های حل عددی تفاضل محدود، المان محدود و روش شکل مدهای ارتعاشی [۱۶] و روش تکراری تغییراتی [۱۷] برای تحلیل کمانش تیرهای با چند سطح مقطع انجام شده است. در تحقیقات متنوع انجام‌شده در زمینه تحلیل کمانش الاستیک تیرهای با چند سطح مقطع، از معادله دیفرانسیل مرتبه چهارم حاکم بر کمانش تیر - ستون استفاده می‌شود، اما با توجه بر فرضیات حاکم بر هر مسئله، تفاوت این روش‌ها در نحوه حل معادله دیفرانسیل آن است. در این پژوهش، برای تعیین بار بحرانی کمانش، از روش مسئله مقدار ویژه استفاده شده است.

با استخراج روابط تحلیلی مربوط به سایر الزامات طراحی شامل نسبت انعطاف‌پذیری خمشی به محوری فلکسچر، مقدار تنش مجاز و تغییر شکل‌های جانبی و محوری فلکسچر، کلیه ملاحظات طراحی وارد مسئله بهینه‌سازی شده و در نهایت ابعاد هندسی فلکسچر به‌دست می‌آید. جهت مقایسه نتایج حاصل از حل تحلیلی مسئله طراحی بهینه فلکسچر، مسئله به روش المان محدود نیز تحلیل می‌شود. به‌منظور صحت‌گذاری نتایج حاصل از مسئله طراحی بهینه و تحلیل نظری، دو مورد از موضوعات مهم طراحی؛ یعنی فرکانس طبیعی عرضی آزاد و بار بحرانی کمانش فلکسچر به‌روش تجربی نیز اندازه‌گیری می‌شود. در آزمون تجربی برای تعیین فرکانس‌های ارتعاشی فلکسچر، از یک قطعه بسیار نازک و سبک پی‌زوسرامیک برای اندازه‌گیری سه فرکانس طبیعی اول فلکسچر استفاده شده است. با توجه به اهمیت تعیین بار بحرانی کمانش، در این پژوهش دستگاهی به‌همین منظور طراحی و مقدار بار بحرانی کمانش به‌روش غیرمخرب ساتول اندازه‌گیری گردید. در مجموع با بررسی اقدامات گذشته در دنیا، می‌توان گفت که اطلاعات چندانی در زمینه طراحی فلکسچر سکوه‌های تست شش مؤلفه‌ای منتشر نشده است. بنابراین یکی از ویژگی‌های این

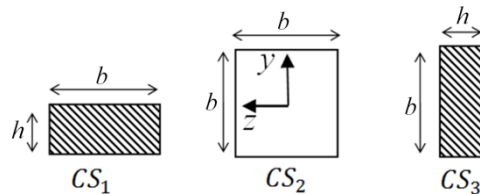
پیکربندی این فلکسچر، ترکیبی از مقاطع مستطیلی شکل استفاده شده است. در طرح فلکسچر پیشنهادی، تغییرات سطح مقطع فلکسچر، در طول آن به صورت پله‌ای تغییر می‌کند. ابعاد بخش‌های مختلف فلکسچر، در شکل ۵ نمایش داده شده است. ضخامت و عرض بخش‌های اول و پنجم فلکسچر به ترتیب به طول‌های  $L_1$  و  $L_3$  با هم برابرند. این سطح مقطع‌ها، تحت عنوان سطح مقطع  $CS_1$  نامگذاری می‌گردند. ضخامت و عرض بخش‌های دوم، چهارم و ششم فلکسچر به ترتیب به طول‌های  $L_2$ ،  $L_4$  و  $L_3$  نیز با یکدیگر برابرند. این سطح مقطع‌ها، تحت عنوان سطح مقطع  $CS_2$  نامگذاری می‌شوند. همچنین ضخامت و عرض بخش‌های سوم و هفتم فلکسچر به ترتیب به طول‌های  $L_3$  و  $L_1$  با یکدیگر برابرند. این سطح مقطع‌ها، تحت عنوان سطح مقطع  $CS_3$  نامگذاری می‌گردند. در شکل ۶ ضخامت و عرض هر سه سطح مقطع نمایش داده شده است.

## ۲-۱. استخراج روابط تحلیلی انعطاف‌پذیری

برای استخراج رابطه تحلیلی انعطاف‌پذیری جانبی و محوری فلکسچر فرض می‌شود که شرط مرزی ابتدای فلکسچر به صورت گیردار و شرط انتهایی آن تنها قابلیت جابجایی در راستای  $y$  و  $z$  را داشته باشند.



شکل ۵. پیکربندی هندسی فلکسچر با هفت مقطع پله‌ای شکل



شکل ۶. معرفی ضخامت و عرض سطح مقطع‌های فلکسچر

$$U_{bending} = \int_0^L \frac{M_y^2}{2EI_y} dx + \int_0^L \frac{M_z^2}{2EI_z} dx \quad (9)$$

$$U_{shearing} = \int_0^L \frac{\alpha V_y}{2GA} dx + \int_0^L \frac{\alpha V_z}{2GA} dx \quad (10)$$

$$\sigma_{axial} \ll \frac{\sigma_y}{4} \quad (5)$$

$$L_{total} \ll 0.22 m \quad (6)$$

قیدهای طراحی، ناحیه قابل قبول در طراحی را معین می‌کنند. در این طرح با توجه به سطح نیروی رانش سامانه پیشران و با توجه به چیدمانی ستون‌های لودسل - فلکسچر، ماکزیمم مقدار نیروی محوری اعمال شده به فلکسچر برابر رابطه ۷ می‌باشد.

$$P_{axial} = 900 N \quad (7)$$

گفتنی است مقادیر فوق از نتایج تحلیل استاتیکی و دینامیکی سکوی تست استخراج شده‌اند. مثلاً هر چقدر ماکزیمم مجاز تغییر شکل محوری فلکسچر کمتر از مقدار مذکور باشد، تأثیر مطلوب‌تری بر سازگاری مشخصه‌های دینامیکی اجزای سکو بر هم خواهد داشت. همان‌طور که گفته شد، ساختار هندسی فلکسچر باید به‌گونه‌ای طراحی شود که کلیه الزامات فوق را برآورد. با پیاده‌سازی روابط تحلیلی مربوط به قیدهای فوق برای ساختارهای هندسی دایروی شکل و مستطیلی ارائه‌شده در شکل ۲ مشخص گردید که این ساختارها نمی‌توانند قیدهای سکوی تست این مسئله را برآورده کنند. در این پژوهش، مطابق شکل ۴، فلکسچری با ساختار هندسی جدیدی پیشنهاد گردید که کلیه الزامات و قیدهای طراحی سکو را به‌خوبی برآورده سازد. در

برای فلکسچری که تحت بارهای خمشی، برشی، پیچشی و محوری قرار می‌گیرد، انرژی کرنشی کل به صورت روابط ۸ تا ۱۲ بیان می‌شود:

$$U = U_{bending} + U_{shearing} + U_{torsion} + U_{axial} \quad (8)$$

این پژوهش خواهد بود. هر چقدر فرکانس طبیعی عرضی سازه فلکسچر از فرکانس تحریک سامانه پیشران دورتر باشد، فلکسچر طراحی شده مناسبتر خواهد بود [۱۳]. گفتنی است در این سکو، در حالت بحرانی یکی از فلکسچرها در بدترین حالت، تحت بار محوری کششی - فشاری ۹۰۰ نیوتن قرار می‌گیرد. اگر نیروی محوری به صورت بار کششی وارد شود، فرکانس طبیعی تیر افزایش می‌یابد؛ زیرا نیروی کششی سبب افزایش سختی فلکسچر می‌شود. لذا تنها بررسی فرکانس طبیعی عرضی فلکسچر تحت بار فشاری ضرورت می‌یابد. تحلیل دینامیکی تیرهای با سطح مقطع متغیر<sup>۴</sup>، یک مسئله سازه‌ای کلاسیک است که بیشتر محققان در حل مسائل تیرهای با سطح مقطع متغیر که تیر به حد کافی نازک و بلند باشد، مسئله را به صورت تیر اویلر - برنولی فرض و حل معادله دیفرانسیل مرتبه چهار با ضرایب متغیر را تحلیل می‌کنند. براساس نظریه تیر تیموشنکو یا تیر ضخیم، اگر ابعاد مقطع عرضی در مقایسه با طول تیر کوچک نباشد، باید آثار اینرسی دورانی<sup>۵</sup> و تغییر شکل برشی<sup>۶</sup> را در نظر گرفت. در نظریه تیر نازک یا تیر اویلر - برنولی، از آثار اینرسی دورانی و تغییر شکل برشی صرف نظر می‌شود. معادله دیفرانسیل حاکم بر ارتعاشات اجباری عرضی تیر اویلر - برنولی با سطح مقطع غیریکنواخت و با دامنه کم تحت بار محوری و جانبی به صورت رابطه ۲۳ است [۱۳]:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right) + \rho A(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} - P \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = f(x,t) \quad (23)$$

به طوری که در آن، E مدول یانگ<sup>۷</sup>، I(x) لنگر سطح مقطع عرضی تیر، P نیروی محوری و f نیروی جانبی وارد بر تیر است. برای ارتعاشات تیر یکنواخت تحت بار محوری، رابطه ۲۳ به رابطه ۲۴ تبدیل می‌شود:

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} - P \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} = 0 \quad (24)$$

در نهایت مقدار  $w(x)$  به صورت رابطه ۲۵ استخراج می‌شود:

$$w(x) = c_1 \cos \beta_1 x + c_2 \sin \beta_1 x + c_3 \cosh \beta_2 x + c_4 \sinh \beta_2 x \quad (25)$$

در رابطه ۲۵، پارامتر  $\beta$  به صورت رابطه ۲۶ تعریف می‌شود:

$$U_{torsion} = \int_0^L \frac{M_x}{2Gj} dx \quad (11)$$

$$U_{axial} = \int_0^L \frac{N_x^2}{2EA} dx \quad (12)$$

مطابق تئوری دوم کاستیگلیانو، برای محاسبه تغییر شکل مکانی و زاویه‌ای فلکسچر در نقطه انتهایی فلکسچر، می‌توان به ترتیب روابط ۱۳ و ۱۴ را نوشت:

$$u_e = \frac{\partial U}{\partial F_e} \quad (13)$$

$$\theta_e = \frac{\partial U}{\partial M_e} \quad (14)$$

بنابراین می‌توان رابطه نیرو برحسب جابه‌جایی را به صورت رابطه ۱۵ نوشت:

$$\{U_e\} = [C_e] \{L_e\} \quad (15)$$

در رابطه فوق  $u_e$  بردار تغییر شکل در نقطه e است که شامل بخش خطی و زاویه‌ای، رابطه ۱۶، می‌شود.

$$\{U_e\} = \{u_{ex}, \theta_{ex}, u_{ey}, \theta_{ey}, u_{ez}, \theta_{ez}\}^T \quad (16)$$

بردار  $L_e$  نیز شامل تمامی مؤلفه‌های نیرو و گشتاور در نقطه انتهایی فلکسچر و  $C_e$  نیز ماتریس نرمی فلکسچر می‌باشد. در استخراج روابط تحلیلی با در نظر گرفتن فلکسچر به عنوان یک تیر نازک و بلند، از آثار برشی و پیچشی صرف نظر می‌شود. برای محاسبه تغییر شکل و چرخش موقعیت انتهایی فلکسچر می‌توان روابط ۱۷ تا ۲۲ را نوشت:

$$u_{ex} = C_{x-Fx} \cdot F_x \quad (17)$$

$$u_{ey} = C_{y-Fy} \cdot F_y \quad (18)$$

$$u_{ez} = C_{z-Fz} \cdot F_z \quad (19)$$

$$u_{e\theta x} = 0 \quad (20)$$

$$u_{e\theta y} = C_{\theta y-Fz} \cdot F_z \quad (21)$$

$$u_{e\theta z} = C_{\theta z-Fy} \cdot F_y \quad (22)$$

با جایگذاری روابط تغییر شکل مکانی و زاویه‌ای فلکسچر در روابط فوق، روابط تحلیلی انعطاف‌پذیری فلکسچر در راستاهای مختلف به دست خواهد آمد.

## ۲-۲. استخراج روابط تحلیلی ارتعاش عرضی

با توجه به انعطاف‌پذیری جانبی بالای فلکسچر، مقدار فرکانس طبیعی عرضی آن به مراتب کمتر از راستای محوری آن است. بنابراین تعیین فرکانس طبیعی عرضی فلکسچر از نکات مهم در

تا ۳۳ حاصل می‌شود. با به‌کارگیری معادلات فوق، در نهایت ۲۸ معادله و ۲۸ مجهول به‌دست خواهد آمد. دستگاه معادلات نهایی، به شکل ماتریس رابطه ۴۰ نوشته می‌شود:

$$[M]_{28 \times 28} [A]_{28 \times 1} = [0]_{28 \times 1} \quad (40)$$

برای وجود جواب غیر بدیهی باید دترمینان ماتریس ضرایب را برابر صفر قرار داد. با محاسبه دترمینان ماتریس مذکور، معادله مشخصه فرکانس سیستم تعیین می‌شود که ریشه‌های آن همان فرکانس‌های طبیعی عرضی فلکسچر هستند.

### ۲-۳. استخراج روابط بار بحرانی کمانش

معادله دیفرانسیل اساسی حاکم بر کمانش الاستیک تیر - ستون، بدون نیروی جانبی در طول یک تیر با سطح مقطع ثابت، به‌صورت رابطه ۴۱ است:

$$EI \frac{d^4 w(x)}{dx^4} + P \frac{d^2 w(x)}{dx^2} = 0 \quad (41)$$

فرض می‌شود:

$$k^2 = \frac{P}{EI} \quad (42)$$

با جایگذاری رابطه ۴۲ در رابطه ۴۱ می‌توان نوشت:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + k^2 \frac{d^2 w}{dx^2} = 0 \quad (43)$$

حل عمومی معادله ۴۳ به‌صورت رابطه ۴۴ است:

$$W(x)_i = A_i \sin k_i x + B_i \cos k_i x + Cx + D \quad (44)$$

با اعمال ۴ شرط مرزی برای فلکسچر دو سر گیردار  $W = 0$  و  $W' = 0$  و اعمال ۱۲ شرط میانی برای فلکسچر شکل ۱،  $W_i = W_{i+1}$  و  $W'_i = W'_{i+1}$  و تعداد ۱۶ معادله به‌دست می‌آید. معادلات نهایی به شکل ماتریس رابطه ۴۵ نوشته می‌شوند:

$$[M(k)]_{16 \times 16} [A]_{16 \times 1} = [0]_{16 \times 1} \quad (45)$$

مشابه مسئله مقدار ویژه، حداقل مقدار  $k$  که به ازای آن دترمینان  $[M]$  برابر صفر می‌شود، در رابطه  $k^2 = P/EI$  جایگذاری شده و به‌کمک آن نیروی بحرانی کمانش به‌دست می‌آید.

### ۲-۴. استخراج روابط تحلیل تنش فلکسچر

با توجه به نحوه چیدمانی ستون لودسل - فلکسچر در سکوی تست شش‌مؤلفه‌ای، نیروهای جانبی در مقایسه با نیروی محوری ناچیز فرض می‌شوند. در واقع نیروهای جانبی کمتر از یک‌دهم

$$\beta_1^2, \beta_2^2 = \frac{P}{2EI} \pm \sqrt{\frac{P^2}{4E^2 I^2} + \frac{\rho A \omega^2}{EI}} \quad (26)$$

گفتنی است ثابت‌های  $c_1$  تا  $c_4$  از شرایط مرزی تعیین می‌شوند. با توجه به اینکه فلکسچر مسئله حاضر، دارای هفت مقطع پله‌ای در طول فلکسچر است، برای هر بخش با سطح مقطع ثابت، یک معادله جداگانه حاکم می‌شود.

$$W_1(x) = A_1 \cos \beta_1 x + B_1 \sin \beta_1 x + C_1 \cosh \beta_2 x + D_1 \sinh \beta x \quad (27)$$

$$W_2(x) = A_2 \cos \beta_1 x + B_2 \sin \beta_1 x + C_2 \cosh \beta_2 x + D_2 \sinh \beta x \quad (28)$$

$$W_3(x) = A_3 \cos \beta_1 x + B_3 \sin \beta_1 x + C_3 \cosh \beta_2 x + D_3 \sinh \beta x \quad (29)$$

$$W_4(x) = A_4 \cos \beta_1 x + B_4 \sin \beta_1 x + C_4 \cosh \beta_2 x + D_4 \sinh \beta x \quad (30)$$

$$W_5(x) = A_5 \cos \beta_1 x + B_5 \sin \beta_1 x + C_5 \cosh \beta_2 x + D_5 \sinh \beta x \quad (31)$$

$$W_6(x) = A_6 \cos \beta_1 x + B_6 \sin \beta_1 x + C_6 \cosh \beta_2 x + D_6 \sinh \beta x \quad (32)$$

$$W_7(x) = A_7 \cos \beta_1 x + B_7 \sin \beta_1 x + C_7 \cosh \beta_2 x + D_7 \sinh \beta x \quad (33)$$

برای فلکسچر دو سر گیردار، شرایط مرزی به‌صورت روابط ۳۴ و ۳۵ خواهد شد:

$$W(x)_{(x=0)} = W(x)_{(x=1)} = 0 \quad (34)$$

$$EI \frac{\partial W(x)}{\partial x} \Big|_{(x=0)} = EI \frac{\partial W(x)}{\partial x} \Big|_{(x=1)} = 0 \quad (35)$$

برای محل تقاطع هفت مقطع مستطیلی‌شکل، چهار شرط میانی زیر بسط داده می‌شود:

$$W_{(i)} = W_{(i+1)} \quad (36)$$

$$W'_{(i)} = W'_{(i+1)} \quad (37)$$

$$EI_{(i)} W''_{(i)} = EI_{(i+1)} W''_{(i+1)} \quad (38)$$

$$EI_{(i)} W'''_{(i)} = EI_{(i+1)} W'''_{(i+1)} \quad (39)$$

در روابط فوق مقدار  $i=1,2,3,\dots,6$  است. با اعمال چهار شرط مرزی از روابط ۳۴ و ۳۵ و بسط ۲۴ شرط میانی از روابط ۳۶ تا ۳۹، تعداد ۲۸ شرط مورد نیاز جهت استخراج ثابت‌های روابط ۲۷

است. در ادامه، با نوشتن یک کد برنامه‌نویسی و به کمک قاعده محاسباتی بهینه‌سازی چندبعدی مقید، از روش مستقیم [۱۸]، ابعاد هندسی فلکسچر به دست می‌آید. در جدول ۲، مقادیر پارامترهای هندسی استخراج شده از مسئله طراحی بهینه فلکسچر آمده است.

جدول ۱. مشخصات استحکامی جنس فلکسچر

خاصیت	مقدار	واحد
مدول الاستیک	۶۵	گیگاپاسکال
نسبت پواسون	۰/۳۳	-
استحکام تسلیم	۴۰۷/۳۴	مگاپاسکال
استحکام نهایی	۵۰۸/۴۲	مگاپاسکال
چگالی	۲۷۹۰	کیلوگرم بر متر مکعب

جدول ۲. مقادیر پارامترهای هندسی فلکسچر بر حسب میلی متر

پارامتر	$L_1$	$L_2$	$L_3$	$L_4$	$b$	$h$
مقدار	۳۰	۱۰	۳۰	۸۰	۵	۳

جدول ۳. مقادیر پارامترهای اساسی طراحی فلکسچر

پارامتر	$\frac{C_y - F_y}{C_x - F_x}$	$\delta_{axial}$ [mm]	$\omega_n$ [Hz]	$P_{Buck}$ [N]	$\sigma_{axial}$ [MPa]
تحلیلی	۳۸۹۳	۰/۱۶۶	۲۷۴/۱	۱۶۶۲/۵	۶۰
المان محدود	۳۸۹۵/۶	۰/۱۸	۲۷۲/۷	۱۶۵۷/۲	۶۶/۷

در جدول ۳، نتایج مقادیر تحلیلی پارامترهای اساسی طراحی فلکسچر از مسئله طراحی بهینه ارائه شده است. به منظور مقایسه نتایج، در سطر بعدی نتایج حاصل از حل المان محدود ارائه شده است. همان گونه که مشاهده می‌شود، طرح فلکسچر پیشنهادی، کلیه الزامات و قیدهای مسئله را برآورده می‌سازد. گفتنی است با توجه به تقارن فلکسچر طراحی شده، مقادیر  $C_y - F_y$  و  $C_z - F_z$  با هم برابرند. در شکل ۷، تصویر فلکسچر ساخته شده نمایش داده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود جهت نصب فلکسچر به تکیه‌گاه‌ها، دو بلوک به طرفین فلکسچر اضافه شده است.



شکل ۷. تصویر فلکسچر ساخته شده

درصد نیروی محوری می‌باشند. بنابراین برای محاسبه تنش‌های محوری، مقطع کوچکتر، ضعیف‌ترین بخش فلکسچر در برابر بار محوری می‌باشد.

### ۳. روش طراحی بهینه و تعیین ابعاد هندسی فلکسچر

در مسئله طراحی بهینه، تابع هدف مناسب یکی از مهمترین گام‌های بهینه‌سازی است. هر مسئله بهینه‌سازی دارای تعدادی متغیر مستقل است. در اینجا متغیرهای طراحی با بردار  $n$  بعدی  $a_n$  نشان داده می‌شوند. پارامترهای هندسی  $L_1, L_2, L_3, L_4, h, b$  مؤلفه‌های بردار  $a_n$  می‌باشند. هدف از بهینه‌سازی، تعیین متغیرهای طراحی است، به گونه‌ای که توابع هدف در محدوده‌ای مطلوب قرار بگیرند. تابع هدف بهینه‌سازی این مسئله، دربرگیرنده شش تابع هدف است. محدودیت‌های مربوط به نسبت انعطاف‌پذیری جانبی به انعطاف‌پذیری محوری فلکسچر، تغییر شکل محوری، فرکانس طبیعی عرضی تحت بار محوری فشاری، بار بحرانی کمانشی، محدوده مجاز تنش و حداکثر مجاز طول فلکسچر از توابع هدف بهینه‌سازی می‌باشد. گفتنی است طراحی بهینه به گونه‌ای انجام می‌شود که پس از تأمین همه محدودیت‌ها، ماکزیمم شدن نسبت انعطاف‌پذیری جانبی به انعطاف‌پذیری محوری فلکسچر در درجه اول اهمیت قرار دارد. مثلاً اگر همه محدودیت‌ها تأمین شود، اما به ازای تغییر یک متغیر هندسی خاص، فرکانس طبیعی یا بار بحرانی کمانش افزایش یابند، اما نسبت انعطاف‌پذیری کاهش یابد، این موضوع مطلوب مسئله طراحی بهینه نمی‌باشد. بنابراین می‌توان با تشکیل یک تابع هدف جدید به صورت ترکیب خطی از توابع هدف اصلی، فرایند طراحی را انجام داد. ماده انتخاب شده برای فلکسچر از جنس آلومینیوم سری ۷۰۰۰ با خواص مطابق جدول ۱، می‌باشد. مقادیر استحکامی این جدول، از نتایج اندازه‌گیری آزمون کشش ساده، توسط مرجع آزمایشگاهی ارائه شده است. همچنین مقدار چگالی سازه فلکسچر با اندازه‌گیری وزن آن توسط ترازوی دیجیتال<sup>۸</sup> با دقت ۰/۱ گرم و اندازه‌گیری ابعاد هندسی فلکسچر به دست آمده



همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقادیر فرکانس طبیعی اول سه تئوری به هم نزدیک می‌باشند، اما اختلاف مقادیر در فرکانس‌های بالا، بیشتر می‌شود.

#### ۴. صحنه‌گذاری تجربی فرکانس طبیعی و کماتش

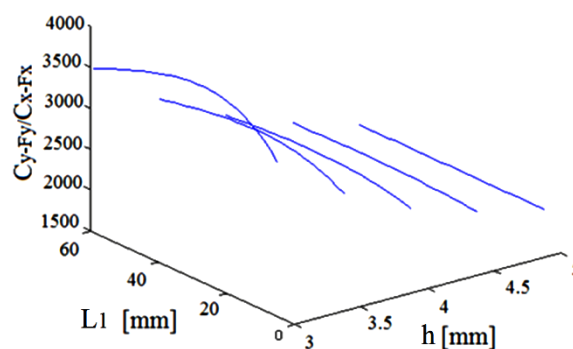
بهم‌نظر صحنه‌گذاری نتایج تحلیل تئوری و اطمینان از فلکسچر طراحی شده، دو مورد از موضوعات مهم تحلیل فلکسچر؛ یعنی تعیین فرکانس طبیعی عرضی آزاد و کماتش فلکسچر به‌صورت تجربی بررسی می‌گردند.

#### ۴-۱. اندازه‌گیری فرکانس طبیعی عرضی آزاد فلکسچر

در این پژوهش به‌منظور کاهش آثار وزن حسگر ارتعاشی بر مشخصه‌های دینامیکی فلکسچر، با توجه به وزن بسیار کم فلکسچر مسئله، برابر ۱۲ گرم، یک قطعه بسیار نازک و سبک پیزوسرامیک، روی سطح فلکسچر چسبانده می‌شود. این قطعه دارای پاسخ فرکانسی بالایی می‌باشد. ضخامت این قطعه برابر ۰/۳۵ میلی‌متر و ابعاد آن ۴×۸ میلی‌متر است. وزن این قطعه برابر ۰/۰۷۳ گرم است. حساسیت این قطعه، بیشتر از حساسیت کرنش‌سنج<sup>۱۱</sup> است و سیگنال حاصله، کیفیت بهتری نسبت به مجموعه کرنش‌سنج و تجهیزات داده‌برداری آن دارد. به‌کمک نتایج حل المان محدود، محل نصب قطعه پیزوسرامیک تعیین و در موقعیت مطلوب نصب می‌شود. در شکل ۹، دستگاه آزمون تجربی نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود فلکسچر، به‌صورت دو سر گیردار، توسط دو گیره محکم نگه داشته می‌شود. خروجی قطعه پیزوسرامیک نصب‌شده روی فلکسچر، به یک شارژ آمپلی‌فایر<sup>۱۲</sup> و سپس به یک اسیلوسکوپ دیجیتال<sup>۱۳</sup> با قابلیت داده‌برداری 2 GS/s متصل می‌گردد. با اعمال یک ضربه کوچک عمودی به وسط فلکسچر، سیگنال خروجی، توسط اسیلوسکوپ ثبت می‌شود. پس از ذخیره‌سازی داده‌ها، نحوه تغییرات سیگنال اندازه‌گیری‌شده مطابق شکل ۱۰ خواهد بود. در این شکل تغییر شکل‌های نرمال‌شده<sup>۱۴</sup> فلکسچر برحسب زمان، در موقعیت نصب قطعه پیزوسرامیک نمایش داده شده است. با استفاده از دستور تبدیل فوریه سریع<sup>۱۵</sup> موجود در نرم‌افزار متلب<sup>۱۶</sup>، برای داده‌های فوق، پاسخ فرکانسی فلکسچر به‌دست می‌آید. در شکل ۱۱، نتیجه حاصل از تبدیل فوریه سریع سیگنال‌های نرمال شده در حوزه فرکانس ارائه شده است.

#### ۳-۱. بررسی اثر تغییر $h$ و $L_1$ بر نسبت انعطاف‌پذیری

بهم‌نظر اثبات بهینه‌بودن فرایند طراحی، در شکل ۸ نشان داده می‌شود که مقدار نسبت انعطاف‌پذیری جانبی به محوری فلکسچر طراحی شده، در محدوده ماکزیمم می‌باشد. با کاهش ضخامت  $h$  از ۵ به ۳ میلی‌متر، ماکزیمم مقدار نسبت انعطاف‌پذیری جانبی به محوری فلکسچر، بیش از دو برابر افزایش می‌یابد. مقدار ماکزیمم نسبت انعطاف‌پذیری نیز در جایی است که طول  $L_1$  تقریباً ۳۰ میلی‌متر می‌باشد.



شکل ۸ اثر تغییر طول  $L_1$  و ضخامت  $t_1$  بر نسبت انعطاف‌پذیری

#### ۳-۲. تحلیل ارتعاشات عرضی آزاد فلکسچر

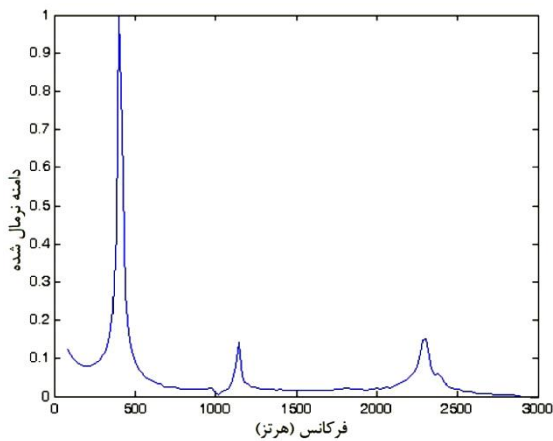
جهت مقایسه نتایج تحلیل نظری با نتایج تحلیل تجربی، در این بخش ارتعاشات عرضی آزاد فلکسچر مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین به‌منظور بررسی درستی مقادیر حاصل از حل دقیق تئوری اویلر - برنولی، نتایج با حل المان محدود اویلر - برنولی مقایسه می‌گردد. برای بررسی آثار ناشی از تغییر شکل‌های برشی فلکسچر مورد تحقیق، مقادیر سه فرکانس طبیعی اول حل اویلر - برنولی با حل المان محدود تئوری تیموشنکو به‌کمک نرم‌افزار المان محدود انسیس<sup>۹</sup> مقایسه می‌شود. با انتخاب المان تیر<sup>۱۳</sup> و تنظیمات مربوط به تغییر شکل‌های برشی، مسئله با ۱۱۱ گره و ۱۱۰ المان، مدل‌سازی می‌گردد. در جدول ۴، مقادیر سه فرکانس طبیعی اول تیر اویلر - برنولی به روش تحلیلی، اویلر - برنولی و تیموشنکو المان محدود ارائه شده است.

جدول ۴. مقایسه نتایج حاصل از روش تحلیلی و المان محدود (هرتز)

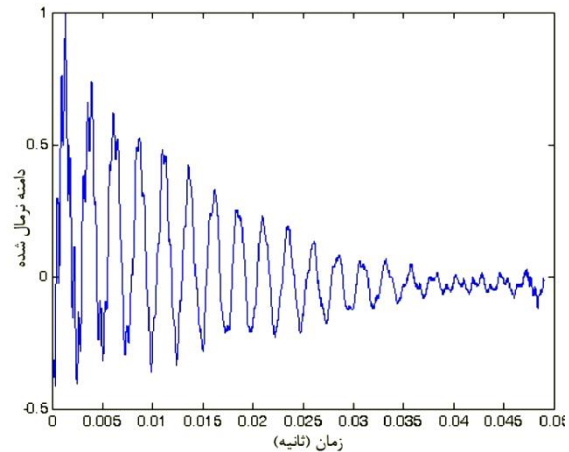
تئوری	اول	دوم	سوم
اویلر تحلیلی	۴۰۵/۶	۱۱۱۴/۵	۲۳۱۹/۴
اویلر المان محدود	۴۰۴/۷۵	۱۱۱۳/۹	۲۳۱۶/۶
تیموشنکو المان محدود	۴۰۳/۶۲	۱۱۰۸/۵	۲۲۹۶/۳



شکل ۹. مجموعه تجهیزات آزمون تجربی تعیین فرکانس طبیعی فلکسیچر



شکل ۱۱. پاسخ فرکانسی جابه جایی های نرمال شده فلکسیچر



شکل ۱۰. نحوه تغییر شکل های نرمال شده فلکسیچر بر حسب زمان

می شود [۱۹]. عدم تطابق کامل نتایج با یکدیگر در جدول ۶ می تواند ناشی از خطای اندازه گیری چگالی تیر، مدول یانگ، عدم صلبیت کامل شرایط تکیه گاهی در عمل و حذف آثار میرایی ساختاری فلکسیچر در مدلسازی تئوری باشد. در مجموع می توان نتیجه گرفت که تطابق خوبی بین تحلیل تئوری و تجربی در سه فرکانس طبیعی اول فلکسیچر برقرار است. بنابراین می توان نسبت به فرض اویلر - برنولی استفاده شده در روش تحلیل تئوری مسئله اطمینان حاصل نمود.

جدول ۵. نتایج آزمون تجربی تعیین فرکانس طبیعی فلکسیچر (هرتز)

اول	دوم	سوم
۴۰۱/۲	۱۱۲۱	۲۳۰۳

همان طور که در شکل دیده می شود، تغییرات پاسخ فرکانسی در محدوده مورد بررسی دارای سه پیک است. این پیکها بیانگر سه فرکانس طبیعی اول فلکسیچر طراحی شده است. در جدول ۵، نتایج حاصل از آزمون تجربی تعیین فرکانس طبیعی فلکسیچر ارائه شده است. خطای مقادیر حاصل از حل تئوری نسبت به آزمون تجربی، بر حسب درصد، در جدول ۶ بیان شده است. همان طور که مشاهده می شود، نتایج تئوری تیموشنکو، در مود اول و سوم مطابقت خوبی با آزمون تجربی دارد. گفتنی است که تئوری کلاسیک تیر اویلر - برنولی، فرکانس های ارتعاشی مودهای پایین را به صورت مطلوبی پیش بینی می کند، اما این تئوری، در مودهای بالاتر و جایی که آثار تغییر شکل برشی و اینرسی دورانی اهمیت دارد دقت کمتری دارد، بنابراین در این موارد، در صورت لزوم تئوری تیر تیموشنکو استفاده

دیجیتال<sup>۱۸</sup> ۲۴ بیتی با قابلیت تفکیک پذیری ۲۰/۰۰۰ تقسیم‌بندی جهت داده‌برداری از لودسل استفاده شده است. جهت اندازه‌گیری بار بحرانی کمانش فلکسچر طراحی شده، از روش ساتول<sup>۱۹</sup> استفاده می‌شود. نمودار ساتول یک روش غیرمخرب برای آزمایش نیروی بحرانی کمانش ستون‌ها است. به‌منظور ترسیم نمودار ساتول، فلکسچر تحت بارگذاری‌های محوری متوالی قرار می‌گیرد و با افزایش بار محوری  $P$ ، به ازای هر مقدار از بار محوری، میزان جابه‌جایی عرضی فلکسچر  $V_m$  یادداشت می‌شود. در شکل ۱۲، تصویر فلکسچر نصب‌شده روی دستگاه اندازه‌گیری بار بحرانی کمانش نشان داده شده است. همچنین از یک ساعت اندیکاتور جهت اندازه‌گیری جابه‌جایی عرضی فلکسچر استفاده شده است.



شکل ۱۲. تجهیزات آزمون تجربی تعیین بار بحرانی کمانش فلکسچر

برخی از سکوی‌های تست موجود در دنیا، نتوانستند الزامات طراحی این سکو را برآورده سازند، فلکسچری با ساختار هندسی جدید پیشنهاد گردید. با استخراج روابط تحلیلی و تعیین توابع هدف و قیدهای طراحی، به‌کمک قاعده محاسباتی بهینه‌سازی چندبعدی مقید از روش مستقیم، ابعاد هندسی فلکسچر مذکور بدست آمد. به‌منظور صحت‌گذاری فرایند طراحی فلکسچر، مسئله به‌کمک نرم‌افزار المان محدود انسیس مدل‌سازی شد و نتایج با حل تحلیلی مقایسه گردید. با تغییر پارامترهای هندسی  $L_1$  و  $h$  و تأثیر آن بر نسبت انعطاف‌پذیری جانبی فلکسچر، اثبات گردید که فلکسچر طراحی شده ابعاد بهینه‌ای دارد. با مقایسه نتایج تحلیل تئوری - تجربی فرکانس طبیعی عرضی فلکسچر، تأیید گردید که می‌توان به فرض اویلر - برنولی استفاده شده در روش حل تحلیلی مسئله اطمینان حاصل نمود. در ادامه، نتایج تحلیل تئوری تعیین

جدول ۶. مقایسه مقدار خطای تحلیل‌های تئوری نسبت به آزمون تجربی

نوع تحلیل	اول	دوم	سوم
حل المان محدود تیموشنکو	۰/۶۰	۱/۱۱	۰/۲۹
حل المان محدود اویلر - برنولی	۰/۸۸	۰/۶۳	۰/۵۹
حل دقیق اویلر - برنولی	۱/۱۰	۰/۵۸	۰/۷۱

#### ۴-۲. اندازه‌گیری بار بحرانی کمانش فلکسچر

با توجه به اهمیت تعیین بار بحرانی کمانش فلکسچر در این تحقیق، دستگاهی به‌همین منظور طراحی گردید. دستگاه مذکور مجهز به یک لودسل<sup>۱۷</sup> با ظرفیت ۲۰۰ کیلوگرم و میزان خطای غیر خطی ۰/۰۳ درصد می‌باشد. همچنین از یک نشان‌دهنده

با ترسیم مقادیر  $V_m/P$  بر روی محور  $x$  و  $V_m$  روی محور  $y$ ، و گذراندن یک خط راست از نقاط به‌دست آمده، نمودار ساتول به‌دست خواهد آمد که با محاسبه شیب خط، مقدار بار بحرانی کمانش فلکسچر برابر ۱۴۵۰ نیوتن خواهد شد. مقدار نیروی بحرانی کمانش تئوری، ۱۴/۳ درصد نسبت به مقدار تجربی خطا دارد.

#### ۵. نتیجه‌گیری

فلکسچرها به‌عنوان لولای انعطاف‌پذیر، یکی از اجزای اصلی سکوی‌های تست پیش‌ران محسوب می‌شوند. در این مقاله ابتدا ملاحظات اساسی در فرایند طراحی فلکسچر برای یک سکوی تست شش‌مؤلفه‌ای خاص شناسایی گردید. با توجه به اینکه ساختار هندسی فلکسچرهای دایروی و مستطیلی شکل متداول در

تحليل تئوری و تجربی، طرح فلکسیچر پيشنهادی انتخاب مناسبی برای استفاده در سکوی تست سامانه پيشران مدنظر می‌باشد.

بار بحرانی کماتش فلکسیچر با آزمون تجربی مقایسه شد. با توجه به برآورده نمودن همزمان ملاحظات طراحی و تطابق بین نتایج

## ۶. مآخذ

- [1] N. Gligorijević, S. Živković, S. Subotić, S. Kozomara, M. Nikolić, S. Čitaković, Side force determination in the rocket motor thrust vector control system, *Scientific Technical Review*, Vol. 63, No. 2, pp. 27-38, 2013.
- [2] R. B. Runyan, J. P. Rynd, J. F. Seely, Thrust stand design principles, *AEDC Group, Tennessee*, AIAA-92-3976, 1992.
- [3] D. P. Ankeney, C. E. Woods, *Design criteria for large accurate solid-propellant static-thrust stands*, No. NOTS-TP-3240, naval ordnance test station chna lake ca, 1963.
- [4] C. Zhu, X. Xiaoli, The dynamic measurement of thrust misalignment in solid rocket motors based on load identification technique, *Proceedings of the 9th International Conference on Electronic Measurement & Instruments*, pp. 2-544, 2009.
- [5] Z. N. Brimhall, J. P. Atkinson, D. R. Kirk, H. G. Peebles, Design of a novel six degree of freedom solid rocket motor test stand, *Florida Institute of Technology*, Melbourne, FL 32901, 2007.
- [6] N. Lobontiu, *Compliant mechanisms: design of flexure hinges*, CRC press, 2002.
- [7] C. Yang, Calculation and analysis of parabolic flexure hinge, *Proceedings of the International Conference on Measurement, Information and Control (MIC)*, Vol. 1, pp. 5-8, 2012.
- [8] M. Acer, A. Sabanovic, Comparison of circular flexure hinge compliance modeling methods, *Proceedings of the International Conference on Mechatronics (ICM)*, pp. 271-276, 2011.
- [9] M. A. Ramasmavi, F. S. Alvi, A. Krothapalli, Special 6-component jet rig balance for studying new thrust vectoring concepts, *Proceedings of the International Congress on Instrumentation in Aerospace Simulation Facilities*, 1997.
- [10] S. S. Rao, *Mechanical Vibration*, 5th Edition, Prentice Hall, 2010.
- [11] S. K. Jang, C. W. Bert, Free vibration of stepped beams: exact and numerical solutions, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 130, No. 2, pp. 342-346, 1989.
- [12] M. A. Koplrow, A. Bhattacharyya, B. P. Mann, Closed form solutions for the dynamic response of Euler-Bernoulli beams with step changes in cross section, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 295, No. 1, pp. 214-225, 2006.
- [13] J. W. Jaworski, E. H. Dowell, Free vibration of a cantilevered beam with multiple steps: Comparison of several theoretical methods with experiment, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 312, No. 4, pp. 713-725, 2008.
- [14] X. Wang, Y. Wang, Free vibration analysis of multiple-stepped beams by the differential quadrature element method, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 219, No. 11, pp. 5802-5810, 2013.
- [15] S. P. Timoshenko, J. M. Gere, *Theory of Elastic Stability*, New York: Mc-Graw Hill, 1961.
- [16] A. R. Rahai, S. Kazemi, Buckling analysis of non-prismatic columns based on modified vibration modes, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 13, No. 8, pp. 1721-1735, 2008.
- [17] S. B. Coşkun, M. Tanık Atay, Determination of critical buckling load for elastic columns of constant and variable cross-sections using variational iteration method, *Computers & Mathematics with Applications*, Vol. 58, No. 11, pp. 2260-2266, 2009.
- [18] S. C. Chapra, R. P. Canale, *Numerical Methods for Engineers*, 6<sup>th</sup> Edition, McGraw-Hill, 2009.
- [19] A. S. Sarigül, G. Aksu, A finite difference method for the free vibration analysis of stepped Timoshenko beams and shafts, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 21, No. 1. pp.1-12, 1986.

- 
1. thrust vector control
  2. thrust vector misalignment
  3. load cell- flexure column
  4. variable stepped beams
  5. rotary inertia
  6. transverse shear deformation
  7. Youngs modulus
  8. AND EK-600 i
  9. Ansys 10
  10. Beam 3
  11. strain gage
  12. charge amplifier
  13. Tektronix TDS-2024C
  14. normalized amplitude
  15. FFT
  16. Matlab software
  17. Bongshin DBBP-200
  18. Bongshin BS-7300
  19. Southwell