

بررسی پارامترهای میدان تنش در یک صفحه تقویت شده ترکدار تحت مود ترکیبی II/I

مهناز ذاکری^۱، ابوالفضل جعفری^۲

۱ استادیار، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی، تهران، m.zakeri@kntu.ac.ir

۲ دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی، تهران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۶/۱۶

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۱۰/۲۲

چکیده

صفحات نازک تقویت شده به طور گستردگی در صنایع مهندسی به کار گرفته می‌شوند. وجود ترک عامل مهمی در واماندگی این گونه سازه‌هاست که می‌تواند به تخریب سازه در زمانی کمتر نسبت به کارکرد واقعی آن در حالت بدون ترک منجر شود. در این مقاله، ضرایب شدت تنش مودهای اول و دوم شکست برای صفحه نازک تقویت شده ایزوگرید با شبکه‌بندی لوزی و تقویت‌کننده‌هایی با مقطع T شکل، تحت شرایط بارگذاری تک محوری و دو محوری مورد مطالعه قرار گرفته است تا تفاوت آن با صفحات ساده مشخص شود. صفحه تقویت شده مستطیلی دارای ۱۲ ریب تقویتی با زاویه ۶۰ درجه نسبت به محور عرضی است. به‌منظور مدل‌سازی صفحات تقویت شده، صفحه و تقویت‌کننده‌ها به صورت یکنواخت با هم مونتاژ شده‌اند. مدل‌سازی و تحلیل با استفاده از نرم‌افزار اجزای محدود آباکوس صورت گرفته و تأثیر پارامترهای مختلف مثل طول و زاویه ترک و همچنین حالات متنوع بارگذاری بر ضرایب شدت تنش در صفحه تقویت شده مشبك بررسی می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که هر یک از متغیرهای مورد بررسی تأثیر قابل توجهی بر ضرایب شدت تنش دارد. همچنین با تغییر زاویه ترک و یا در حالت‌های مختلف بارگذاری، ضرایب شدت تنش در صفحه مشبك تقویت شده می‌توانند دارای مقادیر منفی باشند.

واژگان کلیدی

مود ترکیبی II/I، ترک مرکزی، تقویت‌کننده، ایزوگرید، شبکه‌بندی لوزی

۱. مقدمه

کاربردهای فراوانی در صنایع گوناگون از جمله صنایع دریایی، خودروسازی، هسته‌ای، مخازن تحت فشار و بهویژه صنایع هوافضا داشته‌اند. صفحات تقویت شده با شبکه‌بندی لوزی، موسوم به انگل

صفحات مشبك تقویت شده با شبکه‌بندی‌های گوناگون به دلیل دارابودن نسبت استحکام به وزن قابل توجه نسبت به سایر صفحات و همچنین توان برابری بسیار بالا، طی سالیان اخیر

شدت تنش در اطراف نوک ترک و در نزدیکی استرینگر شکسته شده مقادیر بالای خواهد داشت، اما این مقادیر در نزدیکی استرینگرهای سالم کمتر خواهد بود [۴]. ایسیدا و همکاران (۱۹۷۳) روابطی تحلیلی برای ضرایب شدت تنش در صفحه دارای ترک مرکزی و تحت بارگذاری کششی را در حالی که صفحه توسط استرینگرها در لبه‌های طولی صفحه احاطه شده بود ارائه دادند [۵]. وجود این استرینگرها شرایطی مشابه تکیه‌گاه گیردار برای لبه‌های طولی صفحه ایجاد می‌کرد. آنها تأثیر وجود تعداد تقویت‌کننده‌های طولی، طول ترک و تعداد ترک‌های موجود در صفحه را بر مقادیر این ضرایب مورد بررسی قرار دادند. هیلتون (۱۹۷۳) نشان داد که واردشدن بار محوری عرضی کششی به صفحه دارای ترک مرکزی که تحت بار محوری طولی کششی قرار دارد، سبب کاهش ضرایب شدت تنش در اطراف نوک ترک می‌شود [۶]. راتوانی و ویلهم (۱۹۷۹) با استفاده از روش اجزای محدود، تأثیر شدت و نسبت بارگذاری دومحوری کششی بر ضرایب شدت تنش ترک، در صفحه دارای تقویت‌کننده‌های طولی و صفحه تقویت‌نشده را مورد بررسی قرار دادند و دریافتند که روند افزایش یا کاهش این ضرایب در هر دو صفحه تقویت‌شده و تقویت‌نشده مشابه می‌باشد [۷].

ریچ و قاسم (۱۹۸۵) تأثیر فاصله بین استرینگرهای موقعيت پرچهای اتصال و استحکام نسبی ایجادشده توسط استرینگرهای را بر رفتار ضرایب شدت تنش، برای صفحه دارای تقویت‌کننده‌های طولی مورد بررسی قرار دادند [۸]. شکارایو و موور (۱۹۸۷) روابطی تحلیلی برای محاسبه ضرایب شدت تنش در صفحات دارای تقویت‌کننده‌های طولی، که با پرچ به صفحه متصل شده بودند، ارائه و نتایج تحلیلی را با نتایج عددی حاصل از روش اجزای محدود مقایسه کردند [۹]. نتایج عددی آنها اختلاف ۶ درصدی با نتایج تحلیلی داشت. یوم و هونگ (۱۹۹۱) ضرایب شدت تنش را برای صفحات ارتوتروپ حاوی ترک مرکزی و تحت بار کششی مورد بررسی قرار دادند [۱۰]. ایشان تأثیر پارامترهایی نظیر ابعاد صفحه، طول و زاویه ترک و زاویه قرارگیری الیاف را بر ضرایب شدت تنش مورد بررسی قرار دادند. یه (۱۹۹۳) با استفاده از روشی بر پایه تغییر مکان‌های سازگار، روابطی تحلیلی برای محاسبه ضرایب شدت تنش در صفحات ارتوتروپ دارای تقویت‌کننده‌های طولی و حاوی ترک مرکزی ارائه نمود و اعتبار نتایج حاصل از این روش را با مقایسه با حل عددی به اثبات رساند [۱۱]. سالگادو و

گرید^۱ می‌باشد و در واقع می‌توان آن را حالتی خاص از صفحات شبک ایزوگرید^۲ نامید. ترک‌های ناشی از خستگی، جوشکاری و یا ضربه می‌تواند منجر به واماندگی و شکست در این نوع سازه‌ها گردد. وجود ترک در صفحات تقویت‌شده می‌تواند رفتار مکانیکی آن را از جنبه‌های گوناگون تحت تأثیر قرار دهد و موجب کاهش قابل ملاحظه‌ای در مقاومت نهایی این‌گونه سازه‌ها شود. حساسیت قابل توجه استحکام صفحات نسبت به وجود نواقصی چون ترک، از اهمیت بسیار بالایی در تأمین اینمی سازه برخوردار است. تحلیل استحکام این نوع سازه‌ها در صورت وجود ترک به مراتب پیچیده‌تر از صفحات تقویت‌نشده است و با توجه به کارگیری روزافرونو ا نوع صفحات شبک با شبکه‌های مختلف مانند لوزی، مثلث و شش‌ضلعی توسط مهندسان طراح، بررسی رفتار این نوع سازه‌ها تحت تأثیر وجود ترک نیازمند تحلیل‌های عددی و تجربی است. ضریب شدت تنش یکی از مهمترین پارامترهای مورد بررسی در مکانیک شکست است. در تحلیل مسائل مکانیک شکست، محاسبه ضرایب شدت تنش با توجه به انواع هندسه و بارگذاری‌ها از جایگاه ویژه‌ای برخوردار است. با استفاده از این ضرایب می‌توان این قطعه و میزان نرخ رشد ترک را برآورد کرد. روش‌های متنوعی برای به دست آوردن این ضرایب وجود دارد که از میان این روش‌ها، با توجه به محدودیت روش‌های تحلیلی به مسائل ساده، روش‌های عددی و به ویژه روش‌های اجزای محدود به دلیل انعطاف‌پذیری زیادی که در حل مسائل مکانیک شکست دارند، بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند.

در زمینه بررسی ترک در صفحات نازک ساده، تحقیقات بسیاری به روش‌های تحلیلی، عددی و تجربی انجام و مقالات زیادی منتشر شده است. وجود ترک در سازه‌های تقویت‌شده نیز در سال‌های اخیر مورد توجه و مطالعه قرار گرفته است. برای مدلسازی ترک به روش اجزای محدود با توجه به تکینگی تنش در مجاورت نوک ترک، بایسکو [۱] و تریسی [۲] در تحقیقاتی بهمنظور اندازه‌گیری ضرایب شدت تنش، المان‌های منفرد را به عنوان المان‌های مخصوص نوک ترک معرفی کردند. موبای (۱۹۷۰) برای تحلیل ترک لبه‌ای تحت بارگذاری کششی از روش نرخ رهایی انرژی استفاده کرد [۳]. پو (۱۹۷۳) رفتار ضرایب شدت تنش در صفحات دارای تقویت‌کننده‌های طولی و حاوی ترک مرکزی را مورد بررسی قرار داد و دریافت که در صورت شکستن استرینگرهای^۴، با توجه به انتقال بار به استرینگرهای مجاور، ضرایب

شدت تنش مود اول شکست در صفحات تقویت‌شده ارائه کردند [۲۲]. آنها همچنین تأثیر هندسه مقطع تقویت‌کننده را بر ضربه شدت تنش بررسی کردند. بیاتفر و همکاران (۲۰۱۴) نیز با استفاده از روش اجزای محدود، به مطالعه استحکام باقیمانده در صفحات حاوی ترک با تقویت‌کننده طولی تحت بار فشاری پرداختند [۲۳]. نتایج نشان داد که استحکام باقیمانده این نوع سازه‌ها بسیار متأثر از اندازه و موقعیت ترک می‌باشد. کایژو و همکاران (۲۰۱۴) تأثیر پارامترهای ترک را بر استحکام نهایی باقیمانده در صفحات تقویت‌شده اورتوگرید تحت بار محوری فشاری مورد بررسی قرار دادند [۲۴]. قاسمی قلعه بهمن و صلوانی (۲۰۱۵) نیز ضرایب شدت تنش و ضرایب ترمهای مرتبه بالای ترک در حالت‌های مختلف مود شکست را با استفاده از روش اجزای محدود توسعه یافته مورد مطالعه قرار دادند [۲۵].

با مرور پژوهش‌های موجود مشاهده می‌شود که با وجود گستردگی پژوهش‌ها درخصوص ضرایب شدت تنش در صفحات ساده، مطالعات اندکی درباره این ضرایب در صفحات تقویت‌شده انجام شده است. با توجه به اینکه شناخت روند تغییرات ضرایب شدت تنش نقش قابل توجهی در طراحی، تعمیر و نگهداری این‌گونه سازه‌ها دارد، در این مقاله به بررسی تأثیر طول و زاویه ترک، بر ضرایب شدت تنش مود اول و دوم شکست (K_{I} , K_{II}) در صفحات تقویت‌شده مشبک ایزوگرید با شبکه‌بندی لوزی پرداخته می‌شود. همچنین تأثیر ضربه شدت بار دوممحوری در حالت‌های مختلف بارگذاری تکمحوری و دوممحوری صفحه مورد تحلیل قرار می‌گیرد. بهدلیل پیچیدگی مدلسازی صفحات تقویت‌شده دارای ترک و عدم دسترسی به نتایج تحلیلی یا تجربی در این سازه‌ها، قبل از تحلیل عددی این مسئله ابتدا به مقایسه نتایج حل عددی حاصل از نرمافزار با حل تحلیلی ضرایب شدت تنش در یک صفحه ساده حاوی ترک مرکزی پرداخته شده است. پس از حصول اطمینان نسبت به صحت روند مدلسازی و حل عددی، مدلسازی و بررسی رفتار صفحات تقویت‌شده ایزوگرید حاوی ترک انجام می‌گیرد.

۲. صحه‌گذاری محاسبه ضرایب شدت تنش در نوک ترک

با توجه به اینکه استفاده از روش‌های تحلیلی برای مسائل صفحات تقویت‌شده بسیار پیچیده است، بسیاری از پژوهشگران

علی‌آبادی (۱۹۹۶) با در نظر گرفتن تعییر مکان‌های سازگار بین صفحه و استرینگرهای طولی و به کارگیری روش المان‌های مرزی و انتگرال لء ضرایب شدت تنش برای صفحه دارای تقویت‌کننده‌های طولی را محاسبه کردند [۱۲]. وفایی و استکانچی (۱۹۹۹) بهصورت پارامتری تأثیر طول ترک، زاویه ترک، ضربه پواسون و شرایط مرزی را بر رفتار مکانیک شکست سازه‌های تقویت‌شده بررسی نمودند [۱۳]. این محققان در تحقیقی دیگر (۲۰۰۲) پارامترهای تأثیرگذار بر ناپایداری صفحات ساده حاوی ترک لبه‌ای را مورد بررسی قرار دادند [۱۴]. راثو و رحمان (۲۰۰۱) مقادیر ضرایب شدت تنش را به کمک انتگرال‌گیری روی سطح در اطراف نوک ترک به دست آورند [۱۵]. همچنین تنش‌های اطراف نوک ترک را با استفاده از توابع غنی‌شده در گره‌ها با استفاده از روش المان محدود محاسبه کردند.

کومار و پایک (۲۰۰۴) در پژوهشی بهصورت تجربی و عددی، مقاومت نهایی صفحات فولادی ترک‌دار تحت نیروهای محوری فشاری و کششی را مورد مطالعه قرار دادند [۱۶]. بریگنتی (۲۰۰۵) تأثیر پارامترهای هندسی و مکانیکی ترک بر ضرایب شدت تنش در صفحات ساده حاوی ترک مرکزی تحت بار کششی را به صورت عددی بررسی کرد [۱۷]. فلک و کیو (۲۰۰۷) نیز چرمگی شکست انواع ورق‌های ساخته شده از مواد ایزوتروپ که دارای انواع ساختار مشبک (لانه‌زنیوری، مثلث و کاژومه^۱) بودند را بهصورت تحلیلی ارائه کردند [۱۸]. نتایج حاصل از این تحقیق تطابق مناسبی بین مقادیر حاصل از روابط تحلیلی با حل عددی نشان داد و حاکی از آن بود که طول ترک تأثیر بالایی بر ظرفیت باربری ورق دارد. فساتی و همکاران (۲۰۱۱) تأثیر وجود ترک را بر استحکام باقیمانده ورق‌های تقویت‌شده، که در آنها پوسته و تقویت‌کننده‌ها بهصورت یکنواخت مونتاژ شده بودند، مورد بررسی قرار دادند و نتایج حاصل از حل اجزای محدود را با نتایج تجربی مقایسه نمودند [۱۹]. عبدالله‌ی فر و نامی (۲۰۱۲) نیز حضور ترک را در ورق مدرج تابعی ایزوتروپیک بررسی کردند. این محققان تأثیر پارامترهایی چون طول ترک و راستای ترک را بر ضرایب شدت تنش مود اول و دوم شکست بررسی نمودند [۲۰]. مارگاریتس و تولیوس (۲۰۱۲) تأثیر پارامترهایی چون طول و موقعیت ترک را بر استحکام باقیمانده صفحه تقویت‌شده مورد بررسی قرار دادند [۲۱]. رانس و همکاران (۲۰۱۳) روشی تحلیلی براساس جمع آثار و تعییر مکان‌های سازگار برای پیش‌بینی ضربه

دارند. از جمله مزایای المان‌های منفرد، افزایش بازده عددی و همچنین خطای کمتر این نوع المان‌ها در مقایسه با المان‌های معمولی است. مناسبترین نوع المان جهت مشبندی اطراف نوک ترک در صفحات نازک در نرمافزار آباکوس، المان S8R5 است که یک المان پوسته‌ای هشتگرهی است. نحوه مشریزی در نوک ترک با استفاده از المان‌های منفرد، در شکل ۲ نمایش داده شده است. با توجه به هندسه مسئله و نوع بارگذاری فقط مودهای اول و دوم شکست در این مسئله رخ خواهد داد. از این‌رو در این پژوهش فقط ضرایب شدت تنش در مود اول و دوم مورد بررسی قرار گرفته‌اند. ضرایب شدت تنش در مود اول و دوم در صفحه تخت با طول بی‌نهایت، تحت بار کششی و حاوی ترک به سه پارامتر طول ترک (a)، بارگذاری خارجی (σ) و زاویه ترک (θ) بستگی دارند:

$$K_{I,II} = f(a, \sigma, \theta) \quad (1)$$

با توجه به روابط ارائه شده در مرجع [۲۹]، حل تحلیلی برای ضرایب شدت تنش در صفحه با طول نامحدود تحت بار دو محوری و دارای ترک مرکزی که در آن راستای ترک به اندازه زاویه θ نسبت به محور عرضی صفحه تغییر می‌کند (شکل ۱) عبارت است از:

$$K_I = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{2} ((1+\lambda) + (1-\lambda)\cos 2\theta) \quad (2)$$

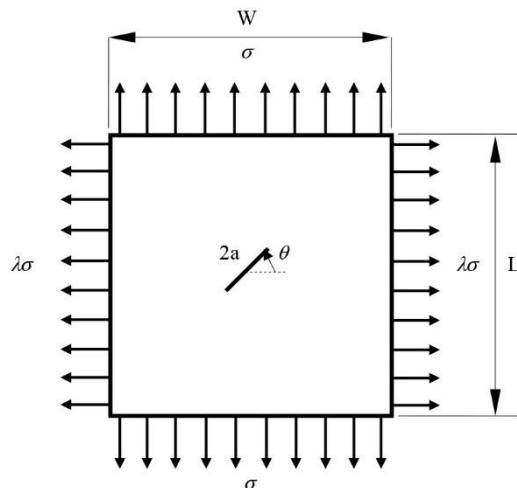
که در آن a نصف طول ترک و σ تنش وارد بر صفحه است که در این مثال مقدار آن برابر با 10 مگاپاسکال فرض شده است. ابعاد هندسی صفحه مورد نظر در جدول ۱ آمده است. پس از اتمام تحلیل نرمافزاری، خروجی مورد نظر که ضرایب شدت تنش در کانتورهای مختلف اطراف نوک ترک بوده است، در یک فایل خروجی قابل دسترس خواهد بود. در این پژوهش مقادیر محاسبه شده تا 5 کانتور اطراف نوک ترک بررسی شدند که همگی آنها تقریباً به یک مقدار ثابت همگرا می‌شوند. لذا از این مقدار ثابت به عنوان ضریب شدت تنش استفاده شده است. با توجه به تقارن هندسی مدل و همچنین تقارن بارگذاری، مقادیر ضرایب شدت تنش در هر دو انتهای ترک یکسان هستند. نتایج حاصل از حل تحلیلی و حل عددی این مساله با انتخاب خواص ماده آلومینیوم T6-7075 با سفتی $72/394$ گیگاپاسکال و ضریب پواسون 0.33 [۳۰]، برای سه زاویه ترک مختلف در حالت

بهمنظور دستیابی به پاسخهای این مسائل، از روش‌های عددی استفاده می‌کنند. روش اجزای محدود از جمله روش‌های معمول عددی در بررسی مسائل مکانیک شکست است. با استفاده از مکانیک شکست ارجاعی خطی می‌توان توزیع تنش در نزدیکی نوک ترک را برحسب بارگذاری در دوردست، ابعاد و شکل هندسی قطعه بیان نمود. مکانیک شکست ارجاعی خطی مشخص می‌کند که نزدیک نوک یک ترک، توزیع تنش برحسب کمیتی به نام ضریب شدت تنش (K) قابل بیان است و این کمیت به دو عامل تنش وارده در دوردست (σ) و هندسه (شامل نصف طول ترک a) بستگی دارد. با توجه به شرایط الاستیک حاکم بر مسئله می‌توان ضرایب شدت تنش را به کمک نرمافزارهای اجزای محدود به دست آورد. در این مقاله با توجه به اینکه تاکتون در مراجع، مسئله مشابهی در صفحات تقویت شده ارائه نشده است، بهمنظور صحه‌گذاری بر نتایج عددی برای مدلسازی ترک در صفحات نازک، ابتدا ضرایب شدت تنش برای یک صفحه ساده دارای ترک مرکزی تحت بار دومحوری به روش اجزای محدود محاسبه شده، سپس با نتایج حاصل از روابط تحلیلی مقایسه می‌شود تا در خصوص صحت روند مدلسازی و حل عددی آن اطمینان حاصل گردد. برای این منظور، صفحه‌ای ساده دارای ترک مرکزی طبق شکل ۱ مدلسازی شده است که در آن L و W بهترتیب طول و عرض صفحه، a نصف طول ترک و σ تنش کششی وارد بر لبه صفحه است. برای مدلسازی و تحلیل‌های عددی از نرمافزار اجزای محدود آباکوس استفاده می‌شود. با وجود ارائه تئوری‌های مختلف برای پیش‌بینی رفتار ترک تحت بارهای ترکیبی، در کاربردهای عملی برای مطالعه رشد ترک و تعیین جهت رشد آن عموماً از سه تئوری پایه استفاده می‌شود که عبارت‌اند از: تئوری حداقل تنش مماسی [۲۶]، تئوری حداقل نزدیکی اندیشه از [۲۷] و تئوری حداقل دانسیته اندیشه از [۲۸].

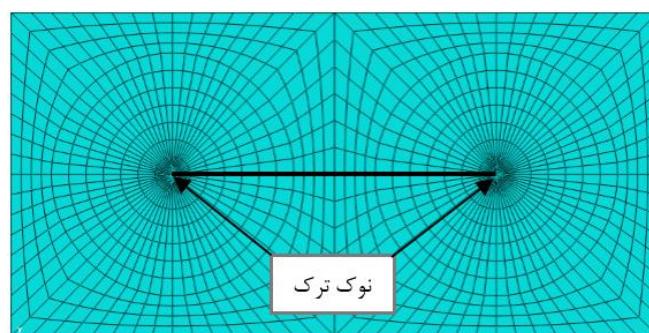
در این پژوهش بهمنظور محاسبه ضرایب شدت تنش از معیار متداول ماکریم مدل تنش مماسی استفاده شده است. از سوی دیگر، در تحلیل اجزای محدود استفاده از یک شبکه‌بندی مناسب در صفحات ترکدار برای رسیدن به پاسخهای صحیح و همگرا ضروری است. بهمنظور دستیابی به دقت بالا در تحلیل‌های عددی، المان‌های مورد استفاده در نوک ترک از نوع المان‌های تکین یا منفرد انتخاب شده‌اند که المان‌های درجه دوم بوده و گرههای میانی قابلیت قرارگیری در نقطه یک‌چهارم وجهی از نوک ترک را

ناظیز است. حال با اطمینان از روند مدلسازی ترک و حل عددی آن، می‌توان به تحلیل مساله اصلی پرداخت.

$\lambda = +2$ در جدول ۲ ارائه شده است. ملاحظه می‌شود که نتایج عددی مطابقت بسیار خوبی با نتایج تحلیلی داشته و مقدار خطا



شکل ۱. هندسه و بارگذاری صفحه ساده حاوی ترک مرکزی



شکل ۲. نحوه مش ریزی با المان‌های منفرد در اطراف نوک ترک با زاویه ترک صفر درجه

جدول ۱. پارامترهای هندسی مورد استفاده برای مدلسازی صفحه ساده

L	W	$2a$	اندازه (میلی‌متر)
۱۰۰۰	۱۰۰۰	۱۰	

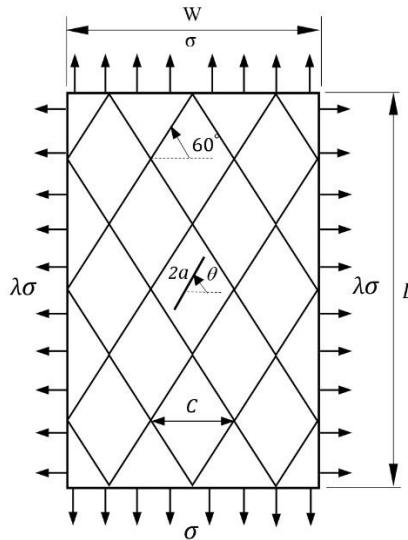
جدول ۲. مقایسه نتایج تحلیلی و عددی برای صفحه ساده دارای ترک مرکزی با ضربی بار عرضی $\lambda = 2$ (واحدها بر حسب MPa. mm^{0.5} هستند)

درصد خطا	حل عددی	حل تحلیلی	ضریب شدت تنش	زاویه ترک (درجه)
۰/۰۲	۳۹/۶۴	۳۹/۶۳	K_I	.
----	-۰/۰۷۰۳	.	K_{II}	
۰/۱۴	۴۹/۴۷	۴۹/۵۴	K_I	۳۰
۰/۴	-۱۷/۰۹	-۱۷/۱۶	K_{II}	
۰/۰۵	۵۹/۴۱	۵۹/۴۴	K_I	۴۵
۰/۲	-۱۹/۸۵	-۱۹/۸۱	K_{II}	

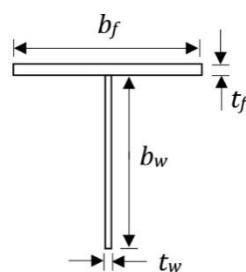
۳. تشریح مسئله

۱-۳. شرایط هندسی

هندرسۀ مورد مطالعه، یک صفحه جدارنازک تقویت شده به ضخامت t با شبکه‌بندی لوزی است که در آن ریب‌های تقویت‌کننده‌ای با زاویۀ 60° درجه نسبت به محور عرضی صفحه به کار رفته‌اند (شکل ۳). مقادیر L و W به ترتیب طول و عرض



شکل ۳. هندسه و بارگذاری صفحه تقویت شده مشبک ایزوگرید با شبکه‌بندی لوزی حاوی ترک مرکزی



شکل ۴. پارامترهای هندسی تقویت کننده T شکل

جدول ۴. ابعاد هندسی مقطع تقویت کننده T شکل

t_f	b_f	t_w	b_w	
۲	۴۰	۱	۵۰	اندازه (میلی‌متر)

جدول ۳. پارامترهای هندسی صفحه ایزوگرید تقویت شده

L	W	t	C	
۸۶۶/۰۲	۵۰۰	۲	۱۶۶/۶۷	اندازه (میلی‌متر)

۳-۳. پارامترهای مورد بررسی

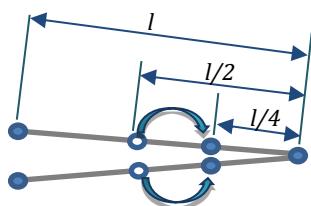
در این تحقیق نحوه تاثیر طول ترک، زاویه ترک و حالت بارگذاری بر روند تغییرات ضرایب شدت تنش به عنوان پارامترهای کلیدی میدان تنش مود اول و دوم، مورد بررسی قرار گرفته‌اند. مقادیر

۲-۳. مشخصات مکانیکی

ماده مورد استفاده برای صفحه تقویت شده، آلومینیوم T6-7075 است که کاربرد گسترده‌ای در صنایع هوایی و فضایی دارد و مشخصات مکانیکی آن در بخش ۲ بیان شده است.

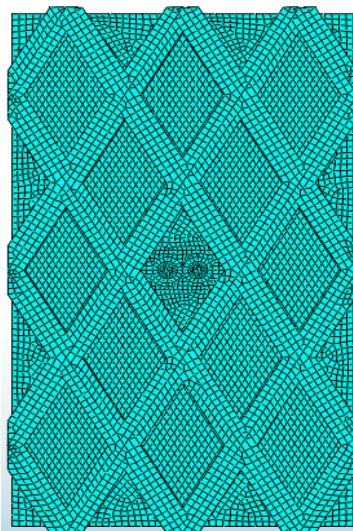
۴. مشبندی و تحلیل اجزای محدود

برای دستیابی به پاسخ دقیق‌تر برای ضرایب شدت تنش در اطراف نوک ترک، برای مشبندی المان‌های نوک ترک از المان‌های هشت‌گرهای (S8R5) با گره‌های میانی استفاده شده و همان‌طور که در بخش ۲ اشاره شد، گره‌های میانی موجود در راستای شعاعی المان‌های تکین اطراف نوک ترک بهجای قرارگیری در وسط ضلع المان، در فاصله 0.25 از طول آن قرار گرفته‌اند (شکل ۵). همچنین جهت افزایش دقت تحلیل، تراکم المان‌ها در نزدیکی نوک ترک بیشتر در نظر گرفته شده است (مشابه با شکل ۲). برای مشبندی تقویت‌کننده‌ها و با توجه به جدار نازک بودن این اعضاء، از المان‌های S8R6 که یک المان پوسته‌ای هشت‌گرهای است استفاده شده است. در تمامی تحلیل‌ها تعداد المان‌ها در حدود ۱۳۰۰۰ بوده است که طبق بررسی‌های انجام‌شده همگرایی قابل قبولی در نتایج ایجاد می‌کند. نمونه‌ای از مشبندی صفحه تقویت‌شده حاوی ترک مرکزی در شکل ۶ آمده است. در ادامه به ارائه و تحلیل نتایج عددی حاصل پرداخته می‌شود.



شکل ۵. جابه‌جایی گره‌های میانی المان‌های اطراف نوک ترک

جهت دستیابی به پاسخ‌های دقیق‌تر در مدلسازی تکینگی میدان تنش



شکل ۶. مشبندی صفحه تقویت‌شده با شبکه‌بندی لوزی حاوی ترک

مورد بررسی برای هر یک از این پارامترها در ادامه تشریح شده است.

۴-۳-۱. بارگذاری

همان‌طور که در شکل ۳ ملاحظه می‌شود، در حالت کلی، صفحه تحت بارهای دومحوری قرار می‌گیرد. با در نظر گرفتن ضرایب بار λ به شرح زیر، بارگذاری بصورت تکمحوره ($\lambda = 0$) و دومحوره اعمال می‌گردد. با منفی شدن مقدار λ ، مؤلفه‌های بارگذاری عرضی در برخی حالات بهصورت فشاری خواهد بود:

$$\lambda = -2, -1, 0, +1, +2 \quad (3)$$

۴-۳-۲. طول بی‌بعد ترک

طول ترک عاملی مؤثر بر میدان تنش است. در این پژوهش بهمنظور بی‌بعدسازی طول ترک نسبت به قطر کوچک شبکه لوزی‌گون، پارامتر بی‌بعد φ بهصورت ۴ تعریف می‌شود:

$$\varphi = \frac{2a}{C} = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 \quad (4)$$

۴-۳-۳. زوایای ترک

بهمنظور آنالیز حساسیت ضرایب شدت تنش نسبت به زاویه قرارگیری ترک، رفتار ترک مرکزی مورد بررسی با زوایای مختلف (شکل ۳) بهصورت ۵ مدلسازی و تحلیل می‌شود:

$$\theta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ \quad (5)$$

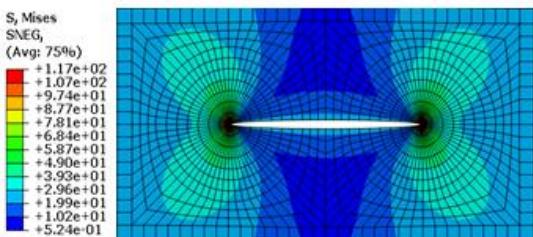
۴-۳-۴. ضرایب بی‌بعد شدت تنش

پارامترهای اصلی مورد بررسی در این مقاله ضرایب شدت تنش مود I و مود II هستند. بهمنظور بی‌بعدسازی نتایج، ضرایب بی‌بعد شدت تنش بهصورت رابطه ۶ در نظر گرفته شده‌اند:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \frac{K_I}{\sigma \sqrt{\pi a}} \\ \psi_2 &= \frac{K_{II}}{\sigma \sqrt{\pi a}} \end{aligned} \quad (6)$$

که در آن ψ_1 و ψ_2 بهترتیب ضریب بی‌بعد شدت تنش در مود اول و مود دوم شکست بوده و σ و a نیز بهترتیب تنش وارد بر لبه صفحه و نصف طول ترک هستند. همان‌طور که قبل اشاره شد، بهدلیل تقارن هندسی و بارگذاری، ضرایب شدت تنش در نوک سمت راست و چپ ترک با هم برابر است. لذا فقط بهذکر مقادیر ضریب شدت تنش در یک سمت اکتفا می‌شود.

حالت $\lambda = 0$). در این حالت ضریب بی بعد شدت تنش در زوایای صفر، ۱۵ و ۳۰ درجه نسبت به حالت تکمحوری کاهش پیدا کرده است در حالی که در دیگر زوایا مقادیر ضریب بی بعد شدت تنش افزایش یافته است. در حالت $\lambda = +2$ نیز، که نتایج آن در شکل ۱۰ ترسیم شده است، رفتار سازه تقریباً مشابه حالت $\lambda = +1$ است. البته با دو برابر شدن بار عرضی در زوایای بزرگتر از ۱۵ درجه، ضریب شدت تنش افزایش قابل توجهی از خود نشان می‌دهد، بهطوری که در زوایای ۷۵ و ۹۰ درجه افزایش حدود دو برابری ضریب بی بعد شدت تنش مشاهده می‌شود. شکل ۱۱ مربوط به شرایطی است که در جهت عرضی بار فشاری بر سازه وارد شود ($\lambda = -1$). در این حالت با افزایش زاویه ترک، ضریب بی بعد شدت تنش مود I کاهش می‌یابد (برخلاف حالت $\lambda = 1$) و در زوایای بزرگتر از ۳۰ درجه این مقادیر منفی می‌شوند. با افزایش فشار عرضی (حالت $\lambda = -2$) نیز با افزایش زاویه ترک، ۱۷ کاهش می‌یابد و در زوایای بزرگتر از ۳۰ درجه این مقادیر منفی می‌شوند (شکل ۱۲). همان‌طور که مشاهده می‌شود، با دو برابر شدن ضریب شدت بار دوممحوری، این مقادیر تا حدود ۲ برابر افزایش یافته‌اند.

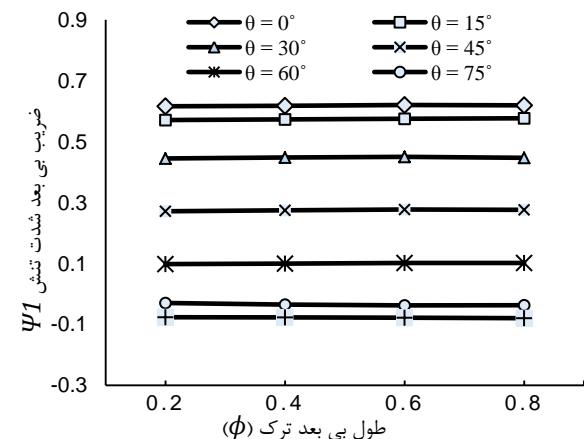


شکل ۸ تغییرات تنش در اطراف ترک به ازای $\lambda = 0$ در زاویه $\theta = 0$ در شرایط مود I خالص

۲-۵. تغییرات ضریب شدت تنش مود دوم
براساس نمودار ۱۳، برای حالت بارگذاری کششی تکمحوری ($\lambda = 0$)، ضریب بی بعد شدت تنش مود دوم با افزایش زاویه ترک تا ۴۵ درجه افزایش می‌یابد و شروع به کاهش می‌کند. مقدار ۲/ در زوایای صفر و ۹۰ درجه ترک، نزدیک به صفر بوده و نمودارهای مربوطه اختلاف کمی با هم دارند. در این حالت از بارگذاری، مود II خالص در زاویه $\theta = 75^\circ$ اتفاق می‌افتد و تغییرات تنش در اطراف ترک مطابق با شکل ۱۴ خواهد بود. همچنین با توجه به تقارن هندسی و نوع بارگذاری در حالتی که ترک دارای زوایای ۱۵ و ۷۵ درجه یا ۳۰ و ۶۰ درجه باشد، ضرایب

۵. تحلیل نتایج
در این بخش نتایج عددی حاصل از تحلیل‌های اجزای محدود ارائه می‌شود. بهطور کلی، در اثر اعمال بار، بهنحوی که پیشتر بدان اشاره شد، همچنین بدليل زوایای مختلف ترک، امکان ایجاد شرایط مود ترکیبی I/II شکست در نوک ترک به وجود می‌آید. در ادامه این نتایج به تفکیک مورد بررسی قرار می‌گیرند.

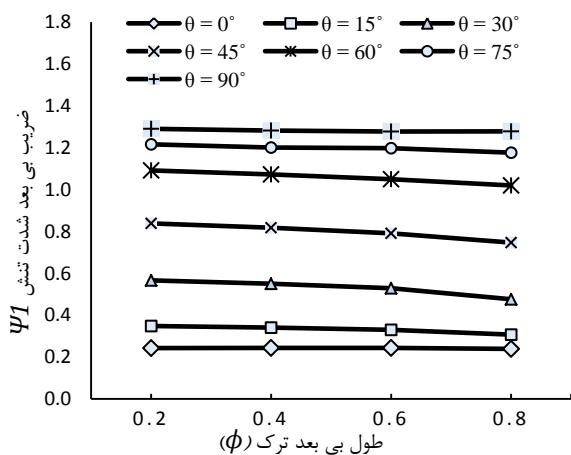
۱-۵. تغییرات ضریب شدت تنش مود اول
نمودارهای مربوط به تأثیر زاویه ترک بر ضریب بی بعد شدت تنش مود I در حالت $\lambda = 0$ با افزایش طول ترک در شکل ۷ نمایش داده شده است. با توجه به شکل ۷ می‌توان مشاهده کرد وقتی $\lambda = 0$ بوده و فقط بارگذاری تکمحوری طولی در صفحه وجود داشته باشد، بیشترین مقدار ضریب بی بعد شدت تنش مود I در صفحه به ازای $\theta = 0$ ایجاد می‌شود. اما با افزایش زاویه ترک ۱۷ کاهش می‌یابد، تا جایی که این ضریب در زوایای ۷۵ و ۹۰ درجه، حتی مقادیر کوچک منفی (نزدیک به صفر) نیز پیدا می‌کند که هرچند از نظر فیزیکی جابه‌جایی در لبه‌های ترک نخواهیم داشت، اما این مقادیر منفی نشان‌دهنده ایجاد فشار بین لبه‌های ترک است. در این حالت از بارگذاری، در زاویه $\theta = 0$ مود I خالص اتفاق می‌افتد. شکل ۸ توزیع تنش در اطراف ترک را برای این شرایط نمایش می‌دهد.



شکل ۷ مقادیر ضریب بی بعد شدت تنش در مود اول شکست (۱/۷) بر حسب طول بی بعد ترک به ازای $\lambda = 0$

نتایج عددی برای حالتی که بارگذاری یکسانی در دو جهت بر صفحه تقویت شده اعمال شود ($\lambda = +1$) در شکل ۹ ارائه شده‌اند. در این نمودار با افزایش زاویه ترک، ۱۷ افزایش می‌یابد (برخلاف

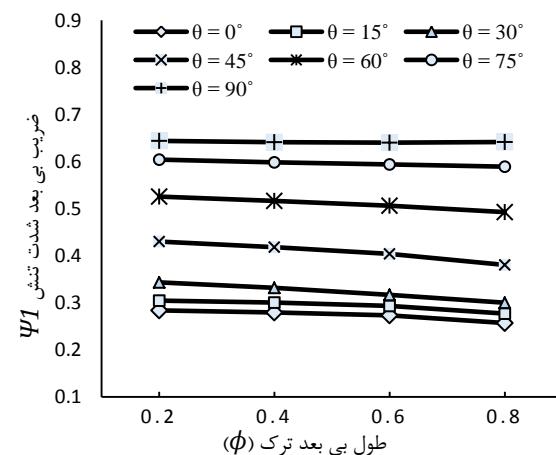
تا ۳ برابر افزایش یافته‌اند. در تمامی این سه حالت بارگذاری می‌توان زاویهٔ ترک ۴۵ درجه را نقطهٔ عطفی برای تغییر روند ۲/۷ در نظر گرفت. این امر ناشی از تغییر روند در میزان تنش برشی است و نشان می‌دهد که بیشترین مؤلفهٔ تنش برشی در زاویهٔ ترک ۴۵ درجه ایجاد می‌گردد. نتایج تأثیر زاویهٔ ترک با اعمال بار عرضی فشاری ($\lambda = -2$ و $\lambda = -1$) در نمودارهای شکل‌های ۱۷ و ۱۸ آمده است. برای این حالت‌های بارگذاری با افزایش زاویهٔ ترک تا ۳۰ درجه، ضریب شدت تنش مود دوم از نظر بزرگی افزایش و در زوایای بزرگتر از ۳۰ درجه کاهش می‌یابد، تا اینکه در زاویهٔ ۹۰ درجه نزدیک به صفر می‌شود. بنابر این در شرایط حضور بار عرضی فشاری، زاویهٔ ۳۰ درجه به عنوان نقطهٔ عطفی برای تغییر در روند افزایشی به کاهشی ۲/۷ در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۱۰. مقادیر ضریب بی بعد شدت تنش در مود اول شکست

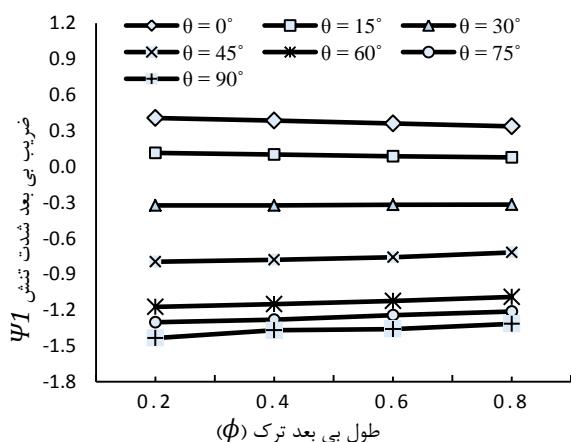
بر حسب طول بی بعد ترک به ازای $\lambda = +2$

شدت تنش تقریباً با هم برابرند. از سوی دیگر، در حالتی که ترک زاویهٔ ۴۵ درجه داشته باشد ۲/۷ بیشترین مقدار را دارد. برای بارگذاری دو محوری با $\lambda = +1$ ، نتایج موجود در شکل ۱۵ حاکی از این است که با افزایش زاویهٔ ترک، ضریب بی بعد شدت تنش مود II از نظر بزرگی افزایش می‌یابد و این افزایش تا زاویهٔ ۴۵ درجه ادامه می‌یابد. اما در زوایای بزرگتر از ۴۵ درجه مقدار آن دوباره شروع به کاهش می‌کند، تا اینکه در زاویهٔ ۹۰ درجه تقریباً نزدیک صفر می‌شود. نمودارهای شکل ۱۶ نیز روند مشابهی را برای $\lambda = +2$ نشان می‌دهد. توجه شود که اگرچه روند افزایش ضریب شدت تنش تا زاویهٔ ۴۵ درجه و سپس کاهش آن در شرایط $\lambda = +1$ و $\lambda = +2$ ، تقریباً همانند حالت $\lambda = 0$ باشد، اما با دو برابر شدن ضریب شدت بار، مقادیر آن حدود ۲



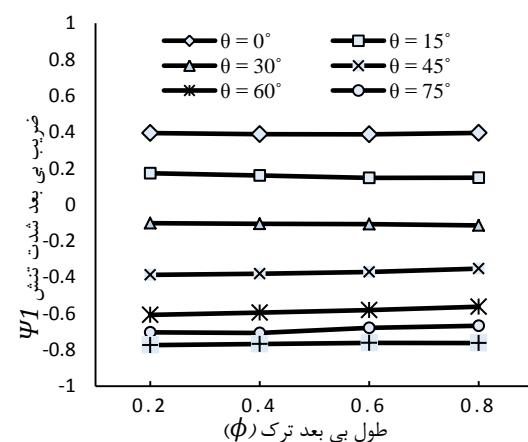
شکل ۹. مقادیر ضریب بی بعد شدت تنش در مود اول شکست

بر حسب طول بی بعد ترک به ازای $\lambda = +1$



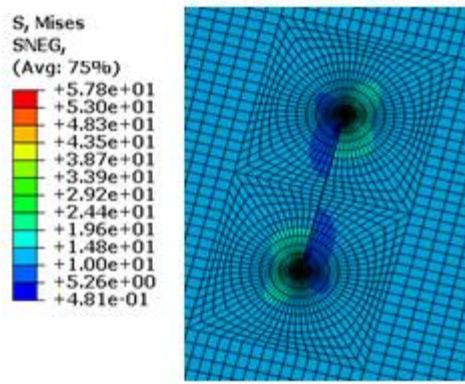
شکل ۱۲. مقادیر ضریب بی بعد شدت تنش در مود اول شکست

بر حسب طول بی بعد ترک به ازای $\lambda = -2$

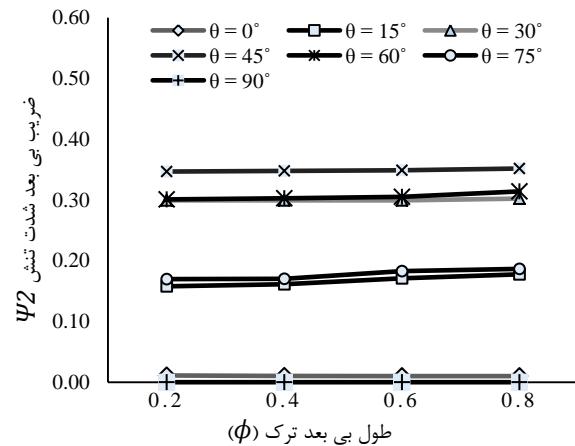


شکل ۱۱. مقادیر ضریب بی بعد شدت تنش در مود اول شکست

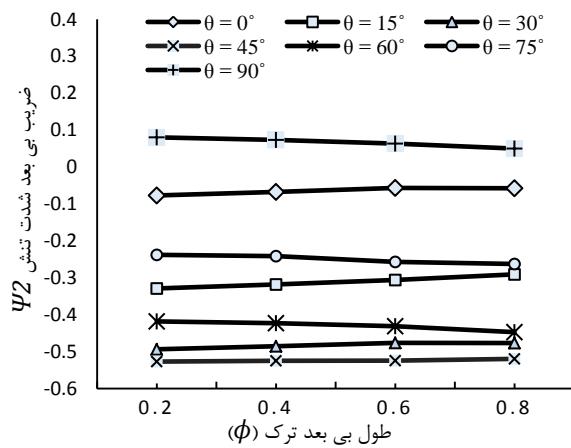
بر حسب طول بی بعد ترک به ازای $\lambda = -1$



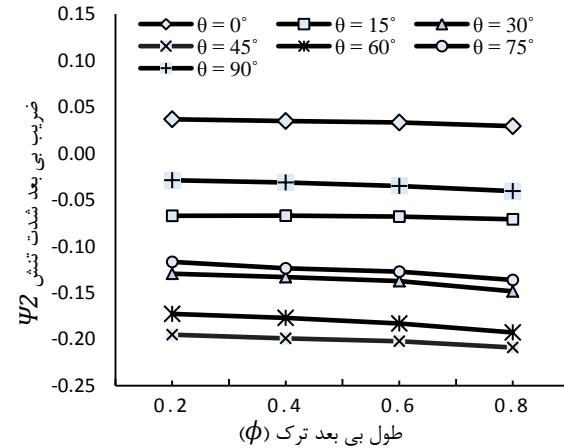
شکل ۱۴. تغییرات تنش در اطراف ترک به ازای $\lambda = 0$
و زاویه $\theta = 75^\circ$ در شرایط مود II خالص



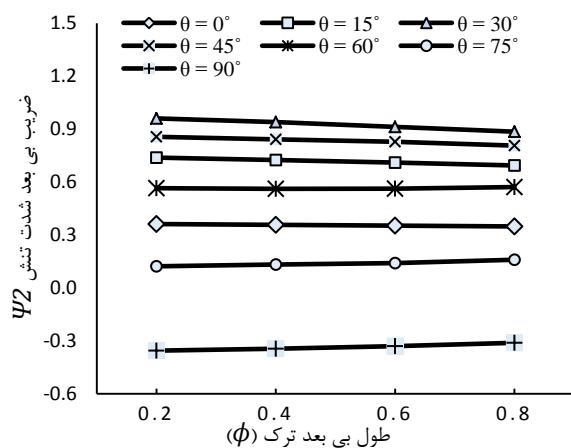
شکل ۱۳. مقادیر ضریب بی بعد شدت تنش در مود دوم شکست
بر حسب طول بی بعد ترک به ازای $\lambda = 0$



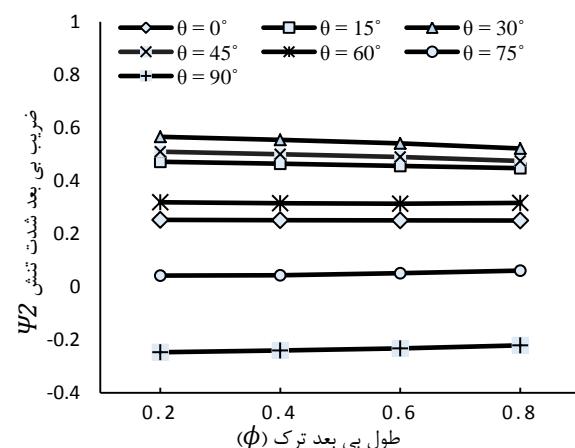
شکل ۱۶. مقادیر ضریب بی بعد شدت تنش در مود دوم شکست
بر حسب طول بی بعد ترک به ازای $\lambda = +2$



شکل ۱۵. مقادیر ضریب بی بعد شدت تنش در مود دوم شکست
بر حسب طول بی بعد ترک به ازای $\lambda = +1$



شکل ۱۸. مقادیر ضریب بی بعد شدت تنش در مود دوم شکست
بر حسب طول بی بعد ترک به ازای $\lambda = -2$



شکل ۱۷. مقادیر ضریب بی بعد شدت تنش در مود دوم شکست
بر حسب طول بی بعد ترک به ازای $\lambda = -1$

و $\lambda = 0.7$ حاصل از حل عددی وارد محدوده منفی نیز می‌شود که این نتیجه می‌تواند ناشی از تأثیرپذیری این ضریب از حضور تقویت‌کننده‌ها در صفحه مشبک باشد.

(۳) در زاویهٔ ترک $\theta = 0$ ، ضریب بی‌بعد شدت تنش مود اول در صفحه ساده مستقل از ضریب بار عرضی بوده و مقدار ثابتی دارد. به عبارت دیگر، اعمال بار هم‌راستا با ترک تأثیری بر بازشدنگی نوک ترک نخواهد داشت. اما در صفحه تقویت‌شده با اعمال بار عرضی با نسبت $\lambda = +1$ ، در مقایسه با حالتی که فقط بار محوری طولی ($\lambda = 0$) در صفحه وجود داشته باشد، مقدار λ اندکی کاهش می‌یابد. پس بار عرضی کششی در راستای ترک، باعث کاهش بازشوندگی در لبه‌های ترک می‌گردد که این امر دلالت بر تأثیر تقویت‌کننده‌ها در تغییر میدان تنش دارد. با افزایش زاویهٔ ترک در حالت $\lambda = +1$ (شکل ۹)، وجود بار عرضی تأثیر مثبتی بر افزایش مؤلفهٔ تنش نرمال در نوک ترک خواهد داشت و همین عامل موجب افزایش مقدار λ شده است. در شرایط $\lambda = +2$ نیز همین روند تغییرات، البته با افزایش مقادیر λ نسبت به حالت $\lambda = +1$ به دلیل افزایش شدت بار عرضی وارد بر صفحه وجود دارد.

(۴) با مقایسه مقادیر λ در زاویهٔ ترک $\theta = 0$ برای دو حالت بار عرضی $\lambda = +1$ و $\lambda = -1$ (نمودارهای ۹ و ۱۱) مشاهده می‌شود که بار عرضی فشاری موجب تمایل بیشتر ترک به بازشوندگی در مقایسه با بار عرضی کششی می‌شود. اما با افزایش زاویهٔ ترک تحت بار عرضی فشاری، مؤلفه‌های تنش نرمال تغییر کرده و این عامل باعث قرارگیری مقادیر λ در محدوده منفی برای زوایای بزرگتر از 15° درجه شده است که ناشی از چیره‌بودن اثر فشاری بار عرضی نسبت به تنش کششی حاصل از بار طولی می‌باشد. برای $\lambda = -2$ نیز همین روند تغییرات، البته با افزایش در مقادیر λ نسبت به حالت $\lambda = -1$ وجود دارد.

(۵) در صفحه تقویت‌شده تحت شرایط بار تکمحوری (شکل‌های ۷ و ۱۳)، در حالتی که راستای ترک عمود بر راستای بارگذاری است، $\lambda = 0.7$ در بیشترین مقدار خود و $\lambda = 0.2$ در کمترین مقدار (نژدیک صفر) قرار دارند. دلیل این امر، وجود بیشترین تنش نرمال و کوچکترین مؤلفهٔ تنش بررشی در المان‌های نوک ترک در این حالت است. با افزایش زاویهٔ ترک، به دلیل کاهش مؤلفهٔ تنش نرمال از مقدار $\lambda = 0.7$ کاسته می‌شود. حال آنکه با ایجاد تنش بررشی

۶. بحث و نتیجه‌گیری

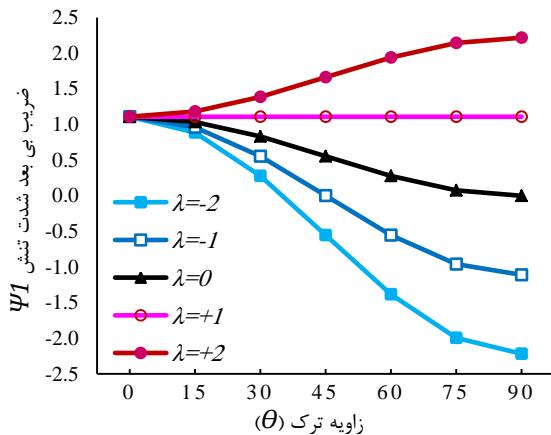
با توجه به نتایج عددی ارائه شده در این پژوهش، می‌توان نکات زیر را مورد بحث و بررسی قرار داد:

(۱) در شکل ۱۹ تأثیر ضریب شدت بار عرضی بر روند تغییرات ضرایب بی‌بعد شدت تنش مود I با تغییر زاویهٔ ترک در صفحه تقویت‌شده، به ازای طول بی‌بعد ترک $\theta = 0.2^\circ$ نشان داده شده است. در حالتی که فقط بارگذاری تکمحوری در جهت طولی صفحه وجود داشته باشد با افزایش زاویهٔ ترک، $\lambda = 0.7$ به صفر نزدیک می‌شود. اما اگر بار عرضی کششی با شدت $\lambda = +1$ نیز بر صفحه وارد شود، با افزایش زاویهٔ ترک $\lambda = 0.7$ افزایش می‌یابد و در حالتی که شدت این بار جانبی دو برابر شود، ضریب $\lambda = 0.7$ افزایش بیشتری را نسبت به حالت $\lambda = +1$ نشان می‌دهد. مقدار این افزایش در زوایای کوچک ناچیز است، اما با افزایش زاویهٔ ترک از صفر تا 90° درجه، مقادیر $\lambda = 0.7$ تا 0.98 درصد افزایش یافته‌اند. وقتی بار عرضی فشاری با شدت $\lambda = -1$ اعمال شود، ضریب بی‌بعد شدت تنش با افزایش زاویهٔ ترک، کاهش یافته و با دو برابر شدن شدت نیروی فشاری این ضریب بیشتر کاهش پیدا می‌کند. گرچه این تغییرات در زوایای کوچک قابل توجه نیست، اما با افزایش زاویهٔ ترک از صفر تا 90° درجه، مقادیر $\lambda = 0.7$ تا 0.94 درصد کاهش یافته‌اند.

گفتنی است که نمودارهای تغییرات λ با زاویهٔ ترک، برای سایر مقادیر طول بی‌بعد ترک (0° و 45° و 60° و 90°) نیز بررسی شدند که نسبت به نمودار نمایش داده شده در شکل ۱۹ تغییر قابل توجهی ندارند. این امر نشان از بی‌تأثیر بودن طول بی‌بعد ترک بر ضرایب بی‌بعد شدت تنش مود I دارد، اما توجه شود که در واقع با افزایش طول ترک، مقدار ضریب شدت تنش افزایش می‌یابد. اما به دلیل بی‌عدسازی طول ترک و ضریب شدت تنش، این افزایش در نمودارهای مربوطه مشاهده نمی‌شود.

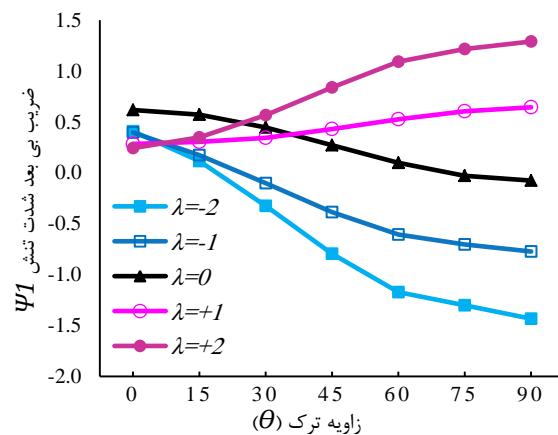
(۲) نمودار ضریب بی‌بعد شدت تنش مود اول شکست برحسب زاویهٔ ترک برای صفحه ساده، با استفاده از معادله ۲ در شکل ۲۰ ترسیم شده است. اگرچه روند تغییرات در صفحه تقویت‌شده نیز تا حدودی مشابه صفحه ساده است، اما در مورد صفحه تقویت‌شده، با افزایش زاویهٔ ترک و کاهش تمایل ترک به بازشدنگی، مقدار $\lambda = 0.7$ کاهش بیشتری دارد و با نزدیکشدن راستای ترک به راستای بارگذاری طولی ($\theta = 75^\circ$ و 90°) لبه‌های ترک برهمن فشرده شده

تغییرات مؤلفه تنش برشی برعکس شده و در نتیجه با کاهش تنش برشی، از میزان $\frac{\pi}{2}$ کاسته شده است.

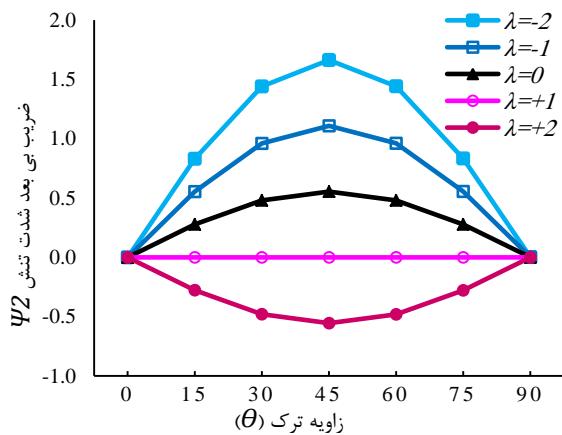


شکل ۲۰. مقادیر ضریب بی بعد شدت تنش در مود اول شکست
بر حسب زاویه ترک برای صفحه ساده

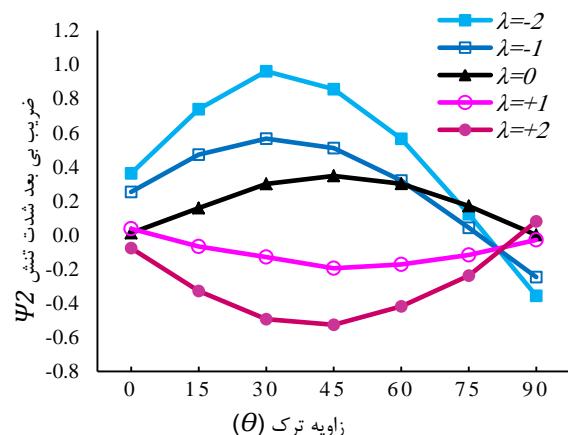
بزرگتر در المان‌های نوک ترک تا زاویه 45° درجه، که در آن بیشترین میزان لغزش لبه‌های ترک دیده می‌شود، مقدار $\frac{\pi}{2}$ افزایش می‌باید. با افزایش زاویه ترک از 45° به 90° درجه، روند



شکل ۱۹. مقادیر ضریب بی بعد شدت تنش در مود اول شکست
بر حسب زاویه ترک به ازای $\phi = 0.2$



شکل ۲۲. مقادیر ضریب بی بعد شدت تنش در مود دوم شکست
بر حسب زاویه ترک برای صفحه ساده



شکل ۲۱. مقادیر ضریب بی بعد شدت تنش در مود دوم شکست
بر حسب زاویه ترک به ازای $\phi = 0.2$

بار جانبی کششی با شدت $\lambda = +1$ نیز بر صفحه وارد شود، $\frac{\pi}{2}$ دارای مقدار منفی خواهد بود. با افزایش زاویه ترک تا زاویه 45° درجه، این ضریب کاهش یافته و سپس روند افزایشی خواهد داشت تا اینکه در زاویه 90° درجه به سمت صفر می‌کند. به همین صورت در حالتی که شدت بار عرضی کششی دو برابر شود، روند تغییرات این ضریب همانند حالت $\lambda = +1$ خواهد بود با این تفاوت که مقادیر بزرگتری را نسبت به حالت $\lambda = +1$ خواهد داشت. به طوری که در زاویه 45° درجه و در حالت $\lambda = +1$

در شکل ۲۱ تأثیر نحوه بارگذاری بر تغییرات ضرایب بی بعد شدت تنش مود II نسبت به تغییرات زاویه ترک، برای حالتی که طول بی بعد ترک برابر 0.5 باشد نمایش داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، برای حالت بارگذاری تکمحوری طولی، منحنی متقارنی به دست آمده و با افزایش زاویه ترک، ضریب بی بعد شدت تنش در مود دوم شکست تا زاویه 45° درجه افزایش می‌باید و در زوایای بزرگتر از آن روبه کاهش خواهد بود تا اینکه در زاویه 90° درجه به سمت صفر می‌کند. در حالتی که

صفر درجه، وارد محدوده منفی می‌شوند. اما در حالت که بار عرضی وارد بر صفحه به صورت فشاری باشد، عمدهاً لغزش ساعتگرد در لبه‌های ترک ایجاد می‌شود که منجر به مقادیر مثبت λ_2 می‌گردد و فقط با تزدیک شدن به زاویه 90° درجه، λ_2 منفی خواهد شد.

(۱۰) تغییر زاویه نوک ترک بعد از بازشدنگی با استفاده از معیار بیشترین تنش مماسی توسط نرم افزار اباکوس قابل محاسبه است. جدول ۵ نمونه‌ای از این تغییرات را برای حالت $\lambda = 0$ و $\phi = 0.4$ در نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که در مود I خالص، تغییر زاویه نوک ترک صفر بوده و با افزایش نسبت مود II به مود I تغییر زاویه نوک ترک بیشتر خواهد شد.

جدول ۵. تغییر زاویه نوک ترک بر حسب درجه بعد از بازشدنگی

$$\text{به ازای } \lambda = 0 \text{ و } \phi = 0.4$$

تغییر زاویه نوک ترک بعد از بارگذاری	زاویه نوک ترک قبل از بارگذاری (درجه)
+0.001	.
+0.065	15
+0.078	30
+0.083	45
+0.069	60
+0.057	75
.	90

۷. جمع‌بندی

در این مقاله ضرایب شدت تنش برای ترک مرکزی در صفحه نازک تقویت شده با شبکه لوزی، در شرایط مختلف بارگذاری تکمحوری و دوممحوری مورد تحلیل قرار گرفته و تفاوت رفتار آن با صفحه ساده بررسی شد. تأثیر پارامترهای هندسی شامل طول و زاویه ترک و همچنین حالات متنوع بارگذاری بر ضرایب شدت تنش مودهای اول و دوم بررسی شد. نتایج حاکی از آن است که با تغییر زاویه ترک و اعمال بارهای دوممحوری بر سازه، مودهای ترکیبی به نسبت‌های گوناگون ایجاد می‌شوند. با توجه به نمودارهای حاصل از مدلسازی و تحلیل اجزای محدود ملاحظه شد که هر یک از متغیرهای مورد بررسی تأثیر قابل توجهی بر

افزایش این مقدار به بیش از دو برابر نسبت به حالت $\lambda = +2$ دیده می‌شود. در شرایطی که بار عرضی فشاری باشد $\lambda = -2$ بر صفحه وارد شود، ضریب بی بعد شدت تنش مود II که در ناحیه مثبت محور قرار گرفته، تا زاویه 30° درجه افزایش داشته و در زوایای بزرگتر از آن کاهش می‌یابد و این کاهش تا آنجا ادامه می‌یابد که در زاویه بزرگتر از 75° درجه وارد محدوده منفی می‌شود. با دو برابر شدن شدت نیروی فشاری، روند تغییرات λ تقریباً مشابه با شرایط $\lambda = -1$ خواهد بود، اما مقادیر بزرگتری خواهد داشت؛ به‌گونه‌ای که در زاویه 30° و در حالت $\lambda = -1$ درجه افزایش این مقدار به میزان 102° درصد نسبت به حالت $\lambda = -2$ دیده می‌شود. همانند مود اول شکست که در قسمت قبل بدان اشاره شد، تأثیر ضریب شدت بار عرضی بر ضرایب بی بعد شدت تنش مود دوم با تغییر زاویه ترک، برای سایر ابعاد طول بی بعد ترک ($8/0$ و $6/0$ و $4/0$) نیز بررسی شد که تفاوت قابل توجهی با نمودار نشان داده در شکل ۲۱ نداشت و به همین دلیل از ارائه این نمودارها خودداری شده است.

(۷) نمودار ضریب بی بعد شدت تنش مود دوم بر حسب زاویه ترک برای صفحه ساده، با استفاده از معادله ۲ در شکل ۲۲ ترسیم شده است. ملاحظه می‌شود که در تمام شرایط بارگذاری، منحنی‌های متقاضی برای صفحه ساده حاصل می‌گردد که اکسترمم آن در زاویه ترک 45° درجه خواهد بود. اما در صفحه تقویت شده (شکل ۲۱)، با اعمال بار عرضی منحنی‌ها از حالت تقارن خارج شده‌اند و بیشینه مقدار 72° هنگام اعمال بار عرضی فشاری، در زاویه ترک 30° درجه اتفاق می‌افتد.

(۸) در زوایای ترک صفر و 90° درجه، ضریب بی بعد شدت تنش مود دوم در صفحه ساده مستقل از ضریب بار عرضی است؛ یعنی اعمال بارهای همراستا با ترک یا عمود بر آن تأثیری بر لغزش در نوک ترک نخواهد داشت. اما در صفحه تقویت شده، اعمال بار عرضی بهویژه در حالت فشاری، مقدار 72° را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

(۹) مقایسه مقادیر λ در شرایط اعمال بار عرضی کششی نسبت به حالتی که فقط بار محوری طولی در صفحه وجود داشته باشد (شکل‌های ۱۳، ۱۵ و ۱۶) نشان می‌دهد که بار عرضی کششی وارد بر صفحه تقویت شده باعث ایجاد لغزش به صورت پادساعتگرد در لبه‌های ترک می‌شود؛ یعنی تنش‌های برشی منفی در نوک ترک ایجاد شده و مقادیر 72° برای زوایای بزرگتر از

ضرایب شدت تنش دارند که می‌تواند با وضعیت صفحه ساده،
تفاوت قابل توجهی داشته باشد.

۸. مأخذ

- [1] E. Byskov, The calculation of stress intensity factors using the finite element method with cracked elements, *International Journal of Fracture Mechanics*, Vol. 6, No. 2, pp. 159-167, 1970.
- [2] D. M. Tracey, Finite elements for determination of crack tip elastic stress intensity factors, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 3, No. 3, pp. 255-265, 1971.
- [3] D. F. Mowbray, A note on the finite element method in linear fracture mechanics, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 2, No. 2, pp. 173-176, 1970.
- [4] C.C. Poe J.R., The effect of broken stringers on the stress intensity factor for a uniformly stiffened sheet containing a crack, *Proceedings of The 10th Anniv. Meeting of The Soc. of Eng. Sci.*, Raleigh, US, Nov. 5-7, 1973.
- [5] M. Isida, Analysis of stress intensity factors for the tension of a centrally cracked strip with stiffened edges, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 5, No. 3, pp. 647-665, 1973.
- [6] P. D. Hilton, Plastic intensity factors for cracked plates subjected to biaxial loading, *International Journal of Fracture*, Vol. 9, No. 2, pp. 149-156, 1973.
- [7] M. M. Ratwani, D. P. Wilhem, Influence of biaxial loading on analysis of cracked stiffened panels, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 11, No. 3, pp. 585-593, 1979.
- [8] T. P. Rich, M. M. Ghassem, D. J. Cartwright, Fracture diagrams for cracked stiffened panels, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 21, No. 5, 1005-1017, 1985.
- [9] S. V. Shkarayev, E. T. Mover, Edge cracks in stiffened plates, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 27, No. 2, pp. 127-134, 1987.
- [10] Y. J. Yum, C. S. Hong, Stress intensity factors in finite orthotropic plates with a crack under mixed mode deformation, *International Journal of Fracture*, Vol. 47, No. 1, pp. 53-67, 1991.
- [11] J. R. Yeh, Fracture analysis of a stiffened orthotropic sheet, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 46, No. 5, pp. 857-866, 1993.
- [12] N. K. Salgado, M. H. Aliabadi, The application of the dual boundary element method to the analysis of cracked stiffened panels, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 54, No. 1, pp. 91-105, 1996.
- [13] A. Vafai, H. E. Estekanchi, A parametric finite element study of cracked plates and shells, *Thin-Walled Structures*, Vol. 33, No. 3, pp. 211-229, 1999.
- [14] A. Vafai, M. Javidruzi, H. E. Estekanchi, Parametric instability of edge cracked plates, *Thin-walled structures*, Vol. 40, No. 1, pp. 29-44, 2002.
- [15] B. N. Rao, S. Rahman, A coupled meshless-finite element method for fracture analysis of cracks, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 78, No. 9, pp. 647-657, 2001.
- [16] K.Y.V. Satish, J. K. Paik, Buckling analysis of cracked plates using hierarchical trigonometric functions, *Thin-Walled Structures*, Vol. 42, No. 5, pp. 687-700, 2004.
- [17] R. Brighenti, Buckling of cracked thin-plates under tension or compression, *Thin-Walled Structures*, Vol. 43, No. 2, pp. 209-224, 2005.
- [18] N. A. Fleck, X. M. Qiu, The damage tolerance of elastic-brittle, two-dimensional isotropic lattices, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 55, No. 3, pp. 562-588, 2007.
- [19] M. Fossati, D. Colombo, A. Manes, M. Giglio, Numerical modelling of crack growth profiles in integral skin-stringer panels, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 78, No. 7, pp. 1341-1352, 2011.
- [20] A. Abdollahifar, M. R. Nami, Investigating the effect of angle between the material gradation direction and crack on mixed-mode stress intensity factor of FGM plates using MLPG method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 1, pp. 138-150, 2012. (in Persian)

- [21] Y. Margaritis, M. Toulios, The ultimate and collapse response of cracked stiffened plates subjected to uniaxial compression, *Thin-Walled Structures*, Vol. 50, No. 1, pp. 157-173, 2012.
- [22] C. Rans, R. Rodi, R. Alderliesten, Analytical prediction of Mode I stress intensity factors for cracked panels containing bonded stiffeners, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 97, pp. 12-29, 2013.
- [23] A. Bayatfar, M. R. Khedmati, P. Rigo, Residual ultimate strength of cracked steel unstiffened and stiffened plates under longitudinal compression, *Thin-Walled Structures*, Vol. 84, pp. 378-392, 2014.
- [24] M. C. Xu, Y. Garbatov, C. Guedes Soares, Residual ultimate strength assessment of stiffened panels with locked cracks, *Thin-Walled Structures*, Vol. 85, pp. 398-410, 2014.
- [25] A. Ghasemi Ghalebahman, S. Salavati, Utilizing the extended finite element method for determining crack stress intensity factors and higher order terms coefficients, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 2, pp. 135-146, 2015. (in Persian) فارسی
- [26] F. Erdogan, G. C. Sih, On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear, *Journal of Basic Engineering*, Vol. 85, No. 4, pp. 519-525, 1963.
- [27] M. A. Hussain, S. L. Pu, J. Underwood, Strain energy release rate for a crack under combined mode I and mode II, In *Fracture Analysis: Proceedings of The 1973 National Symposium on Fracture Mechanics, Part II*. ASTM International, 1974.
- [28] G. C. Sih, Some basic problems in fracture mechanics and new concepts, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 5, No. 2, pp. 365-377, 1973.
- [29] J. Eftis, Load biaxiality and fracture: a two-sided history of complementing errors, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 26, No. 4, pp. 567-592, 1987.
- [30] Military Handbook, *Metallic Materials and Elements for Aerospace Vehicle Structures*, MIL-HDBK-5H, U.S. Department of Defense, Dec. 1998.

پی‌نوشت

-
1. angle grid
 2. isogrid
 3. stringers
 4. Kagome