

# تأثیر ضریب بستر وینکلر-پاسترناک بر کماتش سازه مشبک مخروطی کامپوزیتی زیر بار محوری فشاری

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۵/۴

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۶/۲۰

امیرحسین ادیسی سرمولی<sup>۱</sup>، امیرحسین هاشمیان\*

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی هوافضا، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران، ایران

۲. استادیار، گروه مهندسی هوافضا، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران، ایران amir\_hashemian@srbiau.ac.ir

## چکیده

در این مطالعه مقدار بار نهایی کماتشی قابل تحمیل به سازه مشبک مخروطی کامپوزیتی روی بستر وینکلر-پاسترناک را با دو روش تحلیلی و اجزای محدود، مورد بررسی قرار داده و مقایسه شده است. در ابتدا معادله‌های حاکم بر سازه مشبک مخروطی استخراج و با قرار گرفتن سازه مشبک مخروطی روی بستر وینکلر-پاسترناک، معادله‌های حاکم بر آن به‌طور تحلیلی به‌دست آمده است. تأثیر ضریب سختی بستر بر رفتار سازه مشبک مخروطی با در نظر گرفتن مقادیر مختلف به‌صورت تحلیلی محاسبه و مورد بررسی قرار گرفته است. به‌طوری‌که با افزایش تعداد دنده‌ها و سطح مقطع آن‌ها مقاومت سازه بیشتر شده و با قرار گرفتن سازه مشبک مخروطی روی بستر وینکلر-پاسترناک مقدار تحمل بار کماتشی افزایش پیدا خواهد کرد و با افزایش ضریب سختی برای فنر در بستر، مقاومت در برابر بار کماتشی کاهش پیدا می‌کند. با مقایسه نتایج تحلیلی و روش اجزای محدود می‌توان دریافت که روش تحلیل و فرمول به‌دست‌آمده دقت مناسبی برای بررسی کماتش سازه مشبک روی بستر وینکلر-پاسترناک دارد.

واژه‌های کلیدی: نیروی کماتشی محوری، سازه مشبک مخروطی کامپوزیتی، بستر وینکلر-پاسترناک، روش اجزای محدود

۱۹۱

سال دهم - شماره ۱۰

بهار و تابستان ۱۴۰۰

نشریه علمی

دانش و فناوری هوافضا



دانشگاه صنعتی امیرکبیر

مخروطی کامپوزیتی زیر بار محوری فشاری  
تأثیر ضریب بستر وینکلر-پاسترناک بر کماتش سازه مشبک

## The effect of Winkler-Pasternak Foundation coefficient on buckling of composite conical lattice structure under compressive axial load

Amir Hossein Hashemian<sup>1</sup>, Amir Hossein Edrisi Sormoli<sup>2</sup>

1 Assistant Professor, Department of Aerospace Engineering, Islamic Azad University, Science and Research Branch, Tehran, Iran amir\_hashemian@srbiau.ac.ir

2 Graduated Student, Department of Aerospace Engineering, Islamic Azad University, Science and Research Branch, Tehran, Iran

### Abstract

In this study, the maximum amount of buckling load applied to the composite conical lattice structure located on the Winkler-Pasternak foundation has been investigated and compared by two analytical and finite elements methods. First, the governing equations of the conical lattice structure were obtained and then, by placing the conical lattice structure on the Winkler-Pasternak foundation, the governing equations were derived analytically. The effect of foundation stiffness coefficient on the behavior of conical lattice structures has been investigated analytically by considering different values. As the number of ribs and their cross section increases, the strength of the structure increases and by assuming that the conical lattice structure resting on the Winkler-Pasternak foundation, the amount of buckling load will increase and with increasing stiffness coefficient for the spring in the foundation, the buckling load resistance decreases. By comparing the analytical results and the finite element method, it can be seen that the analytical method and the obtained formula have a suitable accuracy for investigating the buckling of the lattice structure on the Winkler-Pasternak foundation.

**Keywords:** Composite Conical Lattice Structure, Axial Buckling Load, Winkler-Pasternak Foundation, FEM.

## ۱. مقدمه

در این مطالعه به تحلیل تأثیر ضریب بستر وینکلر - پاسترناک بر مقدار بار کمانشی وارده به سازه مشبک مخروطی پرداخته شده است. همچنین رفتار کمانشی دنده<sup>۱</sup> مورب زیر بار گسترده بررسی خواهد شد. وین گارتن و مورگان نتایج یک برنامه آزمایشی گسترده برای بررسی پایداری پوسته‌های استوانه‌ای و مخروطی زیر فشار داخلی و محوری را ارائه دادند. آن‌ها با استفاده از داده‌ها، معیارهای طراحی را مورد بحث قرار داده و توصیه‌هایی برای طراحی ارائه دادند. داده‌های تجربی برای سیلندرهاى زیر فشار داخلی و محوری نشان می‌دهد که علاوه بر آنکه سیلندر فشار داخلی را تحمل می‌کند، بلکه می‌توان میزان تغییر فشار افزایش یافته را با استفاده از تئوری تغییر مکان‌های کوچک برای سیلندرهاى بدون فشار محاسبه کرد. بنابراین تغییر بار خالص با فشار داخلی به نسبت شعاع ضخامت سیلندر و منحنی‌های مناسب طراحی بستگی دارد [۱]. مروزوو و همکارانش پیش‌تر از آن‌ها به تحلیل کمانش سازه مشبک مخروطی پرداخته‌اند. آن‌ها با در نظر گرفتن ابعاد هندسی، به تحلیل نتایج به دست آمده از روش حل عددی و نرم‌افزاری پرداخته‌اند [۲]. جانوکی و همکاران از الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌سازی نتایج موجود در کمانش سازه‌های مشبک استوانه‌ای کامپوزیتی تقویت شده استفاده کردند [۳]. کیم بر ساخت سازه‌های مشبک و بررسی شکست و خمش دنده‌های آن زیر نیروی فشاری مطالعه کرده است. او هدف از این کار را شناسایی حالت‌های مختلف شکست، مانند از کار افتادن دنده‌ها، خمش پوسته و مقاومت کل پوسته بیان کرده است [۴]. سوفی یوو و همکارانش به تحلیل و بررسی کمانش سازه پوسته‌ای مخروطی ناقص از جنس ناهمگن، زیر

بار فشاری جانبی و قرار گرفتن آن روی بستر وینکلر پاسترناک پرداخته‌اند [۵]. توتارو و همکارانش یک روش بهینه‌سازی برای ساختارهای پوسته مشبک زیر بارهای فشاری محوری با هدف طراحی اولیه پیشنهاد دادند. این روش شامل پیاده‌سازی و بهبود برخی از نتایج قبلی بود. آن‌ها با استفاده از یک روش تحلیلی بدون در نظر گرفتن سایر محدودیت‌های طراحی، حداقل چگالی جرمی را در محدودیت‌های کمانش و استحکام ارائه دادند [۶]. سوفی یوو محاسبات عددی کمانش مخروط پوسته‌ای زیر بار ترکیبی شامل نیروی فشاری خارجی و نیروهای محوری فشاری، با شرایط تکیه‌گاهی یک سر بسته فرض شده را مورد تحلیل قرار داده است. در این محاسبات از ماتریس انتقال و از روش گالر کین برای حل مسئله بهره گرفته شده است [۷]. سوفی یوو به تحلیل کمانش سازه پوسته‌ای مخروطی شکل ناقص پرداخته است [۸]. ردی و همکارانش به بررسی کمانش تیر بر بستر وینکلر پاسترناک در مقیاس نانو پرداخته‌اند [۹]. اسکندری جم و همکارانش معادله‌های کمانش سازه مشبک مخروطی را به صورت تقریبی برابر با معادلات کمانش سازه مشبک استوانه‌ای در نظر گرفته‌اند. آن‌ها با اعمال شروطی و در نظر گرفتن فرضیاتی، معادله‌های خاص برای بررسی کمانش سازه مشبک مخروطی معرفی کرده‌اند [۱۰]. نجاوف و همکارانش تأثیر تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول با در نظر گرفتن تنش‌های برشی، بر پایداری پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی که بر بستر الاستیک پاسترناک زیر فشار هیدرواستاتیک قرار گرفته را بررسی نموده‌اند. وی نشان داد که عملکرد شکل تنش برشی به صورت سهموی از طریق ضخامت پوسته توزیع می‌شود. [۱۱]. نادری و همکارانش از رابطه‌های هندسی ساده برای تعیین ابعاد و هندسه یک سازه مشبک مخروطی استفاده کرده و با روابط هندسی



ورابطه کلاسیک بار کمانشی یک تیر اوپلری، بار کمانش بحرانی یک سازه پوسته‌ای مشبک مخروطی از مواد مرکب زیر بار محوری، باروش تحلیلی محاسبه کرده‌اند. در ادامه نتایج این تحلیل با نتایج حاصل از آزمایش و نتایج حاصل از تحلیل المان مقایسه شده است [۱۲]. سیدمحمد رضا خلیلی و همکارانش مطالعه تجربی و عددی کمانش نیم‌استوانه‌ای مشبک کامپوزیتی انجام دادند. آن‌ها با بهره‌گیری از نرم‌افزار آباکوس و تحلیل سازه مشبک مورد نظر توانسته‌اند جواب‌های قابل قبولی به دست آورند. پارامترهای هندسی سازه مشبک مخروطی کامپوزیتی نقش به‌سزایی در حداکثر مقدار بار کمانشی و وزن سازه دارد. تعداد حلقه‌های افقی و دنده‌های مورب، ضخامت و زاویه دنده‌ها به‌همراه فاصله بین آن‌ها از اصلی‌ترین پارامترهای هندسی سازه مشبک است [۱۳]. دانگو و همکارانش به بررسی ارتعاشات و کمانش مرتبه دو معادله تئوری تیر تیموشنکو بر بستر وینکلر پاسترناک پرداخته‌اند [۱۴]. آنیستی و همکارانش مطالعه و بررسی کمانش تیر دو سر بسته روی بستر وینکلر پاسترناک و بررسی پاسخ نهایی از روش جواب‌های دینامیکی را به دست آورده‌اند. آن‌ها کمانش سازه مشبک مخروطی روی بستر وینکلر - پاسترناک را بررسی کرده و با به دست آوردن معادله‌های حاکم بر آن به‌طور تحلیلی، تأثیر ضریب سختی بستر بر رفتار سازه مشبک مخروطی را مورد بررسی قرار داده‌اند [۱۵]. هاشمیان و همکارانش معادله‌های دیفرانسیل حاکم بر پوسته‌های استوانه‌ای مشبک کامپوزیتی در اثر بار بحرانی کمانشی را به دست آوردند. آن‌ها کمانش بارهای محوری برای ساختار مشبک را تحت بار کمانش محوری فشاری تجزیه و تحلیل کردند و با استفاده از روش المان محدود به بررسی صحت و سقم نتایج تحلیلی پرداختند [۱۶]. رحیمی و همکارانش با در

نظر گرفتن ابعاد هندسی خاص خود نتایجی را در نرم افزار به دست آورده‌اند [۱۷]. بلاردی و همکارانش نیز با استفاده از یک روش گسسته میزان کمانش بحرانی سازه مشبک غیرایزوگرید را ارزیابی کردند. این روش با تکنیک مدل‌سازی پارامتری در نرم‌افزار صورت گرفته است. علاوه بر این، الگوریتم ژنتیک NSGA-II برای ایجاد یک روش بهینه‌سازی استفاده شده که به آن امکان می‌دهد، تجزیه و تحلیل مجموعه‌های مختلف متغیرهای هندسی، برای رسیدن به راه حل مطلوب از نظر مقدار جرم و برآورده کردن الزامات سازه و سختی، با هدف طراحی اولیه یک سازه واقعی را امکان پذیر نماید [۱۸]. زارعی و همکارانش نیز روش مؤثر جدیدی برای بررسی رفتار کمانش کلی پوسته‌های مخروطی ساندویچ چند لایه با هسته‌های مشبک ارائه دادند. با اضافه کردن سفتی پوست، سفتی کل ساختار ساندویچ به دست می‌آید. فرمول تحلیلی بر اساس نظریه تغییر شکل برشی مرتبه اول مشتق شده است. با استفاده از روش گالرکین، بار کمانش پوسته مخروطی ساندویچ محاسبه می‌شود. یک مدل سه بعدی از ساختار به منظور بررسی درستی راه حل‌های تحلیلی با روش اجزای محدود به صورت عددی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است [۱۹]. در این مطالعه آستانه نهایی بار کمانشی وارد به سازه مشبک مخروطی کامپوزیتی واقع بر بستر وینکلر - پاسترناک مورد بررسی و معادله کمانشی حاکم بر این نوع سازه‌ها به صورت تحلیلی به دست آمده و با روش اجزای محدود مدل‌سازی و نتایج حاصل مورد مقایسه قرار گرفته است. همچنین تأثیر ضریب سختی بستر بر رفتار سازه مشبک مخروطی با در نظر گرفتن مقادیر مختلف به صورت تحلیلی و روش اجزای محدود مورد مطالعه قرار گرفته است.



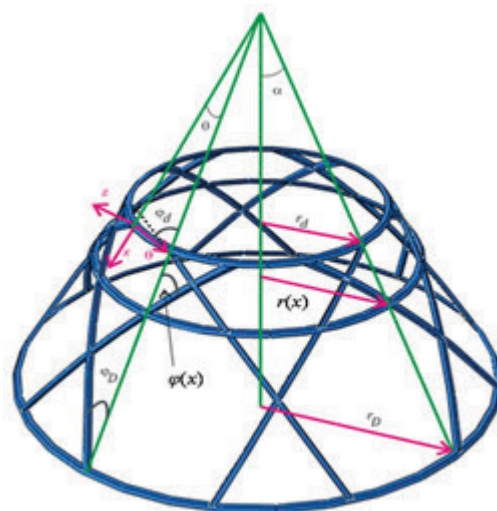


## ۲. معادله‌های حاکم بر سازه مشبک مخروطی

### ۲-۱. معادله حاکم تحلیلی کمانش سازه مشبک

#### روی بستر الاستیک

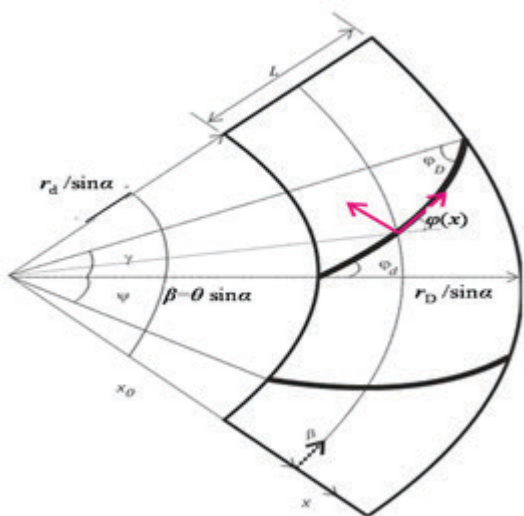
در شکل یک یک سازه مشبک مخروطی سه بعدی و متغیرهای هندسی نمایش داده شده است. در شکل دو یک سازه مشبک مخروطی دو بعدی نمایش داده شده است. به طوری که شعاع حلقه بزرگ و کوچک به ترتیب با  $r_D$  و  $r_d$  نشان داده شده است و  $2\alpha$  زاویه راس مخروط و  $L$  طول سطح مورب مخروط است. با توجه به پیچیدگی هندسی سازه مشبک مخروطی برای طراحی، ابتدا باید پارامترهای مؤثر در طراحی سازه را به دو قسمت پارامترهای وابسته و مستقل تقسیم کرد، سپس به صورت کامل طراحی سازه مشبک بررسی شود. پارامترهای وابسته خود به به پارامترهای مستقل، بستگی دارند [۱۰].



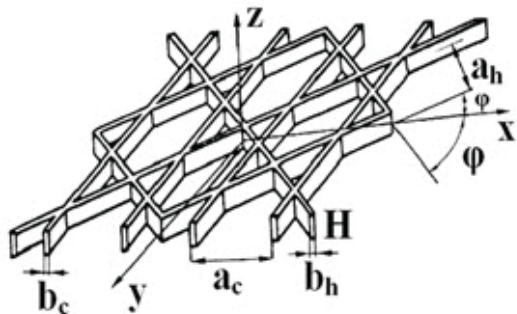
شکل ۱. متغیرهای هندسی سازه مشبک مخروطی [۱۲]

برای نمایش بهتر متغیرهای سازه مشبک مخروطی شکل سه نمایش داده شده است. در این شکل دستگاه مختصات  $X, Y, Z$  مشخص شده است.  $a_c$  فاصله بین

دو دنده محیطی،  $a_h$  فاصله بین دنده‌های مورب،  $\varphi_i$  زاویه هر نقطه از دنده مورب نسبت به محور عمود،  $b_c$  ضخامت مقطع دنده‌های محیطی،  $b_h$  ضخامت مقطع دنده‌های مورب و  $H$  ارتفاع دنده‌های مورب و محیطی است. در جدول یک، مشخصات هندسی سازه مشبک مخروطی بیان شده است. اصول و پایه طراحی این نوع سازه‌ها برای تحمل بارهای فشاری محوری است. یکی از مهم‌ترین شاخص‌ها برای این نوع سازه کمانش آن است. طراحی و ساخت این نوع سازه‌ها باید طوری باشد که در برابر حداکثر نیروها از خود کمترین کمانش را نشان دهد. در این سیستم مختصات، شعاع  $r(x)$  یک متغیر در نظر گرفته شده است. این شعاع، فاصله عمودی هر نقطه از شبکه تا محور دوران است.  $r(x)$



شکل ۲. متغیرهای سازه مشبک مخروطی دو بعدی [۱۲]



شکل ۳. یک قسمت از سازه مشبک شامل چند سلول [۲]

جدول ۱. پارامترهای هندسی سازه مشبک مخروطی [۱، ۴]

| پارامتر    | مقدار   | پارامتر         | مقدار             |
|------------|---------|-----------------|-------------------|
| H (mm)     | 600     | $\alpha_a$      | 15                |
| h (mm)     | 2, 4, 8 | $\alpha_D$      | 33                |
| l (mm)     | 720     | $\varphi$       | 5, 10, 15, 20, 25 |
| b (mm)     | 2, 4, 8 | $\alpha_c$ (mm) | 200, 300, 600     |
| r (mm)     | 800     | $\alpha_h$ (mm) | 115               |
| R (mm)     | 1600    | $n_c$ (mm)      | 2, 3, 4           |
| $n_h$ (mm) | 60      |                 |                   |

بامشتق گیری از رابطه ۱ رابطه ۲ استخراج می شود

[۴].

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{d\varphi}{\tan\varphi} \quad (۲)$$

$\Psi$  فاصله دنده‌های مایل است که پیش‌تر با  $a_h$

نمایش داده شده و از رابطه ۳ به دست می آید [۱۰].

$$\Psi = \frac{2\pi \sin\alpha}{n_h} \quad (۳)$$

$$[Q] = \begin{bmatrix} \frac{2E_h b_h c^4}{a_h} & \frac{2E_h b_h s^2 c^2}{a_h} & 0 \\ \frac{2E_h b_h s^2 c^2}{a_h} & \frac{2E_h b_h s^4}{a_h} + \frac{E_c b_c}{a_c} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2E_h b_h s^2 c^2}{a_h} \end{bmatrix}$$

طراحی هندسی و مدل سازی برای تحلیل در روش

اجزای محدود، سازه مشبک مخروطی با این فرض

صورت می گیرد که دنده‌های محیطی بین تقاطع

دنده‌های مورب قرار گرفته‌اند. با گسترش مدل دوبعدی

می توان زاویه روبه‌رو به رأس را با  $\gamma$  نمایش داد،

همچنین می توان آن را از رابطه ۴ محاسبه نمود [۱۰].

$$\gamma = \frac{\Psi}{2}(n_c - 1) \quad (۴)$$

فرض بر آن است که دنده‌های سازه مشبک بر

مسیر ژئودزیک قرار گیرند. مسیر ژئودزیک، مسیری

است که انحنای صفر دارد و زاویه قرارگیری نازل بافت

پیچش الیاف است. این مسیر به نام کوتاه‌ترین مسیر

نام گذاری شده است. بنابراین کوتاه‌ترین فاصله بین

دو نقطه بر هر سازه مدور را مسیر ژئودزیک می نامند،

به نحوی که اگر با یک نخ این دو نقطه به هم متصل

شوند و سازه گسترش پیدا کند، انحنای مسیر نخ صفر

می شود. بنابراین  $\varphi(x)$  زاویه قرارگیری یک دنده

مورب نسبت به محور عمود است، که از رابطه ۵ به دست

می آید [۱۰].

$$\varphi(x) = \tan^{-1} \left( \frac{\rho \sin\gamma}{\rho_F \cos\gamma - \rho_0} \right) \quad (۵)$$

همچنین زاویه ژئودزیک در قطر بزرگ برابر است با:

$$\varphi_F = \varphi_0 - 1 \quad (۶)$$

همچنین تغییرات  $\rho$  نسبت به  $\varphi$  از رابطه زیر به

دست می آید [۸].

$$d\rho = -C \frac{\cos\varphi}{\sin^2\varphi} d\varphi \quad (۷)$$

فضای عمومی بین دنده‌های محیطی و مورب برای

یک سلول در هر ردیف از معادله‌های زیر استخراج

می شود [۱۰].

$$a_h = 2a_c \sin\varphi \quad (۸)$$

$$(a_c)_{i, i+1} = \frac{\int_{\rho_i}^{\rho_{i+1}} \Delta\Psi d\rho}{\int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} 2d\varphi} \quad (۹)$$

در معادله ۹،  $i$  معرف شماره دنده است. علامت منفی

در معادله به معنی قرار گرفتن محور مختصات در سطح

مقطع کوچک‌تر است. خصوصیات سفتی سلول به

صورت تکرار شونده است. خصوصیات اورتوتروپیک

به دست آمده برای اجسام مدور در جهت محوری است.

برای سازه استوانه‌ای، سفتی در جهت محوری برابر

سازه است.  $\bar{E}_x = \frac{A}{L}$  است. در این رابطه  $A = 2\pi rH$  سطح مقطع

سازه است. ماتریس سفتی  $[Q]$  سلول‌ها را با توجه به

ترتیب دنده‌های ایجاد شده می توان از رابطه زیر به دست

آورد [۶].

$$S = \sin \varphi . C = \cos \varphi \quad (10)$$

در این رابطه  $E_n$  مدول الاستیسیته دنده مورب و  $E_c$  مدول الاستیسیته دنده محیطی است. معادله ۱۰ به صورت مستقیم از تئوری فرمولاسیون و فرضیه‌هایی که مربوط به سفتی لایه و خواص الیاف است، به دست آمده است. همچنین خصوصیات سفتی معادل در جهت محوری از معادله زیر قابل استخراج است [۱۰].

$$\bar{E}_x = \frac{1}{H} \left( \frac{q_{11}q_{22} - q_{12}^2}{q_{22}} \right) \quad (11)$$

$q_{ij}$  استفاده شده در معادله ۱۱ مؤلفه‌های ماتریس سفتی Q است.  $\bar{E}_x$  به زاویه دنده‌های مورب، پهنا و فواصل دنده‌های مورب و محیطی بستگی دارد. رابطه بار محوری بحرانی کمانش پوسته‌های مخروطی برابر است با [۱].

$$P_{cy} = \frac{2\pi \bar{E}_x t^2}{\sqrt{3(1-\varrho^2)}} \cos^2 \alpha \quad (12)$$

طبق رابطه ۱۲ بار محوری بحرانی کمانش پوسته‌های مخروطی همانند پوسته‌های استوانه‌ای است، با این تفاوت که زاویه نیم رأس مخروط نیز در بار بحرانی مؤثر است. برای کاهش اختلاف نتایج حاصل از حل تحلیلی با نتایج اجزای محدود، ضریب تصحیح کمانش C تعریف می‌شود. در نهایت رابطه بار بحرانی کمانش پوسته‌ای مخروطی با اعمال ضریب تصحیح کمانش برابر با رابطه زیر بیان می‌شود [۱۰].

$$P_{cy} = C \frac{2\pi \bar{E}_x t^2}{\sqrt{3(1-\varrho^2)}} \cos^2 \alpha \quad (13)$$

مقدار پارامتر C به زاویه شیب مخروط بستگی دارد [۲۲]. ضریب C برای مخروط با زاویه رأس ۱۰ تا ۷۵ درجه برابر ۰٫۳۳ است. در محدوده خارج از این زوایا

C بر اساس آزمایش تجربی استخراج می‌شود [۱۱]. با بارگذاری یک سازه مشبک مخروطی که روی بستر وینکلر پاسترناک قرار گرفته است، می‌توان معادله تحلیلی کمانش پوسته مشبک کامپوزیتی را به صورت زیر نشان داد.

$$(14)$$

$$P(x) = K_0 B w(x) - K_{0,G} B \frac{d^2 w(x)}{dx^2}$$

$$K w(x) - k_G \frac{d^2 w(x)}{dx^2}$$

در اینجا P نیروی فشاری، B مقطع عرضی تیر در سطح برخورد با بستر، w خمش خط مرکزی مقطع تیر،  $K_0$  ماتریس سختی فنر و  $K_{0,G}$  ضریب برشی است. با توجه به رابطه ۱۳، با اضافه کردن آن به رابطه ۱۴ می‌توان معادله کمانش نهایی برای سازه مشبک مخروطی روی بستر وینکلر پاسترناک را نتیجه‌گیری کرد.

$$P_{cy} + P(x) = P_{cyl} \quad (15)$$

در رابطه ۱۵،  $P_{cy}$  نیروی حاصل از بار بحرانی بر سازه مشبک مخروطی است و  $P(x)$  رابطه نیروی حاصل از بار وارد بر بستر وینکلر پاسترناک است.

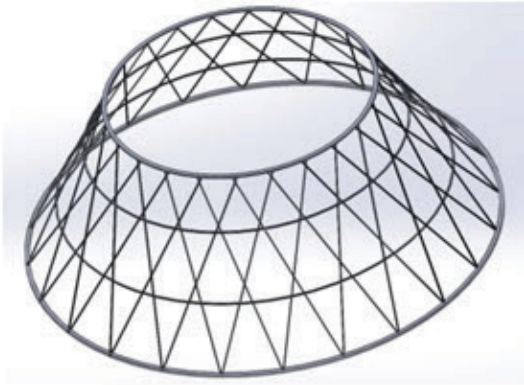
$$P_{cyl} = \left[ C \frac{2\pi \bar{E}_x t^2}{\sqrt{3(1-\varrho^2)}} \cos^2 \alpha \right] + \left( K_0 B w(x) - K_{0,G} B \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \right) \quad (16)$$

رابطه ۱۶ بیان روشن از مجموع رابطه بار نهایی بحرانی وارد بر سازه مشبک مخروطی و نیروی وارد بر بستر وینکلر-پاسترناک است. در این رابطه  $k_0$  ماتریس سختی فنر و  $K_{0,G}$  ضریب لایه برشی است.

## ۲-۲. روش اجزای محدود

برای اعتبارسنجی نتایج تحلیلی به دست آمده





شکل ۴. سازه مشبک مخروطی



شکل ۵. مش بندی سازه مشبک مخروطی

جدول ۲. مقادیر خواص الیاف فایبر شیشه و ماده متشکل از رزین و هاردنر [۱،۸]

| واحد              | مقدار | مشخصه                      |
|-------------------|-------|----------------------------|
| MPa               | ۱۰۰   | مدول الاستیسیته طولی $E_x$ |
|                   | ۰.۲۸  | ضریب پواسون $\nu_{xy}$     |
| Kg/m <sup>۳</sup> | ۱۵۵۰  | چگالی نسبی $\rho$          |
| MPa               | ۲.۵   | مدول برشی $G_{yz}$         |
| GPa               | ۵.۵   | مدول برشی عرضی $G_{xy}$    |
| GPa               | ۵.۵   | مدول برشی عرضی $G_{xz}$    |

برای حجم بارگذاری تا نقطه ایجاد کمانش در سازه از KN 0-400 افزایش فرض می شود. رفتار سازه مشبک مخروطی بر اثر بار محوری فشاری بر روی سطح بالایی بررسی شده است. مقادیر مختلف برای ضریب سختی فنر و ضریب برشی به صورت (۱،۵) و (۵،۱) و (۱۰،۱) و (۱۰،۱) و (۱،۱۵) و (۱۵،۱) در نظر گرفته شده است.

### ۳. محاسبات عددی تحلیلی و روش اجزای محدود

کمانش وارد بر سازه مشبک مخروطی بادر نظر گرفتن

از رابطه ۱۶ از روش اجزای محدود و مدل سازی در نرم افزار آباکوس استفاده می شود. در اولین قدم برای مدل سازی یک سازه مشبک، کوچک ترین سلول یک سازه مشبک ایجاد می شود و با تکرار آن در طول محورها و بادر نظر گرفتن زاویه رأس مخروط مدل کامل به دست می آید. تمامی نقاط با هم مرج (یکپارچه) شده و تلورانس مدل سازی برای به دست آوردن یک مدل واحد در نظر گرفته می شود. برای بستر می توان از یک سری فنرهایی که در طول شعاع پوسته استوانه ای در قسمت خارجی به صورت المان فنر هستند به عنوان پارامترهای وینکلر و پاسترناک در نظر گرفت. برای مش بندی پوسته مشبک مخروطی از المان Solid سه بعدی استفاده شده و تعداد المان ها ۱۴۱۳۷ است. در مدل سازی سازه مشبک مخروطی تعداد دنده های مورب ۶۰ جفت و تعداد دنده های محیطی متغیر بین 22 تا  $n_s = 4$  در نظر گرفته شده است. قطر بزرگ سازه مشبک مخروطی ۱۶۰۰ میلی متر و قطر کوچک ۸۰۰ میلی متر و ارتفاع مخروط ۶۰۰ میلی متر فرض شده است. یکی از مهم ترین پارامترهای هندسی مقطع دنده های مورب است که به سه فرم  $(h=8 \text{ mm}, b=2 \text{ mm})$  و  $(h=4 \text{ mm}, b=4 \text{ mm})$  و  $(h=2 \text{ mm}, b=8 \text{ mm})$  و زوایای دنده های مورب به صورت  $\varphi = 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ$  در نظر گرفته شده است. خواص مکانیکی ماده کامپوزیتی به صورت جدول دو در نظر گرفته می شود. شرایط تکیه گاهی برای محاسبه نتایج با توجه به فرضیاتی که برای محاسبه کمانش سازه مشبک مخروطی در نظر گرفته شده یک سر بسته است و روی بستر وینکلر پاسترناک قرار گرفته است.

مقدار حجم بارگذاری انجام شده روی سازه مشبک مخروطی با توجه به نوع قرارگیری مقطع دنده مورب متفاوت است.



بستر وینکلر-پاسترناک مورد بررسی قرار گرفته است. رفتار سازه مشبک مخروطی بر اثر بار محوری فشاری روی سطح بالایی کوچکترین دنده افقی بررسی شده است. در جدول سه نتایج به دست آمده حاصل از حل برای ضریب سختی ۱ و ضریب برشی ۵ است. با مقایسه نتایج حاصل می‌توان نتیجه گرفت که تأثیر ضریب

برشی در پاسخ نهایی بسیار ناچیز است. با در نظر گرفتن بستر و ضریب سختی ۱، نتایج برای بار نهایی کمانش تا حد زیادی افزایش پیدا خواهد کرد. همان طور که در مرجع [۱۰] آمده است، مقدار این کمانش در حالتی که سازه بدون بستر الاستیک باشد، حدود ۱۲,۴۵ خواهد بود که با در نظر گرفتن روی بستر الاستیک به مقدار

جدول ۳. کمانش سازه مشبک مخروطی روی بستروینکلرپاسترناک برای ضریب سختی ۱ و ضریب برشی ۵

| زاویه $\phi$ | روش تحلیلی     |          |      | روش تحلیلی     |          |      | روش تحلیلی     |          |       |
|--------------|----------------|----------|------|----------------|----------|------|----------------|----------|-------|
|              | FEM            | درصد خطا | KN   | FEM            | درصد خطا | KN   | FEM            | درصد خطا | KN    |
|              | $h=2mm, b=4mm$ |          |      | $h=4mm, b=4mm$ |          |      | $h=4mm, b=2mm$ |          |       |
| ۵۰           | ۱۳.۵           | ۱۳.۸۳    | ۲.۵  | ۳۵.۹           | ۳۳.۷     | ۶.۱۲ | ۴۶.۲۵          | ۴۷.۹۶    | ۳.۶   |
| ۱۰۰          | ۳۰.۶۳          | ۳۰.۲۵    | ۱.۲۵ | ۶۲.۷۸          | ۶۳.۷۲    | ۱.۴۷ | ۹۸.۵۶          | ۹۹.۸۸    | ۱.۳۳  |
| ۱۵۰          | ۵۱.۸۲          | ۵۰.۷۹    | ۲.۱  | ۱۰۷.۵۶         | ۱۰۶.۵۶   | ۰.۹  | ۱۱۰.۸۸         | ۱۱۰.۰۷   | ۰.۱۶  |
| ۲۰۰          | ۸۱.۹۹          | ۸۲.۸     | ۰.۹۸ | ۱۳۸.۶۵         | ۱۳۹.۶۵   | ۰.۷۲ | ۲۷۵.۳۵         | ۲۷۳.۳۲   | ۰.۷۳۷ |
| ۲۵۰          | ۱۲۳.۴۵         | ۱۲۴.۱۱   | ۱.۰۱ | ۱۹۱.۲۵         | ۱۹۰.۰۷   | ۰.۶۱ | ۳۰۷.۲۵         | ۳۰۶.۶۶   | ۰.۱۹  |

جدول ۴. کمانش سازه مشبک مخروطی روی بستروینکلرپاسترناک برای ضریب سختی ۵ و ضریب برشی ۱

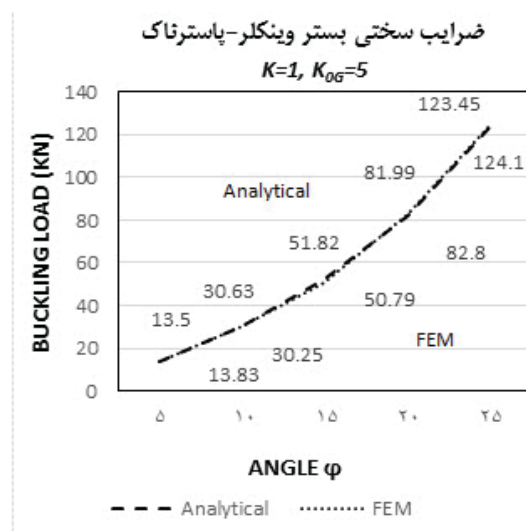
| زاویه $\phi$ | روش تحلیلی     |          |      | روش تحلیلی     |          |       | روش تحلیلی     |          |       |
|--------------|----------------|----------|------|----------------|----------|-------|----------------|----------|-------|
|              | FEM            | درصد خطا | KN   | FEM            | درصد خطا | KN    | FEM            | درصد خطا | KN    |
|              | $h=2mm, b=4mm$ |          |      | $h=4mm, b=4mm$ |          |       | $h=4mm, b=2mm$ |          |       |
| ۵۰           | ۱۳.۱۱          | ۱۳.۸۲    | ۰.۵۴ | ۳۳.۸۸          | ۳۳.۶۶    | ۰.۶۴  | ۴۶.۱           | ۴۷.۹۳    | ۳.۹۶  |
| ۱۰۰          | ۳۰.۹۵          | ۳۰.۲۱    | ۰.۹  | ۶۳.۸۵          | ۶۳.۲۷    | ۰.۹   | ۹۷.۸۵          | ۹۹.۷۲    | ۱.۹   |
| ۱۵۰          | ۵۱.۰۱          | ۵۰.۷۵    | ۰.۵  | ۱۰۵.۸۵         | ۱۰۶.۱۶   | ۰.۲۹  | ۱۰۸.۵۲         | ۱۰۹.۹۱   | ۱.۳۳  |
| ۲۰۰          | ۸۲.۰۰          | ۸۲.۷۵    | ۰.۹۱ | ۱۳۹.۱۲         | ۱۳۹.۱۵   | ۰.۰۲۱ | ۲۷۰.۲          | ۲۷۰.۹    | ۰.۲۵  |
| ۲۵۰          | ۱۲۳.۸          | ۱۲۴.۱    | ۰.۲۴ | ۱۸۵.۷۵         | ۱۸۹.۵۷   | ۲.۰۶  | ۳۰۴.۸          | ۳۰۶.۱۶   | ۰.۶۴۴ |

جدول ۵. کمانش سازه مشبک مخروطی روی بستروینکلرپاسترناک برای ضریب سختی ۱۵ و ضریب برشی ۱

| زاویه $\phi$ | روش تحلیلی     |          |      | روش تحلیلی     |          |      | روش تحلیلی     |          |      |
|--------------|----------------|----------|------|----------------|----------|------|----------------|----------|------|
|              | FEM            | درصد خطا | KN   | FEM            | درصد خطا | KN   | FEM            | درصد خطا | KN   |
|              | $h=2mm, b=4mm$ |          |      | $h=4mm, b=4mm$ |          |      | $h=4mm, b=2mm$ |          |      |
| ۵۰           | ۱۲.۹۵          | ۱۳.۷۰    | ۵    | ۳۳.۰۷          | ۳۳.۵۷    | ۱.۵  | ۴۳.۲۱          | ۴۷.۸۹    | ۱۰.۱ |
| ۱۰۰          | ۲۹.۸۸          | ۳۰.۱۲    | ۰.۷  | ۶۲.۹۹          | ۶۲.۳۱    | ۱.۰۷ | ۹۵.۰۱          | ۹۹.۶۳    | ۴.۸۹ |
| ۱۵۰          | ۴۹.۸۷          | ۵۰.۶۵    | ۱.۵۶ | ۱۰۳.۹۵         | ۱۰۵.۵۱   | ۱.۵۱ | ۱۰۳.۲۱         | ۱۰۹.۳۶   | ۵.۹۵ |
| ۲۰۰          | ۷۹.۲           | ۸۲.۲     | ۳.۷۸ | ۱۳۵.۵          | ۱۳۸.۱۵   | ۱.۹۵ | ۲۶۰.۸۵         | ۲۷۱.۹    | ۴.۲۳ |
| ۲۵۰          | ۱۲۰.۲۵         | ۱۲۳.۱۱   | ۲.۳  | ۱۸۰.۲۵         | ۱۸۸.۰۵   | ۱.۹۵ | ۲۹۵.۲۵         | ۳۰۵.۱۵   | ۳.۳۳ |



۱۳/۸۳ تغییر و افزایش خواهد داشت. در شکل شش مقدار نهایی کمانش سازه مشبک مخروطی با در نظر گرفتن ضریب سختی ۱ و ضریب برشی ۵ است. در اینجا هم نتیجه محاسبات تحلیلی برای کمانش سازه مشبک مخروطی روی بستر وینکلر-پاسترناک و نتایج حل روش اجزای محدود به صورت دیاگرام نمایش داده شده است. نتایج تحلیلی اختلاف اندکی با نتایج حاصل از حل روش اجزای محدود دارد که ناشی از خطای محاسبات است. در این شکل مقادیر  $h=2\text{mm}$ ,  $b=8\text{mm}$  مورد مقایسه قرار گرفته است. در ستون عمودی حداکثر بار بحرانی قابل تحمیل بر سازه و در ستون افقی، زاویه ریب مورب نمایش داده شده است. همچنین در شکل هفت مقدار نهایی کمانش سازه مشبک مخروطی با مقادیر  $h=4\text{mm}$ ,  $b=4\text{mm}$  مورد مقایسه قرار گرفته است. جدول چهار محاسبات تحلیلی و روش اجزای محدود برای آستانه مقدار بار کمانشی قابل تحمیل به سازه مشبک مخروطی روی بستر وینکلر-پاسترناک است. این نتایج با در نظر گرفتن ضریب لایه برشی ۱ و ضریب سختی ۵ برای بستر وینکلر-پاسترناک بیان شده است.



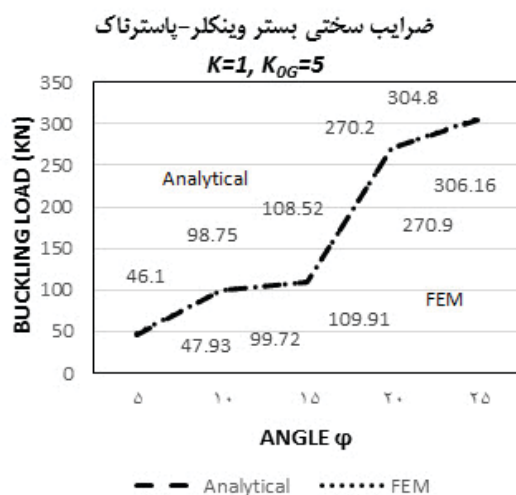
شکل ۶. بار نهایی کمانشی سازه مشبک مخروطی روی بستر وینکلر-پاسترناک برای مقطع  $h=2\text{mm}$ ,  $b=8\text{mm}$  و  $K=1, K_{OG}=5$

در شکل شش مقایسه نتایج آستانه بار کمانشی سازه مشبک مخروطی بر روی بستر وینکلر-پاسترناک برای زوایای مختلف نمایش داده شده است. با مراجعه به نمودار ترسیم شده در این شکل می توان متوجه شد که با افزایش زاویه  $\phi$  به ازای هر ۵ درجه مقدار بار کمانشی قابل تحمل به میزان قابل توجهی افزایش می یابد. مشاهده می شود که در زاویه  $\phi=5$  درجه اختلاف بین نتایج تحلیلی و روش اجزای محدود ۲٪ بوده و با افزایش زاویه  $\phi=25$  این میزان به ۵٪ می رسد. این نتایج با فرض مقادیر ضرایب بستر  $K=1$  و  $K_{OG}=5$  به دست آمده است. نقطه چین بیانگر مقادیر پاسخ برای روش اجزای محدود و خط تیره بیانگر مقادیر پاسخ حل تحلیلی است.

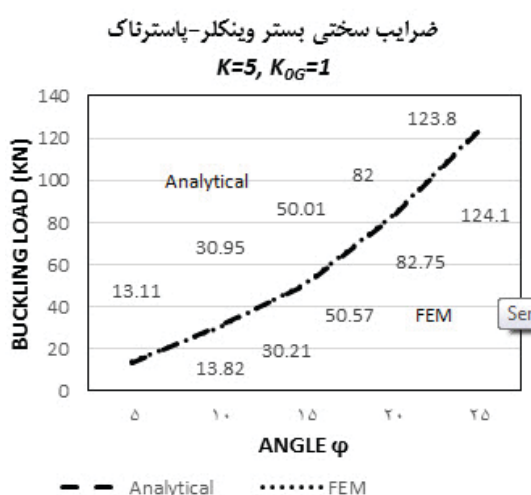
در شکل هفت با فرض مقادیر  $h=4\text{mm}$ ,  $b=4\text{mm}$  مانند شکل شش مقدار نهایی بار کمانشی سازه مشبک مخروطی با در نظر گرفتن ضریب سختی ۱ و برشی ۵ محاسبه شده است. با بررسی نتایج حاصل از زاویه  $\phi=5$  درجه اختلاف بین نتایج تحلیلی و روش اجزای محدود ۶٪ بوده و در زاویه  $\phi=25$  درجه این اختلاف برابر با ۸،۵٪ است. همچنین نتایج حاصل نشان می دهد که با افزایش زاویه  $\phi$  مقدار بار کمانشی به مقدار قابل ملاحظه ای افزایش می یابد. نتیجه محاسبات تحلیلی برای کمانش سازه مشبک مخروطی روی بستر وینکلر-پاسترناک با ضرایب بستر  $K=1$  و  $K_{OG}=5$  در نظر گرفته شده است.

در شکل هشت نیز حداکثر بار قابل تحمیل بر سازه مشبک مخروطی بر روی بستر وینکلر-پاسترناک با مقطع  $h=8\text{mm}$ ,  $b=2\text{mm}$  نمایش داده شده است. در نمودار نتایج محاسبات تحلیلی با خط تیره و نتایج محاسبات روش اجزای محدود با نقطه چین نمایش داده شده است. در صورتی که نتایج حاصل از این نمودار با شکل های شش و هفت مقایسه شود، کاملاً مشخص

تحمل به میزان قابل توجهی افزایش می‌یابد. همچنین مشاهده می‌شود که در زاویه  $\varphi = 5$  درجه اختلاف بین نتایج تحلیلی و روش اجزای محدود  $\varphi = 5$  بوده و با افزایش زاویه به  $\varphi = 25$  این میزان به ۲٪ می‌رسد. این نتایج با فرض مقادیر ضرایب بستر  $K=1$  و  $K_{OG}=5$  به دست آمده است. این نتایج به صورت نقطه و خط چین ارائه شده است.

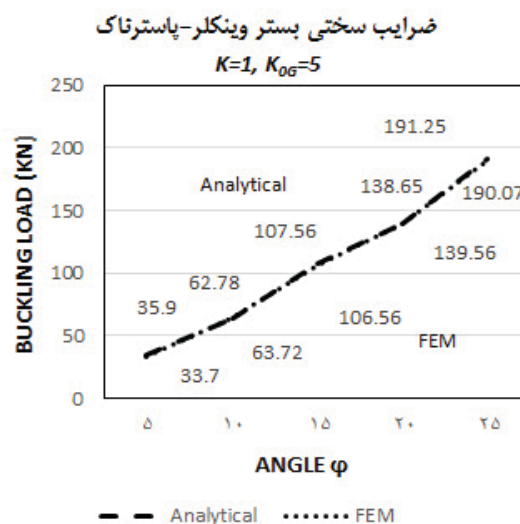


شکل ۸. بار نهایی کمانشی سازه مشبک مخروطی روی بستر وینکلر-پاسترناک برای مقطع  $K=1, K_{OG}=5$  و  $h=8mm, b=2mm$



شکل ۹. بار نهایی کمانشی سازه مشبک مخروطی روی بستر وینکلر-پاسترناک برای مقطع  $K=5, K_{OG}=1$  و  $h=2mm, b=8mm$

است در نظر گرفتن مقادیر مقطع به صورت  $h=8mm, b=2mm$  موجب افزایش آستانه تحمل بار کمانشی تا حدود ۳۶٪ می‌شود. بنابراین می‌توان این ابعاد هندسی مقطع را به عنوان بهترین پاسخ در برابر نیروی کمانشی برای سازه مشبک مخروطی در بین طرح‌های مطرح شده، در نظر گرفت. همچنین می‌توان مقدار بار نهایی کمانشی را برای سازه مشبک مخروطی با مقاطع  $h$  و  $b$  متفاوت و مقدار ضرایب بستر وینکلر-پاسترناک مختلف  $(K=5, K_{OG}=1), (K=10, K_{OG}=1)$  و  $(K=15, K_{OG}=1)$  محاسبه و به صورت شکل‌های شش تاده ارائه کرد. در تمامی این شکل‌ها مقدار بار کمانشی به دو صورت تحلیلی و روش اجزای محدود محاسبه شده‌اند



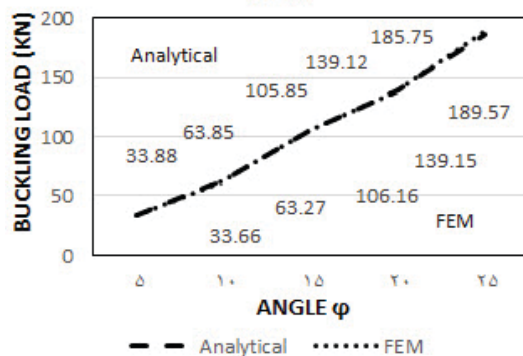
شکل ۷. بار نهایی کمانشی سازه مشبک مخروطی روی بستر وینکلر-پاسترناک برای مقطع  $K=1, K_{OG}=5$  و  $h=8mm, b=8mm$

در شکل نه با فرض ابعاد هندسی مقطع دنده‌های مورب  $h=2mm, b=8mm$  مقدار آستانه بار نهایی قابل تحمیل بر سازه مشبک مخروطی به دو روش تحلیلی و روش اجزای محدود نمایش داده شده است. یکی از عوامل مؤثر در افزایش میزان بار کمانشی قابل تحمل بررسی ابعاد هندسی است. در این شکل نیز با افزایش زاویه  $\varphi$  به ازای هر ۵ درجه مقدار بار کمانشی قابل



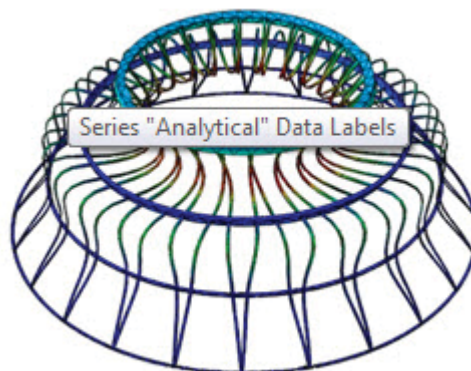
### ضرایب سختی بستر وینکلر-پاسترناک

$$K=5, K_{OG}=1$$

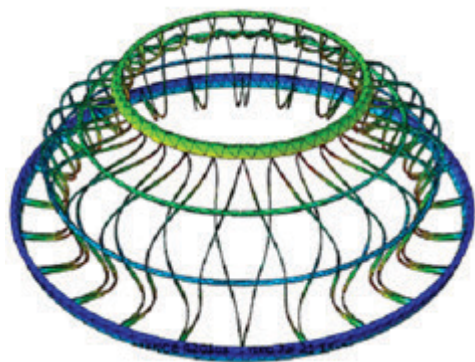


شکل ۱۰. بار نهایی کمانشی سازه مشبک مخروطی روی بستر وینکلر-پاسترناک برای مقطع  $K=5, K_{OG}=1$  و  $h=8\text{mm}, b=8\text{mm}$

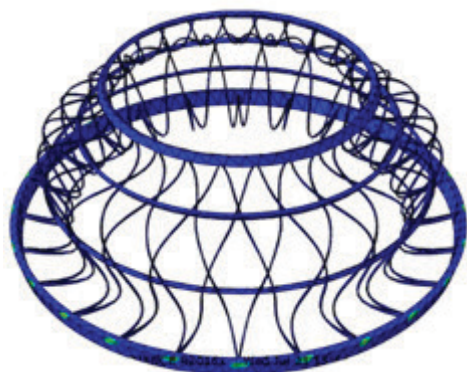
در شکل ده ابعاد هندسی مقطع با فرض  $h=4\text{mm}$  است ولی ضرایب بستر  $K=5, K_{OG}=1$  هستند. آستانه بار کمانشی قابل تحمیل بر سازه با افزایش زاویه  $\phi=5$  تا  $\phi=25$  درجه از مقدار  $33,88\text{KN}$  به  $185,75$  در حالت تحلیلی افزایش می‌یابد. در این شکل هم مانند شکل‌های قبلی هدف نشان دادن افزایش میزان آستانه بار کمانشی قابل تحمل سازه مشبک مخروطی بوده که می‌توان تأثیر ضریب بستر وینکلر-پاسترناک و ابعاد هندسی مقطع و زاویه دنده‌های مورب را ملاحظه کرد.



شکل ۱۱. مود اول کمانشی سازه مشبک با زاویه دنده  $5$  درجه روی بستر وینکلر-پاسترناک برای مقطع  $h=8\text{mm}, b=8\text{mm}$



شکل ۱۲. مود اول کمانشی سازه مشبک با زاویه دنده  $10$  درجه بر روی بستر وینکلر-پاسترناک برای مقطع  $h=2\text{mm}, b=8\text{mm}$



شکل ۱۳. مود اول کمانشی سازه مشبک با زاویه دنده  $15$  درجه بر بستر وینکلر-پاسترناک برای مقطع  $h=2\text{mm}, b=8\text{mm}$

در شکل‌های یازده تا سیزده مودهای اول کمانشی برای یک مدل از سازه مشبک مخروطی با در نظر گرفتن بستر وینکلر-پاسترناک با زاویه  $5, 10$  و  $15$  درجه نمایش داده شده است.

### ۴. نتیجه‌گیری

در این مطالعه، معادله‌های کمانش بر سازه مشبک، بستر وینکلر-پاسترناک و تأثیر رفتار آن بر معادله‌های حاکم بر کمانش با دقت مورد بررسی قرار گرفته است. بار نهایی محوری به کمانش در سازه مشبک منجر می‌شود و قرار گرفتن این سازه بر روی بستر وینکلر-پاسترناک، می‌تواند میزان افزایش یا کاهش بار نهایی کمانشی را تغییر دهد. درصد این تغییر با

- shells, Composite Structures, Vol.93, No.1, pp. 3150-3162, 1993.
- [3] Januky N., Knight N.F., Ambur D.R., Optimal design of general stiffened composite circular cylinders for global buckling with strength constraints, Composite Structure, vol. 41, No. 3-4, 1998, pp. 243-252.
- [4] T.D. Kim, Fabrication and Testing of Thin Composite Isogrid Stiffened Panel, Composite Structure, Vol. 49, pp. 21-25, 2000.
- [5] A.H. Sofiyev, A. Valiyev, P. Ozyigit., The Buckling of Non-Homogeneous Truncated Conical Shells under a Lateral Pressure and Resting on a Winkler Foundation, Journal of Solid Mechanics, Vol. 1, No.1, pp.14-21, 2009.
- [6] G. Totaro, Z. Gürdal, Optimal Design of Composite Lattice Shell Structures for Aerospace Applications, Journal of Aerospace Science and Technology, Vol. 13, pp. 157-164. 2009.
- [7] A. H. Sofiyev, N. Kuruoglu, H. M. Halilov, The vibration and stability of non-homogeneous orthotropic conical shells with clamped edges subjected to uniform external pressures, Applied Mathematical Modeling, Journal of Applied Mathematical Modelling, Vol.34, No.7, pp.1807-1822, 2010.
- [8] H. Sofiyev, The buckling of FGM truncated conical shells subjected to axial compressive load and resting on Winkler-Pasternak Foundations, International Journal of Pressure Vessels and Piping, Vol.87, pp.753-761, 2010.
- [9] J. Reddy, Nonlocal Nonlinear Formulations for Bending of Classical and Shear Deformation Theories of Beams and Plates, International Journal of Engineering Science, Vol.48, No.11, pp.1507-1518, 2010.
- [10] J. E. Jam, M. Noorabadi, H. Taghavian, M. Mohammadi, N. Namdaran, Design of anisogrid composite lattice conical shell structures, Research Journal of Applied Sciences, Vol.7, No 9, pp 435-443, 2013.
- [11] A.M. Najafov, A.H. Sofiyev, D. Hui, Z. Karaca, V. Kalpakci and M. Ozelcik,

ضریب سختی رابطه مستقیم دارد. با قرارگیری سازه روی بستر وینکلر پاسترناک آستانه مقاومت کمانشی برای سازه افزایش پیدا خواهد کرد. این بستر با درنظر گرفتن ضریب سختی برای فنر، رفتاری مانند دفع نیرو در مقابل نیرو از خود نشان می دهد. از طرفی هرچه ضریب سختی فنر عددی بزرگتر می شود، نیرو را کمتر خنثی خواهد کرد و کمانش بیشتری در سازه اتفاق خواهد افتاد. میزان تأثیر این سختی در کمانش سازه مشبک تا حدود ۱۰٪ خواهد بود. با افزایش زاویه دنده های مورب مقاومت در برابر بار کمانشی افزایش پیدا کرده و با قرار گرفتن سازه مشبک مخروطی روی بستر وینکلر پاسترناک مقدار بار کمانشی در حدود ۲۰٪ تا ۲۵٪ افزایش پیدا خواهد کرد. سازه مشبک نیز از لحاظ چیدمان هندسی حالت های متعددی خواهد داشت که یکی از بهترین نوع از این نوع چیدمان برای این نوع سازه، مقاطع  $h=8\text{mm}$ ,  $b=2\text{mm}$  برای دنده های مورب است. تأثیر لایه برشی خود را در اعداد بزرگی مانند ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ با تأثیر ناچیز نمایان خواهد کرد. پس می توان نتیجه گرفت که با افزایش مقطع دنده های مورب و محیطی مقاومت در برابر بار کمانشی افزایش پیدا می کند.

## ۵. پی نوشت ها

1. Rib
2. merge

## ۶. مآخذ

- [1] V.J. Weingarten, E.J. Morgan, P. Seide, Elastic Stability of Thin-Walled Cylindrical and Conical Shells under Axial Compression, AIAA J., Vol. 3, No.3, pp. 500-505, 1965.
- [2] E.V. Morozov, A.V. Lopatin, V.A. Nesterov, Buckling analysis and design of anisogrid composite lattice conical



ences, Vol.187, pp.105-872, 2020.

Stability of EG cylindrical shells with shear stresses on a Pasternak foundation, *Steel and Composite Structures*, Vol. 17, No.4, pp.453-470, 2014.

[12] A. A. Naderi, G. H. Rahimi, Simple Method for Buckling Load of Composite Conical Lattice Structures Under Axial Load, *Engineering*, Vol. 14, No. 15, pp. 290-298, 2015 (In Persian).

[13] M.R. Zamani, S.M.R. Khalili, The Effect of External Skin on Buckling Strength of Composite Lattice Cylinders Based on Numerical and Experimental Analysis, *Mechanics of Advance Composite Structures*, Vol.3, No.2, pp.83-87, 2016.

[14] H. Deng, K. Chen, W. Cheng, S. Zhao, Vibration and buckling analysis of double-functionally graded Timoshenko beam system on Winkler-Pasternak elastic foundation, *Composite Structures*, Vol.160, No.1, pp. 152-168, 2017.

[15] S. K. Anisetti, Torsional Buckling Response of Open Cross Section Structures Lying on Winkler-Pasternak Soil Via Dynamic Matrix Method, *International Journal of Civil Engineering and Technology*, Vol. 8, Issue 8, pp. 398-407, 2017.

[16] S.A. Ghalehdari, A.H. Hashemian, J.E. Jam, A. Atarian, A New Approach to Buckling Analysis of Lattice Composite Structures, *Journal of Solid Mechanics*, Vol. 9, No. 3, pp. 599-607, 2017.

[17] D. S. Ghahfarokhi, G. H. Rahimi, Prediction of the Critical Buckling Load of Stiffened Composite Cylindrical Shells with Lozenge Grid Based on the Non-linear Vibration Analysis, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 04, pp. 135-143, 2018 (in Persian).

[18] G. Belardi Valerio, F. Pierluigi, V. Francesco, Design, analysis and optimization of anisogrid composite lattice conical shells, *Composites Part B*, Vol.150, pp. 184-195, 2018.

[19] Zarei M., G.H. Rahimi, M. Hemmatnezhad, Global buckling analysis of laminated sandwich conical shells with reinforced lattice cores based on the first-order shear deformation theory, *International Journal of Mechanical Sci-*

۲۰۳

سال دهم - شماره ۱۰

بهار و تابستان ۱۴۰۰

نشریه علمی  
دانش و فناوری هوافضا



مجله علمی دانش و فناوری هوافضا

تأثیر ضرب و پیچش وینکلر-پاسترناک بر کماتش سازه مشبک  
مخروطی کامپوزیتی زیر بار محوری فشاری