جبران اثر افت و تأخیر تصادفی مشاهدات در هدایت خط دید با استفاده از فیلتر کالمن تطبیقی

اکرم نیک‌فطرت[1]، رضا محبوبی اسفنجانی[2]، میثم عظیمی[3]

۱ دانشجوی دکتری، دانشکدهٔ مهندسی برق، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز

۲ دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی برق، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، mahboobi@sut.ac.ir

۳ استادیار، دانشگاه علم و فناوری مازندران، بهشهر

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۸/۰۵

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۵/۱۲

چکیده

بروز افت و تأخیر تصادفی در تبادل داده‌هایی که توسط حسگرهای هدایت اندازه‌گیری می‌شوند، پدیده‌ای متداول در سامانه‌های پدافندی است و بر نتیجهٔ نهایی درگیری مؤثر است. اگرچه طراحی فیلتر کالمن برای تخمین مقدار متغیرهای مورد استفاده در قانون هدایت، مشکل را تا حدی کاهش می‌دهد، اما عملکرد مناسب فیلتر کالمن به داشتن مدل دقیق سیستم وابسته است؛ در حالی‌که در مسائل عملی، به‌دست آوردن دقیق پارامترهای مدل آماری، که پدیدهٔ تصادفی افت و تأخیر را توصیف می‌کند، میسر نیست. در این مقاله، یک فیلتر کالمن تطبیقی به‌کار برده می‌شود تا نامعینی در مشخصات آماری مدل افت و تأخیر تصادفی را در مسئلهٔ هدایت خط دید یک پرندهٔ هدایت‌شونده جبران کند. جزئیات مدلسازی مسئلهٔ هدایت خط دید در حضور داده‌های در معرض افت و تأخیر ارائه شده و به‌دنبال آن نحوهٔ استخراج ساختار فیلتر و محاسبهٔ ضریب تصحیح و اعمال آن در فرایند فیلترینگ تشریح شده است. در نهایت، برتری عملکرد فیلتر تطبیقی پیشنهادی در مقایسه با روش رقیب موجود، با شبیه‌سازی نشان داده می‌شود.

واژگان کلیدی

هدایت خط دید، فیلتر کالمن، افت و تأخیر در مشاهدات، نامعینی مدل

۱. مقدمه

روش‌های هدایت به دو دستهٔ هدایت دونقطه‌ای و سه‌نقطه‌ای تقسیم می‌شوند. هدایت خط دید از جمله روش‌های هدایت سه‌نقطه‌ای است که در سامانه‌های پدافند هوایی استفاده می‌شود. منظور از سه نقطه در این روش، ردیاب زمینی پرندهٔ هدایت‌شونده و هدف است که در فرایند هدایت نقش اساسی دارند. در این نوع هدایت، هدف توسط یک حسگر ردیابی می‌شود. اگر ردیابی به‌نحو ایده‌آل انجام شود، هدف همواره در دید حسگر ردیاب باقی می‌ماند. در این شرایط، خط واصل ردیاب زمینی و هدف، خط دید نامیده می‌شود. هدف الگوریتم هدایت خط دید آن است که پرندهٔ هدایت‌شونده همچون یک موشک را تا حد ممکن روی خط دید

هدف هدایت نماید [۱]. عملکرد حلقهٔ هدایت به این صورت است که میزان انحراف موشک از خط دید توسط ردیاب اندازه‌گیری می‌شود و متناسب با آن فرامین شتاب جانبی به موشک اعمال می‌شود تا این خطا به صفر برسد. قانون هدایت خط دید به‌علت سادگی اجرای عملی آن، جزء قوانین هدایت ابتدایی موشک‌های زمین به هواست و با کمترین پیچیدگی و هزینه قابل پیاده‌سازی است.

اگرچه امروزه با توسعهٔانواع جستجوگرها و تجهیزات ناوبری اینرسی و نصب آنها روی موشک‌های پدافندی، هدایت خط دید روی سامانه‌های نسل جدید کمتر استفاده می‌شود؛ اما پیشرفت‌های اخیر در فناوری رادار سبب توجه مجدد به روش هدایت خط دید شده است [۲].

سامانهٔ پدافند هوایی مورد بحث مقاله، که از روش هدایت فرمان به خط دید بهره می‌برد، در مرحله‌ای از فرایند هدایت، از داده‌های حسگر مکان‌یاب مادون قرمز استفاده می‌کندکه در سایت زمینی مستقر است و از پرواز موشک تصویربرداری می‌کند. علاوه بر نوفهٔ اندازه‌گیری، دو چالش عمده در ارتباط با مشاهدات خام این حسگر سبب اختلال عملکرد حلقه هدایت می‌شود [۳]: اولاً داده‌های خروجی حسگر مکان‌یاب در مسیر خود تا پردازشگر هدایت، به‌دلیل معطلی در مدارات پردازش تصاویر ویدیویی دچار تأخیر می‌شوند. این تأخیر به‌دلیل زمان مورد نیاز برای پردازش اطلاعات امری اجتناب‌ناپذیر است. ثانیاً به‌دلیل وقوع خطا در حسگر، بخشی از مشاهدات از دست می‌روند. علاوه براین، عواملی چون پدیدار شدن مانع بین حسگر و موشک، یا مواجههٔ حسگر مادون قرمز با نور مستقیم خورشید نیز سبب از دست رفتن داده‌ها می‌شود. با توجه به اهمیت اطلاعات حاصل از مکان‌یاب در مرحلهٔ نخست هدایت، طراحی تخمینگری که با وجود افت و تأخیر تصادفی در اندازه‌گیری‌ها، تخمین دقیقی از مسیر حرکت پرنده فراهم کند، حائز اهمیت است.

مسئلهٔ تخمین حالت با لحاظ اثر تأخیر و افت داده، علاوه بر ردیابی هدف در کاربردهای عملی دیگری مانند کنترل تحت شبکه[1] هم مطرح است [۴-۶]. چون تخمینگرهای متداول، مانند فیلتر کالمن استاندارد در محاسبات خود به مشاهدات به‌هنگام نیاز دارند، نمی‌توانند در سامانه دارای تأخیر و افت عملکرد مناسبی داشته باشند [۷]. بنابراین، تحقیق روی مسئلهٔ تخمین با لحاظ افت و تأخیر در مشاهدات، طی سال‌های اخیر مورد توجه بسیاری قرار گرفته است [۶-۱۲]. سان (۲۰۱۳) در پژوهشی نخست، یک مدل جامع برای توصیف اندازه‌گیری‌های در معرض افت و تأخیر ارائه کرده است که در آن، از تعدادی متغیر تصادفی برنولی با توزیع معلوم برای مدلسازی پدیدهٔ افت و تاخیرِ تصادفی مشاهدات استفاده می‌شود؛ سپس، فیلتر بهینه‌ای طراحی نموده است که محاسبهٔ بهره‌های آن از روی مشخصات آماری این متغیرهای تصادفی انجام می‌شود [۶]. صفری نژادیان و همکاران (۲۰۱۳) در پژوهشی، تأخیر را به اندازهٔ فقط یک نمونه در نظر گرفته و به‌صورت یک متغیر حالت به بردار حالت سیستم افزوده و فیلتر کالمن را برای سیستم افزونه طراحی کرده‌اند [۱۲]. در مآخذ [۱۳] تا [۱۶] از متغیرهای تصادفی با توزیع برنولی برای مدلسازی افت و تأخیر مشاهدات استفاده شده و طراحی فیلتر برمبنای آن انجام شده است.

در کاربردهای عملی، مانند مسئلهٔ مورد نظر این مقاله، به‌دست آوردن دقیق مشخصات آماری مدل افت و تأخیر میسر نیست، در نتیجه عملکرد فیلتری، که پارامترهای آن به این مشخصات آماری وابستگی دارد، رضایت‌بخش نخواهد بود. در این مقاله فیلتر کالمن تطبیقی طراحی می‌شود که نامعینی موجود در اطلاعات مدل آماری افت و تأخیر مشاهدات را در هدایت موشک پدافندی جبران کند. در شرایط عدم دقت مدل و نامعلوم بودن مشخصات نوفه، الگوریتم‌های تطبیقی برای اصلاح عملکرد فیلتر کالمن به‌کار می‌روند. روش‌های فیلتر کالمن تطبیقی در حالت کلی به سه دستهٔ عمده تقسیم می شوند [۱۷]:

در روش‌های IAE[2] مشخصات آماری نوفه‌ها تخمین زده می‌شود. در این روش‌ها از این نکته استفاده می‌شود که وقتی این پارامترها، مقادیر صحیح را داشته باشند، دنبالهٔ اینوویشن[3]، نوفهٔ سفید خواهد بود. در نتیجه با تنظیم پارامترها و بررسی دنبالهٔ اینویشن می‌توان مقدار مناسب پارامترها را به‌دست آورد. البته این روش، برای سامانه‌هایی که تغییرات سریع دارند، ممکن نیست.

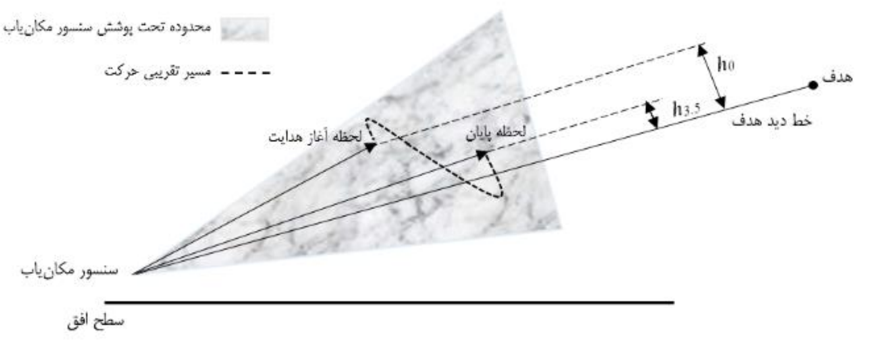
در روش‌های MMAE[4]، نامعینی با استفاده از بانکی از چندین مدل مختلف پوشش داده می‌شود. تخمین حالت در هر لحظه، با استفاده از مدلی انجام می‌شود که دارای بیشترین احتمال باشد و یا مجموع وزن داده شده‌ای از همه مدل‌هاست. در روش‌های AFKF، در محاسبهٔ پارامترهای فیلتر از ضریب تصحیح متغیر با زمان استفاده می‌شود [۱۸]. تعداد انگشت‌شماری فیلتر کالمن تطبیقی برای سامانه‌هایی که مشاهدات در معرض افت و تأخیرند،

ارائه شده است. مؤیدی و همکاران (۲۰۱۰) در پژوهشی برای سامانه‌ای که مشاهدات تأخیر و افت دارند، فیلتری پیشنهاد داده که از بانک مدلی متشکل از چهار زیر مدل بهره می‌برد و به‌واسطهٔ زنجیرهٔ مارکوف با هم ترکیب شده‌اند [۱۹]. در این فیلتر، علاوه بر مشخصات آماری افت و تأخیر، اطلاعات بیشتری در مورد احتمال رخداد هر یک از چهار زیرمدل انتخاب شده، نیز مورد نیاز است. ایده مشابه این مقاله در پژوهش چن و همکاران (۲۰۱۳) هم به‌کار برده شده است، جایی که فیلتر تطبیقی برای سامانه با یک پله تأخیر و افت داده، پیشنهاد شده است. احتمال رخدادن هر یک از زیرمدل‌ها نیز معلوم فرض شده است. در پژوهش وو و همکاران (۲۰۱۳) از روش چندفیلتری[۶] برای تخمین حالت در سامانه شبکه‌شده استفاده شده است [۲۱]. در پژوهش ترکمنی و همکاران (۲۰۱۳) نیز یک فیلتر بهینه برای سامانهٔ دارای نامعینی، که دارای یک پله تأخیر در اندازه‌گیری‌های حسگر و افت داده است، طراحی شده است. تأخیر و افت داده، با دو متغیر تصادفی توزیع برنولی و مشخصات معلوم مدل شده است. با ایدهٔ افزونگی حالت، سامانهٔ اولیه به سامانه‌ای جدید بازنویسی شده و ماتریس کوواریانس متغیرهای تصادفی در حین تخمین به‌صورت برخط به‌روز می‌شود.

هدف این مقاله، کاربرد فیلتر کالمن تطبیقی برای تخمین مسیر حرکت موشک به‌منظور استفاده در حلقهٔ هدایت خط دید است؛ جایی‌که اندازه‌گیری‌های حسگر مکان‌یاب در معرض افت و تأخیر تصادفی قرار دارند. فیلتر به‌کار رفته برمبنای فیلتر مرجع [۶] بنا شده، با این تفاوت عمده که در مسئلهٔ عملی مورد مطالعه، مشخصات آماری مدل افت و تأخیر نامعین است، بنابراین برای محاسبهٔ پارامترهای فیلتر از ضریب تصحیح مناسب استفاده می‌شود. نحوهٔ فرمول‌بندی، محاسبهٔ ضریب تصحیح و اعمال آن در فرایند فیلترینگ بر اساس ایده‌های مأخذ [۲۴] مطرح شده است. برای تأیید کارایی روش معرفی‌شده، نتایج شبیه‌سازی نشان داده می‌شود و با روش فیلتر مرجع [۶] مقایسه می‌شود. در بخش ۲ و ۳، صورت مسئله، مدلسازی و جزئیات آن فرمول‌بندی می‌شود. روند استخراج روش فیلتر پیشنهادی در بخش ۴ تشریح می‌شود. در بخش ۵ نیز نتایج شبیه‌سازی ارائه و تحلیل می‌شود. در پایان نتیجه‌گیری و جمع‌بندی در بخش ۶ مطرح خواهد شد.

۲. مدلسازی

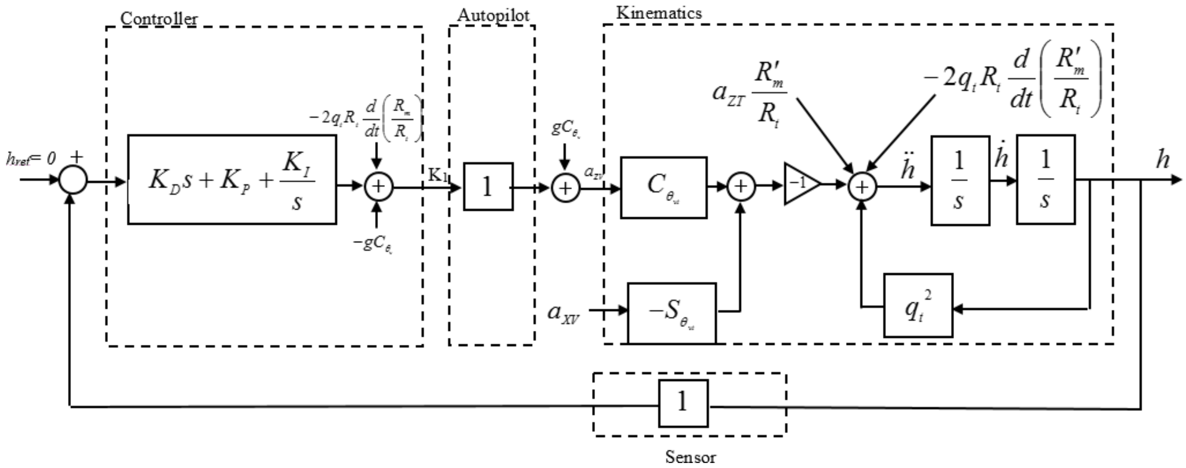
در شکل۱، نمایی کلی از هدف، موشک و ردیاب زمینی نمایش داده شده است که در آن R_{mt} فاصلهٔ شعاعی موشک از ردیاب، در لحظهٔ t است و h_t فاصلهٔ موشک از خط دید را نشان می‌دهد که توسط حسگر اندازه‌گیری می‌شود و در الگوریتم هدایت برای محاسبهٔ فرمان شتاب جانبی موشک مورد استفاده قرار می‌گیرد.



شکل۱. سینماتیک هدف، موشک و ردیاب زمینی در هدایت خط دید [۱]

در شرایط عملیاتی، اطلاعات کامل و بدون نقص از این متغیر در دسترس نیست و اندازه‌گیری‌های موجود از آن، آغشته به نوفه و در معرض افت و تأخیر است و باید با استفاده از اطلاعات موجود تخمین زده شود. تخمینگر برای انجام محاسبات لازم، به مدل ریاضی از رفتار سامانه نیازمند است که در ادامه بحث معرفی می‌شود. برای موشک پدافندی مورد نظر، حلقهٔ هدایت به‌صورت شکل ۲ است [۱] که در آن a_{ZV} شتاب جانبی، a_{XV} شتاب طولی، a_{ZM} شتاب عمود بر خط دید هدف، a_T بردار شتاب هدف، R_m برد پرنده، R_T برد هدف، q_t نرخ چرخش خط دید هدف، θ_{vt} زاویهٔ بردار سرعت نسبت به خط دید هدف را نشان می‌دهد. وظیفهٔ قانون هدایت آن است که با توجه به فاصلهٔ پرنده از خط دید h، فرمان شتاب جانبی مطلوب، K_1 را تولید نماید. در

الگوریتم پیاده‌سازی شده در موشک مد نظر، شتاب K_1 از سه بخش مجزا تشکیل شده است که مهمترین آن، توسط یک کنترل‌کنندهٔ PID محاسبه می‌شود. دو عبارت غیرخطی دیگر، وظیفهٔ جبران‌سازی اثر گرانش و خطای دینامیکی را برعهده دارند.



شکل ۲. نمایش بلوکی حلقه هدایت [۱]

۲-۱. مدل سینماتیک حلقهٔ هدایت

فرمان شتاب ارسالی توسط ایستگاه زمینی، K_1 از رابطهٔ ۱ محاسبه می‌شود:

$$K_1=K_P\,h+K_D\,\dot{h}+K_I\int_{0.95}^{t}h(\tau)\,d\tau-2q_tR_t\frac{d}{dt}\left(\frac{R_m}{R_t}\right)-g\,C_{\theta_t} \qquad (۱)$$

که در آن، K_D ،K_I و K_P ضرایب متغیر با زمان کنترل‌کنندهٔ PID هستند که پروفایل زمانی آنها معلوم است و از قبل در کامپیوتر هدایت بارگذاری شده‌اند. با توجه به شکل ۲ و رابطهٔ ۱، رابطهٔ توصیف‌کنندهٔ تغییرات فاصلهٔ موشک از خط دید به‌صورت معادلهٔ دیفرانسیل مرتبه چهارم ۲ مشخص می‌شود [۱].

$$\begin{aligned}&h^{(4)}+\left(K_D-\frac{\dot{K}}{K}\right)h^{(3)}+\\&+\left(K_DK+2\dot{K}_D+K_P-\frac{K_D\dot{K}}{K}\right)\ddot{h}+\\&+\left((\dot{K}_D+K_P)K+\ddot{K}_D+2\dot{K}_P+\right.\\&\left.+K_I-\frac{(\dot{K}_D+K_P)\dot{K}}{K}\right)\dot{h}+\\&+\left((\dot{K}_P+K_I)K+\ddot{K}_P+\dot{K}_I+\right.\\&\left.-\frac{(\dot{K}_P+K_I)\dot{K}}{K}\right)h=a_{XV}\,K\,q_t\end{aligned} \qquad (۲)$$

که در آن، q_t و a_{XV} ورودی‌های سامانه و h خروجی آن تلقی می‌شوند. در موشک مورد بحث، شتاب طولی، a_{XV} را می‌توان با تقریب قابل قبولی، مستقل از سناریوی درگیری و دارای پروفایل معلوم در نظر گرفت. با توجه به اینکه، محاسبات تخمینگر مبتنی بر معادلات حالت است، برای توصیف فضای حالت سامانه، متغیرهای حالت به‌صورت ۳ تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned}&x_1=h,\\&x_2=\dot{x}_1=\dot{h}\\&x_3=\dot{x}_2=\ddot{h}\\&x_4=\dot{x}_3=\dddot{h}\end{aligned} \qquad (۳)$$

در نتیجه، مدل فضای حالت مطابق روابط ۴ و ۵ به‌دست می‌آید:

$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\-a_1&-a_2&-a_3&-a_4\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\K\end{bmatrix}a_{XV}q_t \qquad (۴)$$

$$z(t)=\begin{bmatrix}1&0&0&0\end{bmatrix}x(t) \qquad (۵)$$

پارامترهای a_1 تا a_4 از رابطهٔ ۲ به آسانی تعیین می‌شود. این پارامترها معلوم و متغیر با زمان هستند. همچنین h خروجی معادله و فاصله از خط دید هدف است که در عمل توسط حسگر مکان‌یاب اندازه‌گیری می‌شود و در معرض نوفه، افت و تأخیر قرار است. گفتنی است با توجه به نوع قانون هدایت، فقط تخمین مقادیر h کفایت می‌کند اما همان‌گونه که از معادلات ۴ دیده

می‌شود مشتقات این متغیر هم در بردار حالت حضور دارند و تخمین آنها هم به‌دست می‌آید. انجام سرراست محاسبات توسط کامپیوتر هدایت، مستلزم گسسته‌سازی معادلات ۴ و ۵ است تا فیلتر، قابلیت پیاده‌سازی دیجیتال را داشته باشد. برای گسسته‌سازی فرض می‌شود که سامانه هدایت با فرکانس $1/T$ کار می‌کند و $t = kT$ می‌باشد که در آن، k یک عدد صحیح مثبت است. اندازه‌گیری‌های حسگر مکان‌یاب هم با همان فرکانس زیرسامانه هدایت به‌هنگام می‌شود. فرمان شتاب جانبی با نگه‌دارندهٔ مرتبهٔ صفر[7] در هر سیکل هدایت اعمال می‌شود و یک فیلتر زمان گسسته برای تخمین حالت استفاده می‌شود. باید توجه داشت که در معادلهٔ ۴ مقادیر پارامترهای q_t، a_{XV} و K قابل تعیین و در نتیجه عبارت دوم معلوم است. بنابراین، جهت سهولت محاسبات فیلتر می‌توان q_t را صفر در نظر گرفت بدون اینکه به کلیت موضوع خدشه‌ای وارد شود. بنابراین، معادل زمان - گسسته سامانهٔ ۴ و ۵ به‌صورت رابطهٔ ۶ می‌باشد:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A(k)x(k) + B(k)w(k) \\ z(k) &= C(k)x(k) + v(k) \end{aligned} \qquad (۶)$$

که در آن، $x \in \Re^n$ بردار حالت، $z \in \Re^m$ بردار اندازه‌گیری، $w \in \Re^n$ و $v \in \Re^m$ نوفه‌های فرایند و اندازه‌گیری هستند که آثار خطاهای ناشی از ساده‌سازی معادلات سینماتیکی را هم نمایندگی می‌کنند. همچنین A، B و C ماتریس‌های با ابعاد مناسب هستند. فرض می‌شود نوفه‌های اندازه‌گیری و فرایند نوفهٔ سفید با میانگین صفر و کوواریانس Q_w و Q_v هستند. کوواریانس متقابل w و v با S نشان داده شده است. همچنین $x(0)$ حالت اولیه با میانگین μ_0 و واریانس P_0 است که مستقل از $w(k)$ و $v(k)$ می‌باشد.

$$\begin{aligned} y(k) &= \zeta_0(k)z(k) + (1-\zeta_0(k)) \\ &\times \{(1-\zeta_0(k-1))\,\zeta_1(k)\,z(k-1) + \\ &[1-(1-\zeta_0(k-1))\,\zeta_1(k)\,]\times \\ &\{(1-\zeta_0(k-2))\,(1-\zeta_1(k-1))\,\zeta_2(k)\,z(k-2) \\ &+\ldots+\left[\,1-\prod_{i=0}^{d-2}(1-\zeta_i(k-d+i+1))\,\zeta_{d-1}(k)\,\right] \\ &\times\prod_{i=0}^{d-1}(1-\zeta_i(k-d+i))\,\zeta_d(k)z(k-d)\,\}\}\ldots\} \end{aligned} \qquad (۷)$$

۲-۲. مدل افت و تأخیر تصادفی اندازه‌گیری‌ها

اندازه‌گیری‌های حسگر $z(k)$، با افت و تأخیر به تخمین‌گر می‌رسند. مشاهدهٔ نهایی که در اختیار تخمین‌گر قرار می‌گیرد با $y(k)$ نشان داده می‌شود و به‌صورت رابطهٔ ۷ توصیف می‌شود [۶] که در آن $\xi_i(k), i = 0,1,\ldots,d$ ضرایب تصادفی با توزیع برنولی با احتمال $P\{\zeta_i(k)=1\}=\alpha_i$ و $P\{\zeta_i(k)=0\}=1-\alpha_i$ می‌باشد که $0 \le \alpha_i \le 1$ است. این ضرایب دو به دو ناهمبسته هستند. حداکثر مقدار تأخیر و افت داده متوالی معلوم و برابر d است. فرض می‌شود $\xi_i(k)$ برای $i = 0,1,\ldots,d$ ناهمبسته با $x(0)$، $w(k)$ و $v(k)$ است. مدل انتقال داده در ۷، چندین تأخیر متوالی اندازه‌گیری و افت داده را هم مدل می‌کند. برای روشن شدن بیشتر عملکرد مدلی که برای انتقال داده در رابطهٔ ۷ نشان داده شده است، یک سناریوی نوعی در جدول ۱ تشریح شده است. با فرض d =۲، z(۱)، z(۲) و z(۷) به موقع رسیده‌اند، z(۳) با یک پله تأخیر و z(۴) با دو پله تأخیر دریافت شده است. z(۵) و z(۶) از دست رفته‌اند (افت داده).

جدول ۱. سناریوی نامی برای تشریح رابطهٔ ۷

k	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
$\zeta_0(k)$	۱	۱	۰	۰	۰	۰	۱
$\zeta_1(k)$				۱	۰	۰	
$\zeta_2(k)$						۱	
$z(k)$	z(۱)	z(۲)	۰	z(۳)	۰	z(۴)	z(۷)

برای ساده‌سازی نمادها، متغیرهای ۸ تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} &Z_l(k) = \theta_l(k)z(k) + (1-\theta_l(k))Z_{l+1}(k-1) \\ &l = 1,2,\ldots,d-1 \\ &Z_d(k) = \theta_d(k)z(k) \end{aligned} \qquad (۸)$$

که در آن

$$\theta_l(k) = \prod_{i=0}^{l-1}(1-\zeta_i(k+i))\zeta_l(k+l) \qquad l = 1,2,\ldots,d-1$$

و $\theta_0(k) = \zeta_0(k)$ است.

برای توزیع برنولی نیز از مشخصات رابطه ۹ استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned} &\bar{\theta}_0 = E\{\,\theta_0(k)\,\} = \alpha_0 \\ &\bar{\theta}_l = E\{\,\theta_l(k)\,\} = \prod\nolimits_{i=0}^{l-1}(1-\alpha_i)\,\alpha_l \quad l = 1,2,\ldots,d \\ &E\left\{\left[\theta_l(k) - \bar{\theta}_l\right]^2\right\} = \bar{\theta}_l(1-\bar{\theta}_l) \\ &E\{\,\theta_l(k)\theta_i(k)\,\} = 0 \qquad l \ne i \\ &E\{\,\theta_l(k)\theta_i(j)\,\} = \bar{\theta}_l\bar{\theta}_i \quad k \ne j \quad l,i = 0,1,\ldots,d \end{aligned} \qquad (۹)$$

۳-۲. مدل جامع مسئله

اکنون با تعریف بردار حالت افزونه به‌صورت ۱۰، معادلهٔ حالت برای سامانه افزونه به‌صورت ۱۱ خواهد بود:

$$X(k+1)= \left[x^T(k+1) \quad Z_1^{\,T}(k) \quad Z_2^{\,T}(k) \quad \dots \quad Z_d^{\,T}(k)\right]^T \tag{۱۰}$$

$$\begin{aligned} X(k+1) &= \tilde{A}(k)X(k)+\tilde{B}(k)W(k) \\ y(k) &= \tilde{C}(k)X(k)+\theta_0(k)v(k) \end{aligned} \tag{۱۱}$$

که در آن:

$$\begin{aligned} W(k) &= \left[w^T(k) \quad v^T(k)\right]^T \\ \tilde{B}(k) &= \\ &\begin{bmatrix} B^T & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \theta_1(k)I_m & \cdots & \theta_{d-1}(k)I_m & \theta_d(k)I_m \end{bmatrix}^T \\ \tilde{C}(k) &= \left[\theta_0(k)C \quad (1-\theta_0(k))I_m \quad 0 \quad \cdots \quad 0\right] \end{aligned} \tag{۱۲}$$

و دارای مشخصات آماری ۱۳ هستند:

$$\begin{aligned} Q_W &= E\left\{W(k)W^T(k)\right\} = \begin{bmatrix} Q_w & S \\ S^T & Q_v \end{bmatrix} \\ \bar{S} &= E\left\{W(k)v^T(k)\right\} = \begin{bmatrix} S \\ Q_v \end{bmatrix} \\ \bar{A} &= E\left\{\tilde{A}(k)\right\} \\ \bar{B} &= E\left\{\tilde{B}(k)\right\} \\ \bar{C} &= E\left\{\tilde{C}(k)\right\} \end{aligned} \tag{۱۳}$$

باید توجه داشت که سامانهٔ دینامیکی ۱۱، تمام پدیده‌های مد نظر مسئله، شامل سینماتیک حرکت، قانون هدایت و همچنین نویز، افت و تاخیر در اندازه گیری‌های حسگر را دربر دارد.

۳. بیان مسئله

در مأخذ [۶]، فیلتر دومرحله‌ای ۱۴ تا ۱۵ برای تخمین حالت سیستمِ مرکب از ۶ و ۷ که به‌صورت ۱۱ بازنویسی شده، پیشنهاد شده است:

$$\hat{X}(k\,|\,k)=\hat{X}(k\,|\,k-1)+K(k)\varepsilon(k) \tag{۱۴}$$

$$\hat{X}(k+1\,|\,k)=\bar{A}\hat{X}(k\,|\,k-1)+L(k)\varepsilon(k) \tag{۱۵}$$

که در آن:

$$\varepsilon(k)=y(k)-\bar{C}\hat{X}(k\,|\,k-1) \tag{۱۶}$$

پارامترهای $K(k)$، بهرهٔ فیلتر و $L(k)$، بهرهٔ پیش‌بین با روابط ۱۷ و ۱۸ محاسبه می‌شوند:

$$K(k)=P(k\,|\,k-1)\bar{C}^T Q_\varepsilon^{-1}(k) \tag{۱۷}$$

$$\begin{aligned} L(k) &= \\ &[\bar{\theta}_0(A_0-\bar{A})q(k)C_1^{\,T} + \\ &\bar{A}P(k\,|\,k-1)\bar{C}^T+\bar{\theta}_0 B_0\bar{S}]Q_\varepsilon^{-1}(k) \\ C_1 &= \left[C \quad -I_m \quad 0 \quad \cdots \quad 0\right] \end{aligned} \tag{۱۸}$$

$$\begin{aligned} Q_\varepsilon(k) &= \bar{\theta}_0\left(1-\bar{\theta}_0\right)C_1 q(k)C_1^T + \\ &\bar{C}P\left(k|k-1\right)\bar{C}^T+\bar{\theta}_0 Q_v \end{aligned} \tag{۱۹}$$

$$\begin{aligned} P(k+1\,|\,k) &= F(q(k))-\bar{A}q(k)\bar{A}^T - \\ &\bar{\theta}_0[A_0-\bar{A}]q(k)C_1^{\,T}L^T(k)-\bar{\theta}_0 L(k) \\ &\times C_1 q(k)[A_0-\bar{A}]^T + \\ &\bar{\theta}_0(1-\bar{\theta}_0)L(k)C_1 q(k)C_1^{\,T}L^T(k) + \\ &[\bar{A}-L(k)\bar{C}]P(k\,|\,k-1)[\bar{A}-L(k)\bar{C}]^T + \\ &\bar{Q}_W-\bar{\theta}_0 B_0\bar{S}L^T(k)-\bar{\theta}_0 L(k)\bar{S}^T B_0^{\,T} \\ &+\bar{\theta}_0 L(k)Q_v L^T(k) \end{aligned} \tag{۲۰}$$

$$P(k\,|\,k)=P(k\,|\,k-1)-K(k)Q_\varepsilon(k)K^T(k) \tag{۲۱}$$

به‌طوری‌که مقادیر $P(k\,|\,k)$ و $P(k+1\,|\,k)$ ماتریس‌های کوواریانس خطای فیلتر و خطای پیش‌بینی هستند. همچنین $Q_\varepsilon(k)$ ماتریس کوواریانس اینویشن است. کوواریانس بردار حالت $q(k)=E\left\{X(k)X^T(k)\right\}$، با رابطهٔ بازگشتی زیر محاسبه می‌گردد [۶]:

$$q(k+1)=F(q(k)) + \bar{Q}_W$$

شرایط اولیه برابر است با:

$$q(0)=\begin{bmatrix} p_0+\mu_0\mu_0^T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

و در ادامه رابطه زیر حاصل خواهد شد:

$$\begin{aligned} F(q(k)) &= \\ &A_0 q(k)A_0^{\,T}+\sum_{l=1}^{d}\bar{\theta}_l A_0\, q(k)\, A_l^{\,T} + \\ &+\sum_{l=1}^{d}\bar{\theta}_l A_l q(k)A_0^{\,T}+\sum_{l=1}^{d}\bar{\theta}_l A_l q(k)A_l^{\,T} \\ \bar{Q}_w &= E\left[\tilde{B}(k)W(k)B^T(k)\right]=B_0 Q_w B_0^T + \\ &\sum_{l=1}^{d}\bar{\theta}_l B_0 Q_w B_l^{\,T}+\sum_{l=1}^{d}\bar{\theta}_l B_l Q_w B_0^{\,T}+\sum_{l=1}^{d}\bar{\theta}_l B_l Q_w B_l^{\,T} \\ A_d &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \\ A_0 &= \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{(d-1)m} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$A_l = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ C & 0 & -I_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \text{the } (l+1)th \text{ block row}$$

$$\downarrow$$

$$\text{the } (l+2)th \text{ block column, } l = 1,2,\ldots,d-1.$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_l = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_m \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \text{the}(l+1)th \text{ block row}, l = 1,2,\ldots,d.$$

روشن است که مشخصات آماری مدل مشاهدات، در محاسبهٔ پارامترهای فیلتر دخیل‌اند و در نتیجه عدم اطلاع دقیق از آنها، در دقت تخمین تأثیرگذار است. در مسئلهٔ عملی مطرح در این مقاله، شناسایی دقیق این پارامترها امکان‌پذیر نیست؛ بنابراین هدف، اصلاح فیلتر ۱۴ تا ۱۵ به‌نحوی است که نامعینی موجود در اطلاعات مشخصات پارامترهای فیلتر را جبران نماید.

۴. فیلتر کالمن تطبیقی

همان‌طور که در بخش ۳ اشاره شد، اگر احتمال متغیرهای تصادفی با توزیع برنولی، α_iها به‌طور دقیق قابل تعیین نباشند، پارامترهای فیلتر در روابط ۱۴ و ۱۵ دقیق نخواهد بود. در این بخش، الگوریتم فیلتر ۱۴ تا ۱۵ با الهام از مأخذ [۲۴] اصلاح می‌شود تا اینکه عملکرد فیلتر باوجود اختلاف بین مقادیر واقعی α_i و مقادیر مدل (و در نتیجه فیلتر)، بهبود یابد. برای این منظور از مفهوم فیلتر کالمن تطبیقی استفاده می‌شود. اساس فیلتر کالمن تطبیقی مقایسهٔ بین دنبالهٔ اینویشن واقعی و تئوری است. پارامترهای فیلتر به‌صورت برخط برای کاهش اختلاف بین این دو دنباله، با کمک ضریب تطبیقی مناسب تنظیم می‌گردد. از لم زیر برای انجام محاسبات استخراج فیلتر استفاده خواهد شد:

لم: برای ماتریس‌های A، B، C و D که دارای ابعاد مناسب باشند داریم [۲۵]:

$$DC(A+BDC)^{-1} = (D^{-1}+CA^{-1}B)^{-1}CA^{-1}$$

باید توجه داشت که با جایگذاری روابط ۱۶ و ۱۷ در رابطهٔ ۱۴، رابطهٔ ۲۲ حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned}&\hat{X}(k|k) = \hat{X}(k|k-1) + \\ &P(k|k-1)\bar{C}^T Q_\varepsilon^{-1}(k)(y(k) - \bar{C}\hat{X}(k|k-1))\end{aligned} \quad (۲۲)$$

حال با جایگذاری $Q_\varepsilon(k)$ از ۱۹ و استفاده از لم، معادلهٔ ۲۲ به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned}&\hat{X}(k|k) = \left[P^{-1}(k|k-1) + \bar{C}^T Q_0^{-1}\bar{C}\right]^{-1} \\ &\left[P^{-1}(k|k-1)\hat{X}(k|k-1) + \bar{C}^T Q_0^{-1} y(k)\right] \\ &Q_0 = \bar{\theta}_0(1-\bar{\theta}_0)C_1 q(k) C_1^T + \bar{\theta}_0 Q_v\end{aligned}$$

مشابه با روندی که در [۲۳] طی شد، می‌توان نشان داد که تخمین فوق با حداقل کردن تابع هزینهٔ ۲۳ قابل استخراج است.

$$\begin{aligned}&J = \varepsilon^T(k) Q_0 \varepsilon(k) + \\ &\left[\hat{X}(k|k) - \hat{X}(k|k-1)\right]^T \times \\ &P(k|k-1)\left[\hat{X}(k|k) - \hat{X}(k|k-1)\right]\end{aligned} \quad (۲۳)$$

$$\begin{aligned}&P(k+1|k) = \\ &E\left\{\left[X(k+1) - \hat{X}(k+1|k)\right]^T\left[X(k+1) - \hat{X}(k+1|k)\right]\right\}\end{aligned}$$

اکنون، در شرایط وجود نامعینی، تابع هزینهٔ ۲۳، با وارد کردن ضریب تطبیق s_k، به‌صورت ۲۴ اصلاح می‌شود:

$$\begin{aligned}&J_{ad} = \varepsilon^T(k) s_k Q_0 \varepsilon(k) + \\ &\left[\hat{X}(k|k) - \hat{X}(k|k-1)\right]^T P(k|k-1)\left[\hat{X}(k|k) - \hat{X}(k|k-1)\right]\end{aligned} \quad (۲۴)$$

با حداقل‌سازی ۲۴، تخمینگر جدید به‌صورت ۲۵ به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned}&\hat{X}(k|k) = \left[P^{-1}(k|k-1) + \bar{C}^T (s_k Q_0)^{-1}\bar{C}\right]^{-1} \\ &\left[P^{-1}(k|k-1)\hat{X}(k|k-1) + \bar{C}^T (s_k Q_0)^{-1} y(k)\right]\end{aligned} \quad (۲۵)$$

که با استفاده از لم، معادلهٔ ۲۵ را می‌توان به‌صورت ۲۶ بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned}&\hat{X}(k|k) = \hat{X}(k|k-1) + \\ &P(k|k-1)\bar{C}^T Q_{\varepsilon-ad}{}^{-1}(k)(y(k) \\ &-\bar{C}\hat{X}(k|k-1))\end{aligned} \quad (۲۶)$$

$$\begin{aligned}&Q_{\varepsilon-ad}(k) = \\ &s_k\left[\bar{\theta}_0(1-\bar{\theta}_0)C_1 q(k) C_1^T + \bar{\theta}_0 Q_v\right] \\ &+\bar{C}P(k|k-1)\bar{C}^T\end{aligned} \quad (۲۷)$$

روشن است که $Q_{\varepsilon-ad}(k)$ شکل اصلاح شده $Q_\varepsilon(k)$ در معادلهٔ ۱۹ است که s_k برای جبران نامعینی استفاده شده است. برای رسیدن به فرم فیلتر دو مرحله‌ای، رابطهٔ ۲۶ به‌صورت روابط ۲۸ و ۲۹ تبدیل می‌شود:

$$\hat{X}(k|k) = \hat{X}(k|k-1) + K_{ad}(k)\varepsilon(k) \quad (۲۸)$$

$$K_{ad}(k) = P(k|k-1)\bar{C}^T Q_{\varepsilon-ad}{}^{-1}(k) \quad (۲۹)$$

در فیلتر کالمن دو مرحله‌ای استفاده شده، $Q_\varepsilon(k)$ در محاسبهٔ بهرهٔ پیش‌بین در ۱۸ نیز استفاده شده است. بنابراین با تغییر

$Q_{\varepsilon}(k)$، بهرهٔ $L(k)$ نیز باید با $Q_{\varepsilon-ad}(k)$ اصلاح گردد. با الهام از [۶]، بهرهٔ پیش‌بین تطبیقی $L_{ad}(k)$ به‌صورت تعیین می‌شود:

$$L_{ad}(k)=E\left\{X(k+1)\varepsilon^{T}(k)\right\}Q_{\varepsilon-ad}^{\;\;-1}(k) \qquad (۳۰)$$

با جایگذاری رابطهٔ ۱۱ در ۳۰ رابطه ذیل حاصل خواهد شد:

$$\begin{aligned}L_{ad}(k)=\Big[&E\left\{\tilde{A}(k)X(k)\varepsilon^{T}(k)\right\}+\\&+E\left\{\tilde{B}(k)W(k)\varepsilon^{T}(k)\right\}\Big]Q_{\varepsilon-ad}^{\;\;-1}(k)\end{aligned} \qquad (۳۱)$$

از طرفی با توجه به تعریف خطای پیش‌بینی به‌صورت $\tilde{X}(k|k-1)=X(k)-\hat{X}(k|k-1)$ و جایگذاری رابطهٔ ۱۱ در رابطهٔ ۱۶ داریم:

$$\varepsilon(k)=[\tilde{C}(k)-\bar{C}]X(t)+\bar{C}\tilde{X}(k|k-1)+\theta_{0}(k)v(k)$$

دو بخش موجود در رابطهٔ ۳۱، با توجه به ۹ به‌صورت ۳۲ و ۳۳ تبدیل می‌شوند:

$$\begin{aligned}&E\left\{\tilde{A}(k)X(k)\varepsilon^{T}(k)\right\}=\\&\bar{\theta}_{0}(A_{0}-\bar{A})q(k)C_{1}^{T}+\bar{A}P(k|k-1)\bar{C}^{T}\end{aligned} \qquad (۳۲)$$

$$E\left\{\tilde{B}(k)W(k)\varepsilon^{T}(k)\right\}=\bar{\theta}_{0}B_{0}\bar{S} \qquad (۳۳)$$

در نتیجه رابطه زیر حاصل خواهد شد:

$$\begin{aligned}&L_{ad}(k)=\\&[\bar{\theta}_{0}(A_{0}-\bar{A})q(k)C_{1}^{\;T}+\bar{A}P(k|k-1)\bar{C}^{T}+\\&+\bar{\theta}_{0}B_{0}\bar{S}\,]Q_{\varepsilon-ad}^{\;\;-1}(k)\end{aligned} \qquad (۳۴)$$

معادلات ۲۹ و ۳۴ در واقع، فرم تطبیقی معادلات ۱۷ و ۱۸ هستند که $Q_{\varepsilon}(k)$ با $Q_{\varepsilon-ad}(k)$ که شامل ضریب تطبیقی s_k است، جایگزین شده است. البته پیاده‌سازی موفق روش تطبیقی، نیازمند تعیین مقدار مناسب ضریب تطبیقی s_k است. برای تعیین ضریب تطبیقی از مقایسهٔ مقدار واقعی و تئوری کوواریانس اینویشن استفاده می‌شود. در حالت ایده‌آل مقدار تئوری کوواریانس اینویشن در ۱۹ باید با مقدار عملی آن، $E\left\{\varepsilon(k)\varepsilon(k)^{T}\right\}$ که با ۳۵ تخمین زده می‌شود، برابر باشد:

$$E\left\{\varepsilon(k)\varepsilon(k)^{T}\right\}\cong\frac{1}{\mu}\sum_{j=k-\mu+1}^{k}\varepsilon(j)\varepsilon(j)^{T} \qquad (۳۵)$$

در رابطهٔ ۳۵، μ اندازهٔ پنجرهٔ متحرک[۸] در محاسبهٔ مقدار اینویشن است. با در نظر گرفتن ۲۷ و ۳۵ می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}&\text{trace }\;E\left[\left\{\varepsilon(k)\,\varepsilon(k)^{T}\right\}\right]=\\&s_{k}trace\;[\bar{\theta}_{0}(1-\bar{\theta}_{0})C_{1}\,q(k)\,C_{1}^{\;T}+\bar{\theta}_{0}Q_{v}]+\\&+trace\;[\bar{C}P(k|k-1)\bar{C}^{T}]\end{aligned} \qquad (۳۶)$$

چون $\text{trace}[\,E\{\varepsilon(k)\varepsilon(k)^{T}\}\,]=E\;\left\{\varepsilon(k)^{T}\varepsilon(k)\right\}$ است، ضریب تطبیقی s_k با رابطهٔ ۳۷ محاسبه می‌شود:

$$s_{k}=\frac{E\;\left\{\varepsilon(k)^{T}\varepsilon(k)\right\}-\text{trace}\left[\bar{C}P(k|k-1)\bar{C}^{T}\right]}{\text{trace}[\bar{\theta}_{0}(1-\bar{\theta}_{0})C_{1}q(k)C_{1}^{\;T}+\bar{\theta}_{0}Q_{v}]} \qquad (۳۷)$$

از s_k در معادلهٔ ۳۷ وقتی که مقدار خطای واقعی فیلتر بیشتر از مقدار تئوری آن شود (یعنی شرایط ۳۸ مهیا گردد) استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned}&E\;\left\{\varepsilon(k)^{T}\,\varepsilon(k)\right\}\geq\\&trace\;[\bar{\theta}_{0}(1-\bar{\theta}_{0})C_{1}\,q(k)\,C_{1}^{\;T}+\bar{C}P(k|k-1)\bar{C}^{T}+\bar{\theta}_{0}Q_{v}]\end{aligned} \qquad (۳۸)$$

در غیر این‌صورت، مقدار s_k برابر با ۱ در نظر گرفته می‌شود. واضح است که هرگاه اختلاف بین مقادیر عملی و تئوری خطای فیلتر زیاد گردد، مقدار s_k افزایش می‌یابد. مقادیر بزرگتر s_k، بهره‌های فیلتر و پیش‌بینی کوچکتری را به‌دلیل افزایش کوواریانس اینویشن در ۲۷ نتیجه می‌دهد. باید توجه داشت که در فیلتر تطبیقی پیشنهادی تا زمانی‌که شرط معادلهٔ ۳۸ برقرار نشود، $s_k=1$ است و بهره‌های آن با کمینه‌سازی تابع هزینهٔ ۲۳ به‌دست می‌آیند و در نتیجه برحسب این معیار بهینه است. هنگام وجود اختلاف بین اینویشن تئوری و عملی، شرط معادلهٔ ۳۸ برقرار می‌شود و فیلتر برای جبران اثر نامعینی، مقدار s_k بزرگتر از یک را اتخاذ می‌کند. در این شرایط هم پارامترهای فیلتر از بهینه‌سازی تابع هزینهٔ ۲۴ به‌دست می‌آیند. الگوریتم فیلتر تطبیقی پیشنهاد شده، در جدول ۲ به‌صورت خلاصه بیان شده است.

۵. نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، عملکرد موشک پدافندی مد نظر در شرایط استفاده از فیلتر تطبیقی پیشنهادی شبیه‌سازی می‌شود و نتایج حاصل با شرایطی که از فیلتر [۶] بهره‌گیری می‌شود، مقایسه می‌شود. برای این منظور، معادلات ۴ تا ۵ با تناوب نمونه‌برداری $T=100ms$ گسسته‌سازی می‌شود. در نتیجه معادلات فضای حالت ۶ با ماتریس‌های متغیر با زمان A، B و C حاصل می‌شود. در سناریوی شبیه‌سازی، اندازه‌گیری‌های حسگر در معرض افت و تاخیر قرار دارند. کران بالای تاخیر، دو در نظر گرفته شده است؛ یعنی در هر لحظهٔ گسسته، ممکن است داده به موقع دریافت شود، یا با یک، یا با دو پله تأخیر برسد، یا داده از دست برود. در شکل ۳ پروفایل مقادیر واقعی و خروجی حسگر مکان‌یاب پس از افت و تاخیر، نشان داده شده است. همچنین $z(k)$ مقادیر واقعی است و $y(k)$ مشاهدات رسیده به فیلتر است که از رابطهٔ ۷ به ازای $\alpha_{0}=0.9$، $\alpha_{1}=0.5$ و $\alpha_{2}=0.5$ ناشی می‌شود. همان‌طور

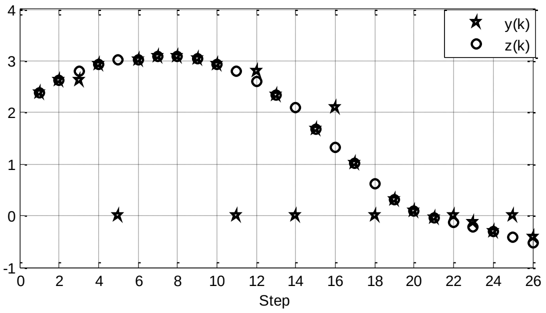
که از شکل دیده می‌شود، در این سناریوی نوعی، داده‌های واقعی z(۳)، z(۵)، z(۱۲)، z(۱۶)، z(۱۸) و z(۲۳) از دست رفته است. z(۲)، z(۱۱)، z(۲۲) و z(۲۵) با یک نمونه تاخیر به فیلتر وارد می‌شود و z(۱۴) با دو نمونه تأخیر به فیلتر رسیده است.

۵-۱. نمایش اثر مخرب افت و تأخیر داده‌ها بر عملکرد حلقهٔ هدایت

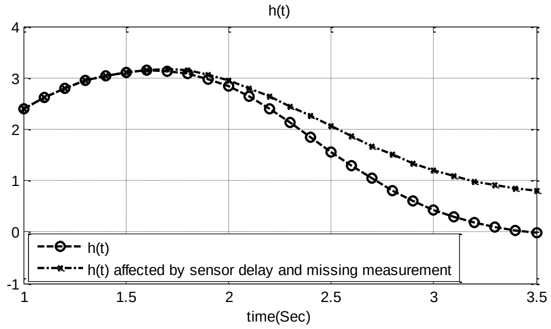
در شکل ۴ نمایی از نمودار فاصلهٔ موشک از خط دید هدف $h(t)$، تا زمان ۳/۵ ثانیه، که حسگر مکان‌یاب در حلقه هدایت موشک فعال است، نشان داده شده است. یکی از منحنی‌ها مربوط به شرایط ایده‌آل است که افت و تأخیر داده وجود ندارد، اما همان‌طور که دیده می‌شود، وقتی مشاهدات حسگر مکان‌یاب در معرض افت و تأخیر هستند، عملکرد حلقهٔ هدایت مخدوش شده است. این موضوع در نهایت می‌تواند سبب عدم اصابت موشک به هدف گردد. بنابراین طراحی فیلتری که بتواند از داده‌های افت و تأخیر یافته، متغیرهای حالت را با دقت مناسبی تخمین بزند دارای اهمیت است.

جدول ۲. الگوریتم فیلتر کالمن تطبیقی پیشنهادی

۰- سامانهٔ ۶ تا ۷ به‌صورت مدل افزونه در ۱۱ نوشته می‌شود.
۱- مقداردهی اولیه:
مقادیر $\hat{X}(0\|-1)$ و P_0 تعیین می‌گردد.
۲- محاسبه و مقایسه ماتریس‌های کوواریانس اینویشن
مقادیر واقعی و تئوری کوواریانس اینویشن در ۱۹ و ۳۵ محاسبه شده و مقایسه می‌گردد.
۳- تعیین ضریب تطبیقی S_k
اگر شرط ۳۸ برقرار باشد، S_k با استفاده از رابطهٔ ۳۷ تعیین می‌شود در غیر این‌صورت ۱ در نظر گرفته می‌شود.
۴- اجرای فیلتر تطبیقی
فیلتر ۱۴ تا ۲۲ با استفاده از پارامترهای تطبیقی $K_{ad}(k)$ در ۲۹، $L_{ad}(k)$ در ۳۴ و $Q_{\varepsilon-ad}(k)$ در ۲۷ اجرا می‌شود.



شکل ۳. $z(k)$ مقادیر واقعی و $y(k)$ اندازه‌گیری‌های افت و تأخیر یافته در سناریوی شبیه‌سازی

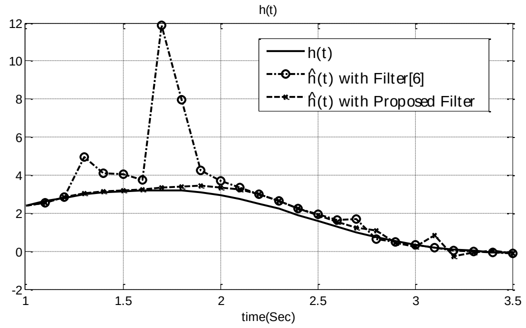


شکل ۴. عملکرد حلقه هدایت با وجود افت و تأخیر در اندازه‌گیری‌ها

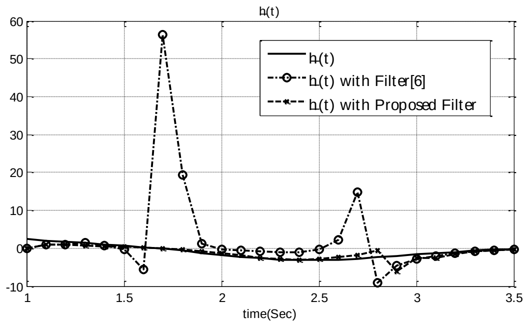
۵-۲. نمایش مقایسه‌ای عملکرد فیلتر پیشنهادی

در این مسئله مشخصات آماری مربوط به افت و تأخیر با دقیق قابل تعیین نیستند. فرض می‌شود که مقادیر واقعی مدل، یعنی $\alpha_0 = 0.9$، $\alpha_1 = 0.5$ و $\alpha_2 = 0.5$ به‌صورت $\hat{\alpha}_0 = 0.5$، $\hat{\alpha}_1 = 0.9$ و $\hat{\alpha}_2 = 0.5$ محاسبه شده است. لذا مشابه مسئلهٔ عملی، نامعینی در پارامترهای مدل وجود دارد. در این شرایط، فیلتر مرجع [۶] و فیلتر تطبیقی پیشنهادی برای تخمین حالت، شبیه‌سازی شده است. نتایج حاصل از این دو تخمینگر همراه با مقدار واقعی حالت، برای دو حالت مهم $h(t)$ و $\dot{h}(t)$، در شکل‌های ۵ و ۶ نشان داده شده است. با توجه به این منحنی‌ها مشخص است که وجود نامعینی در مدل سبب می‌شود که فیلتر مرجع [۶] تخمین نادرستی از حالت به‌دست دهد، در حالی‌که عملکرد به ازای فیلتر تطبیقی پیشنهادی تا حد زیادی بهبود یافته است. شکل‌ها با شبیه‌سازی‌های مونت کارلو با تکرار ۱۰۰ مرتبه تولید شده است. اگرچه به‌نظر می‌رسد میزان خطای تخمین فقط در زیربازه‌های محدودی زیاد است و در بیشتر مواقع، عملکرد

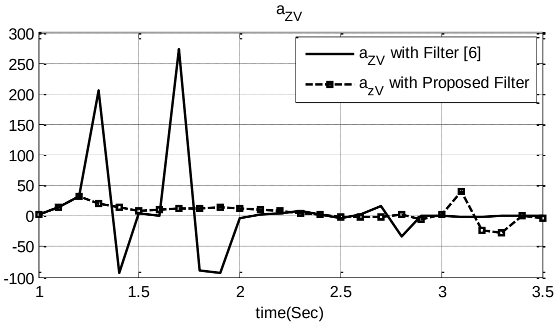
فیلتر مرجع [۶] و پیشنهادی تقریباً مشابه است، اما توجه به این نکته ضروری است که تأثیر این عدم دقت تخمین می‌تواند در حلقهٔ هدایت موشک به‌صورت فرمان‌های شتاب غیرقابل تحمل ظاهر شود و عملکرد کلی آن را مختل کند. این شرایط در شکل ۷ نشان داده شده است.



شکل ۵. تخمین $h(t)$ با استفاده از فیلتر مرجع [۶] و فیلتر تطبیقی پیشنهادی در شرایط وجود نامعینی در مشخصات آماری افت و تأخیر



شکل ۶. تخمین $\dot{h}(t)$ با استفاده از فیلتر مرجع [۶] و فیلتر تطبیقی پیشنهادی در شرایط وجود نامعینی در مشخصات آماری افت و تأخیر



شکل ۷. شتاب عرضی اعمال شده به موشک هنگام استفاده از فیلتر مرجع [۷] و فیلتر تطبیقی پیشنهادی در شرایط وجود نامعینی در مشخصات آماری افت و تأخیر

جدول ۳. میانگین مربعات خطا برای متغیرهای حالت $h(t)$ و $\dot{h}(t)$ در حضور نامعینی

فیلتر تطبیقی پیشنهادی	فیلتر [۶]	
۰/۶۰۶۲	۳۷/۴۲۸۰	MSE برای $h(t)$
۴/۱۶۸۷	۱۲۷۷/۵	MSE برای $\dot{h}(t)$

برای مقایسهٔ کمی نتایج فیلتر مرجع [۶] با فیلتر تطبیقی پیشنهادی، مقادیر میانگین مربعات خطا (MSE) برای حالت‌های $h(t)$ و $\dot{h}(t)$ در جدول ۳ ارائه شده است.

۶. نتیجه‌گیری

چون افت و تأخیر مشاهدات حسگرهای هدایت در مسئلهٔ هدایت خط دید موشک‌های پدافند هوایی بسیار اهمیت دارد. فیلتر تطبیقی برای جبران اثر افت و تأخیر در حسگر مکان‌یاب یک سامانهٔ پدافندی به‌کار برده شده است. چالش مهم مطرح در این مسئله، نامعینی پارامترهای مدل آماری افت و تأخیر است که با به‌کارگیری ضریب تطبیقی براساس مشخصات دنبالهٔ اینویشن در تنظیم پارامترهای فیلتر، تا حد زیادی جبران می‌شود. نتایج عملکرد موفق فیلتر تطبیقی را در مقایسه با روش رقیب به‌خوبی نشان می‌دهد. تخمین دقیق حالت سبب می‌شود که حلقهٔ هدایت با وجود افت و تأخیر در اندازه‌گیری‌های حسگر مکان‌یاب، به‌طور مطلوب عمل کند. ارزیابی میدانی روش پیشنهادی و تعمیم آن برای تخمین حالت با لحاظ آثار غیرخطی و در نظر گرفتن عوامل مزاحم پیچیده مانند کلاتر به‌عنوان مسیر کار آتی پیشنهاد می‌شود.

۷. مآخذ

[1] E. Mirzazadeh, *Route Analysis in Line of Sight Guidance Algorithm*, MS Thesis, Department of Electrical & Computer Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, 2010. (in Persian فارسی).

[2] S. H. Sajjadi, S. H. Jalali Naini, Second-Order optimal line-of-sight guidance for stationary targets, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 11, pp. 387-395, 2015 (in Persian فارسی)

[3] J. Holloway, M. Krstic, Predictor Observers for Proportional Navigation Systems Subjected to Seeker Delay, *IEEE Transactions On Control Systems Technology*, vol. 24, no. 6, 2016, pp. 2002-2015.

[4] X. Lihua, H. Zhang, *Control and estimation of systems with input/ output delays*, Springer Berlin Heidelberg, 2007.

[5] S. Sun, L. Xie, W. Xiao, N. Xia, Optimal Filtering for Systems with Multiple Packet Dropouts, *IEEE transactions on circuits and systems*—II, vol. 55, no. 7, 2008, pp. 695-699.

[6] S. Sun, Optimal Linear Filters for Discrete- time Systems with Randomly Delayed and Lost Measurements with/without Time Stamps, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 5, no. 7, 2013, pp. 1447-1466.

[7] Y. H. Yang, M. Y. Fu, H. S. Zhang, State Estimation Subject to Random Communication Delays, *Acta Automatica Sinica*, vol. 39, no. 3, 2013, pp. 237-243.

[8] S. Sun, Linear minimum variance estimators for systems with bounded random measurement delays and packet dropouts, *Signal* Processing, vol. 89, 2009, pp. 1457 –1466.

[9] M. Moayedi, Y. C. Soh, Y. K. Foo, Optimal Kalman Filtering with random sensor delays, packet dropouts and missing measurement, *American Control Conference*, 2009, pp. 3404-3410.

[10] H. Zhang, G. Feng, C. Han, Linear estimation for random delay systems, *Systems & Control, Letters*, vol. 60, 2011, pp. 450–459.

[11] D. Chen, L. Xu, J. Du, Optimal filtering for systems with finite-step autocorrelated process noises, random one-step sensor delay and missing measurements, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 32, 2016, pp. 211–224.

[12] B. Safarinejadian, M. Mazaffari, a new state estimation method for unit time-delay systems based on Kalman Filter, *21st Iranian Conference on Electrical Engineering*, 2013, pp. 1-5.

[13] S. Sun, G. Wang, Modeling and estimation for networked systems with multiple random transmission delays and packet losses, *Systems & Control Letters*, vol. 73, 2014, pp. 6–16.

[14] S. Sun, J. Ma, Linear estimation for networked control systems with random transmission delays and packet dropouts, *Information Sciences*, vol. 269, 2014, pp. 349–365.

[15] H. Rezaei, R. Mahboobi, M. H. Sedaghi, Improved Kalman filtering for systems with randomly delayed and lost measurements, *Circuits Systems and Signal Processing*, vol. 13, no. 7, 2014, pp. 2217-2236.

[16] I. Peñarrocha, R. Sanchis, P. Albertos, Estimation in multisensory networked systems with scarce measurements and time varying delays, *Systems and Control Letters*, vol. 61, no. 4, 2012, pp. 555–562.

[17] X., Guochang, *Sciences of Geodesy – I: Advances and Future Directions*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010.

[18] G. Chang, Kalman filter with both adaptivity and robustness, *Journal of Process* Control, vol. 24, 2014, pp. 81–87.

[19] M. Moayedi, Y. K. Foo, Y. C. Soh, Adaptive Kalman filtering in networked systems with random sensor delays, multiple packet dropouts and missing measurements, *IEEE Transactions on Signal* Processing, vol. 58, 2010, pp. 1577–1588.

[20] S. Chen, Y. Li, G. Qi, A. Sheng, Adaptive Kalman Estimation in target tracking mixed with random one step delays, stochastic bias measurement and missing measurements, *Discrete Dynamic in Nature and Society*, 2013, pp. 1-14.

[21] H. Wu, H. Ye, State estimation for networked systems: an extended IMM algorithm, *International Journal of Systems Science*, vol. 44, 2013, pp. 1274-1289.

[22] S. Torkamani, E. A. Butcher, Optimal estimation of parameters and states in stochastic time-varying systems with time delay, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 1, 2013, pp. 188–201.

[23] Y. Yang, Adaptively robust Kalman filters with applications in navigations, in *Sciences of Geodesy*, Berlin Heidelberg: Springer, 2010, pp. 49-82.

[24] A. Nikfetrat, R. Mahboobi Esfanjani, Adaptive Kalman Filtering for Systems Subject to Randomly Delayed and Lost Measurements, *Circuits Systems and Signal Processing*, 2017, In press.

[25] K., Karl-Rudolf, *Parameter estimation and hypothesis testing in linear model*, Newyork: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1999.

پی‌نوشت

1. network control system
2. innovation-based adaptive estimation (IAE)
3. innovation
4. multiple model adaptive estimation (MMAE)
5. adaptive fading Kalman filter (AFKF)
6. multiple filter
7. zero-order hold (ZOH)
8. moving window