

کنترل موقعیت ماهواره‌ها در آرایش PCO به کمک کنترل کننده مدل‌غزشی تطبیقی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۳/۲۲

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۷/۲۱

عابدین منصورى نژاد^۱، حسین بلندی^۲، سعید عباداللهی^۳

۱- کارشناسی ارشد، مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۲- دانشیار، مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۳- استادیار، مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران s_ebadollahi@iust.ac.ir

چکیده

در این مقاله آرایش PCO^۱ معرفی شده است. آرایش PCO برای سه ماهواره بسط داده شده و یک ماهواره به‌عنوان پیشرو^۲ و دو ماهواره به‌عنوان پیرو^۳ فرض می‌شوند. یک کنترل کننده جدید معرفی شده است تا موقعیت (فاصله) ماهواره‌های پیرو نسبت به ماهواره پیشرو را کنترل و اغتشاشات محیطی (کشش اتمسفری، اغتشاشات جاذبی، فشار تشعشعات خورشیدی و غیره) را نیز دفع کند. کنترل کننده پیشنهادی مدل‌غزشی تطبیقی^۴ (ASMC) است و به‌نوعی بر پایه خطی سازی فیدبک^۵ و کنترل کننده PI با ضرایب تطبیقی است تا هم پایدارسازی و هم ردیابی صورت پذیرد. این کنترل کننده غیرخطی است و اثبات پایداری آن از روش لیانوف انجام می‌شود. برای ارزیابی عملکرد کنترل کننده پیشنهادی ابتدا روش خطی سازی معادله‌های دینامیکی غیرخطی موقعیت ماهواره‌ها ارائه می‌شود؛ سپس روش LQR^۶ در شبیه‌سازی برای این معادلات به کار برده می‌شود و نتایج حاصل از آن با کنترل کننده پیشنهادی مقایسه می‌شود. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که کنترل کننده پیشنهادی در شکل‌گیری اولیه آرایش PCO به‌خوبی عمل کرده است، همچنین با توجه به موقعیت‌های نسبی مطلوب ماهواره‌های پیرو هیچ برخوردی رخ نمی‌دهد. کنترل کننده پیشنهادی در حفظ آرایش PCO و دفع اغتشاشات محیطی عملکرد بهتری نسبت به روش LQR دارد.

واژه‌های کلیدی: آرایش‌های ماهواره‌ای، آرایش PCO، ساختار کنترلی پیشرو - پیرو، موقعیت نسبی ماهواره‌ها، مدل‌غزشی تطبیقی

Controlling the position of satellites in PCO formation with the help of adaptive sliding model controller.

Abedin Mansourinezhad¹, Hossein Bolandi², Saeed Ebadollahi³

1- Department of electrical Engineering, Iran University of science and technology, Tehran, Iran.

2- Department of electrical Engineering, Iran University of science and technology, Tehran, Iran.

3- Department of electrical Engineering, Iran University of science and technology, Tehran, Iran.

Abstract

This article introduces PCO formation. The PCO array is extended to three satellites, and one satellite is assumed to be the leader and two satellites to be the follower. A new controller has been introduced to control the position (distance) of the follower satellites in relation to the leader satellite and to reject environmental disturbances (atmospheric drag, gravitational perturbations, solar radiation pressure, etc.). The proposed controller is the Adaptive Sliding Mode Controller (ASMC) and somehow based on feedback linearization and the PI controller with adaptive coefficients for both stabilization and tracking. This controller is nonlinear and its stability is proved by Lyapunov method. To evaluate the performance of the proposed controller, first the method of linearization of nonlinear dynamic equations of position of satellites is presented then LQR method is used in the simulation for these equations and the results are compared with the proposed controller. The simulation results show that the proposed controller performed well in the initial formation of the PCO arrangement and also no collision occurs due to the desire relative positions of the follower satellites. The proposed controller performs better than the LQR method in keeping the PCO formation and reject environmental disturbances.

Keywords: Satellite Formations, PCO Formation, Lead-Follower Control Structure, Relative Position of Satellites, Adaptive Sliding Mode.

۱۳۱

سال ۱۰- شماره ۲

پاییز و زمستان ۱۴۰۰

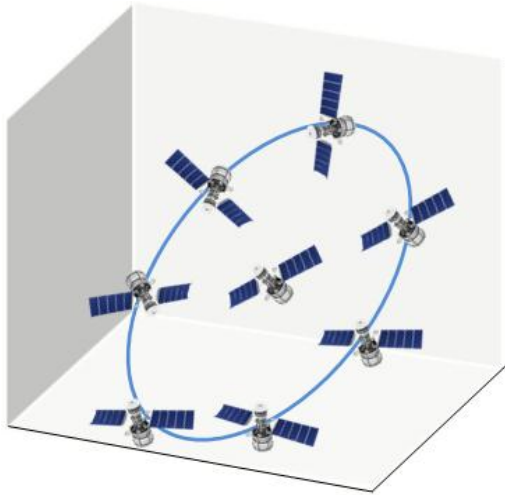
نشریه علمی دانش و

فناوری هوا فضا



۱. مقدمه

فاصله ماهواره‌ها نسبت به ماهواره‌ای که در مرکز قرار دارد طوری تعیین و حفظ شود که تصویر فاصله ماهواره‌ها نسبت به ماهواره‌ای که در مرکز قرار دارد (صفحه $y-z$) به شکل یک دایره دیده شود (از دید زمین) [۱۰].



شکل ۱- آرایش دایره‌ای (آرایش GCO).

در این مقاله یک آرایش PCO متشکل از سه ماهواره در نظر گرفته شده است که یک ماهواره در مرکز به عنوان ماهواره پیشرو و دو ماهواره دیگر به عنوان پیرو فرض می‌شوند. در شکل ۲ آرایش مطرح شده در این مقاله نشان داده شده است. شکل (۲-الف) مربوط به چگونگی تغییر موقعیت نسبی ماهواره‌های پیرو نسبت به ماهواره پیشرو در آرایش PCO در طول مسیر حرکت به دور زمین است و شکل (۲-ب) نیز مربوط به تصویر حرکت آن‌ها (دیده شده از سطح زمین) است.

بنابراین هدف این است که موقعیت ماهواره‌های پیرو نسبت به ماهواره پیشرو کنترل شود و آرایش PCO در تمام طول مسیر حرکت ماهواره‌ها به دور زمین حفظ شود.

در تمامی مقاله‌های مربوط به کنترل آرایش PCO به طور عمده اشکالاتی از قبیل بزرگی دامنه سیگنال کنترلی، در نظر نگرفتن اغتشاشات

تعریف‌های متعددی برای آرایش ماهواره‌ای مطرح است اما به اجمال "به مجموعه‌ای شامل چند ماهواره که برای رسیدن به هدفی مشخص با یکدیگر در ارتباط هستند، آرایش ماهواره‌ای گفته می‌شود". امروزه با گسترش صنعت فضایی و تنوع مأموریت‌ها استفاده از آرایش‌های ماهواره‌ای ضروری است. به عنوان چند نمونه از فواید استفاده از آرایش‌های ماهواره‌ای می‌توان به تفکیک‌پذیری^۷ بالا در عکس‌برداری، عکس‌برداری برجسته (چندبعدی)، انعطاف‌پذیری در مأموریت، کاهش هزینه مأموریت در مقایسه با ساخت یک ماهواره بزرگ‌تر، تعمیر و نگهداری آسان‌تر، افزایش ناحیه پوشش زمین، کاهش زمان رؤیت زمین و غیره اشاره کرد. کاربردهای آرایش ماهواره‌ای در حوزه‌های ارتباطات و فناوری اطلاعات، نقشه‌برداری، موقعیت‌سنجی، هواشناسی، تصویربرداری چندبعدی، جمع‌آوری اطلاعات محیطی (مدل‌سازی میدان گرانش، اتمسفر و غیره)، سیستم‌های ناوبری، موبایل ماهواره‌ای و غیره است [۱-۳-۱۰].

انواع آرایش‌های پروازی به آرایش خوشه‌ای، دنباله‌ای، دایره‌ای و منظومه‌ای دسته‌بندی می‌شوند. انواع ساختارهای کنترلی نیز به ساختار پیشرو-پیرو، مجازی، رفتاری و چند ورودی-چند خروجی تقسیم‌بندی می‌شوند [۱۰]. آرایش دایره‌ای نیز به دو آرایش^۸ GCO و PCO تقسیم می‌شود؛ به این ترتیب که طبق شکل ۱ در آرایش GCO یک ماهواره در مرکز قرار گرفته و بقیه ماهواره‌ها در فاصله‌ای ثابت از آن در محیط یک دایره قرار می‌گیرند و این آرایش در طول مسیر حرکت به دور زمین حفظ می‌شود، اما طبق شکل ۲ در آرایش PCO به جای ایجاد یک آرایش دایره‌ای در فضای سه‌بعدی سعی بر این است تا

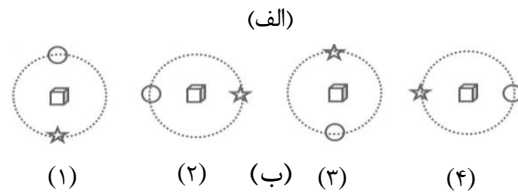
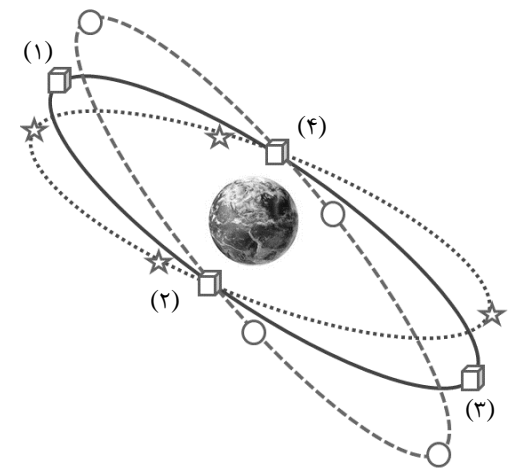
۱۳۲

سال ۱۰ - شماره ۲
پاییز و زمستان ۱۴۰۰
نشریه علمی دانش و
فناوری هوا فضا



مدل‌سازی تطبیقی
کنترل موقعیت ماهواره‌ها در آرایش PCO به کمک کنترل‌کننده

محیطی و خطای ماندگار وجود دارد. در ادامه تعدادی از این مراجع بررسی می‌شوند، در بخش‌های بعد نیز ابتدا معادله‌های دینامیکی موقعیت ماهواره‌های پیرو نسبت به ماهواره پیشرو (در دستگاه چسبیده به ماهواره پیشرو) معرفی می‌شوند، سپس روش خطی‌سازی این معادله‌ها بررسی می‌شود و بعد از آن طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی تطبیقی، شبیه‌سازی و مقایسه آن با کنترل‌کننده LQR بررسی می‌شود.

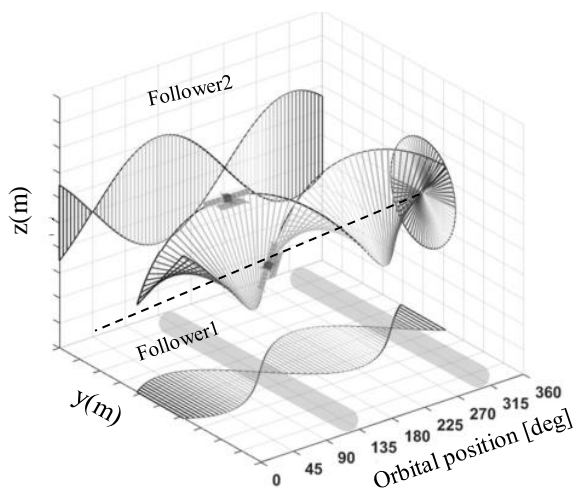


شکل ۲- آرایش PCO موقعیت نسبی ماهواره‌های پیشرو نسبت به ماهواره پیرو (دایره و ستاره نماد ماهواره‌های پیرو و مکعب نماد ماهواره پیشرو است).

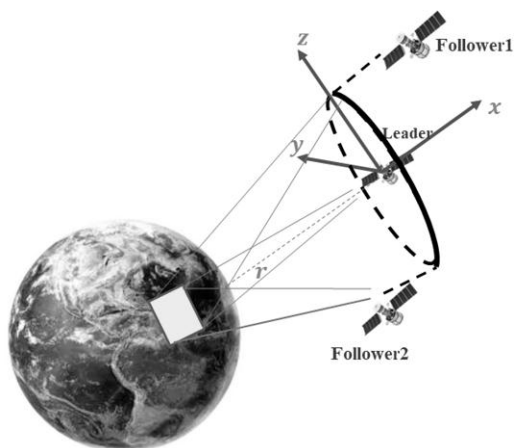
در مرجع [۱] تاریخچه‌ای از منظومه‌های ماهواره‌ای، انواع منظومه‌ها و مزایا و معایب هرکدام بررسی شده است. در [۱۱] از معادله‌های خطی حرکت نسبی ماهواره‌ها استفاده شده است و کنترل‌کننده‌های مد لغزشی مرتبه بالا و مد لغزشی تطبیقی^۹ معرفی شده‌اند؛ اما اغتشاش و عدم قطعیت در طراحی این کنترل‌کننده‌ها در نظر گرفته نشده است. در [۱۲] نیز یک

کنترل‌کننده مد لغزشی تطبیقی طراحی شده است، ولی در این روش نیز دامنه سیگنال کنترلی بسیار بزرگ است. در مرجع [۱۳] از معادله‌های خطی حرکت نسبی در طراحی یک کنترل‌کننده MPC برای یک آرایش PCO استفاده شده است سیگنال کنترلی تولیدشده پالس‌هایی با فرکانس بسیار بالا هستند که عملاً قابل‌اعمال به هیچ عملگری نخواهند بود. در مرجع [۱۴] یک کنترل‌کننده LQR برای مسئله PCO معرفی شده است اما اغتشاشات محیطی در طراحی نادیده گرفته شده است. در مرجع [۷] از خطی‌سازی فیدبک در معادلات آرایش PCO استفاده شده است و خطای تولید نیروی رانشی توسط عملگرها نیز لحاظ شده است اما به دلیل بالازدگی و پایین زدگی در سیگنال‌های کنترلی، مسیر حرکت ماهواره با اعوجاجات بسیار شدیدی همراه هست که احتمال برخورد ماهواره‌ها را بسیار بالا می‌برد. در [۱۵] نیز یک کنترل‌کننده مد لغزشی طراحی شده است، همانند مرجع [۷] خطای رانشگر و اغتشاشات محیطی (کشش آیرودینامیکی، تشعشعات خورشیدی و ...) لحاظ شده است اما بازهم حرکت ماهواره‌ها با اعوجاجات بسیار شدیدی همراه است که احتمال برخورد بسیار زیاد می‌شود. در مرجع [۱۶] نیز یک کنترل‌کننده تطبیقی مقاوم با در نظر گرفتن نامعینی در مدل طراحی شده است اما دامنه خروجی کنترل‌کننده بسیار زیاد است. در مرجع [۱۷] مجموعه‌ای از قوانین کنترلی بر پایه تابع پتانسیل، برای تغییر یک آرایش پراکنده خوشه‌ای به یک آرایش PCO و برعکس، ارائه شده است به طوری که عملیات پیکربندی مجدد، توزیع یکنواخت ماهواره‌ها و جلوگیری از برخورد می‌تواند حاصل شود اما تغییر پیکربندی بسیار کند انجام می‌شود. در مرجع [۱۸] مسئله تغییر

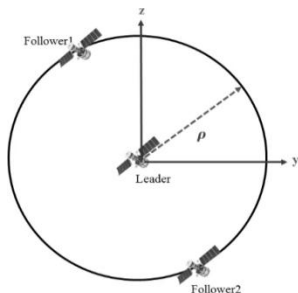
r است. مطابق شکل ۵ نیز شعاع دایره تصویر شده برابر ρ است.



شکل ۳- حرکت ماهواره‌های پیرو در فضای سه‌بعدی در یک دور چرخیدن به دور زمین و تشکیل تصویر حرکت آن‌ها در صفحه $y-z$



شکل ۴- تصویر حرکت نسبی ماهواره‌های پیرو نسبت به ماهواره پیشرو در یک دور چرخیدن ماهواره‌ها به دور زمین (از دید زمین)



شکل ۵- تصویر دیده‌شده از سطح زمین در یک دور چرخیدن ماهواره‌ها به دور زمین

پیکره‌بندی یک آرایش خوشه‌ای به یک آرایش PCO به‌عنوان یک مسئله convex مطرح شده که سرعت قوانین کنترلی را تضمین می‌کند، اما در مقایسه با شعاع در نظر گرفته شده برای آرایش PCO بازهم بسیار کند عمل می‌شود. در مرجع [۱۹] نیز کاربردهای بسیار مهمی از تصاویر به‌دست‌آمده از آرایش PCO، استخراج و تهیه تصاویر چندبعدی با استفاده از روش‌های تداخل-سنجی بررسی شده است.

۲. تعریف و مدل‌سازی حرکت نسبی ماهواره‌های پیرو نسبت به ماهواره پیشرو در آرایش PCO

همان‌طور که در مقدمه اشاره شده است مسئله مورد بحث در این مقاله آرایش PCO است. در راستای تکمیل شکل ۲ می‌توان گفت اگر حرکت ماهواره‌های پیرو در آرایش PCO در یک دور چرخیدن به دور زمین به صورت پیوسته رسم شوند، شکلی همانند شکل ۳ به‌دست خواهد آمد. ماهواره‌های پیرو در یک دور چرخیدن به دور زمین حول ماهواره پیشرو به صورت توابع سینوسی و کسینوسی در حرکت هستند. ماهواره پیشرو نیز در امتداد خط چین رسم شده در امتداد مرکز دایره حرکت می‌کند؛ بنابراین طبق شکل ۳ تصویر حرکت آن‌ها در صفحه $y-z$ یک دایره می‌شود.

شکل ۴ کاربرد آرایش PCO در تصویربرداری چندوجهی و از چند جهت را نشان می‌دهد؛ در این شکل دستگاه $x-y-z$ که چسبیده به بدنه ماهواره پیشرو است به‌عنوان دستگاه مرجع در نظر گرفته می‌شود و معادله‌های موقعیت ماهواره‌های پیرو در این دستگاه (یعنی نسبت به ماهواره پیشرو) نوشته می‌شوند. همچنین مطابق این شکل فاصله ماهواره پیشرو تا مرکز زمین برابر



نکته بسیار مهم این است که در آرایش پیشرو- پیرو به ماهواره پیشرو هیچ فرمان کنترلی اعمال نمی‌شود؛ بلکه ماهواره پیشرو در هر مداری که در حرکت باشد. ماهواره‌های پیرو باید موقعیت خود نسبت به ماهواره پیشرو را حفظ کنند تا آرایش PCO همواره حفظ شود. این هدف با طراحی کنترل‌کننده برای ماهواره‌های پیرو محقق می‌شود که در بخش‌های بعد به آن پرداخته می‌شود. معادله‌های موقعیت نسبی ماهواره‌های پیرو نسبت به ماهواره پیشرو در دستگاه چسبیده به ماهواره پیشرو به صورت زیر به دست می‌آیند [۴-۳-۲-۱].

(۱)

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 &= \omega^2 x_1 + 2\omega \dot{y}_1 + \dot{\omega} y_1 + \mu \left(\frac{r+x_1}{((x_1+r)^2+y_1^2+z_1^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{r^2} \right) + \frac{1}{m_F} (U_{x_1} + D_{x_1}) \\ \ddot{y}_1 &= \omega^2 y_1 - \dot{\omega} x_1 - 2\omega \dot{x}_1 - \frac{\mu}{((x_1+r)^2+y_1^2+z_1^2)^{\frac{3}{2}}} y_1 + \frac{1}{m_F} (U_{y_1} + D_{y_1}) \\ \ddot{z}_1 &= -\frac{\mu}{((x_1+r)^2+y_1^2+z_1^2)^{\frac{3}{2}}} z_1 + \frac{1}{m_F} (U_{z_1} + D_{z_1}) \\ \ddot{x}_2 &= \omega^2 x_2 + 2\omega \dot{y}_2 + \dot{\omega} y_2 + \mu \left(\frac{r+x_2}{((x_2+r)^2+y_2^2+z_2^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{r^2} \right) + \frac{1}{m_F} (U_{x_2} + D_{x_2}) \\ \ddot{y}_2 &= \omega^2 y_2 - \dot{\omega} x_2 - 2\omega \dot{x}_2 - \frac{\mu}{((x_2+r)^2+y_2^2+z_2^2)^{\frac{3}{2}}} y_2 + \frac{1}{m_F} (U_{y_2} + D_{y_2}) \\ \ddot{z}_2 &= -\frac{\mu}{((x_2+r)^2+y_2^2+z_2^2)^{\frac{3}{2}}} z_2 + \frac{1}{m_F} (U_{z_2} + D_{z_2}) \end{aligned}$$

(۲)

که در آن
 $(D_i, D_i, D_i), (U_{x_i}, U_{y_i}, U_{z_i}), (x_i, y_i, z_i) \quad i = 1, 2$
 m_F, ω, r و به ترتیب بردار موقعیت

ماهواره‌های پیرو نسبت به ماهواره پیشرو، بردار فرمان کنترلی، بردار اغتشاشات محیطی (اغتشاشات کشش آیرودینامیکی، تشعشعات خورشیدی و اغتشاشات جاذبه و ...)، جرم ماهواره پیشرو، فاصله ماهواره پیشرو تا مرکز زمین هستند. μ نیز برابر با حاصل ضرب ثابت گرانش در مجموع جرم ماهواره‌های پیرو است. و اندیس 1 برای ماهواره پیرو شماره یک و اندیس 2 برای ماهواره پیرو دوم به کار رفته است. معادله‌های (۳) و (۴) موقعیت مطلوب ماهواره‌های پیرو نسبت به ماهواره پیشرو (فاصله‌های نسبی مطلوب) در دستگاه چسبیده به بدنه را بیان می‌کنند.

$$\begin{aligned} 2x_{1d} &= z_{1d} \\ \ddot{x}_1 &= 3\omega^2 x_1 + 2\omega \dot{y}_1 + \frac{1}{m_F} (U_{x_1} + D_{x_1}) \\ y_{1d} &= \rho \cos(\omega t + \varphi) \\ \ddot{y}_1 &= -2\omega \dot{x}_1 + \frac{1}{m_F} (U_{y_1} + D_{y_1}) \\ z_{1d} &= \rho \sin(\omega t + \varphi) \end{aligned} \quad (۳)$$

$$\begin{aligned} 2x_{2d} &= z_{2d} \\ y_{2d} &= -\rho \cos(\omega t + \varphi) \\ z_{2d} &= -\rho \sin(\omega t + \varphi) \\ \ddot{x}_2 &= -3\omega^2 x_2 + 2\omega \dot{y}_2 + \frac{1}{m_F} (U_{x_2} + D_{x_2}) \\ \ddot{y}_2 &= -2\omega \dot{x}_2 + \frac{1}{m_F} (U_{y_2} + D_{y_2}) \end{aligned} \quad (۴)$$

در بسیاری از مراجع ابتدا معادلات (۱) و (۲) بر مبنای فرضیات منطقی موجود در دنیای واقعی، خطی‌سازی شده و کنترل‌کننده برای سیستم خطی شده طراحی می‌شود. برای خطی‌سازی روش‌های مختلفی وجود دارد در اینجا یکی از روش‌های خطی‌سازی ارائه می‌شود [۳-۲-۱].

در صورتی که فاصله ماهواره پیشرو تا زمین در شکل ۴ از شعاع دایره ρ خیلی بیشتر باشد، یعنی:

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \ll r \quad (۵)$$





آنگاه عبارت غیرخطی موجود در معادله‌های (۱) و (۲) می‌تواند به صورت (۶) ساده شود:

$$\sqrt{(x+r)^2 + y^2 + z^2} = r \sqrt{1 + \frac{2x}{r} + \frac{x^2 + y^2 + z^2}{r^2}} \approx r \sqrt{1 + \frac{2x}{r}} \quad (6)$$

بنابراین:

$$\frac{\mu}{((x+r)^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \approx \frac{\mu}{\left(r \sqrt{1 + \frac{2x}{r}}\right)^3} \approx \quad (7)$$

$$\frac{\mu}{r^3} \left(1 + \frac{2x}{r}\right)^{-3/2} \approx \frac{\mu}{r^3} \left(1 - \frac{3x}{r}\right)$$

باجایگذاری این تقریب در معادله‌های (۱) و (۲) معادله‌های خطی شده به صورت (۸) و (۹) به دست می‌آیند که در مراجع از این معادله‌ها با عنوان Hill-Clohesy-Wiltshire نام برده می‌شود و برای طراحی کنترل کننده LQR به کار برده می‌شوند [۱-۲-۳].

$$\ddot{z}_1 = -\omega^2 z_1 + \frac{1}{m_F} (U_{z_1} + D_{z_1}) \quad (8)$$

$$\ddot{z}_2 = -\omega^2 z_2 + \frac{1}{m_F} (U_{z_2} + D_{z_2}) \quad (9)$$

۳. طراحی کنترل کننده

معادله‌های (۱) و (۲) می‌توانند به شکل برداری به صورت زیر بازنویسی شوند [۵-۶]:

$$\ddot{X} = F(X) + B(U + D) \quad |D| \leq w \quad (10)$$

که در آن بردارهای w, U, D, B, X به ترتیب بردارهای موقعیت ماهواره‌های پیرو، ورودی، اغتشاش، ورودی کنترلی، و ورودی کنترلی و کران بالای اغتشاش هستند.

$$X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T = \quad (11)$$

$$[x_1 \ y_1 \ z_1 \ x_2 \ y_2 \ z_2]^T$$

$$B = \text{diag} [b_1 \ b_2 \ b_3 \ b_4 \ b_5 \ b_6] \quad (12)$$

$$D = [d_1 \ d_2 \ d_3 \ d_4 \ d_5 \ d_6]^T \quad (13)$$

$$F = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4 \ f_5 \ f_6]^T \quad (14)$$

$$U = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4 \ u_5 \ u_6]^T \quad (15)$$

b_i ها در حالت کلی می‌توانند توابعی غیرخطی

و متغیر با زمان باشند که البته در اینجا همان جرم ماهواره‌های پیرو هستند که به دلیل تغییر جرم ماهواره‌ها در اثر مصرف سوخت نامعین هستند، ولی بازه تغییرات آن‌ها معلوم است [۵-۶].

$$0 < b_{min}(x, t) < b(x, t) < b_{max}(x, t) \quad (16)$$

بنابراین یک تقریب منطقی و ساده برای b_i ها استفاده از میانگین هندسی است [۵-۶].

$$\hat{b}(x, t) = \sqrt{b_{min}(x, t) b_{max}(x, t)} \quad (17)$$

لازم به ذکر است در شبیه‌سازی‌ها تغییرات جرم ماهواره‌ها ناچیز در نظر گرفته شده و جرم ماهواره‌ها ثابت فرض می‌شوند.

بردار $F(X)$ می‌تواند در حالت کلی متغیر با زمان باشد و اگر فرض شود که یک مدل تقریبی از سیستم در دسترس است و $\hat{F}(X)$ نامیده شود اختلاف آن با مدل دقیق برابر $\Delta F(X)$ است و با تابع $\tilde{F}(X)$ محدود می‌شود [۵-۶].

$$|\Delta F(X, t)| = \quad (18)$$

$$|F(X, t) - \hat{F}(X, t)| \leq \tilde{F}(X, t)$$

\hat{F} در واقع معادله‌های خطی شده با روش Hill-Clohesy-Wiltshire است. فرض می‌شود بردار خطای بین مسیرهایی که ماهواره‌های پیرو طی می‌کنند و مسیرهای مطلوب به صورت معادله (۱۹) باشد:

$$E = [e_1 \ e_2 \ e_3 \ e_4 \ e_5 \ e_6]^T \quad (19)$$

$$e_i = x_i - x_{id} \quad i = 1 \dots 6 \quad (20)$$

یکی از روش‌هایی که برای مسائل ردیابی استفاده می‌شود کنترل کننده مد لغزشی است. سطح لغزش به صورت یک سطح مرتبه اول به صورت معادله (۲۱) در نظر گرفته می‌شود.

$$S = E' + \lambda E \quad (21)$$

$$S = [s_1 \ s_2 \ s_3 \ s_4 \ s_5 \ s_6]^T \quad (22)$$

که در آن λ یک ثابت مثبت است. بنابراین

اگر $S=0$ شود آنگاه:

$$e_i' + \lambda e_i = 0 \quad i = 1 \dots 6 \quad (23)$$

جواب این معادله دیفرانسیل مرتبه اول نمایی نزولی است و نتیجه می‌دهد که با گذشت زمان خطا و مشتق آن به صفر میل خواهند کرد.

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow e_i \rightarrow 0, e_i' \rightarrow 0 \quad i = 1 \dots 6 \quad (24)$$

بنابراین اگر بردار S بر روی سطح صفر نگه داشته شود این تضمین وجود دارد که با گذشت زمان خطا به سمت صفر میل کند. ورودی کنترلی که این هدف را محقق می‌کند به صورت زیر معرفی شده است:

$$U = \hat{B}^{-1} (\bar{U} - U_{PI}) \quad (25)$$

که در آن ابتدا در حالت کلی فرض می‌شود، در پارامتر B به دلیل مصرف تدریجی سوخت و تغییر در جرم نامعینی وجود دارد و \hat{B} تخمین بردار B یا همان جرم ماهواره است. عناصر بردارهای ستونی \bar{U} و U_{PI} نیز به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\bar{u}_i = -\hat{f}_i + x''_{i,d} - \lambda e_i' \quad i = 1 \dots 6 \quad (26)$$

$$u_{i,PI} = k_p s_i + k_i \int s_i \quad i = 1 \dots 6 \quad (27)$$

در اینجا فرض می‌شود که k_p ها در تمام ورودی‌ها ($i = 1 \dots 6$) با هم برابر هستند.

فرض: برای هر k_p یک k_i^* وجود دارد به طوری که با جایگذاری معادله (27) در (25) نامساوی (29) که شرط ردیابی در کنترل کننده مد لغزشی است، ارضا شود [31].

$$u_{i,PI} = k_p s_i + k_i^* \int s_i \quad (28)$$

$$s_i \cdot s_i' \leq -\eta |s_i| \quad (29)$$

که در معادله (29) η یک ثابت مثبت است. برای k_i یک خطا به صورت معادله (20) تعریف می‌شود.

$$\tilde{k}_i = k_i - k_i^* \quad (30)$$

قضیه: اگر معادله‌های موقعیت نسبی ماهواره‌های پیرو نسبت به پیشرو با معادله‌های

غیرخطی (1) و (2) توصیف شوند، همچنین خطا و سطح لغزش به ترتیب با معادله‌های (19) و (21) توصیف شوند؛ ماهواره‌های پیرو مسیرهای مطلوب را طی می‌کنند (تصویر حرکت آن‌ها در صفحه $y-z$ یک دایره به مرکزیت ماهواره پیشرو را تشکیل می‌دهد) و پایداری سیستم تضمین می‌شود، اگر و فقط اگر قانون کنترل (25) به سیستم (10) اعمال شود و \tilde{k}_i از معادله (31) به روزرسانی شود [5-6].

$$\tilde{k}_i = \delta s_i \int s_i \quad (31)$$

اثبات این قضیه در واقع از اثبات پایداری سیستم حاصل می‌شود. اثبات پایداری نیز با استفاده از قضیه لیاپانوف انجام می‌شود.

اثبات: تابع کاندیدای لیاپانوف به صورت زیر پیشنهاد می‌شود.

$$V = \frac{1}{2} (SS^T + \frac{1}{\sigma} \tilde{K} \tilde{K}^T) \quad (32)$$

که در آن V یک بردار ستونی است و \tilde{k}_i ها نیز عناصر تشکیل دهنده بردار \tilde{K} هستند.

برای اثبات قضیه گفته شده باید اثبات شود که نامساوی‌های زیر همواره برقرار هستند:

$$V > 0, \dot{V} \leq 0 \quad (33)$$

برای سهولت در فهم اثبات این قضیه به بررسی درستی نامساوی‌های بالا برای عناصر بردارهای V و \dot{V} به صورت مجزا پرداخته می‌شود، یعنی باید نامساوی‌های زیر اثبات شوند:

$$V_i > 0, \dot{V}_i \leq 0 \quad (34)$$

بنابراین V_i ها را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$V_i = \frac{1}{2} (s_i^2 + \frac{1}{\sigma} \tilde{k}_i^2) \quad i = 1 \dots 6 \quad (35)$$

واضح است که شرط اول برقرار است و اگر از رابطه (35) یکبار مشتق گرفته شود \dot{V}_i ها به دست می‌آیند.

$$\dot{V}_i = s_i s_i' + \frac{1}{\sigma} \tilde{k}_i \dot{\tilde{k}}_i \quad i = 1 \dots 6 \quad (36)$$

همچنین اگر از رابطه (21) مشتق‌گیری شود



s_i ها نیز به صورت رابطه (۳۷) به دست می آیند.

$$\dot{s}_i = \lambda \dot{e}_i + \ddot{e}_i \quad (37)$$

با دو بار مشتق گیری از رابطه (۲۰) و جایگذاری آن با رابطه (۲۵) در (۳۷) رابطه (۳۸) به دست می آید.

$$\dot{s}_i = \lambda \dot{e}_i + \ddot{x}_i - \ddot{x}_{i,d} = \lambda \dot{e}_i - \ddot{x}_{i,d} + f_i + b\hat{b}^{-1}[\hat{u}_i - u_{i,PI}] \quad (38)$$

با جایگذاری قانون کنترلی پیشنهادی در رابطه (۳۸) و مرتب سازی آن s_i ها به صورت زیر به دست می آیند.

$$\dot{s}_i = \lambda \dot{e}_i - \ddot{x}_{i,d} + f_i + b\hat{b}^{-1} \quad (39)$$

$$[-\hat{f}_i - w_i + \ddot{x}_{i,d} - \lambda \dot{e}_i - k_p s_i - k_i \int s_i] \quad (40)$$

$$\dot{s}_i = (f_i - b\hat{b}^{-1}\hat{f}_i) + (1 - b\hat{b}^{-1})(\lambda \dot{e}_i - \ddot{x}_{i,d}) + b\hat{b}^{-1}[-d_i - k_p s_i - k_i \int s_i]$$

بنابراین با جایگذاری رابطه اخیر در (۳۶) \dot{V}_i ها به صورت زیر به دست می آیند.

$$\dot{V}_i = \quad (41)$$

$$s_i \left((1 - b\hat{b}^{-1})(\lambda \dot{e}_i - \ddot{x}_{i,d}) + (f_i - b\hat{b}^{-1}\hat{f}_i) + b\hat{b}^{-1}[-d_i - k_p s_i - k_i \int s_i] \right) + \frac{1}{\sigma} \tilde{k}_i \dot{\tilde{k}}_i$$

حال با جایگذاری k_i از رابطه (۳۱)، رابطه (۴۲) حاصل می شود:

$$\dot{V}_i = \quad (42)$$

$$s_i \left((1 - b\hat{b}^{-1})(\lambda \dot{e}_i - \ddot{x}_{i,d}) + (f_i - b\hat{b}^{-1}\hat{f}_i) + b\hat{b}^{-1}[-d_i - k_p s_i - k_i^* \int s_i] \right) - b\hat{b}^{-1}(\tilde{k}_i s_i \int s_i) + \frac{1}{\sigma} \tilde{k}_i \dot{\tilde{k}}_i$$

طبق فرض بیان شده معادله (۴۳) نتیجه گرفته می شود.

$$\dot{V}_i \leq -\eta |s_i| - \tilde{k}_i \left(b\hat{b}^{-1} s_i \int s_i + \frac{1}{\sigma} \dot{\tilde{k}}_i \right) \quad (43)$$

بنابراین برای اطمینان از اینکه شرط $\dot{V} \leq 0$ همواره ارضا شود، باید عبارت داخل پرانتز برابر صفر شود یعنی باید تساوی زیر برقرار شود:

$$\dot{\tilde{k}}_i = \delta s_i \int s_i, \quad \delta = \sigma b\hat{b}^{-1} \quad (44)$$

بنابراین:

$$\dot{V}_i \leq -\eta |s_i| \quad (45)$$

بنابراین شرط $\dot{V} \leq 0$ نیز ارضا شده است و این یعنی اگر از قانون به روزرسانی (۳۱) استفاده شود؛ پایداری سیستم تضمین خواهد شد.

۴. شبیه سازی

در جدول (۱) مقادیر عددی پارامترهای مربوط به معادله های دینامیکی ماهواره ها آورده شده و در جدول (۲) پارامترهای کنترل کننده طراحی شده و کنترل کننده LQR بیان شده است. شرایط اولیه ماهواره ها نیز در جدول (۳) درج شده است.

جدول ۱- مقادیر عددی پارامترهای استفاده شده در معادله های دینامیکی

پارامترهای معادله های دینامیکی		
پارامتر	واحد	مقدار
ρ	km	1
μ	km ³	398600
r_l	rad/s	0.00110467013
m_1, m_2	kg	50
φ	rad	$\pi/4$

جدول ۲- پارامترهای کنترل کننده ASMC و کنترل کننده LQR

پارامترهای کنترل کننده ها	
LQR	ASMC
Q=1000	$k_p = 1.6$
R=50	$\lambda = 0.1$
	$T = \frac{2\pi}{\omega} = 1.5799h$



به صورت زیر در شبیه‌سازی‌ها به کار برده شده است [۷-۸-۹].

$$D = 1.2 \times 10^{-3} \begin{bmatrix} 1 - 1.5 \sin(\omega t) \\ 0.5 \sin(2\omega t) \\ \sin(\omega t) \end{bmatrix}$$

شکل ۶ خطای حرکت ماهواره‌های پیرو نسبت به مسیرهای مطلوب (معادله‌های (۳) و (۴)) را نشان می‌دهد. در این شکل خطا در محورهای مختلف نشان داده شده است. با توجه به این دو شکل می‌توان دریافت که روش ASMC در دفع اغتشاش عملکرد بهتری نسبت به روش LQR دارد. در روش LQR دامنه خطا در بعضی از نمودارها بیش از ۴۰ متر است که با توجه به کاربرد آرایش PCO مقدار قابل توجهی است در صورتی که در روش ASMC دامنه خطا کمتر از ۵ متر است. با کاهش مقدار R یا افزایش مقدار Q می‌توان مقدار خطای ردیابی را کم کرد، اما قطعاً مقدار سیگنال کنترلی خیلی زیاد خواهد شد. در شکل ۷ نیز سیگنال فرمان کنترلی در دو روش LQR و ASMC نشان داده شده است که مقدار سیگنال کنترلی روش LQR اندکی از روش ASMC کمتر است. شکل ۸ مسیرهای طی شده به وسیله ماهواره‌های پیرو نسبت به ماهواره پیشرو در یک دور چرخیدن ماهواره‌ها به دور زمین در فضای سه‌بعدی را نشان می‌دهد که خطای ردیابی در روش LQR در آن مشهود است. شکل ۹ تصویر حرکت ماهواره‌ها در صفحه y-z است طبق شکل‌های ۸ و ۹ و معادله‌های ۳ و ۴ هیچ برخوردی بین ماهواره‌های پیرو صورت نمی‌گیرد. در شکل ۱۰ نیز بردار ضریب انتگرالی k_i در جهت محورهای مختلف نشان داده شده است. بروز شدن این ضریب در کاهش خطای ردیابی و دفع اغتشاش بسیار مؤثر است.

نکته بسیار مهم در تنظیم دو مقدار Q و R این است که در واقع انتخاب این دو مقدار یک مصالحه بین مقدار خطای ردیابی و سیگنال کنترلی است، به این ترتیب که با افزایش R دامنه سیگنال کنترلی کم می‌شود؛ اما خطای ردیابی زیاد می‌شود به طوری که ممکن است باعث ناپایداری شود. همچنین با افزایش Q نیز خطای ردیابی کم شده اما دامنه سیگنال کنترلی زیاد می‌شود، به طوری که ممکن است قابل‌اعمال به عملگر نباشد؛ بنابراین باید مصالحه‌ای بین Q و R صورت گیرد. در اینجا هدف کم کردن خطای ردیابی است؛ بنابراین مقدار R را کم و مقدار Q را زیاد در نظر گرفته‌ایم.

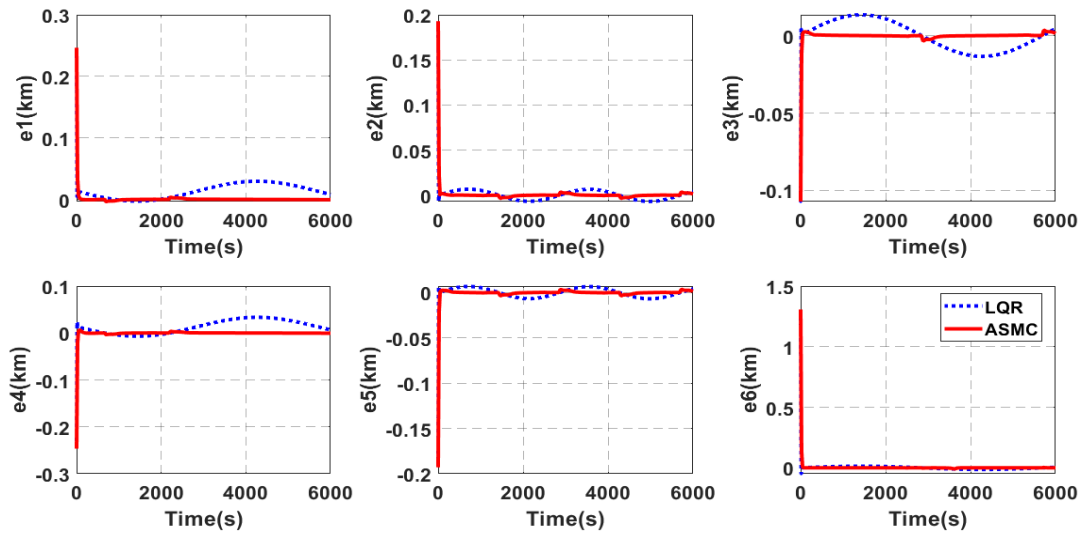
هدف این است که ماهواره‌های پیرو مسیری را طی کنند که تصویر حرکت آن‌ها در یک دور چرخش به دور زمین یک دایره به مرکزیت ماهواره پیشرو و به شعاع ρ را در صفحه y-z تشکیل دهد. معادله‌های (۳) و (۴) مسیرهای مطلوبی است که ماهواره‌های پیرو باید نسبت به ماهواره پیشرو طی کنند تا هدف گفته شده تحقق یابد.

جدول ۳- شرایط اولیه ماهواره‌های پیرو

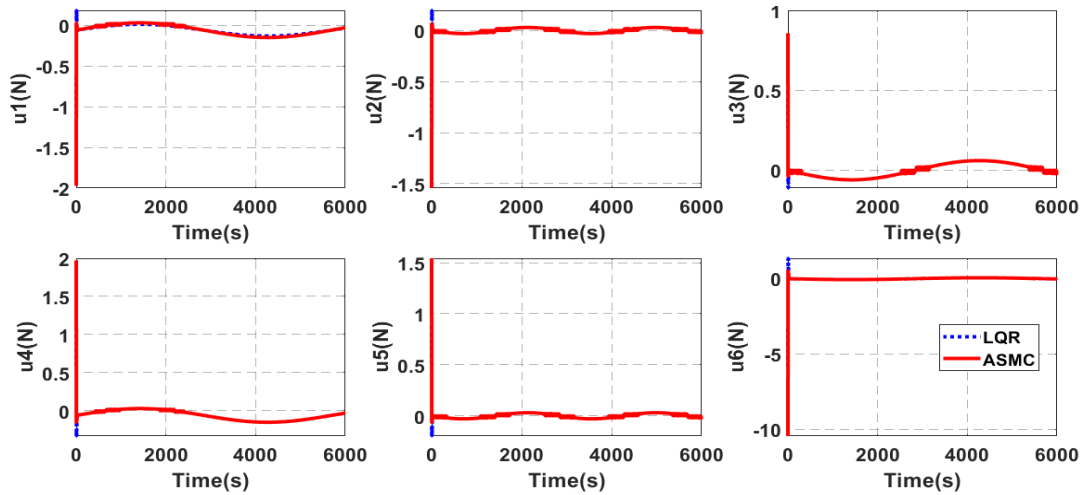
شرایط اولیه ماهواره‌های پیرو	
ماهواره ۱	$(x_1, y_1, z_1) = (0.6, 0.9, 0.6)$
ماهواره ۲	$(x_2, y_2, z_2) = (-0.6, -0.9, 0.6)$

یک دور چرخیدن ماهواره‌ها به دور زمین در حدود ۱.۶۶ ساعت یا ۶۰۰۰ ثانیه طول می‌کشد؛ بنابراین شبیه‌سازی‌ها برای ۶۰۰۰ ثانیه انجام شده است، لازم به ذکر است که شبیه‌سازی‌ها در حضور اغتشاش انجام شده است. مجموع اغتشاشات مربوط به کشش اتمسفری، اغتشاشات جاذبی، فشار تشعشعات خورشیدی و غیره

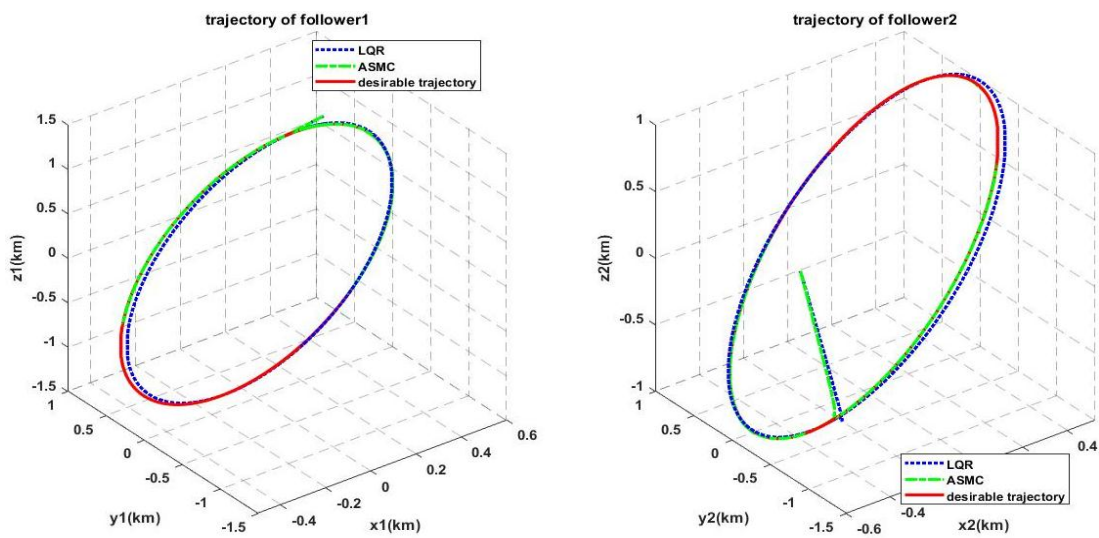




شکل ۶- خطای ردیابی مسیره‌های مطلوب در دو روش LQR و ASMC (e_1, e_2, e_3) به ترتیب خطای مربوط به $((x_2, y_2, z_2))$ و (e_4, e_5, e_6) به ترتیب خطای مربوط به $((x_1, y_1, z_1))$

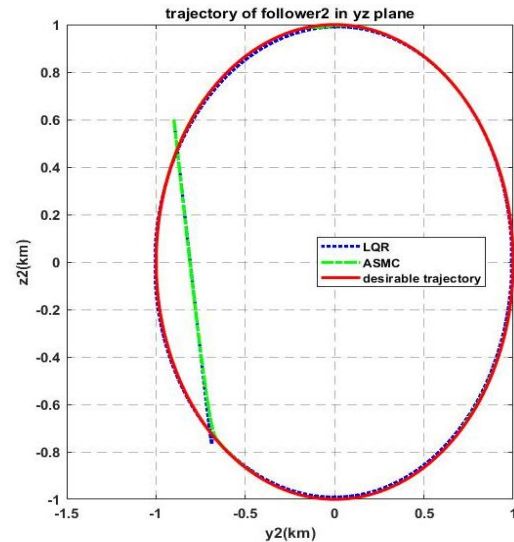
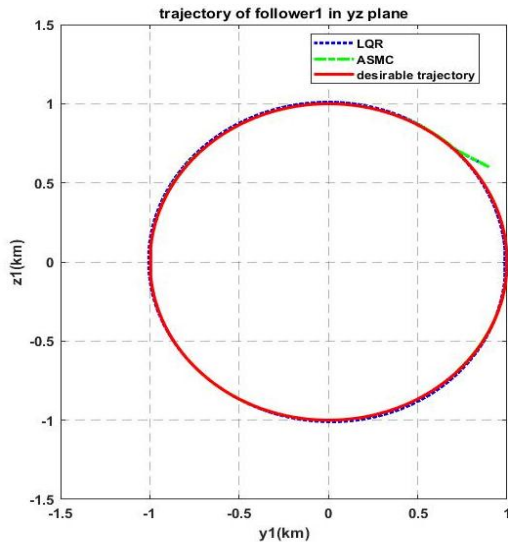


شکل ۷- سیگنال‌های کنترلی ماهواره‌های پیرو در دو روش LQR و ASMC



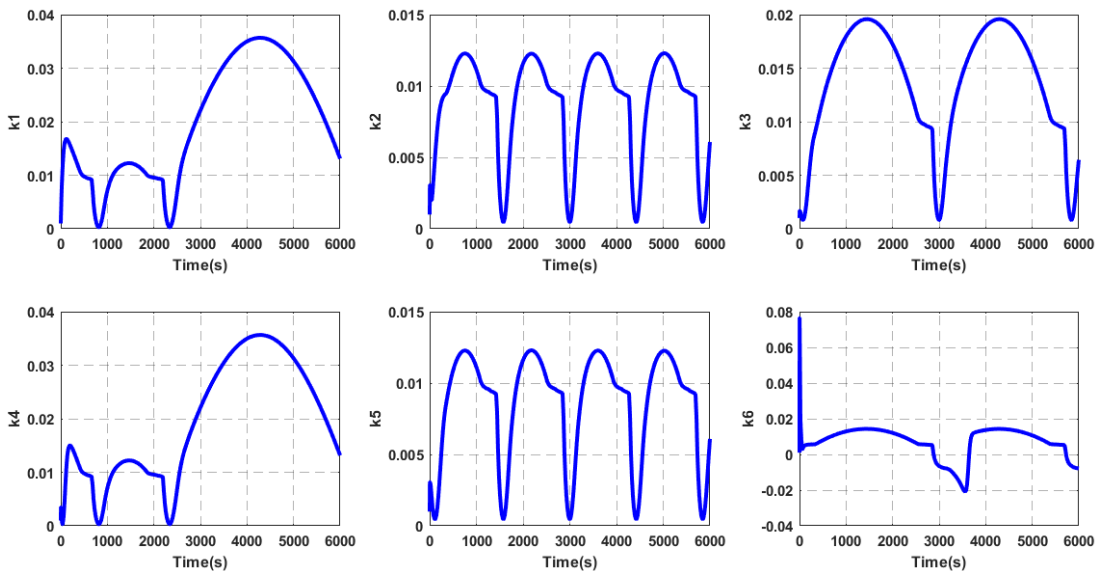
شکل ۸- حرکت نسبی ماهواره‌های پیرو نسبت به ماهواره پیشرو در یک دور چرخیدن ماهواره‌ها به دور زمین در فضای سه‌بعدی





شکل ۹- حرکت نسبی ماهواره‌های پیرو نسبت به ماهواره پیشرو در یک دور چرخیدن ماهواره‌ها به دور

زمین در صفحه y-z



شکل ۱۰- ضریب انتگرالی k_i در جهت محورهای مختلف

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله آرایش PCO معرفی شد و هدف از به‌کارگیری این آرایش تشریح شد. سپس این آرایش برای سه ماهواره بسط داده شده و معادله‌های غیرخطی موقعیت ماهواره‌های پیرو نسبت به ماهواره پیشرو معرفی و روش خطی سازی این معادله‌ها نیز ارائه شد. پس‌از آن یک کنترل‌کننده جدید (ASMC) طراحی و معرفی شد.

کنترل‌کننده LQR برای معادله‌های خطی و

کنترل‌کننده ASMC برای معادله‌های غیرخطی به‌کار برده شد و نتایج شبیه‌سازی این دو کنترل‌کننده با هم مقایسه شد.

کنترل‌کننده پیشنهادی در شکل‌گیری اولیه آرایش PCO به‌خوبی عمل کرده و با توجه به موقعیت‌های نسبی مطلوبی که برای ماهواره‌های پیرو انتخاب‌شده، ماهواره‌ها هیچ برخوردی با هم نخواهند داشت. با توجه به نتایج شبیه‌سازی می‌توان گفت از آنجاکه در عمل حضور اغتشاش در تمامی سیستم‌های واقعی اجتناب‌ناپذیر است.



- spacecraft formation with large perturbations." Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering 229, no. 2 (2015): 352-368.
- [8] Cao, Lu, and Hengnian Li. "Linearized J 2 and Atmospheric Drag Model for Control of Inner-Formation Satellite System in Elliptical Orbits." Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control 138, no. 5 (2016): 051004.
- [9] Cao, Lu, and Arun K. Misra. "Linearized J2 and atmospheric drag model for satellite relative motion with small eccentricity." Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering 229, no. 14 (2015): 2718-2736.
- [10] Scharf, Daniel P., Fred Y. Hadaegh, and Scott R. Ploen. "A survey of spacecraft formation flying guidance and control. part ii: control." In Proceedings of the 2004 American control conference, vol. 4, pp. 2976-2985. Ieee, 2004.
- [11] Caudill, Jason S., Micah B. Harvey, and Roshini S. Ashok. "An overview of satellite formation control using higher order and adaptive sliding mode control techniques." In IEEE SOUTHEASTCON 2014, pp. 1-6. IEEE, 2014.
- [12] Carrillo, Luis Rodolfo Garcia, Filiberto Muñoz Palacios, Eduardo Steed Espinoza Quesada, and Kostas Alexis. "Adaptive high order sliding mode control for relative positioning and trajectory tracking of spacecraft formation flying." In 2016 24th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED), pp. 1095-1101. IEEE, 2016.
- [13] Cho, Hancheol, and Gaëtan Kerschen. "Satellite formation control using continuous adaptive sliding mode controller." In AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference, p. 5662. 2016.
- [14] Yuzhu, Bai, Yu Jing, Chen Xiaoqian, Zhao Yong, Yu Yang, Wang Yi, Ni Qing, and Xu Zhanpeng. "Improved

بنابراین روش ASMC در مقایسه با روش LQR به دلیل محدود شدن خطا و مقاوم بودن در برابر اغتشاش کارایی بیشتری خواهد داشت.

همچنین می‌توان گفت خطی شدن معادله‌ها در روش LQR نیز بی‌تأثیر نبوده؛ بلکه عامل اصلی ایجاد خطای ردیابی در روش LQR در واقع حساسیت معادله‌های خطی شده نسبت به اغتشاش است. این معادله‌ها در صورت وجود اغتشاش تقریب خوبی از خود سیستم نخواهند بود.

در هر دو روش دامنه سیگنال کنترلی بسیار معقول‌تر از دامنه سیگنال کنترلی مراجع گفته شده است.

۶. مآخذ

- [1] Alfriend, Kyle, Srinivas Rao Vadali, Pini Gurfil, Jonathan How, and Louis Breger. Spacecraft formation flying: Dynamics, control and navigation. Vol. 2. Elsevier, 2009.
- [2] Curtis, Howard. Orbital mechanics for engineering students. Butterworth-Heinemann, 2013.
- [3] Wang, Danwei, Baolin Wu, and Eng Kee Poh Chung. "Satellite Formation Flying." Springer (Singapore) URL <https://doi.org/10.1007> (2017): 978-981.
- [4] Silvestrini, Stefano. "AI-augmented guidance, navigation and control for proximity operations of distributed systems." (2021).
- [5] Li, Jin, and Liu Yang. "Adaptive pi-based sliding mode control for nanopositioning of piezoelectric actuators." Mathematical Problems in Engineering 2014 (2014).
- [6] Li, Mingzhong, Fuli Wang, and Furong Gao. "PID-based sliding mode controller for nonlinear processes." Industrial & engineering chemistry research 40, no. 12 (2001): 2660-2667.
- [7] Cao, Lu, and Xiaoqian Chen. "Input-output linearization minimum sliding-mode error feedback control for



LQR control for spacecraft formation keeping in elliptical lunar orbits with gravity model uncertainty." In 2016 35th Chinese Control Conference (CCC), pp. 10625-10632. IEEE, 2016.

- [15] Li, Junquan, Yaodong Pan, and Krishna Dev Kumar. "Design of asymptotic second-order sliding mode control for satellite formation flying." *Journal of guidance, control, and dynamics* 35, no. 1 (2012): 309-316.
- [16] Sun, Hao, Han Zhao, Kang Huang, Shengchao Zhen, and Ye-Hwa Chen. "Adaptive robust constraint-following control for satellite formation flying with system uncertainty." *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 40, no. 6 (2017): 1492-1502.
- [17] Wang, Zhaokui, Yun Xu, Chao Jiang, and Yulin Zhang. "Self-organizing control for satellite clusters using artificial potential function in terms of relative orbital elements." *Aerospace Science and Technology* 84 (2019): 799-811.
- [18] Sarno, S., J. Guo, M. D'Errico, and E. Gill. "A guidance approach to satellite formation reconfiguration based on convex optimization and genetic algorithms." *Advances in Space Research* 65, pp. 2003-2017, 2020.
- [19] Zhang, Yanyan, Hao Zhang, Shuai Hou, Yunkai Deng, Weidong Yu, and Robert Wang. "An Innovative Superpolyhedron (SP) Formation for Multistatic SAR (M-SAR) Interferometry." *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* (2021).

پی نوشت

-
- 1- Projected Circular Orbit
 - 2- Leader
 - 3- Follower
 - 4- Adaptive Sliding Mode Controller(ASMC)
 - 5- Feedback Linearization
 - 6- Linear Quadratic Controller
 - 7- Resolution
 - 8- General Circular Orbit
 - 9- Higher Order and Adaptive Sliding Mode Controller

۱۴۳

سال ۱۰- شماره ۲

پاییز و زمستان ۱۴۰۰

نشریه علمی دانش و

فناوری هوا فضا



مدیر نشریه تطبیقی
کنترل موقعیت ماهواره‌ها در آرایش PCO به کمک کنترل کننده