

توسعه یک الگوریتم تعقیب سطح فاصل برای شبیه‌سازی عددی جریان دوفازی لایه‌ای به روش حجم محدود فشارمبنا

شیدوش و کیلی پور^۱، مسعود محمدی^۲، روزبه ریاضی^۳، محمدحسین صبور^۴

۱ استادیار، مهندسی هوافضا، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران، vakilipour@ut.ac.ir

۲ دانشجوی دکتری، مهندسی هوافضا، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران

۳ استادیار، مهندسی هوافضا، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران

۴ استادیار، مهندسی هوافضا، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۶/۱۲

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۱۱/۳۰

چکیده

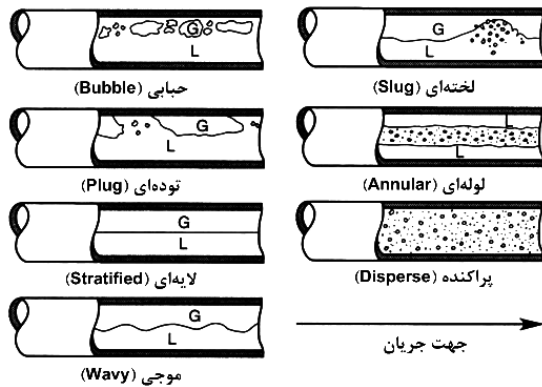
جریان‌های دوفازی و چندفازی از انواع پرکاربرد جریان‌ها در علوم مهندسی سیالات محسوب می‌شوند. از جمله مسائل کاربردی در این زمینه، جریان دوفازی لایه‌ای است که در اثر قرارگیری دو سیال غیرقابل اختلاط در مجاورت هم ایجاد می‌شود. در این نوع از جریان، خواص سیال می‌تواند به‌طور ناگهانی در سطح فاصل یا جداکننده دو سیال تغییر کند. از جمله چالش‌های مهم در شبیه‌سازی عددی جریان دوفازی لایه‌ای تعیین دقیق موقعیت سطح فاصل است. پژوهش حاضر توسعه یک الگوریتم تعقیب سطح فاصل بر مبنای رهیافت اولبری - لاگرانژی اختیاری به روش مرکزسلول و فشارمبنا با حلگر کوپل را ارائه می‌دهد. برای بررسی صحت عملکرد این الگوریتم، حل تحلیلی جریان دوفازی لایه‌ای تحت تأثیر نیروی گرانش استخراج و سپس نتایج شبیه‌سازی عددی این جریان در حالات گوناگون با حل تحلیلی مقایسه شده است. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان از دقت بسیار خوب نتایج، با وجود استفاده از شبکه‌ای نسبتاً درشت و یکنواخت، دارد. تغییرات زمانی موقعیت سطح فاصل تا رسیدن به حالت پایا نشان می‌دهد که هرچه اختلاف خواص دو سیال (به‌ویژه لزجت) بیشتر باشد، امواج پیش‌رونده حاصل از برخورد دو سیال نیز بزرگتر می‌شود. بررسی اثر نیروی گرانش نیز نشان می‌دهد که نیروی گرانش مثبت سبب کاهش ضخامت سیال سنگین‌تر و نیروی گرانش منفی موجب افزایش آن نسبت به حالت نیروی گرانش صفر می‌شود. البته میزان تغییر ضخامت در نیروی گرانش مثبت بسیار بیشتر از نیروی گرانش منفی است.

واژگان کلیدی

جریان دوفازی لایه‌ای، تعقیب سطح فاصل، حلگر کوپل، نیروی گرانش، نسبت دبی

۱. مقدمه

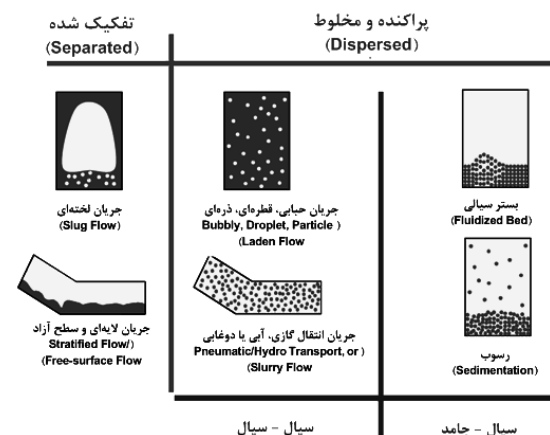
جریان‌های دوفازی و چندفازی از جمله انواع پرکاربرد جریان‌ها در حوزه مهندسی سیالات به‌شمار می‌روند و می‌توان آنها را مطابق شکل ۱ به دو دسته تفکیک‌شده^۱ و مخلوط^۲ تقسیم کرد. هر دسته‌بندی شامل زیربخش‌هایی است. برخلاف جریان‌های مخلوط، در جریان‌های تفکیک‌شده، دو فاز جریان به‌صورت دو توده مجزا و مخلوط‌نشده‌اند که براساس رژیم جریانی یا ناپایداری‌هایی که در جریان رخ می‌دهد، ممکن است بخش‌هایی از یک فاز به‌شکل توده‌های کوچکتر جدا و در فاز دیگر غوطه‌ور شود.



شکل ۲. الگوی جریان داخل لوله افقی براساس رژیم جریانی [۲]

جریان‌های دوفازی (به‌طور کلی) و جریان‌های دوفازی لایه‌ای و موجی (به‌طور خاص) کاربردهای گسترده‌ای در صنایع مختلف، از جمله صنعت هوافضا، دارند. اختلاط سوخت و هوا در محفظه احتراق موتورهای توربینی و پیستونی (مایع - گاز)، تشکیل لایه یخ روی لبه حمله و سطوح کنترلی بال (گاز - مایع - جامد)، احتراق سوخت جامد در موتورهای سوخت جامد (جامد - گاز)، لوله‌های حرارتی مورد استفاده در خنک‌کاری داخلی تیغه‌های توربین (گاز - مایع)، پدیده نامطلوب ایجاد فیلم مایع در لوله‌های هوای منتهی به سیلندر موتورهای پیستونی به‌هنگام روشن شدن در هوای سرد (گاز - مایع)، خنک‌کاری داخلی پردازنده‌های ماهواره‌ها و فضاپیماها با استفاده از لوله‌های حرارتی (گاز - مایع)، برخی از جریان‌های دوفازی شناخته‌شده در هوافضا شمرده می‌شوند. نمونه‌ای از تشکیل لایه یخ روی لبه حمله یک هواپیما [۲]، عملکرد لوله حرارتی و کاربرد آن در خنک‌کاری تیغه توربین در شکل‌های ۳ تا ۵ نمایش داده شده است [۳-۴]. الگوریتم پیشنهادی این مقاله امکان استفاده در شبیه‌سازی جریان‌های فوق را خواهد داشت.

لایه مایعی که در مبدل‌های گرمایی در اثر پدیده چگالش ایجاد می‌شود به‌قدری نازک است که اغلب، مطالعه آزمایشگاهی و بررسی پدیده‌های فیزیکی حاکم بر آن را دشوار می‌سازد. از اینرو، مطالعات عددی برای ارزیابی پارامترهای مؤثر بر جریان و فیزیک حاکم بر آن، به‌ویژه در ناحیه سطح فاصل دو فاز اهمیت ویژه‌ای



شکل ۱. دسته‌بندی جریان‌های چندفازی

۱-۱. جریان دوفازی مورد نظر و اهمیت آن

نوع پرکاربردی از جریان‌های تفکیک‌شده، جریان‌هایی موسوم به لایه‌ای^۳ و سطح آزاد^۴ است. در این جریان‌ها، اغلب هیچ‌یک از دو فاز در احاطه فاز دیگر قرار ندارد. از جریان‌های سطح آزاد می‌توان به جریان تلاطمی^۵، جریان اطراف شناورها، جریان شکست سد^۶، جریان مایع گذرنده از روی یک برآمدگی^۷ و مایع جاری روی سطح مایل^۸ اشاره کرد. جریان‌های لایه‌ای نیز که مورد نظر این مقاله‌اند، اغلب در لوله یا کانال‌های افقی و شیب‌دار با حضور دو سیال غیرقابل امتزاج (اغلب مایع و گاز) رخ می‌دهد. جریان داخل کانال افقی یا شیب‌دار براساس رژیم جریانی به ۷ حالت (مطابق شکل ۲) تقسیم می‌شود [۱] که دو رژیم لایه‌ای و موجی در حیطه‌ای قرار دارند که با روش‌های تعقیب سطح فاصل^۹ (الگوریتم مورد نظر در این مقاله) قابل شبیه‌سازی‌اند. در جریان دوفازی لایه‌ای، خواص ترموفیزیکی سیال (چگالی، لزجت و دما) در دو طرف سطح فاصل (سطح جداکننده) دو سیال متفاوت است. سایر

سطح فاصل^{۱۳} و تسخیر سطح فاصل^{۱۴} تقسیم می‌شوند. در روش‌های تعقیبی، سطح فاصل به‌مثابه لایه‌ای بسیار باریک فرض می‌شود که موقعیت آن بر سطوح سلول‌های شبکه منطبق است. در طول حل جریان نیز موقعیت این سطح باریک دنبال و با اصلاح شبکه، انطباق آن بر سطوح سلول حفظ می‌شود. در روش‌های تسخیری، سطح فاصل دیگر یک سطح باریک نیست و عملاً انطباق سطح فاصل با سلول‌های میدان اهمیت خود را از دست می‌دهد. در این روش‌ها، موقعیت سطح فاصل با تخمین نسبت پرشدگی سلول‌های همسایه آن تعیین می‌شود.

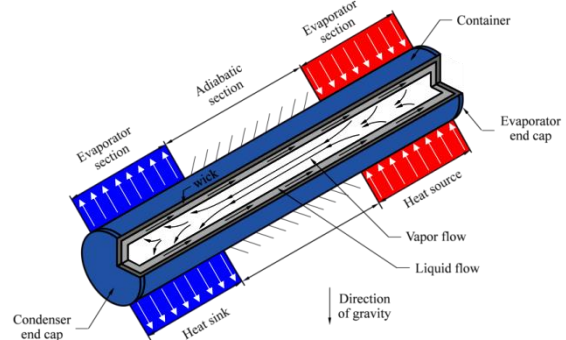
از دیدگاه دیگر، روش‌های تعیین موقعیت سطح فاصل را برحسب نوع معادلات حاکم و شبکه مورد استفاده به سه روش اویلری، لاگرانژی و اویلری-لاگرانژی تقسیم‌بندی می‌کنند [۶]. در روش‌های اویلری، دستگاه مختصات ساکن است یا سرعت ثابتی دارد که سرعت سیال مستقل از آن است. بسیاری از روش‌های اویلری از شبکه ثابت استفاده می‌کنند و در نتیجه، مرز سلول‌های آن بر سطح فاصل منطبق نیست. از اینرو، این روش‌ها امکان تعقیب و تعیین دقیق محل سطح فاصل را ندارند. روش‌های تسخیر سطح فاصل اغلب به روش‌های اویلری تعلق دارند. روش نشانه‌گذار و سلول^{۱۵} [۷]، که در آن از ذرات نشانه‌گذار برای تشخیص هر فاز استفاده می‌شود و روش حجم سلول^{۱۶} [۸]، که از یک تابع نشانه‌گذار استفاده می‌کند، شناخته‌شده‌ترین روش‌های تسخیر سطح فاصل هستند. مشکل اصلی در استفاده از روش‌های اویلری (تسخیری)، دشواری حفظ مرز باریک سیالات مختلف جریان است. به‌همین دلیل لازم است از تکنیک‌های افزودن تنش سطحی [۹]، استفاده از زیرسلول‌ها برای بهبود دقت سطح فاصل [۱۰] و استفاده از تابع تنظیم سطح^{۱۷} برای نشانه‌گذاری سطح فاصل سیال [۱۱] استفاده شود تا دقت و در نتیجه، کاربردپذیری این روش‌ها افزایش یابد. مروری بر روش‌های حجم سیالی را می‌توان در مراجع [۱۲] و [۱۳] مطالعه کرد.

اگرچه روش‌های اویلری اغلب از نوع تسخیری (و نه تعقیبی) هستند، برخی روش‌های تطبیقی شبکه متحرک نیز وجود دارد که شبکه محاسباتی را به‌گونه‌ای جابه‌جا می‌کند که همیشه بر یکی از سطوح سلول مرزی منطبق باشد [۱۴]. این روش‌ها ممکن است تنها به مسائلی محدود شود که دچار تغییر شکل زیاد در میدان حل نشوند [۱۵]. در روش‌های لاگرانژی، دستگاه مختصات با همان سرعت سیال حرکت می‌کند. به این ترتیب، هر سلول محاسباتی همیشه همان‌های ثابتی از سیال را در خود جای

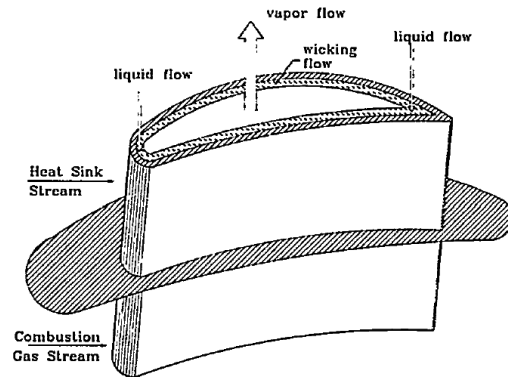
دارد. این جریان‌ها به‌دلیل داشتن مرز متحرک، در رده مسائل دشوار دینامیک سیالات عددی قرار می‌گیرند [۵].



شکل ۳. تشکیل لایه یخ روی لبه حمله هواپیما [۲]



شکل ۴. طرح مفهومی عملکرد یک لوله حرارتی [۴]



شکل ۵. نمونه‌هایی از طراحی و تعبیه لوله حرارتی در تیغه توربین [۳]

یکی از چالش‌های اصلی در شبیه‌سازی عددی جریان دوفازی لایه‌ای، تعیین دقیق موقعیت سطح فاصل است. در این نوع مسائل، موقعیت مرز متحرک تنها در ابتدای حل معلوم (مفروض) است و در ادامه باید با توجه به سایر شرایط جریان پیش‌بینی شود [۵]. برای یافتن موقعیت سطح فاصل، روش‌های مختلفی توسعه یافته است که از دو دیدگاه قابل دسته‌بندی‌اند. از دیدگاه نخست، این روش‌ها برحسب نحوه تعیین موقعیت به دو روش تعقیب

می‌دهد. در این روش‌ها ممکن است خطاهایی ناشی از شکل نامتعارف سلول‌های میدان رخ دهد. تلاش‌های زیادی برای جلوگیری از این خطاها انجام شده است که از آن جمله می‌توان به بازتولید شبکه یا ناحیه‌بندی مجدد میدان اشاره کرد. روش‌های تسخیر سطح فاصل اغلب در دسته روش‌های لاگرانژی قرار می‌گیرند. مثال‌هایی از این روش‌ها را می‌توان در شبیه‌سازی ازهم‌گسیختگی یک قطره در مرجع [۱۶]، بررسی تغییر شکل اولیه یک حباب غوطه‌ور در مرجع [۱۷]، شبیه‌سازی حرکت ناپایای دوبعدی چندین ذره در مراجع [۱۸-۲۰] و محاسبات متقارن برخورد یک قطره با دیواره در مرجع [۲۱] مشاهده کرد.

روش‌های لاگرانژی که در آنها از ناحیه‌بندی مجدد استفاده می‌شود، گاهی به روش‌های لاگرانژی - اویلری اختیاری^{۱۸} یاد می‌شود. روش‌های ترکیبی معمولاً می‌توانند مزایای هر دو روش اویلری و لاگرانژی را در خود داشته باشند. روش‌های تعقیب جبهه^{۱۹} نیز که توسط گلیم و همکاران (۲۰۰۱) توسعه داده شده [۲۲]، در دسته روش‌های اویلری - لاگرانژی قرار می‌گیرند. در این روش‌ها مرز دو فاز به وسیله یک جبهه جداگانه نشان‌گذاری می‌شود؛ اما برای سیال داخل هر فاز از یک شبکه ثابت، که فقط در نزدیکی جبهه اصلاح می‌شود، استفاده می‌گردد. روشی ترکیبی بین تعقیب و تسخیر جبهه نیز وجود دارد که به وسیله آنوردی و تریگواسون (۱۹۹۲) توسعه داده شده است [۳۳]. آنها از یک شبکه ساکن معمولی برای جریان سیال و یک شبکه جداگانه کوچکتر برای دنبال کردن سطح فاصل استفاده کردند. جزئیات بیشتری از این روش را می‌توان در مرجع [۳۴] مطالعه کرد. روش‌های تسخیر سطح فاصل در مدل‌سازی عددی هر گونه جریان دو یا چندفازی قابل استفاده است؛ اما همان‌طور که گفته شد، تعیین محل دقیق سطح فاصل و محاسبه کمیت‌هایی مثل تنش‌های برشی، انتقال گرما و انتقال جرم در این روش‌ها با دشواری و تخمین همراه است. ایده جابه‌جایی سطح فاصل در این مقاله از روش موزافریجا و پریک (۱۹۸۸) دریافت و توسعه یافته است [۳۵]. آنها روش خود را صرفاً در جریان‌های آزاد تک‌فاز به‌کار برده و نتایج خوبی هم از تطابق با حل‌های تحلیلی و تجربی به‌دست آورده‌اند.

۱-۲. اهداف و نوآوری‌های این پژوهش

با اینکه تحقیقات گسترده‌ای درباره جریان‌های دوفازی و چندفازی در مراجع علمی و دانشگاهی داخلی انجام شده است، متأسفانه

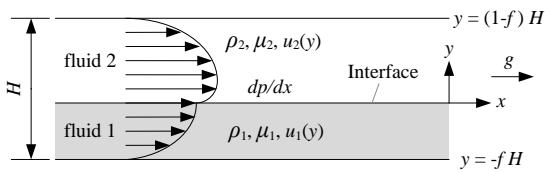
تعداد انگشت‌شماری از آنها به جریان‌های لایه‌ای و موجی داخل کانال اختصاص دارد که به دو صورت تجربی و عددی انجام شده‌اند. ضمن آنکه در تحلیل‌های عددی نیز اغلب از روش حجم سیال استفاده شده است [۲۳، ۲۷]. برای مثال، انصاری و سام‌خانی (۲۰۱۳) نتایج حل عددی تشکیل فیلم میعان طبیعی روی یک دیواره قائم با روش حجم سیال در نرم‌افزار اوپن‌فوم را با نتایج حل تحلیلی مقایسه کرده‌اند [۲۳]. نتایج آنها نشان می‌دهد که روش حجم سیال به‌جای ارائه یک مرز تیز سطح فاصل، یک ابر نقاط سطح فاصل ارائه می‌دهد که میانگین موقعیت این نقاط نماینده مرز سطح فاصل است. با این حال، خط میانگین فرضی این ابر نقاط نیز بسیار دورتر از مرز حاصل از حل تحلیلی است و در نتیجه، جواب عددی به‌دست آمده چندان رضایت‌بخش به‌نظر نمی‌رسد. البته، موضوع این نوع جریان در منابع خارجی مورد توجه و مطالعه قرار دارد [۲۸، ۳۱]. حسنی‌نژاد فراهانی و ارمیستون (۲۰۱۵) موضوع چگالش بخار آب در یک لوله قائم را به روش تعقیب سطح فاصل انجام دادند که برای تعیین موقعیت سطح فاصل از یک معادله تعادل جرم در هر ستون از حجم‌های کنترل در رژیم مایع استفاده می‌کند [۲۸]. اسلام و همکاران (۲۰۰۷) نیز انرژی جنبشی و انرژی سطحی یک فیلم مایع را در رژیم جریانی موجی با روش اختلاف محدود و تعقیب سطح فاصل مورد مطالعه قرار دادند [۳۱].

با توجه به آنچه گفته شد، در مسئله جریان دوفازی لایه‌ای و موجی، شرایط زیر بر مرز سطح فاصل حاکم است:

۱. گسستگی مرز فاصل وجود ندارد
۲. مشخصات جریان، تنش‌ها، انتقال حرارت و انتقال جرم در سطح فاصل از اهمیت فوق‌العاده‌ای برخوردار است
۳. سطح فاصل یک مرز تیز بین دو فاز محسوب می‌شود
۴. ابعاد و اندازه فیلم مایع نیز بسیار کوچک است

از میان روش‌های تعیین موقعیت سطح فاصل، روش‌های تعقیب سطح فاصل در یک شبکه متحرک که بتواند خود را بر مرز سطح فاصل منطبق کند، گزینه‌ای مناسب (به‌لحاظ کاربری، الگوریتم پیاده‌سازی و تناسب با مسئله) برای حل جریان دوفازی لایه‌ای است. از اینرو، توسعه روش‌هایی از این خانواده برای حل چنین جریان‌هایی از اهمیت و کاربرد فراوانی برخوردار است. مقاله حاضر از جمله معدود (و شاید نخستین) مقالات داخلی در حوزه جریان دوفازی است که در آن از روش تعقیب سطح فاصل بر پایه

چگالی دو سیال و دبی جرمی آنها نیز به ترتیب با μ_1 و μ_2 و Q_1 و Q_2 نشان داده می‌شود. جریان دوفازی لایه‌ای را می‌توان نوعی جریان پوزای^۲ فرض کرد که در آن معادلات ناویر-استوکس، به شکل ساده‌شده^۱ درمی‌آیند.



شکل ۶. میدان جریان دوفازی لایه‌ای در یک کانال دوبعدی

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \quad (1)$$

در جریان دوفازی لایه‌ای، این معادله را باید برای دو سیال ۱ و ۲ نوشت. همچنین، برای اعمال اثر نیروی گرانش، جمله نیروی حجمی ناشی از شتاب گرانش (ρg) نیز به صورت زیر به معادلات افزوده می‌شود.

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu_1} \left(\frac{dp}{dx} - \rho_1 g \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu_2} \left(\frac{dp}{dx} - \rho_2 g \right) \quad (3)$$

برای حل این معادلات، مناسبتر است که از شکل بی‌بعد آنها استفاده شود. بر این اساس، پارامترهای بی‌بعد سرعت، فشار و طول‌ها به صورت ۴ تعریف می‌شوند.

$$u' = \frac{u}{Q_1/H}, \quad p' = \frac{p}{\rho_1(Q_1/H)^2}, \quad y' = \frac{y}{H}, \quad x' = \frac{x}{H} \quad (4)$$

با استفاده از کمیت‌های بدون بعد، شکل بی‌بعد معادلات ۲ و ۳، به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\frac{\partial^2 u'_1}{\partial y'^2} = \text{Re}_1 \left(\frac{dp'}{dx'} - \frac{1}{f^3 \text{Fr}_1} \right) \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 u'_2}{\partial y'^2} = f_\mu \text{Re}_1 \left(\frac{dp'}{dx'} - \frac{1}{f^3 f_\rho \text{Fr}_1} \right) \quad (6)$$

که در آن، f ضخامت بی‌بعد سیال ۱، $\text{Re}_1 = \rho_1 Q_1 / \mu_1$ عدد رینولدز سیال ۱، $\text{Fr}_1 = (Q_1 / fH)^3 / g (fH)$ عدد فرود سیال ۱ و نهایتاً $f_\mu = \mu_1 / \mu_2$ نسبت لزجت دو سیال است.

۲-۱. شرایط مرزی و بی‌بعدسازی آنها

بر جریان دو فازی سه شرط مرزی و دو شرط مربوط به معلوم بودن دبی‌های دو سیال برقرار است که در شکل بی‌بعد عبارت‌اند از:

دیدگاه لاگرانژی - اویلری اختیاری (ALE) برای تعیین دقیق موقعیت سطح فاصل دو سیال در جریان دوفازی داخل کانال استفاده می‌شود. جزئیات الگوریتم به کار رفته در این پژوهش در ادامه تشریح خواهد شد.

برای شبیه‌سازی عددی جریان تراکم‌ناپذیر دوفازی داخل کانال از روش حجم محدود مرکزسول و فشارمنا استفاده شده است. درگیری میدان فشار و سرعت در این شبیه‌سازی از طریق روش میان‌یابی وزنی فشاری (PWIM) برقرار و برای حل همزمان هر دو فاز سیال از یک حلگر ضمنی و کوپل استفاده شده است. به علاوه، نقاط سطح مرزی در دو طرف سطح فاصل نیز در قالب معادلات مرزی مربوطه و به عنوان مجهول وارد دستگاه معادلات می‌شود که این کار بر حفظ ویژگی ضمنی حلگر و ارتباط قوی‌تر بین میدان حل دو فاز سیال بسیار مؤثر است. این در حالی است که در پژوهش‌های مشابه، از حلگرهای غیرکوپل استفاده شده است. برای اثبات عملکرد این الگوریتم، جریان دوفازی داخل کانال در دو حالت بدون نیروی گرانش و با وجود نیروی گرانش شبیه‌سازی شده است. با توجه به نبود حل تحلیلی برای این مسئله در حضور نیروی گرانش، توسعه حل تحلیلی برای این جریان نیز در این مقاله انجام شده تا بر پایه آن، صحت‌گذاری نتایج عددی انجام شود.

۲. حل تحلیلی جریان دوفازی لایه‌ای با نیروی گرانش

حل تحلیلی جریان دوفازی لایه‌ای بدون نیروی گرانش به طور مختصر در مرجع [۳۲] آمده است. با اینحال، اثر نیروی گرانش بر حل این نوع جریان دیده نشده است. برای ارزیابی عملکرد الگوریتم مورد نظر این مقاله در شرایط جریانی مختلف، لازم است حل تحلیلی عمومی برای جریان دوفازی لایه‌ای با نیروی گرانش نیز ارائه شود. این حل از نوع کاملاً تحلیلی است و در آن از فرضیات حاکم بر روش‌های تحلیلی یا اغتشاشی هوموتوپیی (HAM/HPM) استفاده نشده است. شکل ۶ میدان جریان دوفازی لایه‌ای دوبعدی را نشان می‌دهد. در این مسئله، دو سیال غیرقابل اختلاط با خواص متفاوت تحت تأثیر گردان فشار dp/dx و شتاب گرانش g داخل یک کانال جریان دارند. با فرض اینکه فاصله دو صفحه تخت کانال را با H و موقعیت سطح فاصل دو سیال را با $y=0$ نشان دهیم، موقعیت دو دیواره پایین و بالا به ترتیب $y=-fH$ و $y=(1-f)H$ خواهد بود که در آن f نسبت ضخامت سیال ۱ به ضخامت کانال است.

$$f_Q = \left[\left(\frac{E_1}{E_2} \right) f_\mu \right] / \left[1 + \frac{\text{Re}_1}{f^2 \text{Fr}_1} \left(F_1 - \frac{E_1}{E_2} F_2 \right) \right] \quad (21)$$

$$E_1 = \frac{1}{6} f^3 - \frac{1}{4} C f^2 - \frac{1}{2} f_\mu D f \quad (22)$$

$$F_1 = \frac{1}{6} f^3 - \frac{1}{4} C f^2 - \frac{1}{2} f_\mu D f \quad (23)$$

$$E_2 = \frac{1}{6} (1-f)^3 + \frac{C}{4} (1-f)^2 - \frac{f_\mu}{2} D (1-f) \quad (24)$$

$$F_2 = \frac{1}{6} (1-f)^3 + \frac{C'}{4} (1-f)^2 - \frac{f_\mu D'}{2} (1-f) \quad (25)$$

به این ترتیب، معادلات ۲۱ الی ۲۵، معادلاتی برحسب پنج پارامتر بی بعد f ، f_ρ ، f_μ ، f_Q و Re_1/Fr_1 است که می‌توان آنها را برای مجهول f با شرط معلوم بودن چهار پارامتر دیگر حل کرد.

۲-۳. بررسی رفتار جریان دوفازی لایه‌ای در حالات خاص

۲-۳-۱. رفتار جریان برحسب نسبت عدد رینولدز به فرود

با دقت در معادلات ۲۱ الی ۲۵ و پارامترهای آن، می‌توان دریافت که صورت آن تنها به نسبت لزجت‌های دو سیال وابسته است و مخرج آن علاوه بر نسبت لزجت‌ها، به نسبت عدد رینولدز به فرود و نسبت چگالی نیز بستگی دارد. همان‌طور که از تعریف عدد فرود برمی‌آید، این عدد معرف نسبت نیروهای اینرسی به نیروی گرانشی است. اگر نیروی گرانش صفر باشد یا نسبت Re_1/Fr_1 به سمت صفر میل کند، مخرج کسر به سمت یک خواهد رفت و معادله نهایی، مستقل از نسبت اعداد رینولدز به فرود و چگالی‌ها خواهد شد. مقدار f در این حالت را می‌توان ضخامت سیال ۱ در نیروی گرانش صفر دانست. شکل ۷ تغییرات f برحسب f_Q را در نسبت لزجت‌های مختلف و نیروی گرانش صفر نشان می‌دهد.

۲-۳-۲. رفتار جریان برای دو سیال مشابه

با توجه به تعریف پارامترهای معادلات ۲۱ الی ۲۵ در روابط ۱۷ الی ۲۰ می‌توان دید که اگر دو سیال مورد نظر دارای چگالی و لزجت یکسان باشند ($f_\mu = f_\rho = 1$)، آنگاه $E_2 = F_2$ و $E_1 = F_1$ خواهد بود که سبب صفر شدن عبارت داخل پرانتز مخرج معادله ۲۱ می‌شود؛ یعنی برای دو سیال با خواص فیزیکی یکسان، شتاب گرانش تأثیری بر موقعیت سطح فاصل ندارد.

۲-۳-۳. رفتار جریان برای دو سیال با اختلاف چگالی زیاد

اگر نسبت چگالی دو سیال بسیار بزرگ باشد ($f_\rho \gg 1$)، آنگاه به دلیل قرار گرفتن f_ρ در مخرج ضرایب مؤثر در ضرایب C' ، D' و

الف) شرط مرزی پیوستگی سرعت در سطح فاصل:

$$u'_1|_{y'=0} = u'_2|_{y'=0} \quad (7)$$

ب) شرط مرزی برابری تنش برشی در سطح فاصل:

$$\mu_1 \frac{\partial u'_1}{\partial y'} \Big|_{y'=0} = \mu_2 \frac{\partial u'_2}{\partial y'} \Big|_{y'=0} \quad (8)$$

ج) شرط مرزی عدم لغزش روی دیواره‌ها:

$$u'_1|_{y'=-f} = u'_2|_{y'=(1-f)} = 0 \quad (9)$$

د) شرط معلوم بودن دبی حجمی دو سیال:

$$1 = \int_{-f}^0 u'_1 dy' \quad (10)$$

$$1/f_Q = \int_0^{1-f} u'_2 dy' \quad (11)$$

که در آن $f_Q = Q_1/Q_2$ نسبت دبی حجمی دو سیال است.

۲-۲. حل معادلات

با انتگرال‌گیری از معادلات جریان ۵ و ۶ و اعمال شرایط مرزی حاکم بر مسئله، معادلات سرعت برای دو سیال ۱ و ۲ به دست می‌آید.

$$u_1 = \frac{1}{2} \text{Re}_1 \left(\frac{dp}{dx} - \frac{1}{f^3 \text{Fr}_1} \right) y^2 + C_1 y + D_1 \quad (12)$$

$$u_2 = \frac{f_\mu}{2} \text{Re}_1 \left(\frac{dp}{dx} - \frac{1}{f^3 f_\rho \text{Fr}_1} \right) y^2 + f_\mu C_1 y + D_1 \quad (13)$$

در معادلات ۱۲ و ۱۳، به منظور ساده‌تر شدن معادلات، علامت پریم که بیان‌کننده بی‌بعد بودن متغیرهاست، حذف شده است. ثوابت انتگرال‌گیری C_1 و D_1 نیز به شکل زیر تعریف می‌شوند.

$$C_1 = \frac{1}{2} \text{Re}_1 \left(\frac{dp}{dx} C - \frac{1}{f^3 \text{Fr}_1} C' \right) \quad (14)$$

$$D_1 = \frac{f_\mu}{2} \text{Re}_1 \left(-\frac{dp}{dx} C + \frac{1}{f^3 \text{Fr}_1} D' \right) \quad (15)$$

$$\delta = f + f_\mu (1-f) \quad (16)$$

$$C = (f^2 - f_\mu (1-f)^2) / \delta \quad (17)$$

$$C' = (f^2 - (f_\mu / f_\rho) (1-f)^2) / \delta \quad (18)$$

$$D = f (1-f) / \delta \quad (19)$$

$$D' = (f^2 (1-f) + (f / f_\rho) (1-f)^2) / \delta \quad (20)$$

با جایگذاری معادلات سرعت در معادلات دبی حجمی و انتگرال‌گیری، می‌توان گرادیان فشار را از معادلات حذف و به روابط ۲۱ تا ۲۵ دست یافت.

معادله مومنوم در جهت y :

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho V d\Omega + \int_S \rho V (\mathbf{v} - \mathbf{v}_b) \cdot \mathbf{n} dS = - \int_{\Omega} \frac{\partial p}{\partial y} d\Omega + \int_{\Omega} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial V}{\partial y} \right) \right] d\Omega + \int_{\Omega} \rho g_y d\Omega \quad (28)$$

که در آنها \mathbf{v}_b سرعت مرز حجم کنترل است. یکی از دغدغه‌های اصلی در حل مسائل شبکه متحرک، اطمینان از بقای جرم در شکل گسسته معادله پیوستگی است [35]. برای غلبه بر این مشکل از معادله قانون بقای سطح^{۲۱} استفاده می‌شود.

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} d\Omega - \int_S \mathbf{v}_b \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (29)$$

این معادله همان معادله پیوستگی در جریان ساکن است.

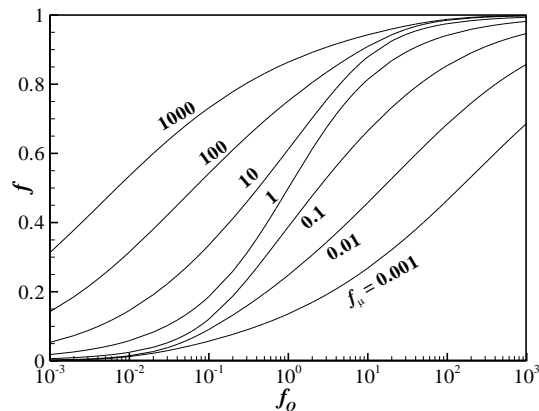
۳-۲. گسسته‌سازی معادلات و ارتباط میدان فشار و سرعت

در این پژوهش از رهیافت لاگرانژی - اویلری اختیاری برای شبیه‌سازی جریان در شبکه متحرک استفاده شده است. بر این اساس می‌توان نشان داد که اگر جمله لاگرانژی معادله پیوستگی (حاصل ضرب سرعت مرز سلول در مساحت سطح) با سطح جاروب‌شده سطوح آن سلول در یک گام زمانی جایگزین شود، دیگر نیازی به معادله قانون بقای سطح نیست. به این ترتیب، برای یک جریان تراکم‌ناپذیر، شکل گسسته لاگرانژی - اویلری معادله پیوستگی به شکل آشنای معادله گسسته اویلری درخواهد آمد [15، 35]. این روش برخورد با جمله لاگرانژی در روش‌های حجم محدود، علاوه بر حذف معادله بقای سطح، مزیت مهم دیگری نیز دارد و آن، تأثیرناپذیری روش ارتباط میدان فشار و سرعت از جابه‌جایی شبکه است. برای گسسته‌سازی معادلات مومنوم از روش مرتبه اول برای جملات زمانی و روش مرتبه دوم میانی برای جملات فشار و تنش برشی استفاده شده است. برای تخمین سرعت جمله جابه‌جایی معادلات مومنوم روی سطح سلول نیز از روش اختلاف نمایی^{۲۲} استفاده شده است. برای ارتباط میدان فشار و سرعت در معادله پیوستگی نیز از روش میان‌یابی وزنی فشاری^{۲۳} مبتنی بر کار ری و چاو [36] استفاده شده است. این معادلات در یک شبکه یکجا و و با یک حلگر کوپل حل شده است که جزئیات آن در کار وکیلی پور و ارمیستون [37] آمده است.

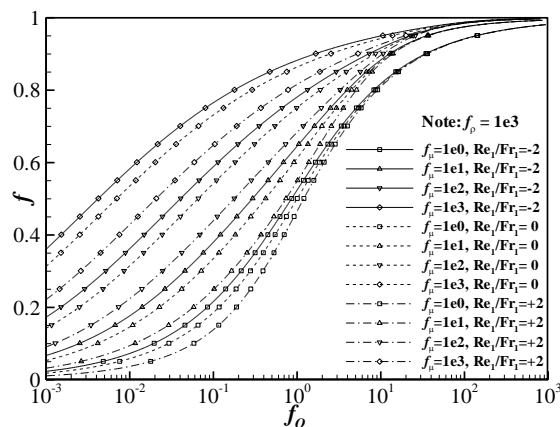
۴. شرایط مرزی

شرایط مرزی حاکم بر میدان جریان مورد نظر این تحقیق شامل دو دسته شروط مرزی، مربوط به مرزهای ورودی، خروجی و

(F_2) ، این معادله عملاً مستقل از نسبت چگالی می‌شود. از اینرو در شکل ۸ رسم نمودارهای تغییرات f برحسب سایر پارامترها با استفاده از نسبت چگالی ۱۰۰۰ شده است.



شکل ۷. تغییرات موقعیت سطح فاصل (f) جریان دوفازی لایه‌ای برحسب نسبت دبی‌ها (f_Q) و نسبت لزجت‌های (f_μ) مختلف در نیروی گرانش صفر



شکل ۸. تغییرات موقعیت سطح فاصل (f) جریان دوفازی لایه‌ای برحسب نسبت دبی (f_Q) ، نسبت لزجت (f_μ) و اعداد رینولدز به فرود (Re_1/Fr_1)

۳. معادلات حاکم و روش عددی

۳-۱. معادلات حاکم

شکل انتگرالی معادلات حاکم بر جریان تراکم‌ناپذیر تحت تأثیر نیروی گرانش در یک شبکه متحرک به صورت زیر است:

معادله پیوستگی:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho d\Omega + \int_S \rho (\mathbf{v} - \mathbf{v}_b) \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (26)$$

معادله مومنوم در جهت x :

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho U d\Omega + \int_S \rho U (\mathbf{v} - \mathbf{v}_b) \cdot \mathbf{n} dS = - \int_{\Omega} \frac{\partial p}{\partial x} d\Omega + \int_{\Omega} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial U}{\partial y} \right) \right] d\Omega + \int_{\Omega} \rho g_x d\Omega \quad (27)$$

دیواره‌ها، و شروط مرزی سطح فاصل می‌شود که در ادامه تشریح خواهد شد.

۴-۱. شرایط مرزی ورودی، خروجی و دیواره‌ها

در مرزهای ورودی میدان، پروفیل سرعت به‌طور مستقیم تعیین و فشار نیز دورنیابی می‌شود. موقعیت سطح فاصل در ورودی هم ثابت و از پیش تعیین شده است. تعیین سرعت در مرزهای خروجی، از طریق درونیابی انجام می‌شود. اما در مورد فشار، روش جداگانه‌ای برای دو فاز استفاده می‌شود. با آنکه شرط مرزی متداول برای مرز خروجی در جریان‌های تراکم‌ناپذیر، اعمال فشار خروجی است، در مسئله جریان دوفازی لایه‌ای، به دلیل نامشخص بودن محل دقیق سطح فاصل، امکان تعیین فشار در هر دو فاز مایع و گاز وجود ندارد؛ زیرا وقتی سطح فاصل در موقعیت نادرستی قرار گرفته باشد، بر اثر ارضانشدن شرط سینماتیک (که در ادامه این بخش تشریح شده است)، جرمی از سطح فاصل به سمت یکی از فازها وارد می‌شود. روشن است که انتقال جرم در سطح فاصل خود را به صورت اختلاف فشار در آن فاز نشان می‌دهد. از طرفی، اعمال فشار یکسان در مرز خروجی هر دو فاز به معنای نادیده انگاشتن این اختلاف فشار است که یک شرط غیرفیزیکی است. از اینرو، در این پژوهش برای اعمال شرط مرزی خروجی به روش زیر عمل شده است: اعمال فشار خروجی در یکی از فازها و درونیابی فشار خروجی در فاز دیگر. علاوه بر سرعت و فشار در مرز خروجی، موقعیت سطح فاصل نیز باید تخمین زده شود که در این تحقیق از درونیابی استفاده شده است. روی دیواره‌های میدان نیز شرط عدم لغزش (صفر بودن سرعت‌ها) و برای فشار، شرط گرادیان نرمال صفر ($\partial p / \partial n = 0$) حاکم است.

۴-۲. شرایط مرزی سطح فاصل

در جریان دوفازی، به دلیل ناپیوستگی خواص جریان در عبور از سطح فاصل، شرط محیط پیوسته دیگر صادق نیست. با اینحال، فرض اینکه دو سیال با هم مخلوط نمی‌شوند این امکان را می‌دهد که بتوان شروط مرزی مناسبی را برای آن پیش‌بینی کرد. مجهولات جریان در سطح فاصل شامل شش مجهول است: فشار و دو مؤلفه سرعت برای فاز گازی و فشار و دو مؤلفه سرعت برای فاز مایع. دو شرط مرزی سینماتیک و دینامیک، شرط پیوستگی سرعت و شرط مرزی فشاری می‌تواند معادلات لازم برای این شش مجهول را تشکیل دهد.

شرط مرزی سینماتیک: این شرط، سطح فاصل دو سیال را مرزی با ضخامت صفر فرض می‌کند که اگر تغییر فاز (چگالش یا تبخیر) وجود نداشته باشد، هیچ جریانی از آن عبور نمی‌کند. یعنی:

$$[(\mathbf{v} - \mathbf{v}_b) \cdot \mathbf{n}]_{if} = 0 \quad (30)$$

که در آن، زیرنویس if نشان‌دهنده سطح فاصل است. این شرایط مرزی به این معناست که مؤلفه عمودی سرعت در سطح فاصل با مؤلفه عمودی سرعت سطح فاصل کاملاً برابر است.

شرط مرزی دینامیک: براساس این شرط، نیروهای وارد بر سطح فاصل از دو طرف در تعادل هستند (بقای مومنتوم در سطح آزاد)؛ به این معنا که نیروهای عمود بر سطح در دو طرف باهم برابر و مخالف یکدیگرند، یعنی:

$$[(\mathbf{n} \cdot \mathbf{T})_1 \cdot \mathbf{n} + \sigma K]_{if} = -[(\mathbf{n} \cdot \mathbf{T})_2 \cdot \mathbf{n}]_{if} \quad (31)$$

نیروهای مماسی با هم برابر و هم‌جهت هستند:

$$[(\mathbf{n} \cdot \mathbf{T})_1 \cdot \mathbf{t} - \partial \sigma / \partial t]_{if} = [(\mathbf{n} \cdot \mathbf{T})_2 \cdot \mathbf{t}]_{if} \quad (32)$$

که در آن، σ تنش سطحی و \mathbf{n} و \mathbf{t} به ترتیب بردارهای یکه عمودی و مماس بر سطح فاصل است. زیرنویس‌های 1 و 2 نیز به ترتیب بیانگر فازهای 1 و 2 و K شعاع خم سطح فاصل است. در جریان‌هایی که انحنای سطح آزاد بسیار کم است، می‌توان از جملات شامل تنش سطحی صرف‌نظر کرد. علاوه بر دو شرط سینماتیک و دینامیک، دو شرط پیوستگی سرعت مماسی و صفر بودن گرادیان فشار نرمال روی سطح فاصل نیز اعمال می‌شود تا معادلات برای مجهولات مورد نظر کامل شود.

۵. جابه‌جایی سطح فاصل

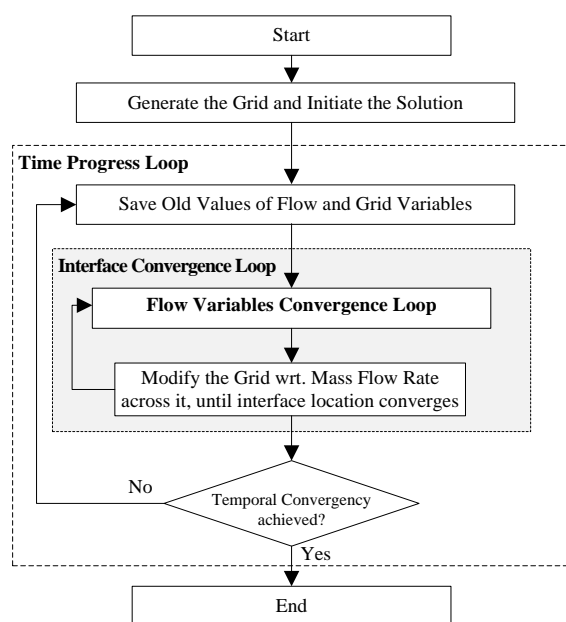
برای جابه‌جایی سطح فاصل از اعمال شرط مرزی سینماتیک طبق روش پیشنهادی موزافریجا و پریک [۳۸] برای روش‌های حجم محدود استفاده شده است. بر این اساس، شار جرمی ناشی از جمله لاگرانژی همان حجم جاروب‌شده سطح فاصل است که به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned} \dot{m}_{if} &= \int_S [\rho(\mathbf{v} - \mathbf{v}_b) \cdot \mathbf{n} dS]_{if} \\ &= \rho \mathbf{v}_{if} \cdot \mathbf{n} S_{if} - \rho \mathbf{v}_{b,if} \cdot \mathbf{n} S_{if} \\ &= \rho \mathbf{v}_{if} \cdot \mathbf{n} S_{if} - \rho \dot{V}'_{b,if} \end{aligned} \quad (33)$$

اگر مقدار این شار جرمی صفر نباشد، باید سطح را به گونه‌ای جابه‌جا کرد که حجم جاروب‌شده آن، $\dot{V}'_{b,if}$ ، این اختلاف را جبران کند.

$$\dot{m}_{if} + \rho \dot{V}'_{b,if} = 0 \quad (34)$$

متناسب با موقعیت سطح فاصل جابه‌جا می‌شوند. برای جابه‌جایی نقاط داخلی میدان سه روش عمده وجود دارد [۳۹]: نخست، روش جبری که هر نقطه از داخل میدان را با تابعی جبری از یک یا چند نقطه سطح فاصل جابه‌جا می‌کند. این روش بسیار ساده و سریع است و بیشتر در شبکه‌های ساختاریافته با هندسه‌های ساده و اعوجاج کم مرز آزاد توصیه می‌شود. دوم، روش کنشسانی که شبکه را یک حجم کنشان فرض می‌کند که از یک رابطه موهومی سازه‌ای پیروی می‌کند. براساس این رابطه، یک مسئله مقدار مرزی با موقعیت معلوم مرزها تعریف و حل می‌شود تا موقعیت نقاط داخل شبکه به دست آیند. از این روش اغلب در هندسه‌های نسبتاً پیچیده با شبکه‌های ساختاریافته استفاده می‌شود. سوم، روش بازتولید شبکه که یک شبکه کاملاً جدید را براساس موقعیت جدید نقاط مرزی بازتولید و حل شبکه قدیمی را روی آن تصویر می‌کند. این روش در هندسه‌های پیچیده با مرزهای آزاد دارای خم‌های تیز و تغییرشکل‌های گسترده استفاده می‌شود. با توجه به هندسه ساده مسئله جریان دوفازی لایه‌ای داخل کانال، در این پژوهش از یک شبکه ساختاریافته غیرمتعامد و از روش جبری برای اصلاح نقاط داخل میدان استفاده شده است. در این روش جابه‌جایی نقاط سطح فاصل تنها در راستای y انجام می‌شود و در نتیجه، مؤلفه x نقاط داخل میدان بدون تغییر باقی می‌ماند و فقط مؤلفه y آنها با تابع جبری محاسبه می‌شوند. شکل ۱۰ الگوریتم پیاده‌سازی جابه‌جایی شبکه در روند حل عددی را نشان می‌دهد.



شکل ۱۰. الگوریتم حل عددی برای تعقیب سطح فاصل

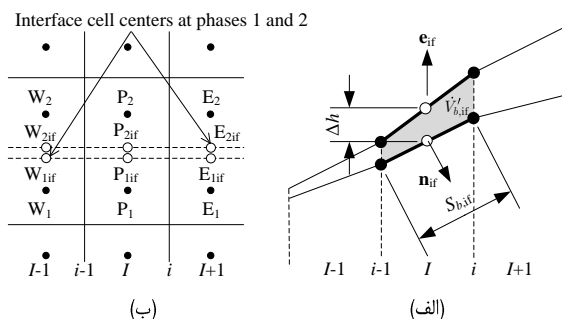
از طرفی، حجم جاروب‌شده را می‌توان با انتخاب جهت حرکت سطح، e_{if} ، به صورت زیر تعریف کرد.

$$\dot{V}'_{b,if} = \frac{\Delta h}{\Delta t} S_{b,if} \mathbf{n}_{if} \cdot \mathbf{e}_{if} \quad (35)$$

که در نتیجه، جابه‌جایی سطح، Δh ، از رابطه ۳۶ به دست می‌آید.

$$\Delta h = \frac{\dot{V}'_{b,if} \Delta t}{S_{b,if} \mathbf{n}_{if} \cdot \mathbf{e}_{if}} \quad (36)$$

در مسئله حاضر، بردار e_{if} در جهت عمود بر دیواره کانال فرض شده است. شکل ۹-الف پارامترهای معادله ۳۶ را روی سطح فاصل نشان می‌دهد. گسسته‌سازی میدان حل در دو طرف سطح فاصل در شکل ۹-ب نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در این پژوهش گسسته‌سازی مرز سطح فاصل به صورت دو سلول منطبق بر هم با ضخامت صفر فرض شده است که یک سلول آن (با زیروند 1if) مربوط به سیال فاز ۱ و دیگری (با زیروند 2if) مربوط به سیال فاز ۲ است. به این ترتیب، شرایط مرزی دینامیک مربوط به سطح فاصل که تعادل نیرویی بین دو طرف سطح فاصل را برقرار می‌کند، دو سلول مرز فاصل را به هم ارتباط می‌دهد. به این ترتیب، کمیت‌های جریان در سطح فاصل به‌عنوان مجهولات مسئله (و نه مقادیر درونیابی یا برون‌یابی‌شده) و در قالب دو دسته معادلات دینامیک و سینماتیک به دستگاه معادلات ناویر - استوکس اضافه می‌شود. این رویکرد در برخورد با نقاط مرزی گام مؤثری بر حفظ ماهیت ضمنی و کوپل الگوریتم حل عددی استفاده‌شده در این پژوهش است. ضمن اینکه این رویکرد در مطالعات گذشته گزارش نشده است.



شکل ۹. گسسته‌سازی میدان در مرز سطح فاصل؛ (الف): پارامترهای مؤثر در جابه‌جایی سطح فاصل، (ب) سلول‌های مرزی فازهای ۱ و ۲.

۱-۵. شبکه مورد نظر و جابه‌جایی نقاط داخلی شبکه

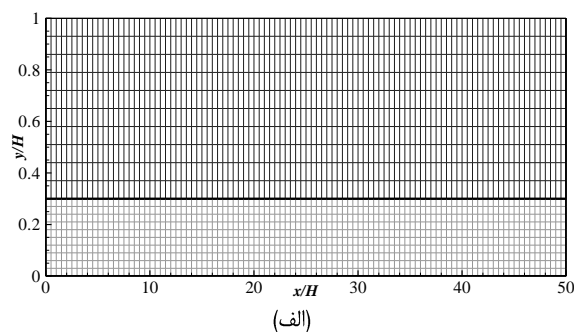
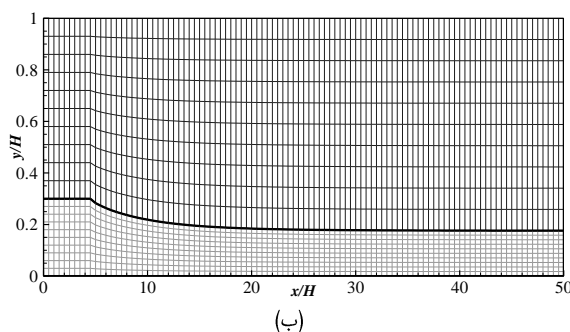
در این پژوهش، شبکه مورد نظر از ابتدا و در طول حل، بر سطح فاصل دو فاز جریان منطبق است. از اینرو، نقاط داخلی شبکه

۶. نتایج و بحث

۶-۱. میدان حل و شبکه محاسباتی

میدان حل مورد نظر شامل دو ناحیه مربوط به دو سیال ۱ و ۲ می‌شود که به روش کارتیزین شبکه‌بندی شده‌اند. عرض میدان $H=1$ و طول میدان $L=30-50H$ فرض شده است. در میدان حل مورد نظر، ناحیه‌ای به طول حدود ۵ درصد طول کل کانال به‌عنوان ورودی دو جریان فرض شده است که در این ناحیه، سطح فاصل عملاً نقش دیواره با شرایط مرزی عدم لغزش را ایفا می‌کند. در واقع، دو جریان پس از گذر از این ناحیه ورودی در تماس با هم قرار می‌گیرند. این کار می‌تواند در پایداری بهتر حل و شکل‌گیری بهتر پروفیل سرعت مؤثر باشد.

شکل ۱۱ نمایی از شبکه مورد نظر را در لحظه شروع حل با فرض موقعیت اولیه سطح فاصل در $y=0.3H$ نشان می‌دهد. این شبکه به‌مرور زمان و درحین حل عددی براساس شرایط مرزی حاکم بر سطح فاصل، شروع به تغییر می‌کند تا خود را به شرایط پایا برساند. برای بررسی استقلال حل عددی از شبکه، جریان دوفازی با نسبت لزجت ۵۰، نسبت چگالی ۱۰۰۰ و نسبت دبی ۰/۰۱ در نیروی گرانش صفر مورد بررسی قرار گرفته است که از حساسیت بیشتری نسبت به سایر حالات برخوردار است. تعداد سلول‌ها در راستای x ۱۰۰ سلول است که به‌طور یکنواخت توزیع شده‌اند. با توجه به تغییرات کمتر جریان در راستای x ، حساسیت آن هم به شبکه کمتر است.



شکل ۱۱. شبکه محاسباتی تولید شده برای جریان دوفازی لایه‌ای با سطح فاصل در موقعیت اولیه $y=0.3H$ ؛ الف) شرایط اولیه، ب) شرایط حالت پایا

مطلوب است. از اینرو، برای تمامی اجزای این پژوهش از تعداد ۱۰۰ سلول در راستای x و ۲۰ سلول در راستای y استفاده شده است.

۶-۲. جریان دوفازی لایه‌ای در نیروی گرانش صفر

همان‌طور که در بخش حالات خاص حل تحلیلی بیان شد، در نیروی گرانش صفر ($Re_1/Fr_1 \rightarrow 0$) جریان دوفازی لایه‌ای مستقل از نسبت چگالی دو سیال می‌شود. از این رو، در این بخش فقط تأثیر دو پارامتر نسبت دبی حجمی (f_Q) و نسبت لزجت‌ها (f_μ) بر موقعیت سطح فاصل مورد توجه قرار گرفته است. برای این کار، ۹ حالت مختلف براساس ترکیب سه نسبت دبی ۱، ۰/۱ و ۰/۰۱ و سه نسبت لزجت ۱، ۱۰ و ۵۰ پیش‌بینی شده است که بتوان جریان‌هایی با سیالات مشابه و مختلف را بررسی کرد. جریانی با نسبت لزجت ۵۰، بسیار نزدیک به سیالات آب و بخار آب است که دو سیال اصلی در مبدل‌های گرمایی محسوب می‌شوند. برای هر حالت نیز نمودار زمانی تغییرات موقعیت سطح فاصل و پروفیل سرعت در شرایط پایا ترسیم و با حل تحلیلی مقایسه شده است.

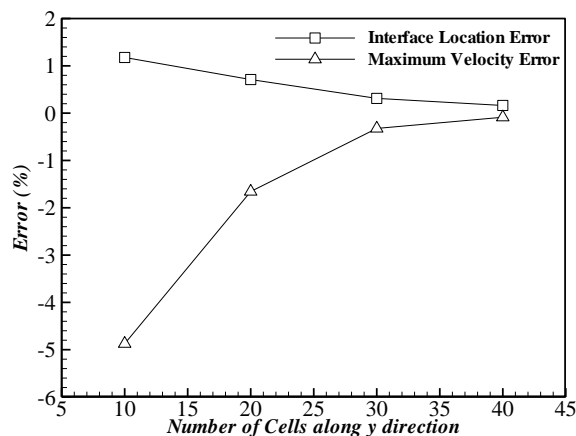
در راستای y تغییرات سرعت و تنش‌های برشی قابل توجه است و لازم است اثر شبکه بر آن سنجیده شود. برای این کار، تعداد سلول‌ها در راستای y از ۱۰ تا ۴۰ سلول افزایش یافته و تأثیر آن بر دو معیار موقعیت سطح فاصل و سرعت بیشینه جریان سنجیده شده است. در این پژوهش برای محاسبه خطا از رابطه کلی ۳۷ استفاده شده است:

$$Error(\%) = \frac{\varphi_{Num} - \varphi_{AS}}{\varphi_{AS}} \times 100 \quad (37)$$

که در آن، مقدار کمیته حاصل از حل عددی، φ_{AS} مقدار کمیته حاصل از حل تحلیلی و $Error$ مقدار خطا برحسب درصد است. همان‌طور که در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود، با افزایش تعداد سلول‌ها از ۳۰ به ۴۰ سلول در راستای y ، تغییر محسوس در دقت حل عددی حاصل نمی‌شود. به‌علاوه، خطای موقعیت سطح فاصل در تعداد ۲۰ سلول نیز به کمتر از ۱ درصد می‌رسد و برای حالات دیگر جریان مورد نظر در این پژوهش، در همین تعداد سلول، خطای سرعت بیشینه جریان نیز کمتر از ۱ درصد است که برای این پژوهش

میزان تشابه جنس دو ماده است. به همین دلیل، مطابق نتایج ارائه شده در شکل ۱۴ (وسط)، در نسبت لزجت ۱ (دو سیال مشابه) سطح فاصل در موقعیتی به شرایط پایا می‌رسد که پروفیل سرعت به پروفیل جریان آرام در داخل مجرای دوبعدی برسد؛ به نحوی که هیچ تغییر ناگهانی گرادیان سرعت در آن مشاهده نمی‌شود. اما با افزایش نسبت لزجت، ضخامت سیال ۱ نیز افزایش می‌یابد تا مسیر سرعت سیال ۲ تنگتر و سرعت آن بیشتر شود؛ به طوری که گرادیان سرعت لازم برای جبران افت لزجت دینامیکی در سطح فاصل و برابری نیروی برشی فراهم گردد. کاهش بیشتر نسبت دبی به ۰/۱، نازکتر شدن بیشتر ضخامت سیال ۱ را در پی دارد. به طوری که برای نسبت لزجت ۱، این ضخامت به کمتر از ۰/۰۶ نیز می‌رسد. اما افزایش نسبت لزجت، مطابق دو حالت قبلی سبب بیشتر شدن ضخامت سیال ۱ می‌شود (شکل ۱۳ (پایین)). تغییرات شدید گرادیان فشار در نسبت لزجت‌های ۱۰ و ۵۰ و نیز، تفاوت حدود ۵۰ برابری سرعت بیشینه دو سیال در نسبت لزجت ۵۰ را در شکل ۱۴ (چپ) می‌توان ملاحظه کرد.

۶-۲-۲. تغییرات زمانی موقعیت سطح فاصل تا حالت پایا
 نمودارهای مربوط به تغییرات زمانی موقعیت سطح فاصل در شکل ۱۳ نیز حاوی نکات قابل توجهی است. نکته اول آنکه، هرچه نسبت لزجت از ۱ بالاتر می‌رود، دامنه امواج تولیدشده بزرگتر است و یا زمان نیز رشد می‌کند. برای مثال، در نسبت دبی ۰/۱، افزایش نسبت لزجت از ۱ به ۱۰ و ۵۰، باعث رشد دامنه نوسان (نسبت به شرایط اولیه و پایا) از حدود ۱۰ به حدود ۱۲۰ و ۴۰۰ درصد می‌شود. نکته دوم آنکه، هرچه نسبت لزجت کمتر باشد (جنس مواد به هم شبیه‌تر باشد)، دستیابی به حل پایا در طول کوتاه‌تری از کانال اتفاق می‌افتد. برای مثال، در نسبت دبی ۱ و نسبت لزجت ۱، شرایط پایا در طولی کمتر از 3H اتفاق می‌افتد، اما در نسبت لزجت ۱۰ و ۵۰ این طول به حدود 15H و 40H نیز می‌رسد. مشابه همین مشاهدات را در نمودارهای مربوط به دبی ۱ و ۰/۱ نیز می‌توان دید. نکته سوم تأثیری است که همین افزایش دامنه نوسانات حالت گذرا بر حل جریان دارد. به این معنا که اگر طول کانال را مثلاً به جای 50H، 100H در نظر بگیریم، رشد نوسانات که به طور دائم ادامه می‌یابد، می‌تواند به جایی برسد که به دیواره سیال مقابل برخورد کند و عملاً روند حل عددی را متوقف کند. البته انتخاب مناسب‌تر موقعیت اولیه سطح فاصل (نزدیک‌تر به موقعیت پایا) می‌تواند به کاهش دامنه این امواج کمک کند.



شکل ۱۲. تأثیر تعداد سلول‌های شبکه در جهت y بر دقت حل عددی برای نسبت لزجت ۵۰، نسبت چگالی ۱۰۰۰، نسبت Re/Fr صفر و نسبت دبی ۰/۱

۶-۲-۱. موقعیت سطح فاصل و پروفیل سرعت

نخستین شرایط جریانی به دو سیال با دبی‌های حجمی یکسان اختصاص دارد که در سه نسبت لزجت ۱، ۱۰ و ۵۰ آزمایش شده‌اند. تغییرات زمانی موقعیت سطح فاصل تا رسیدن به شرایط پایا برای این سه حالت در شکل ۱۳ (بالا) نشان داده شده است. مطابق انتظار، در جریان با دبی و لزجت یکسان برای هر دو فاز، موقعیت سطح فاصل در $f=0.5$ قرار می‌گیرد. افزایش نسبت لزجت دو سیال سبب بالاتر رفتن موقعیت سطح فاصل می‌شود که دلیل آن، لزوم تعادل نیروی برشی دو سیال در سطح فاصل است. به این معنی که طبق رابطه ۷ سیال با لزجت بیشتر، در گرادیان سرعت کمتر و سیال با لزجت کمتر، در گرادیان سرعت بیشتر به تعادل نیروی برشی می‌رسند. این موضوع را می‌توان در شکل ۱۴ (راست) که تغییرات پروفیل سرعت و موقعیت سطح فاصل بر اثر افزایش نسبت لزجت دینامیکی را نشان می‌دهد، مشاهده کرد. در این شکل، پروفیل سرعت حاصل از حل تحلیلی نیز رسم شده است که نشان‌دهنده تطابق خوب نتایج حل عددی با تحلیلی است. در نسبت لزجت ۱ به دلیل برابری دبی‌ها، تعادل لازم در گرادیان سرعت صفر رخ می‌دهد. اما در نسبت لزجت‌های بیشتر، گرادیان سرعت در سطح فاصل برای سیال لزج‌تر بسیار کمتر از سیال دیگر است. کاهش نسبت دبی از ۱ به ۰/۱ به معنی نازکتر شدن ضخامت سیال ۱ است. این موضوع را در تغییرات زمانی موقعیت سطح فاصل در شکل ۱۳ (وسط) می‌توان مشاهده کرد. همان‌طور که در مقدمه این بخش گفته شد، جریان دوفازی لایه‌ای در نیروی گرانش صفر، تنها به نسبت لزجت ۱ و نسبت دبی وابسته است. از میان این دو پارامتر نیز، نسبت لزجت بیانگر

۶-۲-۳. ارزیابی خطای حل عددی

جدول ۱ نتایج عددی و تحلیلی مربوط به موقعیت سطح فاصل را برای ۹ حالت موردنظر در این بخش (جریان در نیروی گرانش صفر) مقایسه می‌کند. موقعیت سطح فاصل مربوط به حل تحلیلی با f_{AS} و حل عددی با f_{Num} نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در اغلب موارد میزان خطا کمتر از ۰/۸ درصد است که با توجه به شبکه محاسباتی نسبتاً درشت، دقت خوبی به نظر می‌رسد. با این حال، چند نکته در این خطاها قابل ذکر است. نخست، افزایش تدریجی خطا با کاهش نسبت دبی‌ها (f_Q) است.

دلیل این موضوع را می‌توان به پروفیل موقعیت سطح فاصل در طول x مرتبط دانست که در شکل ۱۳ نشان داده شده است. به بیان دیگر، با کاهش نسبت دبی‌ها پروفیل سطح فاصل تا رسیدن به شرایط کاملاً توسعه‌یافته انحنای بیشتری را تجربه می‌کند و در این حالت، افزایش طول کانال می‌تواند به توسعه کامل‌تر جریان و کاهش بیشتر خطا کمک کند. نکته دیگر، افزایش خطا با افزایش نسبت لزجت است. این موضوع نیز به طولانی‌تر شدن پروفیل سطح فاصل تا رسیدن به شرایط جریان توسعه‌یافته برمی‌گردد.

جدول ۱. مقایسه نتایج عددی و تحلیلی موقعیت سطح فاصل در گرانش صفر

حالت	f_Q	f_μ	Re_1/Fr_1	f_{AS}	f_{Num}	درصد خطا
۱	۱	۱	۰	۰/۵۰۰۰	۰/۵	۰
۲	۱	۱۰	۰	۰/۶۱۱۹۶	۰/۶۱۲۹۴	۰/۱۶
۳	۱	۵۰	۰	۰/۷۱۰۴۵	۰/۷۱۲۶۵	۰/۳۱
۴	۰/۸	۱	۰	۰/۱۸۵۹۹	۰/۱۸۶۹۱	۰/۴۹
۵	۰/۸	۱۰	۰	۰/۳۳۴۸۸	۰/۳۳۶۴۳	۰/۴۶
۶	۰/۸	۵۰	۰	۰/۴۷۸۳۱	۰/۴۸۰۴۱	۰/۴۴
۷	۰/۰۱	۱	۰	۰/۰۵۸۶۱	۰/۰۵۹۰۹	۰/۸۳
۸	۰/۰۱	۱۰	۰	۰/۱۴۵۹۸	۰/۱۴۷۰۳	۰/۷۲
۹	۰/۰۱	۵۰	۰	۰/۲۵۵۸۲	۰/۲۵۷۶۲	۰/۷۰

۶-۲-۴. توزیع فشار میدان در حالت پایا

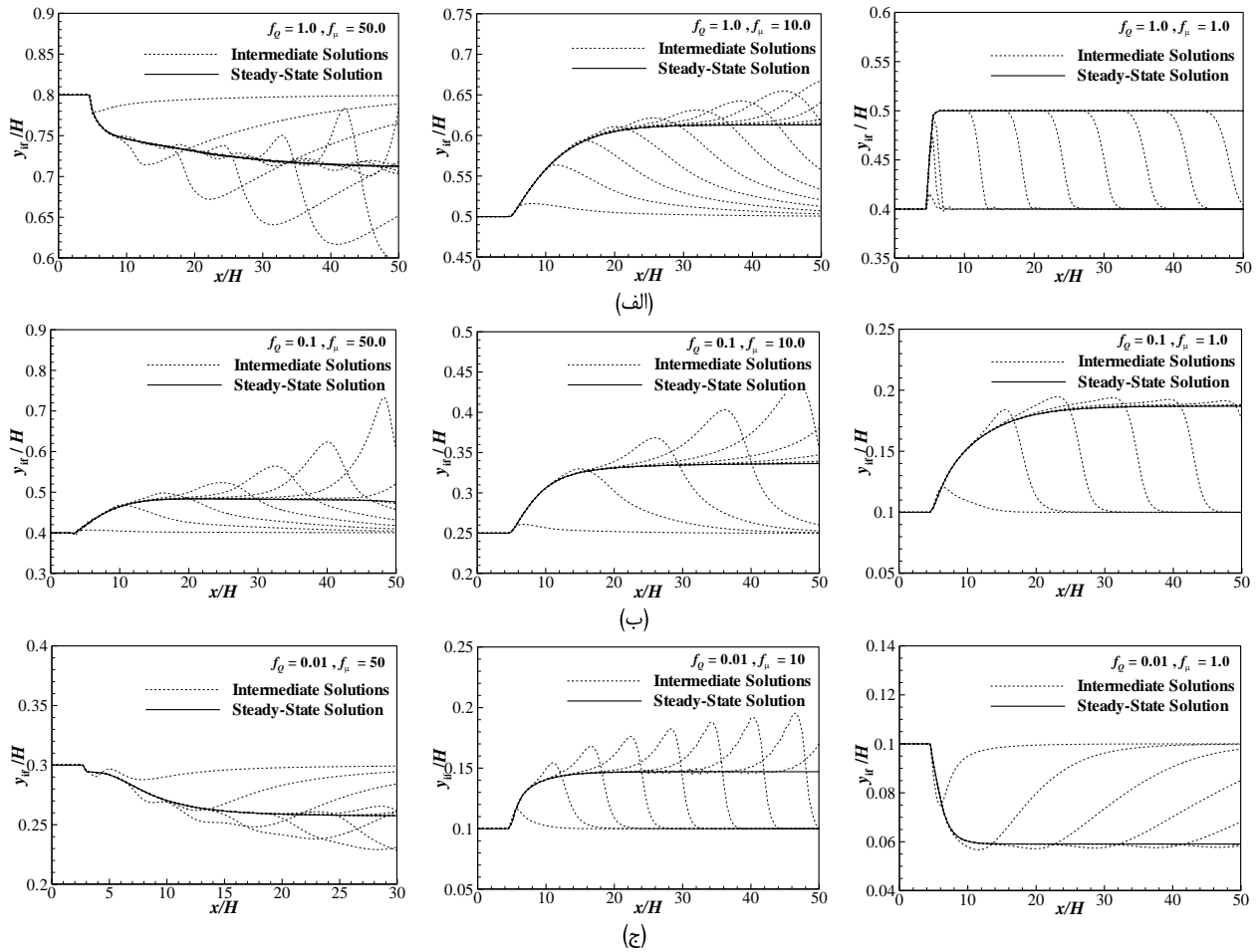
آخرین کمیت مورد بررسی در این بخش، پروفیل فشار داخل کانال در جهت جریان است. چنان‌که در حل تحلیلی نیز اشاره شد، فرض جریان پوازی حاکم بر مسئله این نتیجه را در پی دارد که نرخ تغییر فشار در هر دو فاز ۱ و ۲ با هم برابر باشد. این موضوع در نتایج حل عددی نیز به خوبی خود را نشان می‌دهد. مثلاً شکل ۱۵ پروفیل فشار در نسبت دبی ۰/۰۱ را برای سه نسبت چگالی ۱، ۱۰ و ۵۰ در دو طرف سطح فاصل نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، در ورودی دو سیال ($x/H < 5$) چون هنوز دو سیال با هم تماس ندارند و در کانال‌های جداگانه با دیواره‌های غیرلغزشی جریان دارند، پروفیل فشار آنها متفاوت است. اما پس از ناحیه ورودی، پروفیل فشار هر دو فاز کاملاً بر هم منطبق می‌شوند.

۶-۳. تأثیر نیروی گرانش بر جریان دوفازی لایه‌ای

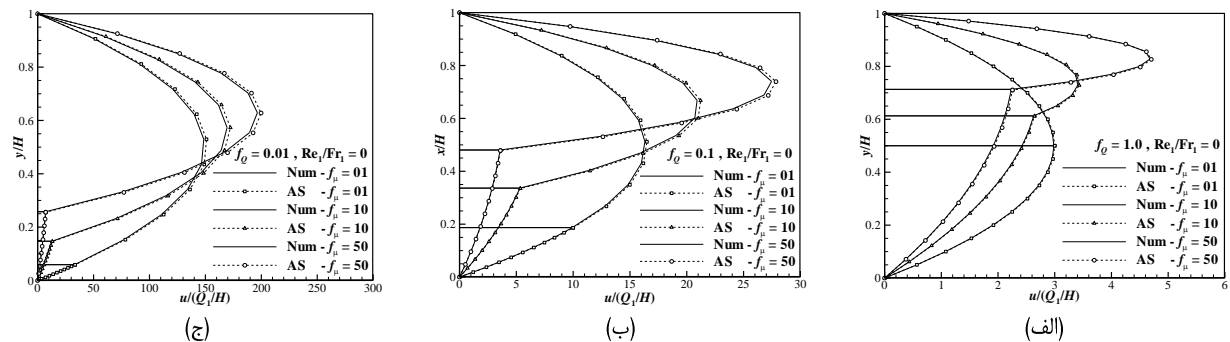
در این بخش اثر نیروی گرانش بر رفتار جریان دوفازی مطالعه می‌شود. در بخش قبل آثار نسبت لزجت به تفصیل بررسی شد و

مشابه همان نتایج را در جریان متأثر از نیروی گرانش نیز می‌توان مشاهده کرد. چنان‌که در بخش حالات خاص حل تحلیلی بیان شد، در نسبت چگالی زیاد ($f_p \gg 1$)، تغییرات موقعیت سطح فاصل تا حد زیادی مستقل از نسبت چگالی می‌شود. از اینرو، در این بخش از بررسی این دو پارامتر صرف‌نظر شده و تنها به تأثیر دو پارامتر نسبت دبی حجمی (f_Q) و نسبت عدد رینولدز به فرود (Re_1/Fr_1) پرداخته می‌شود. در اینجا برای نزدیک شدن به جریان دوفازی پرکاربرد آب و بخار آب، نسبت‌های چگالی و لزجت به ترتیب، ۱۰۰۰ و ۵۰ و ۹ حالت ترکیبی مربوط به سه نسبت دبی ۱، ۰/۱ و ۰/۰۱ و سه نسبت رینولدز به فرود ۲-، صفر و ۲+ در نظر گرفته شده است تا آثار نیروی گرانش منفی، صفر و مثبت بر رفتار جریان دوفازی لایه‌ای و موقعیت سطح فاصل مطالعه شود.

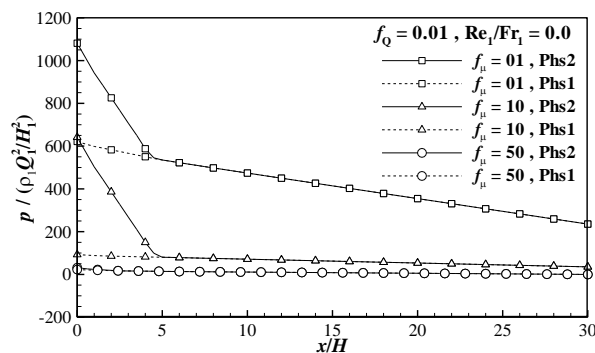
اعمال شتاب گرانش مثبت (یا منفی) در جریان دوفازی لایه‌ای با چگالی‌های متفاوت می‌تواند سبب افزایش (یا کاهش) سرعت حرکت سیال سنگین‌تر نسبت به سیال سبک‌تر و در نتیجه، نازک‌تر (یا ضخیم‌تر) شدن ضخامت آن شود.



شکل ۱۳. حل‌های میانی و حالت پایای پروفیل سطح فاصل در الف) نسبت دبی ۱، ب) نسبت دبی ۰/۱، پ) نسبت دبی ۰/۰۱.



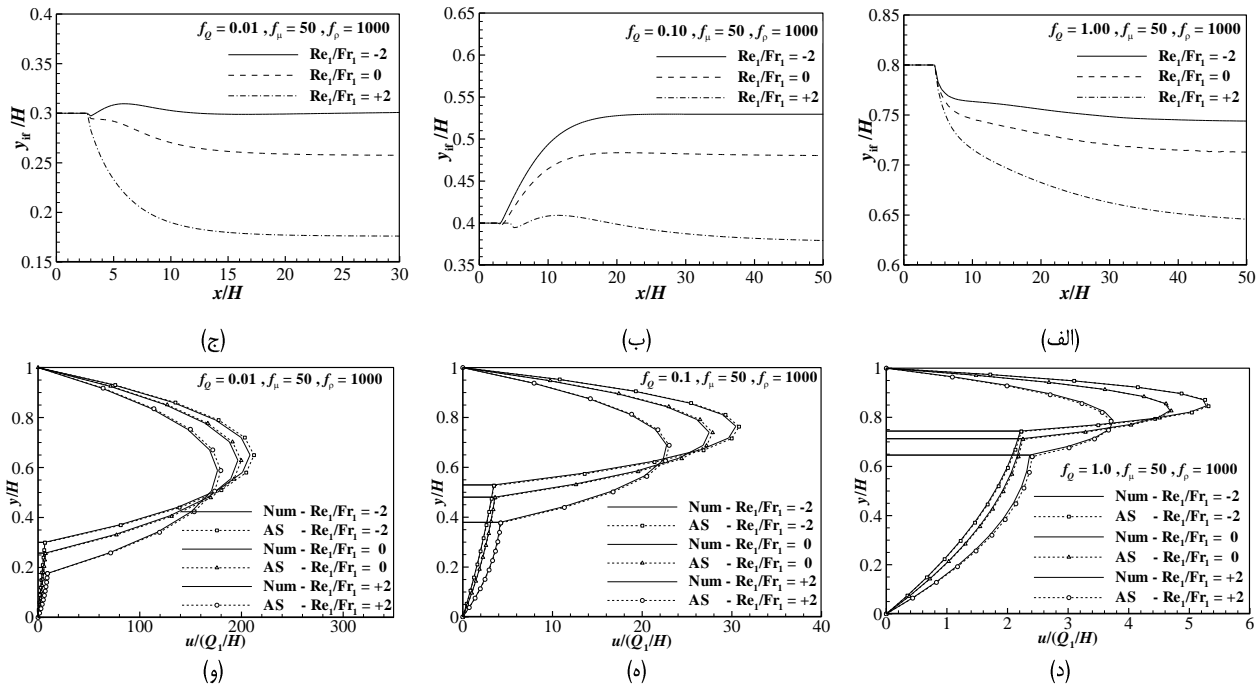
شکل ۱۴. مقایسه حل تحلیلی و عددی پروفیل سرعت در نیروی گرانش صفر، الف) نسبت دبی ۱، ب) نسبت دبی ۰/۱، ج) نسبت دبی ۰/۰۱.



شکل ۱۵. پروفیل فشار دو طرف فاصل در نیروی گرانش صفر، برای $f_0=0.01$ و $f_w=1, 10, 50$ (Phs1: سیال ۱، Phs2: سیال ۲)

درصد و در نسبت دبی 0.1 حدود 31 درصد نسبت به موقعیت حالت نیروی گرانش صفر جابه‌جا می‌شود. در شتاب گرانش منفی ($Re_1/Fr_1 = -2$) ضخامت لایه سیال 1 افزایش می‌یابد. این میزان افزایش برای نسبت دبی‌های 1 ، 0.1 و 0.01 به ترتیب حدود 4 ، 10 و 17 درصد است.

شکل 16 تأثیر شتاب گرانش را برای سه نسبت دبی 1 ، 0.1 و 0.01 نشان می‌دهد. چنانکه مشاهده می‌شود، در شتاب گرانش مثبت ($Re_1/Fr_1 = +2$) ضخامت لایه سیال 1 نسبت به حالت نیروی گرانش صفر ($Re_1/Fr_1 = 0$) کاهش می‌یابد؛ به طوری که در نسبت دبی 1 ، حدود 10 درصد، در نسبت دبی 0.1 حدود 21



شکل ۱۶. موقعیت سطح فاصل و مقایسه حل تحلیلی و عددی نمودار سرعت بر حسب Re_1/Fr_1 در $f_1=50$ و $f_2=1000$

بالا: موقعیت نهایی سطح فاصل، پایین: نمودار سرعت

مقایسه می‌کند. موقعیت سطح فاصل مربوط به حل تحلیلی با f_{AS} و حل عددی با f_{Num} نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در اغلب موارد میزان خطا کمتر از 1 درصد است که با توجه به شبکه محاسباتی نسبتاً درشت، دقت خوبی محسوب می‌شود.

۷. نتیجه‌گیری

چون در مسئله جریان دوفازی لایه‌ای و موجی داخل کانال، ابعاد و اندازه فیلم مایع بسیار کوچک است، سطح فاصل دو فاز بسیار نازک است و گسستگی مرز فاصل نیز وجود ندارد. از میان تمامی روش‌های تعیین موقعیت سطح فاصل، روش‌های تعقیب سطح فاصل در یک شبکه متحرک که بتواند خود را بر مرز سطح فاصل منطبق کند، بهترین و مناسب‌ترین گزینه برای محسوب می‌شود. ضمن اینکه این روش قابلیت‌های بیشتری برای برآورده‌سازی

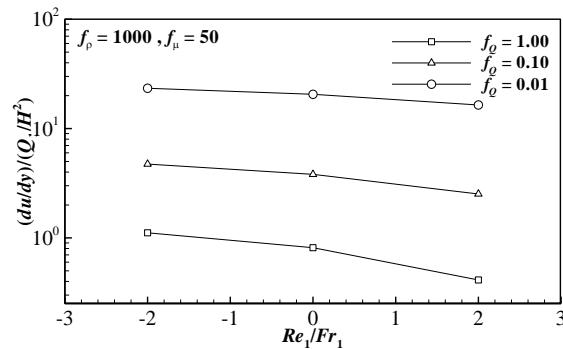
مقایسه نیروی گرانش مثبت و منفی نشان می‌دهد که تغییرات موقعیت سطح فاصل برای نیروی گرانش مثبت حدود 2 برابر تغییرات آن در نیروی گرانش منفی است. این نتایج در جدول 2 مقایسه شده است. با دقت در معادلات تحلیلی حاکم بر جریان دوفازی لایه‌ای می‌توان دریافت که نیروی گرانش بر واحد حجم (ρg) به صورت یک جمله در تعامل با گرادیان فشار عمل می‌کند؛ یعنی در جریانی با گرادیان فشار موافق، شتاب گرانش مثبت عامل تشدید نیروی محرک دو سیال (به ویژه سیال سنگین‌تر) و افزایش سرعت آن است. این افزایش سرعت در دبی حجمی ثابت باعث کاهش سطح مقطع عبور سیال (کاهش ضخامت سیال 1) می‌شود. شکل 17 تغییرات گرادیان سرعت در سطح فاصل را بر حسب نسبت عدد رینولدز به فرود برای نسبت دبی‌های 1 ، 0.1 و 0.01 نشان می‌دهد. جدول 2 نتایج عددی و تحلیلی مربوط به موقعیت سطح فاصل را برای 9 حالت مورد نظر در این بخش

این موضوع، مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها با حل تحلیلی نشان از دقت بسیار خوب نتایج (اغلب خطای کمتر ۰/۸ درصد) داشت. بررسی تغییرات زمانی پروفیل سطح فاصل تا رسیدن به حالت پایا نشان می‌دهد که هرچه اختلاف جنس دو سیال بیشتر باشد، امواج حاصل از برخورد دو سیال بزرگتر می‌شود. همچنین، در حالت پایا پروفیل سطح فاصل برای دو سیال با نسبت‌های لزجت و دبی متفاوت طول بیشتری را تا رسیدن به موقعیت نهایی طی می‌کند. مطالعه پروفیل سرعت نیز نشان می‌دهد که الگوریتم عددی به‌خوبی توانسته است خود را با تغییرات نسبت لزجت به‌عنوان یک پارامتر اثرگذار در تعیین موقعیت سطح فاصل تطبیق دهد؛ به‌طوری‌که با افزایش نسبت لزجت، موقعیت سطح فاصل رشد می‌کند تا شبیه گرا دیان سرعت در سطح فاصل به‌گونه‌ای بتواند خود را با شرایط مربوط به برابری تنش برشی تطبیق دهد. بررسی اثر نیروی گرانش در سه حالت نیروی گرانش منفی ($Re_1/Fr_1 = -2$)، صفر ($Re_1/Fr_1 = 0$) و مثبت ($Re_1/Fr_1 = +2$) نیز انجام شده است که نشان می‌دهد نیروی گرانش مثبت سبب کاهش ضخامت سیال ۱ (کاهش f) و نیروی گرانش منفی موجب افزایش آن نسبت به حالت نیروی گرانش صفر می‌شود. البته، میزان تغییرات در نیروی گرانش مثبت بیشتر از گرانش منفی است.

شرایط مرزی پیچیده در سطح فاصل جریان لایه‌ای دارد. با توجه به اهمیت توسعه روش‌هایی از این خانواده برای حل چنین جریان‌هایی، در پژوهش حاضر، یک الگوریتم تعقیب سطح فاصل بر مبنای رهیافت اولبری - لاگرانژی اختیاری (ALE) به روش حجم سلول و فشارمنا با حلگر کوپل برای حل جریان دوفازی لایه‌ای و موجی توسعه یافته است. برای بررسی صحت عملکرد این الگوریتم، ابتدا حل تحلیلی این جریان بر اساس فرض پوازی و افزودن جمله مربوط به شتاب گرانش استخراج شد. سپس نمودارهای مربوط به تغییرات موقعیت سطح فاصل براساس پارامترهای بی‌بعدی نظیر نسبت دبی، نسبت لزجت، نسبت چگالی و نسبت اعداد رینولدز به فرود ترسیم شد. یافته‌های حاصل از حل تحلیلی نشان از استقلال موقعیت سطح فاصل از نسبت چگالی در جریانی با نیروی گرانش صفر دارد. به‌علاوه، در نسبت‌های چگالی بسیار بزرگ ($f/\rho >> 1$)، تأثیر نسبت چگالی بر موقعیت سطح فاصل بسیار کاهش می‌یابد. ارزیابی الگوریتم عددی توسعه‌یافته برای تعقیب سطح فاصل در دو بخش شامل جریان در نیروی گرانش صفر و جریان با وجود نیروی گرانش انجام شده است. شبکه در نظر گرفته شده در این شبیه‌سازی‌ها، شبکه‌ای نسبتاً درشت و یکنواخت با تعداد سلول‌های ثابت در همه موارد بود که با وجود

جدول ۲. مقایسه نتایج حل عددی و تحلیلی موقعیت سطح فاصل (f) (در همه موارد، نسبت چگالی ۱۰۰۰ و نسبت لزجت ۵۰ است)

حالت	f_Q	Re_1/Fr_1	f_{AS}	f_{Num}	خطا (درصد)	تغییر نسبت به نیروی گرانش صفر (درصد)
۱	۱	-۲	۰/۷۴۲۱۴	۰/۷۴۳۹۶	۰/۲۵	۴/۴۶
۲	۱	۰	۰/۷۱۰۴۵	۰/۷۱۲۶۵	۰/۳۱	۰/۰۰
۳	۱	۲	۰/۶۳۹۸۳	۰/۶۴۵۸۷	۰/۹۴	۹/۹۴
۴	۰/۱	-۲	۰/۵۲۶۲۹	۰/۵۲۹۵۴	۰/۶۲	۱۰/۰۳
۵	۰/۱	۰	۰/۴۷۸۳۱	۰/۴۸۰۴۱	۰/۴۴	۰/۰۰
۶	۰/۱	۲	۰/۳۷۶۶۸	۰/۳۷۹۲۵	۰/۶۸	۲۱/۲۵
۷	۰/۰۱	-۲	۰/۲۹۹۱۶	۰/۳۰۰۷	۰/۵۲	۱۶/۹۴
۸	۰/۰۱	۰	۰/۲۵۵۸۲	۰/۲۵۷۶۲	۰/۷۰	۰/۰۰
۹	۰/۰۱	۲	۰/۱۷۵۸۵	۰/۱۷۶۱۶	۰/۱۸	۳۱/۲۶



شکل ۱۷. تغییرات گرادیان سرعت در سطح فاصل برحسب Re_1/Fr_1 و f_0

۸. مآخذ

- [1] J. Weisman, Two-phase flow patterns, Chapter 15 in Handbook of Fluids in Motion (eds: N.P. Cheremisinoff and R. Gupta), Ann Arbor Science Publ., pp. 409-425, 1983.
- [2] C. V. Worthy, Understanding Icing, <http://pilotgetaways.com/mag/nd09/icing> (accessed 15 February 2017)
- [3] A. Faghri, *Heat pipe science and technology*, Global Digital Press, 1995.
- [4] A. Faghri, *Heat pipes: review, opportunities and challenges*, *Frontiers in Heat Pipes (FHP)*, Vol. 5, No. 1, 2014.
- [5] J. H. Ferziger, M. Peric, *Computational methods for fluid dynamics*, Springer Science & Business Media, 2012.
- [6] J. M. Floryan, H. Rasmussen, Numerical methods for viscous flows with moving boundaries, *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 42, No. 12, pp. 323-341, 1989.
- [7] F. H. Harlow, J. E. Welch, Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, *Physics of Fluids*, Vol. 8, No. 12, p. 2182, 1965.
- [8] C. W. Hirt, B. D. Nichols, Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries, *Journal of Computational Physics* Vol. 39, No. 1, pp. 201-225, 1981.
- [9] J. U. Brackbill, D. B. Kothe, C. Zemach, A Continuum Method for Modeling Surface Tension, *Journal of Computational Physics*, Vol. 100, No. 2, pp. 335-354, 1992.
- [10] S. Chen, D. B. Johnson, P. E. Raad, D. Fadda, The surface marker and micro cell method, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 25, No. 7, pp. 749-778, 1997.
- [11] M. Sussman, P. Smereka, S. Osher, A Level Set Approach for Computing Solutions to Incompressible Two-Phase Flows, *Journal of Computational Physics*, Vol. 114, No. 1, pp. 146-159, 1994.
- [12] S. Osher, R.P. Fedkiw, Level Set Methods, *Journal of Computational Physics*, Vol. 169, No. 2, pp. 463-502, 2001.
- [13] J. A. Sethian, Evolution, Implementation, and Application of Level Set and Fast Marching Methods for Advancing Fronts, *Journal of Computational Physics*, Vol. 169, No. 2, pp. 503-555, 2001.
- [14] G. D. Raithby, W. X. Xu, G. D. Stubbley, Prediction of incompressible free surface with an element-based finite volume method, *Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol. 4, No. 3, pp. 353-371, 1995.
- [15] I. Demirdzic, M. Peric, Finite volume method for prediction of fluid flow in arbitrarily shaped domains with moving boundaries, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 10, No. 7, pp. 771-790, 1990.
- [16] E. S. Oran, J. P. Boris, *Numerical Simulation of Reactive Flow*, Elsevier, New York, 1987.
- [17] P. J. Shopov, P. D. Minev, I. B. Bazhekov, Z. D. Zapryanov, Interaction of a Deformable Bubble with a Rigid Wall at Moderate Reynolds Numbers, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 219, pp. 241-271, 1990.
- [18] J. Feng, H. H. Hu, D. D. Joseph, Direct Simulation of Initial Value Problems for the

- Motion of Solid Bodies in a Newtonian Fluid, Part 1. Sedimentation, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 261, pp. 95-134, 1994.
- [19] J. Feng, H. H. Hu, D. D. Joseph, Direct Simulation of Initial Value Problems for the Motion of Solid Bodies in a Newtonian Fluid, Part 2. Couette and Poiseuille Flows, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 277, pp. 271-301, 1995.
- [20] H. H. Hu, Direct Simulation of Flows of Solid-Liquid Mixtures, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 22, No. 2, pp. 335-352, 1996.
- [21] J. Fukai, Y. Shiiba, T. Yamamoto, O. Miyatake, D. Poulikakos, C. M. Megaridis, Z. Zhao, Wetting Effects on the Spreading of a Liquid Droplet Colliding with a Flat Surface: Experiment and Modeling, *Physics of Fluids*, Vol. 7, No. 2, pp. 236-247, 1995.
- [22] J. Glimm, J. W. Grove, X. L. Li, W. Oh, D. H. Sharp, A critical analysis of Rayleigh-Taylor growth rates, *Journal of Computational Physics*, Vol. 169, No. 2, pp. 652-677, 2001.
- [23] M. R. Ansari, N. Samkhaniani, Numerical Simulation of Laminar Film Condensation over Vertical Plate with VOF Method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 4, pp. 74-85, 2013. (in Persian فارسی).
- [24] P. Adibi, M. R. Ansari, Experimental Investigation of Slug Initiation to Upstream Conditions of Two Phases in Long Horizontal Channels in Two Fluids, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 3, pp. 27-35, 2014. (in Persian فارسی).
- [25] S. Farzin, Y. Hassanzadeh, M.T. Aalami, R. Fatehi, An implicit incompressible SPH method for free surface flow problems, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 4, pp. 99-110, 2014 (In Persian فارسی).
- [26] M. R. Ansari, R. Azadi, S. Kiani Haghgu, Experimental Investigation of Gas-Liquid Two-Phase Flow Regimes in Upward Co-Current Vertical Tubes with Intermediate Diameters, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 6, pp. 383-392, 2015 (In Persian فارسی).
- [27] M. R. Ansari, E. Salimi, B. Habibpour, P. Adibi, Three dimensional simulation of slug two-phase flow regime in a horizontal channel using VOF method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 7, pp. 176-182, 2014 (In Persian فارسی).
- [28] F. Hassaninejadafarahani, S. Ormiston, Numerical Analysis of Laminar Reflux Condensation from Gas-Vapour Mixtures in Vertical Parallel Plate Channels, World Academy of Science, Engineering and Technology, *International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering*, Vol. 9, No5, pp. 778-785, 2015.
- [29] P. A. de Sampaio, J. L. Faccini, J. Su, Modeling of stratified gas-liquid two-phase flow in horizontal circular pipes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2008 Jun 30; 51 (11):2752-61.
- [30] O. Cazarez-Candia, G. Espinosa-Paredes, Numerical study of stratified gas-liquid flow, *Petroleum Science and Technology*, Vol. 26, No. 1, pp. 64-76, 2008.
- [31] M. A. Islam, A. Miyara, T. Nosoko, T. Setoguchi, Numerical investigation of kinetic energy and surface energy of wavy falling liquid film, *Journal of Thermal Science*, Vol. 16, No. 3, 237-242, 2007.
- [32] R. W. Fox, T. A. McDonald, *Introduction to fluid mechanics*, John Wiley, 1994.
- [33] S. O. Unverdi, G. Tryggvason, A Front-Tracking Method for Viscous, Incompressible, Multi-Fluid Flows, *Journal of Computational Physics*, Vol. 100, No. 1, pp. 25-37, 1992.
- [34] G. Tryggvason, B. Bunner, A. Esmaeeli, D. Juric, N. Al-Rawahi, W. Tauber, J. Han, S. Nas, Y-J. Jan, A front-tracking method for the computations of multiphase flow, *Journal of Computational Physics*, Vol. 169, No. 2, pp. 708-759, 2001.
- [35] I. Demirdzic, M. Peric, Space conservation law in finite volume calculations of fluid flow, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 8, No. 9, pp. 1037-1050, 1988.
- [36] C. M. Rhie, W. L. Chow, Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil with Trailing Edge Separation, *AIAA Journal*, Vol. 21, No. 11, pp. 1525-1532, 1983.

- [37] S. Vakilipour, S. J. Ormiston, A coupled pressure-based co-located finite-volume solution method for natural-convection flows, *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, Vol. 61, No. 2, pp. 91-115, 2012.
- [38] S. Muzafferija, M. Peric, Computation of free-surface flows using the finite-volume method and

moving grids, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 32, No. 4, pp. 369-384, 1997.

- [39] T.E. Tezduyar, S. Aliabadi, M. Behr, A. Johnson, V. Kalro, M. Litke, Flow simulation and high performance computing, *Computational Mechanics*, Vol. 18, No. 6, pp. 397-412, 1996.

پی‌نوشت

-
1. separated
 2. disperse
 3. stratified flow
 4. free-surface
 5. sloshing flow
 6. dam-break
 7. bump flow
 8. falling film
 9. interface
 10. mixture model
 11. Eulerian model
 12. Lagrangian dispersed phase model (DPM)
 13. interface-tracking methods
 14. interface-capturing methods
 15. marker-and-cell (MAC)
 16. volume-of-fluid (VOF)
 17. level set
 18. arbitrary-Lagrangian-Eulerian (ALE) methods
 19. front tracking methods
 20. Poiseuille flow
 21. space conservation law (SCL)
 22. exponential differencing scheme (EDS)
 23. pressure-weighted interpolation method (PWIM)