

هدایت صریح بازگشت به جو با طراحی مسیر بهینه مقید

زهرا یکانه نجف‌آباد^۱، رضا اسماعیل‌زاده^۲

۱ کارشناس ارشد، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر، تهران
۲ استادیار، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر، تهران، esmaelzadeh@aut.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۲/۱۱

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۸/۲۲

چکیده

در این مقاله، روش هدایتی صریحی برای وسیله بازگشتی که به سمت هدفی ثابت در حرکت است ارائه شده است. در این روش، وسیله بازگشتی در فاز نهایی حرکت خود به نحوی هدایت می‌شود که با کمترین میزان خطا نسبت به موقعیت هدف و با زاویه‌ای معین و سرعت بیشینه به هدف اصابت کند. با استفاده از روش دینامیک معکوس فرمان‌های هدایتی استخراج می‌شود. این فرمان‌ها به پارامترهای مسیر و مشتقاتشان وابسته است؛ بنابراین با استفاده از تقریب بیزیه، مسیر مورد نظر طراحی می‌شود، به نحوی که علاوه بر ارضای قبلی قیود بیان‌شده، قید مربوط به بیشترین شتاب کنترلی را نیز ارضاء می‌نماید. طراحی مسیر با منحنی بیزیه درجه ۴ با پنج نقطه کنترلی انجام می‌شود، به طوری که هرگاه متغیری از حد خود خارج شد، از یک گام قبل از خروج، به عنوان نقطه اولیه، منحنی دیگری تولید کرده و این فرایند آنقدر ادامه می‌یابد که مسیر ممکن تولید شود که در آن تمام محدودیت‌ها ارضاء شده باشند. جهت دستیابی به مسیری که منجر به اصابت به هدف با بیشترین سرعت شود از روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات استفاده می‌شود.

واژگان کلیدی

بازگشت به جو، هدایت صریح، دینامیک معکوس، منحنی بیزیه، بهینه‌سازی ازدحام ذرات

۱. مقدمه

بارهای حرارتی و دینامیکی در محدوده مطلوب باقی می‌مانند که این امر نیازمند طراحی دقیق مسیر پرواز و سیستم هدایت است. طراحی هدایت ورود به جو شامل دو بخش است [۱]: ایجاد مسیر مرجع برای مأموریت و طراحی قانون هدایت برای رهگیری مسیر مرجع و نهایتاً رسیدن وسیله به نقطه هدف نهایی. قوانین هدایتی که براساس مسیر حرکت از پیش محاسبه شده بنا شده‌اند را

سیستم هدایت ورود به جو بخش ضروری وسایل بازگشتی است. برای اینکه وسیله به هدف برسد، فرمان‌های هدایتی ایجاد و توسط سیستم کنترلی اعمال می‌شود؛ بنابراین طراحی هدایت ورود به جو نقش مهمی در فناوری پروازهای فضایی دارد. سیستم ورود به جو باید قادر به کنترل انرژی جنبشی و پتانسیل ناشی از سرعت و ارتفاع زیاد وسیله حین ورود به جو باشد. با کنترل این انرژی‌ها

می‌توان نسبت به خطاهای ناشی از عدم قطعیت اتمسفر و اثرودینامیک پرنده حساس دانست. با اینحال در این‌گونه قوانین قیود مسیر حرکت به‌خوبی ارضاء نمی‌شود. از طرف دیگر، قوانین هدایت پیش‌بین، شدیداً به توان محاسباتی سریع و آنبرد^۱ وابسته است [۲]. با توجه به این شرایط برای نیازهای آینده لازم است که روش هدایت شامل یک روش محاسبه راحت، قابل اصلاح و خودکار برای مسیر حرکت باشد. علاوه بر این، در فاز نهایی هدایت بازگشت به جو هدف اصلی از قوانین رهگیری دستیابی به خطای نزدیک صفر در موقعیت هدف می‌باشد، از دیگر اهداف می‌توان به حداقل یا حداکثر کردن سرعت برخورد به هدف اشاره کرد که با توجه به نوع وسیله بازگشتی و کاربرد آن متغیر است. علاوه بر این قیود، برای کاربردهای آتی جهت افزایش دقت و کارایی هدایت نهایی، نیاز به ارضای قیود بیشتری است. از جمله این قیود برخورد به هدف با زاویه‌ای معین و سرعت معین می‌باشد. مثلاً در سیستم هدایت سرجنگی‌ها قابلیت تخریب، نفوذ و مانورپذیری از طریق زاویه و سرعت برخورد مفید امکان‌پذیر است [۳]. برای وسایل بازگشتی که فاز نهایی، فرود توسط چتر نجات انجام می‌شود نیز وسیله باید در موقعیت مورد نظر دارای جهت مناسب و نیز سرعت مناسب باشد. الگوریتم‌های هدایت بازگشت به جو از نظر تاریخی تکامل‌یافته سه نسل اصلی از الگوریتم‌های هدایتی هستند [۴]. نسل اول مربوط به کپسول‌های آپولو شکل با نیروی برای کم می‌باشد. الگوریتم هدایت شاتل فضایی دومین نسل فناوری هدایتی می‌باشد [۵]. نسل سوم از الگوریتم‌های هدایت بازگشتی که بیشتر آنها در سال‌های اخیر ارائه‌شده‌اند جدا از روش‌های هدایت شاتل و آپولو بوده و بیشتر آنها براساس محاسبات آنبرد برای طراحی مسیر زمان واقعی هستند. در مرجع [۶] مسئله هدایت ورود به جو با استفاده از رویکرد معکوس ارائه شده است که در آن منحنی‌های بیزیه برای تولید مسیر و الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌سازی مسیر به‌کار رفته است و از طرفی مسیر بهینه به‌گونه‌ای طراحی می‌شود که سرعت برخورد به هدف بیشینه بوده و سایر قیود مسیر و کنترل ارضاء شود. رحمان و همکاران (۲۰۱۳) هدایت صریح بازگشتی به جو را با استفاده از روش دینامیک معکوس ارائه داد که در این کار از منحنی‌های بیزیه برای طراحی مسیر استفاده شده است [۷]. مهم‌ترین ویژگی آن مقیدکردن سرعت و زاویه اصابت نهایی است. راتنو و همکاران (۲۰۰۸) از روش هدایتی ناوبری تناسبی^۲

برای مسئله صفحه به صفحه استفاده کرده و زاویه برخورد نهایی را مقید کرده است [۸].

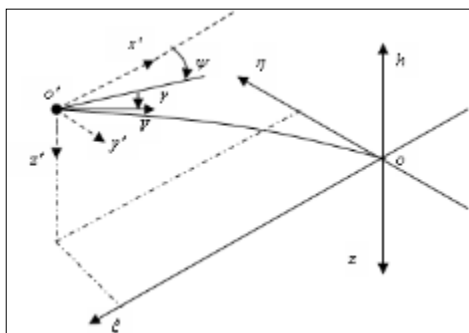
در مقاله حاضر مسیر بازگشت به جو با استفاده از منحنی بیزیه درجه ۴ طراحی شده است. نقاط کنترلی به‌نحوی انتخاب شده‌اند که وسیله با حداکثر سرعت به هدف برخورد کند. جهت بهینه‌سازی مسیر روش ازدحام ذرات^۳ به‌کار گرفته شده است. نوآوری روش پیشنهادی در برخورد به هدف با زاویه برخورد نهایی معین می‌باشد؛ به‌طوری‌که مقدار زاویه مسیر پرواز و زاویه سمت در لحظه برخورد به هدف از قبل معین شده و مسیر بازگشتی با توجه به این قیود طراحی می‌شود. برای اعمال این قیود نیاز به منحنی بیزیه با درجه بالاتر است، از اینرو از تقریب بیزیه درجه ۴ استفاده می‌شود. با افزایش درجه منحنی انعطاف‌پذیری منحنی نیز افزایش می‌یابد. روش ارائه‌شده براساس دینامیک معکوس بوده، مسیر به‌صورت آنالاین توسط منحنی‌های بیزیه طراحی می‌شود و فرمان‌های کنترلی لازم جهت حرکت در این مسیر به وسیله اعمال می‌شود وابسته‌بودن فرمان‌های هدایتی به پارامترهای مسیر منجر به ارائه یک روش هدایتی صریح می‌شود. در صورتی که قیود مسیر ارضاء نشود، مسیر جدیدی با استفاده از شتاب و زاویه مرحله قبلی و با اعمال شرایط پیوستگی موقعیت، زاویه و شتاب طراحی می‌شود و این فرایند تا برخورد به هدف ادامه می‌یابد [۹]. از ویژگی‌های منحنی‌های بیزیه، برای اعمال حالت‌های اولیه و نهایی و قیود مسیر و سپس برای به‌دست آوردن فرمان شتاب‌های کنترلی استفاده می‌شود. در نتیجه این روش منجر به ارضای قبلی قیود می‌شود. در بخش دوم این مقاله، معادلات حرکت مربوط به مسئله بازگشت به جو با در نظر گرفتن فرض‌های مناسب آورده شده است و در ادامه مسئله مورد نظر تشریح شده است. در ادامه این بخش، با استفاده از رویکرد دینامیک معکوس روابط شتاب‌های کنترلی استخراج و در بخش سوم مسیر بازگشتی توسط تقریب منحنی بیزیه طراحی می‌شود. بخش چهارم نیز به تشریح روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات اختصاص داده شده است. نهایتاً در بخش آخر نتایج حاصل از شبیه‌سازی ارائه شده است.

۲. معادلات

معادلات حرکت بازگشت به جو با فرض زمین کروی غیردوار و با میدان جاذبه^۲ $g = \mu / r^2$ با مجموعه معادلات ۱ تعریف می‌شود. معادلات ۱ تلفیقی از سینتیک و سینماتیک حرکت می‌باشند. قرار

۲-۱. رویکرد دینامیک معکوس

رویکرد دینامیک معکوس جهت استخراج شتاب‌های کنترلی از معادلات حرکت به کار گرفته می‌شود. برای این منظور، نخست در معادلات حرکت متغیر مستقل را از t به ξ تغییر یابد که در آن صورت تعداد معادلات کاهش یافته و شتاب‌های کنترلی به دست می‌آید. مجموعه معادلات ۴ شکل تغییر یافته معادلات ۱ می‌باشد که به پنج معادله تقلیل می‌یابد [۱۰]:



شکل ۱. هندسه مسیر بازگشت [۶]

$$v' = \frac{mg \sin \gamma - D}{mV \cos \gamma \cos \psi}$$

$$\gamma' = \frac{a_{vc} + \left(g - \frac{v^2}{r}\right) \cos \gamma}{-v^2 \cos \gamma \cos \psi}$$

$$\psi' = \frac{a_{hc}}{-v^2 \cos^2 \gamma \cos \psi}$$

$$\eta' = \tan \psi$$

$$h' = \tan \gamma \sec \psi$$

(۴)

که در آن علامت پریم نشان‌دهنده مشتق نسبت به ξ می‌باشد.

$$a_{vc} = \left(\frac{V^2}{r} - g\right) \cos \gamma \cos \psi \gamma'$$

(۵)

$$a_{hc} = -V^2 \cos^2 \gamma \cos \psi \psi'$$

باید توجه داشت که γ' و ψ' با مشتق‌گیری از دو معادله آخر روابط ۴ به دست می‌آیند:

$$\gamma' = (h'' \cos \psi - h' \psi' \sin \psi) \cos^2 \gamma$$

(۶)

$$\psi' = \cos^2 \psi \eta''$$

با جایگذاری رابطه ۶ در ۵ شتاب‌های کنترلی به دست می‌آید که مطابق رابطه ۷ ارائه شده‌اند، وجود ترم‌های h'' و η'' در روابط شتاب حاکی از این است که فرمان‌های کنترلی تابعی از

دادن دستگاه مختصات (h, η, ξ) در موقعیت هدف و دستگاه (o', x', y', z') در مرکز ثقل^۴ مطابق شکل ۱ معادلات حرکت در رویکرد قطبی نوشته می‌شود. در این معادلات موقعیت وسیله بازگشتی با سه متغیر برد (ξ) ، سمت (η) و ارتفاع (h) مشخص می‌شود، جهت بردار سرعت نیز با زاویه سمت (ψ) و زاویه مسیر پرواز (γ) در دستگاه محلی (o', x', y', z') مشخص می‌شود. زاویه‌ای است که بردار سرعت با صفحه افق محلی $o'x'y'$ می‌سازد و زاویه سمت ψ زاویه‌ای است که تصویر بردار سرعت در صفحه $o'x'y'$ با محور $o'x'$ می‌سازد. همچنین a_{vc} و a_{hc} شتاب‌های کنترلی هستند که مطابق رابطه ۲ تعریف می‌شوند [۱۰]:

$$\dot{v} = \frac{dv}{dt} = \frac{mg \sin \gamma - D}{m}$$

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{a_{vc} + (g - v^2/r) \cos \gamma}{v} = v$$

$$\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt} = \frac{a_{hc}}{v \cos \gamma}$$

(۱)

$$\dot{\xi} = \frac{d\xi}{dt} = -v \cos \gamma \cos \psi$$

$$\dot{\eta} = \frac{d\eta}{dt} = -v \cos \gamma \sin \psi$$

$$\dot{h} = \frac{dh}{dt} = -v \sin \gamma$$

$$a_{hc} = L \sin\left(\frac{\varphi}{m}\right)$$

(۲)

$$a_{vc} = L \cos\left(\frac{\varphi}{m}\right)$$

مقادیر اولیه برای متغیرهای حالت در لحظه ورود به جو $(v_0, \gamma_0, \psi_0, \xi_0, \eta_0, h_0)$ و مقادیر نهایی متغیرها که شامل موقعیت هدف (ξ_f, η_f, h_f) و زوایای برخورد نهایی (γ_f, ψ_f) می‌باشد نیز معین بوده و در جدول ۱ ارائه شده است. علاوه بر قیود نهایی برخی قیود مسیر شامل نرخ حرارتی، فشار دینامیکی و بار را نیز می‌توان اعمال کرد که تمامی این قیود در قالب قید زیر در شبیه‌سازی اعمال می‌شود [۱۰]:

$$a_c = \sqrt{a_{vc}^2 + a_{hc}^2} \leq a_{\max}$$

(۳)

$$a_{\max} = \min(N_g, a_{L\max})$$

به طوری که در این رابطه $a_{L\max}$ بیشترین شتابی است که سیستم کنترل قادر به تولید آن بوده و N_g حداکثر شتاب جانبی مجاز است.

$$P(\tau) = \sum_{i=0}^n B_i J_{n,i}(\tau) \quad 0 \leq \tau \leq 1$$

$$J_{n,i}(\tau) = \binom{n}{i} \tau^i (1-\tau)^{n-i} \quad (8)$$

$$\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$$

$$\frac{d^r}{d\tau^r} p(\tau) = \frac{n!}{(n-r)!} \sum_{i=0}^{n-r} \Delta^r B_i J_{n-r,i} \quad (9)$$

$$\Delta^0 B_i = B_i$$

$$\Delta^k B_i = \Delta^{k-1} B_{i+1} - \Delta^{k-1} B_i \quad \text{for } k=0, \dots, r$$

بنابراین مشتقات اول و دوم منحنی در نقاط تکیه‌گاهی عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned} P'(0) &= n(B_1 - B_0) \\ P''(0) &= n(n-1)(B_2 - 2B_1 + B_0) \\ P'(1) &= n(B_n - B_{n-1}) \\ P''(1) &= n(n-1)(B_2 - 2B_1 + B_0) \end{aligned} \quad (10)$$

که در آن n درجه منحنی و B_i ها نقاط کنترلی هستند. در این مسئله پارامتر τ برد نرمالیزه شده $(\xi_f - \xi_0) / (\xi_f - \xi_0)$ در نظر گرفته شده است و نقاط کنترلی $B_i = (h_i, \eta_i)$ هستند. درجه منحنی بستگی به پروفیل مسیر بازگشتی دارد در مرجع [۱۰] منحنی درجه ۳ به کار گرفته شده در مقاله حاضر به علت مقیدبودن زاویه برخورد نهایی نیاز به منحنی با درجه بالاتر داریم، از اینرو منحنی درجه ۴ با ۵ نقطه $(B_0, B_1, B_2, B_3, B_4)$ در نظر می‌گیریم نقاط ابتدا و انتهایی نقاط تکیه‌گاهی بوده در مسیر بازگشت به جو روی نقطه ورود به جو و موقعیت هدف تنظیم می‌شوند و همان‌طور که گفته شد تغییر در سایر نقاط کنترلی جهت تنظیم منحنی مسیر منجر به تغییر در نقاط تکیه‌گاهی نخواهد شد به این ترتیب قیود موقعیت به‌سادگی ارضاء می‌شود. مختصات این نقاط در بدو ورود به جو $B_0 = (h_0, \eta_0)$ و موقعیت هدف $B_f = (h_f, \eta_f)$ در نظر گرفته می‌شود. تغییر نقاط B_1 و B_3 جهت مماس در نقاط تکیه‌گاهی را تغییر می‌دهد، برای اعمال قید زاویه برخورد، با معین‌بودن زاویه ورود به جو و زاویه اصابت مطلوب $(\psi_0, \gamma_0, \psi_f, \gamma_f)$ مختصات نقاط B_1 و B_3 از دو رابطه آخر مجموعه معادلات ۴ به دست می‌آید از نقطه B_2 برای تنظیم مسیر و بهینه‌سازی مسیر استفاده می‌شود. برای محاسبه مشتقات از روابط ۸ استفاده می‌شود.

مسیر می‌باشند؛ بنابراین بایستی طراحی مسیر به‌عنوان گام بعدی صورت گیرد.

$$a_{vc} = \left(\frac{v^2}{r} - g \right) \cos \gamma - \quad (7)$$

$$V^2 \cos^3 \gamma \cos \psi (h'' \cos \psi - h' \eta'' \cos^2 \psi \sin \psi)$$

$$a_{hc} = -V^2 \cos^2 \gamma \cos^3 \psi \eta''$$

۳. طراحی مسیر

منحنی‌های بیزیه یکی از روش‌های مناسب در طراحی منحنی‌ها و سطوح آزاد است که نخستین بار توسط پییر بیزیه و برای طراحی بدنه خودرو معرفی شد و پس از آن نیز در بسیاری از حوزه‌ها به کار رفت [۱۱]. در روش‌های متعارف تولید منحنی، منحنی مقید می‌شود که از نقاط موجود بگذرد، اما در منحنی‌های بیزیه نقاط کنترلی رئوس چندجمله‌ای بیزیه را تشکیل داده که فقط نقاط ابتدا و انتهایی بر منحنی منطبق می‌باشند [۱۲]. مفهوم تابع بیزیه این امکان را می‌دهد تا مسیر پرواز پارامتری با حداقل پارامترها میسر شود. از دیگر خواص این منحنی‌ها قابلیت تغییر شکل با تغییرات نقاط کنترلی و سادگی محاسبه مشتقات آنهاست. برخی از ویژگی‌های منحنی‌های بیزیه که در طراحی مسیر بازگشتی در این تحقیق استفاده شده عبارت است از:

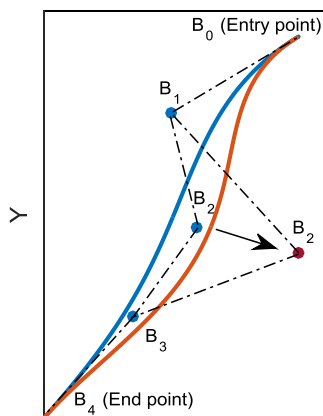
۱. یک منحنی بیزیه تنها از نقاط کنترل ابتدایی و انتهایی عبور می‌کند و نقاط کنترلی داخلی بر منحنی منطبق نیست
۲. مشتق (بردارهای مماس) یک منحنی بیزیه در نقاط کنترل پایانی همیشه در جهت نقاط کنترل داخلی می‌باشد
۳. اگر یک نقطه کنترل تغییر کند، کل منحنی بهبود می‌یابد، اما اکثر تغییر در مجاورت نقطه تغییر یافته صورت می‌گیرد، لذا تغییر را می‌توان پیش‌بینی کرد

شکل ۲ مسیری دوبعدی در صفحه XY است که توسط تابع بیزیه درجه ۴ رسم شده است. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، با تغییر مختصات نقطه B_2 و ثابت‌ماندن سایر نقاط کنترلی مسیر جدیدی به وجود می‌آید (منحنی قرمز رنگ). موقعیت نقاط ابتدا و انتها (B_4 و B_0) و همین‌طور شیب منحنی در این نقاط ثابت باقی می‌ماند. منحنی بیزیه و مشتقات آن از نظر ریاضی به این صورت تعریف می‌شوند [۱۱]:

با انتخاب یک h_{2_0} و η_{2_0} مناسب در محدوده‌های معین شده، تمامی نقاط کنترلی به دست آمده و مسیر اولیه بیزیه و مشتقات اول و دوم آن با روابط ۱۴ طراحی می‌شود.

$$\begin{aligned}
 h &= (1-\tau)^4 h_0 + 4\tau(1-\tau)^3 h_1 \\
 &+ 6\tau^2(1-\tau)^2 h_2 + 4\tau^3(1-\tau)h_3 + \tau^4 h_4 \\
 \eta &= (1-\tau)^4 \eta_0 + 4\tau(1-\tau)^3 \eta_1 \\
 &+ 6\tau^2(1-\tau)^2 \eta_2 + 4\tau^3(1-\tau)\eta_3 + \tau^4 \eta_4 \\
 d^2 h / d\tau^2 &= 12(1-\tau)^2 h_0 \\
 &+ (-24(1-\tau)^2 + 24\tau(1-\tau))h_1 \\
 &+ (-12(1-\tau)^2 + 48\tau + 60\tau^2)h_2 \\
 &+ (24\tau - 48\tau^2)h_3 + 12\tau^2 h_4 \\
 d^2 \eta / d\tau^2 &= 12(1-\tau)^2 \eta_0 \\
 &+ (-24(1-\tau)^2 + 24\tau(1-\tau))\eta_1 \\
 &+ (-12(1-\tau)^2 + 48\tau + 60\tau^2)\eta_2 \\
 &+ (24\tau - 48\tau^2)\eta_3 + 12\tau^2 \eta_4
 \end{aligned} \tag{۱۴}$$

در روابط شتاب‌های کنترلی مشتق نسبت به ξ مورد نیاز بوده که با روابط ۱۵ به سادگی حاصل می‌شود و با جایگذاری روابط حاصل در معادلات ۷ شتاب‌های کنترلی مورد نیاز برای حرکت وسیله در مسیر طراحی شده مطابق معادلات ۱۶ به دست می‌آید.



شکل ۲. منحنی بیزیه درجه ۴ و نمایش تغییرات منحنی با تغییر نقطه B_2

$$\begin{aligned}
 \frac{dp}{d\xi} &= \frac{dp}{d\tau} \left(\frac{1}{\xi_f - \xi_0} \right) \\
 \frac{d^2 p}{d\xi^2} &= \frac{d^2 p}{d\tau^2} \left(\frac{1}{\xi_f - \xi_0} \right)^2
 \end{aligned} \tag{۱۵}$$

$$a_{vc} = (V^2/r - g) \cos \gamma$$

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{d\eta}{d\xi} \right|_0 &= \tan \psi_0 \rightarrow \eta_{1_0} = \eta_{0_0} + \tan \psi_0 (\xi_f - \xi_0) / 4 \\
 \left. \frac{dh}{d\xi} \right|_0 &= \tan \gamma_0 \sec \psi_0 \rightarrow h_{1_0} = h_{0_0} + \\
 &\tan \gamma_0 \sec \psi_0 (\xi_f - \xi_0) / 4 \\
 \left. \frac{d\eta}{d\xi} \right|_f &= \tan \psi_f \rightarrow \eta_{3_0} = \eta_{4_0} + \tan \psi_f (\xi_f - \xi_0) / 4 \\
 \left. \frac{dh}{d\xi} \right|_f &= \tan \gamma_f \sec \psi_f \rightarrow h_{3_0} = h_{4_0} + \\
 &\tan \gamma_f \sec \psi_f (\xi_f - \xi_0) / 4
 \end{aligned} \tag{۱۱}$$

با توجه به روابط ۱۱ نقاط کنترلی اول و سوم به دست می‌آید و کافی است نقطه کنترلی دوم معین شود. با استفاده از شرط $|a_{hc} \leq a_{max}|$ می‌توان محدوده‌ای برای انتخاب η_{2_0} به دست آورد:

$$-a_{max} \leq a_{hc} \leq a_{max}$$

$$g_1(\eta_{1_0}, \eta_{0_0}, X_0) \leq \eta_{2_0} \leq g_2(\eta_{1_0}, \eta_{0_0}, X_0)$$

$$g_1 = -a_{max} \left(\frac{(\xi_f - \xi_0)^2}{12V_0^2 \cos^2 \gamma_0 \cos^3 \psi_0} \right) + 2\eta_{1_0} - \eta_{0_0} \tag{۱۲}$$

$$g_2 = a_{max} \left(\frac{(\xi_f - \xi_0)^2}{12V_0^2 \cos^2 \gamma_0 \cos^3 \psi_0} \right) + 2\eta_{1_0} - \eta_{0_0}$$

با داشتن η_{2_0} مقدار a_{hc} در لحظه ورود به جو به دست آمده و با توجه به قید $\sqrt{a_{vc}^2 + a_{hc}^2} \leq a_{max}$ بازه مناسب برای h_{2_0} به دست می‌آید.

$$\begin{aligned}
 g_3 &< h_{2_0} < g_4 \\
 &-\sqrt{a_{max}^2 - a_{hc}^2} + \left(\frac{V_0^2}{r_0} - g_0 \right) \cos \gamma_0 \\
 g_3 &= \left[\frac{V_0^2 \cos^3 \gamma_0 \cos^2 \psi_0}{V_0^2 \cos^3 \gamma_0 \cos^2 \psi_0} \right. \\
 &+ 24 \sin 2\psi_0 \left(\frac{(\eta_{2_0} - 2\eta_{1_0} + \eta_{0_0})(h_{1_0} - h_{0_0})}{(\xi_f - \xi_0)^3} \right) \\
 &\times \frac{(\xi_f - \xi_0)^2}{12} + 2h_{1_0} - h_{0_0}
 \end{aligned} \tag{۱۳}$$

$$\begin{aligned}
 &\sqrt{a_{max}^2 - a_{hc}^2} + \left(\frac{V_0^2}{r_0} - g_0 \right) \cos \gamma_0 \\
 g_4 &= \frac{V_0^2 \cos^3 \gamma_0 \cos^2 \psi_0}{V_0^2 \cos^3 \gamma_0 \cos^2 \psi_0} \\
 &+ 24 \sin 2\psi_0 \left(\frac{(\eta_{2_0} - 2\eta_{1_0} + \eta_{0_0})(h_{1_0} - h_{0_0})}{(\xi_f - \xi_0)^3} \right) \\
 &\times \frac{(\xi_f - \xi_0)^2}{12} + 2h_{1_0} - h_{0_0}
 \end{aligned}$$

در این روابط w ضریب اینرسی، r_1 و r_2 اعدادی تصادفی در بازه $[0, 1]$ با توزیع یکنواخت که باعث می‌شوند نوعی گوناگونی در جواب‌ها به وجود بیاید و به این نحو جستجوی کاملی روی فضا انجام پذیرد. همچنین c_1 ضریب یادگیری مربوط به تجارب شخصی هر ذره است و در مقابل c_2 ضریب یادگیری مربوط به تجارب کل جمع می‌باشد. یکی از ساده‌ترین روش‌ها برای تعیین مقادیر مناسب برای ضرایب یادگیری به این ترتیب است.

$$w = \chi \quad c_1 = \chi \phi_1 \quad c_2 = \chi \phi_2$$

$$\chi = \frac{2}{\phi - 2\sqrt{\phi^2 - 4\phi}}$$

$$\phi = \phi_1 + \phi_2$$

باید توجه داشت که ϕ_1 و ϕ_2 به نحوی انتخاب می‌شوند که $\phi \geq 4$ باشد. کلرک مقادیر $2/0.5$ را برای ϕ_1 و ϕ_2 پیشنهاد می‌کند [۱۶]. بنابراین مجموعه‌ای بیست‌تایی از ذرات را در نظر می‌گیریم موقعیت ذرات با دو متغیر (h_2, η_2) معین می‌شود که برای هر ذره مقداری تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه $g_1 \leq h_2 \leq g_2$ و $g_3 \leq \eta_2 \leq g_4$ تعیین می‌شود. برای این کار تابع *unifrnd* متلب استفاده می‌شود. سرعت اولیه ذرات صفر در نظر گرفته می‌شود. سپس مقدار تابع هزینه را که V_f می‌باشد برای هر یک از ذرات تعیین می‌کنیم. با مقایسه مقدار هزینه هر یک از ذرات بهترین تجربه شخصی ذرات و بهترین تجربه کل ذرات حاصل می‌شود با استفاده از این مقادیر سرعت و موقعیت ذرات مطابق روابط ۱۷ به نحوی به‌روزرسانی می‌شود که ذره به سمت بهینه سراسری حرکت کند. شکل ۳ نمودار حاصل از بهینه‌سازی انبوه ذرات را نشان می‌دهد مقدار h_2, η_2 حاصل به این ترتیب به دست می‌آید:

$$h_2 = 12.33 \text{ km}$$

$$\eta_2 = 4.9382 \text{ km}$$

۵. نتایج و بحث

با انتخاب مقدار بهینه (h_2, η_2) و تعیین تمام نقاط کنترلی، مسیر یبزیه شبیه‌سازی می‌شود و با محاسبه مشتقات آنها فرمان‌های هدایتی حاصل شده که منجر به حرکت وسیله در مسیر می‌شود. وسیله پرنده موردنظر یک جسم برآزا به جرم ۱۵۰۰ کیلوگرم در نظر گرفته می‌شود و ضرایب ائرودینامیکی تابعی از عدد ماخ و زاویه حمله $C_L(\alpha, M)$ و $C_D(\alpha, M)$ می‌باشند. برای وسیله و ویژگی‌های ائرودینامیکی آن از مدل ارائه‌شده در مرجع [۹]

$$-v^2 \cos^3 \gamma \cos \psi \left(\frac{12(h_2 - 2h_0 + h_0)}{(\xi_f - \xi_0)} \cos \psi \right) - \frac{4(h_1 - h_0)}{\xi_f - \xi_0} \frac{4(\eta_1 - \eta_0)}{\xi_f - \xi_0} \cos^2 \psi \sin \psi \quad (۱۶)$$

$$a_{hc} = -v^2 \cos^2 \gamma \cos^3 \psi \frac{12(\eta_2 - 2\eta_1 + \eta_0)}{(\xi_f - \xi_0)^2}$$

۴. بهینه‌سازی

انتخاب‌های متعددی برای (h_2, η_2) در بازه تعریف‌شده وجود دارد که منجر به مسیرهای متعددی می‌شود. در این تحقیق مسیر بهینه به نحوی طراحی می‌شود که وسیله با حداکثر سرعت به هدف برسد. برای این کار از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات استفاده می‌شود؛ مقدار (h_2, η_2) به نحوی انتخاب می‌شود که به مسیری با بیشترین سرعت اصابت نهایی منجر شود. برای رهگیری موشک‌های بالستیک یکی از رویکردها، حداقل‌سازی زمان رهگیری یا معادل آن حداکثرسازی سرعت برخورد یا سطح انرژی می‌باشد [۹]. از نظر ریاضی یک مسئله بهینه‌سازی شامل یک تابع برازندگی است که معرف مسئله است و مجموعه‌ای از قیود که فضای قابل‌حل را برای مسئله معین می‌کند [۱۳] در الگوریتم ازدحام ذرات مجموعه‌ای از ذرات در نظر گرفته می‌شود؛ این ذرات در فضای جستجو در حال جابه‌جایی بوده و به دنبال نقطه بهینه می‌باشند و به دلیل این جابه‌جایی دارای سرعت‌اند. ذرات در هنگام حرکت به سمت موقعیت جدید از قوانینی پیروی می‌کنند تا حرکتشان هدفمند بوده و به سمت بهینه سراسری حرکت کنند. سرعت و موقعیت جدید ذرات با استفاده از روابط زیر حاصل می‌شود [۱۴]:

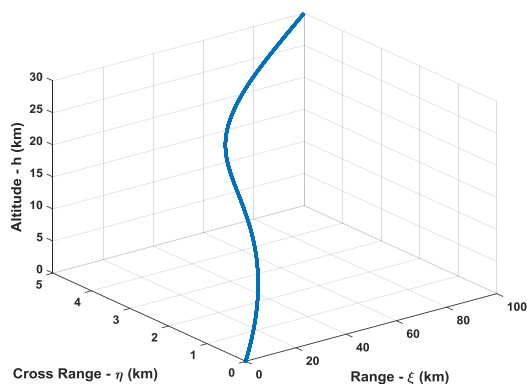
$$v_i^{k+1} = wv_i^k + c_1 r_1 (Pbest_i^k - x_i^k) + c_2 r_2 (Gbest_i^k - x_i^k) \quad (۱۷)$$

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1}$$

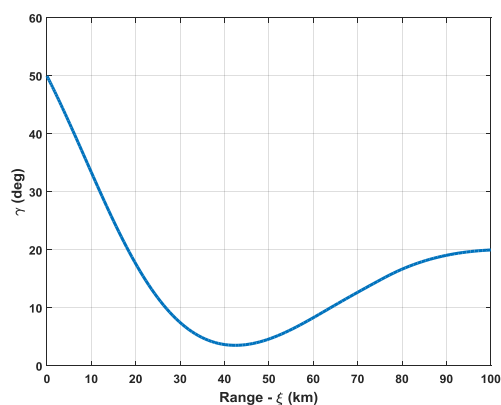
رابطه فوق نشان می‌دهد که سرعت ذرات با توجه به سه پارامتر تغییر می‌کند [۱۵]:

۱. نشان‌دهنده حرکت در جهت حرکت قبلی ذره
۲. $(Pbest_i^k - x_i^k)$ برداری است که حرکت به سمت بهترین موقعیتی که تاکنون ذره داشته را نشان می‌دهد
۳. $(Gbest_i^k - x_i^k)$ برداری است جهت نمایش حرکت به سمت بهترین موقعیتی که کل مجموعه ذرات تاکنون داشته‌اند

می‌شود که زاویه مسیر پرواز اولیه در شروع حرکت ۲۰ درجه بوده و در نقطه هدف با خطای بسیار ناچیز به مقدار مقیدشده؛ یعنی ۵۰ درجه می‌رسد. شکل ۷ تغییرات سرعت نسبت به برد را نشان می‌دهد. سرعت اولیه وسیله در لحظه شروع حرکت ۲۰۰۰ متر بر ثانیه در نظر گرفته شده است که با رسیدن به نقطه هدف این مقدار به ۷۰۳/۱۳ متر بر ثانیه می‌رسد. همان‌طور که بیان شده با استفاده از روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات مسیری طراحی شده که به بیشترین سرعت اصابت نهایی منجر شود. با مقایسه تغییرات شتاب کنترلی و شتاب بیشینه نسبت به برد در شکل ۸ مشاهده می‌شود که در ابتدای حرکت شتاب کنترلی به حد مجاز شتاب بیشینه رسیده و این امر به معنای طراحی مسیرهای جدید در طول حرکت وسیله بازگشتی می‌باشد. در مسیر اولیه طراحی شده قید شتاب ارضاء نشده و در نتیجه با تغییر در نقطه کنترلی h_2, η_2 مسیر جدید به نحوی طراحی می‌شود که قید شتاب را ارضاء نماید.

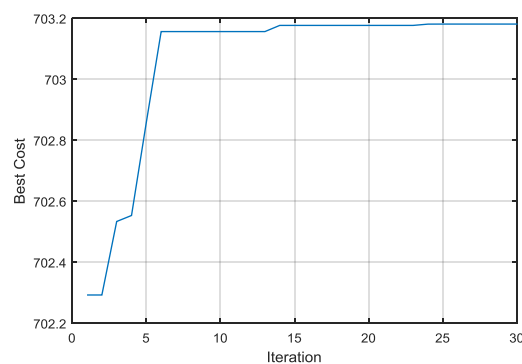


شکل ۴. مسیر سه‌بعدی پرواز

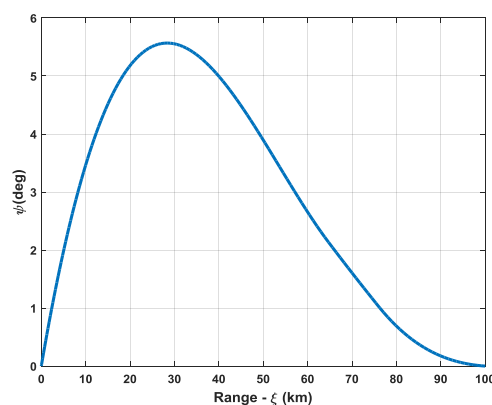


شکل ۶. تغییرات زاویه مسیر پرواز نسبت به برد

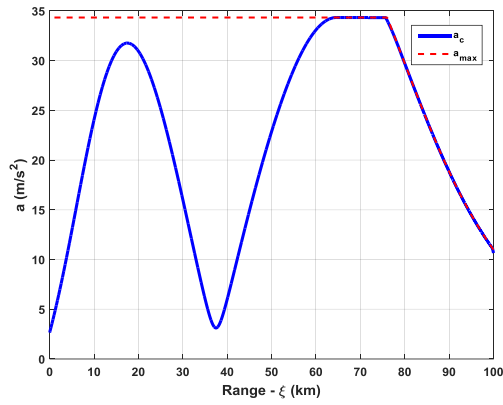
استفاده شده است. جرم حجمی هوا با استفاده از مدل استاندارد ۱۹۷۶ آمریکا [۱۷] محاسبه شده است. شبیه‌سازی در نرم‌افزار متلب انجام شده و برای حل معادلات از روش رانگ کوتای مرتبه ۴ استفاده شده است. شرایط مرزی مربوط به شبیه‌سازی در جدول ۱ و نتایج نیز در جدول ۲ ارائه شده است. شکل ۴ مسیر سه‌بعدی حرکت وسیله بازگشتی را نشان می‌دهد؛ در این شکل مشاهده می‌شود که وسیله با شروع حرکت از موقعیت اولیه در ارتفاع ۳۰ کیلومتری، مسیر طراحی شده را طی کرده و به موقعیت هدف می‌رسد. خطای اصابت به هدف نیز بسیار ناچیز است، این مقادیر در جدول ۲ ارائه شده‌اند. مطابق شکل ۵ زاویه سمت اولیه در لحظه ورود به جو در برد ۱۰۰ کیلومتر برابر صفر بوده و در لحظه برخورد به هدف نیز با خطای بسیار ناچیز به زاویه در نظر گرفته‌شده؛ یعنی صفر درجه، می‌رسد. شکل ۶ نشان‌دهنده تغییرات زاویه مسیر پرواز نسبت به برد است، در این شکل نیز مشاهده



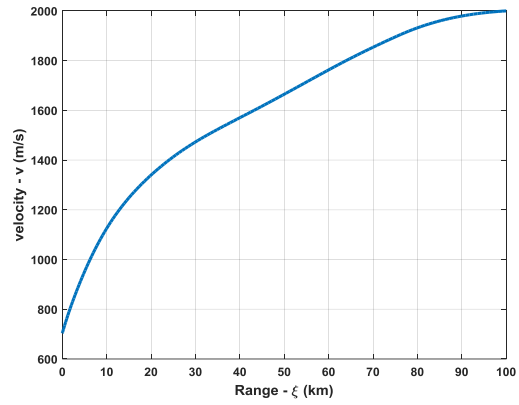
شکل ۳. بهترین هزینه حاصل از بهینه‌سازی



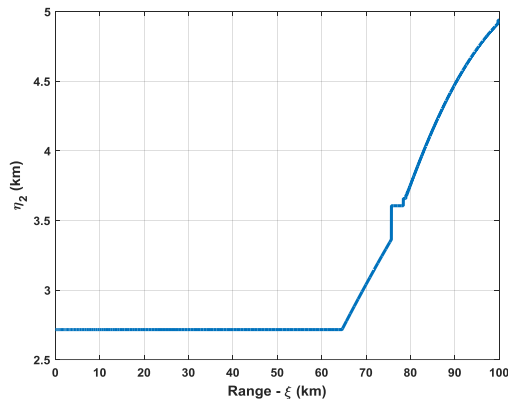
شکل ۵. تغییرات زاویه سمت نسبت به برد



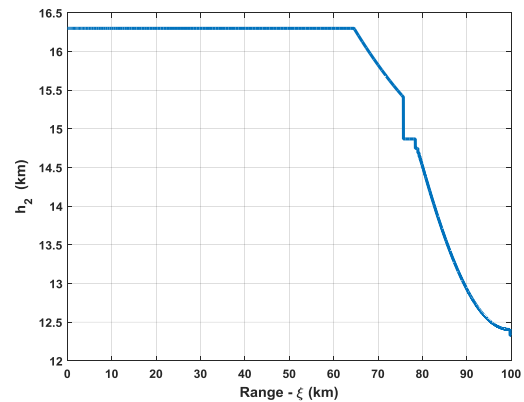
شکل ۸. مقایسه تغییرات شتاب کنترلی و شتاب بیشینه نسبت به برد



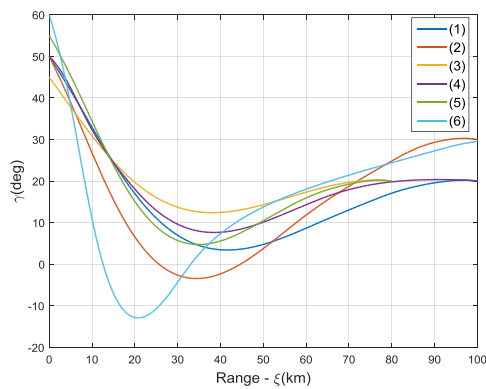
شکل ۷. تغییرات سرعت نسبت به برد



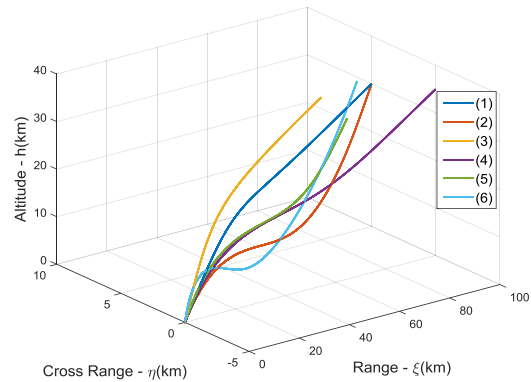
شکل ۱۰. تغییرات نقطه کنترلی h_2 نسبت به برد



شکل ۹. تغییرات نقطه کنترلی h_2 نسبت به برد



شکل ۱۲. نمودار زاویه مسیر پرواز بر حسب برد برای ۶ حالت مختلف



شکل ۱۱. مسیر سه بعدی حرکت برای ۶ حالت مختلف از شرایط پرواز

جدول ۱. شرایط مرزی

شرایط اولیه	شرایط نهایی
۲۰۰۰	-
۱۰۰	صفر
۵	صفر
۳۰	صفر
۲۰	۵۰
صفر	صفر

جدول ۲. نتایج حاصل از شبیه‌سازی

-۴/۸۹	خطای برد (متر)
-۰/۹۲	خطای برد سمتی (متر)
۰/۰۰۸۴	خطای زاویه مسیر پرواز (درجه)
-۰/۰۰۱۳	خطای زاویه سمت (درجه)
۷۰۳/۱۸	سرعت نهایی (متر بر ثانیه)

جدول ۳. شرایط مرزی برای ۶ حالت مختلف پروازی

ψ_f (deg)	ψ_0 (deg)	γ_f (deg)	γ_0 (deg)	h_0 (km)	η_0 (km)	ξ_0 (km)	v (m/s)	
۰	۰	۵۰	۲۰	۳۰	۵	۱۰۰	۲۰۰۰	حالت اول
۰	۵	۵۰	۳۰	۳۰	۵	۱۰۰	۱۷۵۰	حالت دوم
۵	۰	۴۵	۲۰	۳۰	۵	۸۰	۲۰۰۰	حالت سوم
۰	۰	۵۰	۲۰	۳۵	۰	۱۰۰	۲۰۰۰	حالت چهارم
۰	۵	۵۵	۲۰	۲۸	۳	۸۰	۱۷۵۰	حالت پنجم
۵	۰	۶۰	۳۰	۳۵	۷	۱۱۰	۲۵۰۰	حالت ششم

جدول ۴. نتایج حاصل از شبیه‌سازی برای ۶ حالت مختلف پروازی

حالت ششم	حالت پنجم	حالت چهارم	حالت سوم	حالت دوم	حالت اول	
-۴/۴۴	-۰/۹۲	-۲/۳	-۶/۳۴	-۵/۸۶	-۷/۶۴	خطای برد (متر)
-۰/۰۲	۰/۱	۰	-۰/۸۶	۰/۲۵	-۰/۹۷	خطای برد سمتی (متر)
۰/۰۱۱	۰/۰۰۸۲	۰/۰۱	۰/۰۰۹۶	۰/۰۰۹۱	۰/۰۰۱۲	خطای زاویه مسیر پرواز (درجه)
۰/۰۰۱۷	$-۲/۹۶ \times 10^{-۴}$	۰	$۱/۳۵ \times 10^{-۴}$	$-۶/۲۳ \times 10^{-۴}$	-۰/۰۰۲۳	خطای زاویه سمت (درجه)
۳۰۸/۶۳	۶۶۳/۲۹	۷۸۲/۰۲	۸۰۲/۶۹	۳۱۰/۸۷	۶۹۱/۸۳	سرعت نهایی (متر بر ثانیه)

شرایط اولیه و نهایی برای ۶ حالت مختلف پروازی در جدول ۳ و نتایج حاصل از این شبیه‌سازی‌ها در جدول ۴ ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهد که خطای موقعیت و زاویه در تمامی شرایط بررسی شده بسیار کم است این امر حاکی از این است که روش ارائه شده از کارایی خوبی برخوردار است. شکل ۱۱ مسیر سه‌بعدی حرکت را برای حالات ارائه شده در جدول ۳ نشان می‌دهد. با تغییر در شرایط پروازی مسیرهای متفاوتی جهت دستیابی به موقعیت هدف طراحی شده است؛ به نحوی که قید حداکثر شتاب مجاز در طول مسیر ارضاء شود. در شکل ۱۲ زوایای مسیر پرواز برای ۶ حالت مختلف برحسب برد ارائه شده، این قید نیز در تمامی حالات به خوبی و با خطای ناچیز ارضاء شده است.

شکل ۹ و ۱۰ تغییرات نقاط کنترلی نسبت به برد را نشان می‌دهد. از این شکل‌ها نیز به وضوح روشن است که در بخش‌هایی از مسیر که قید شتاب ارضاء نشده است با تغییر در قید شتاب در حرکت ورود به جو ارضاء نشده و مسیرهای جدیدی طراحی می‌شود. جهت ارزیابی کارایی روش ارائه شده، شرایط پروازی مختلفی را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در این شبیه‌سازی‌ها η_2 و h_2 اولیه از میانگین بازه‌های ارائه شده برای این مقادیر به دست می‌آید.

$$\eta_2 = \frac{g_1 + g_2}{2} \quad (۱۸)$$

$$h_2 = \frac{g_3 + g_4}{2}$$

۶. نتیجه‌گیری

سیستم هدایتی که براساس دینامیک معکوس ارائه شده است، شرایط نهایی موقعیت، زاویه مسیر پرواز و زاویه سمت را با طراحی مسیر مرجع ارضاء می‌کند. از طرفی فرمان‌های هدایتی نیز وابسته به شکل مسیر بوده و در صورتی که این فرمان‌ها از حد مجاز تعریف‌شده بیشتر شود وسیله ملزم به حرکت در مسیری جدید می‌شود. مسیر مرجع توسط تقریب بیزیه درجه ۴ طراحی می‌شود. برای نقطه کنترلی میانی بازه‌ای مجاز تعریف شده است، در نتیجه با تغییر این نقطه کنترلی بی‌نهایت مسیر می‌توان تولید کرد. با استفاده از روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات مقدار این نقطه کنترلی به نحوی حاصل می‌شود که وسیله در مسیری حرکت کند که منجر به بیشترین سرعت اصابت به هدف شود. این روش هدایتی در مجموع دارای مزایای بدین شرح می‌باشد: دقت بالایی در هدایت نهایی و اصابت به هدف از خود نشان می‌دهد. مسیر به‌صورت آنلاین طراحی می‌شود و قابل‌اعمال به سایر وسایل بازگشتی به جو مستقل از نوع وسیله می‌باشد. با طراحی مسیر توسط منحنی‌های بیزیه قیود مرزی از قبل ارضا می‌شود. طراحی مسیر ساده و با حداقل پارامترها انجام می‌شود. همچنین نقاط کنترلی توسط شرایط مرزی معین شده‌اند یا محدودهای برایشان تعریف شده است که این امر سبب می‌شود مسیرهای اضافی و خارج از محدوده تعریف‌شده در حین تولید مسیر نداشته باشیم، نقاط کنترلی توسط شرایط مرزی معین شده و یا محدودهای

برایشان تعریف شده است که باعث می‌شود مسیرهای اضافی و خارج از محدوده تعریف‌شده در حین تولید مسیر نداشته باشیم.

فهرست علائم و اختصارات

a_c	فرمان شتاب
a_{hc}	فرمان شتاب افقی
a_{max}	حداکثر شتاب مجاز
a_{vc}	فرمان شتاب قائم
B_i	نقاط کنترلی
c	ضریب یادگیری
D	نیروی پسا
h	ارتفاع
L	نیروی برا
m	جرم
n	درجه منحنی بیزیه
r	فاصله شعاعی از مرکز ثقل زمین
t	زمان
v	سرعت
w	ضریب اینرسی
ρ	چگالی
γ	زاویه مسیر پرواز
η	برد سمتی
ξ	برد
σ	زاویه بنک
ψ	زاویه سمت

۷. مأخذ

- [1] Z. Shen, On-board three-dimensional constrained entry flight trajectory generation, Digital Repository@ Iowa State University, <http://lib.dr.iastate.edu>, accessed June 12, 2002.
- [2] R. C. Wingrove, Survey of Atmosphere Re-Entry Guidance and Control Methods, *AIAA A Publication of the American Institute of Aeronautics and Astronautics*, Vol. 1, 1963.
- [3] H. Zhou, T. Rahman, W. Chen, Impact angle and impact velocity constrained terminal guidance for stationary target, *Aircraft Engineering and Aerospace Technology: An International Journal*, Vol. 87, 2015.
- [4] P. Lu, Entry Guidance: A Unified Method, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 37, 2014.
- [5] F. Carroll, J. Zvara, guidance and navigation for entry vehicles, *national aeronautics and space administration (NASA)*, 1968.
- [6] A. Naghash, R. Esmaelzadeh, M. Mortazavi, R. Jamilnia, Near optimal guidance law for descent to a point using inverse problem approach, *science direct, aerospace science and technology*, pp. 241-247, 2008.
- [7] T. Rahman, Z. Hao, C. Wanchun, Bezier approximation based inverse dynamic guidance for entry glide trajectory, *IEEE*, pp. 1-6, 2013.
- [8] A. Ratnoo, D. Ghose, Impact angle constrained interception of stationary targets, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 31, 2008.
- [9] R. Esmaelzadeh, Near optimal reentry guidance law using inverse problem approach, phd thesis,

- Amirkabir University of Tecnology, 2007. (in person)
- [10] R. Esmaelzadeh, A. Naghash, M. Mortazavi, An Explicit Reentry Guidance Law Using Bezier Curves, *The Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 50, 2008.
- [11] D. F. Rogers, J. A. Adams, Space curves, *Mathematical elements for computer graphics*, 1976.
- [12] D. Salomon, *Curves and Surfaces for Computer Graphics*, U.S.A: Springer, 2006.
- [13] S. Das, A. Abraham, A. Konar, Particle Swarm Optimization and Differential Evolution Algorithms: Technical Analysis, Applications and Hybridization Perspectives, *Springer-Verlag Berlin Heidelberg*, 2008.
- [14] P. H. Chen, *Particle Swarm Optimization for Power Dispatch with Pumped Hydro*, Department of Electrical Engineering, St. John's University, 2006.
- [15] Y. Shi, R. Eberhart, A modified particle swarm, *IEEE*, 1998.
- [16] M. Clerc, J. Kennedy, The particle swarm-explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space, *IEEE transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 6, 2002.
- [17] F. J. Regan, S. M. Anandkrishnan, *Dynamics of atmospheric re-entry*, Washington: AIAA, 1993.

پی نوشت

-
1. onboard
 2. proportional navigation
 3. particle swarm optimization
 4. Reentry vehicle