

استخراج بازه زمانی کالیبراسیون سامانه‌های ناوبری اینرسی با استفاده از آنالیز مونت کارلو

ایوب عبدلی حسین آبادی^۱، محمدباقر منهج^۲، سید علی ظهیری پور^۳

۱ دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

۲ استاد، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

۳ استادیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه کاشان، کاشان، zahiri@alumni.iust.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۰/۲۷

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۶/۲۵

چکیده

مشخص کردن حداکثر زمان ممکن برای نگهداری سامانه‌های ناوبری اینرسی در انبار، پیش از کالیبراسیون مجدد، یکی از دغدغه‌های مهم در صنعت هوافضا محسوب می‌شود، زیرا افزایش این زمان کمک می‌کند تا بخش زیادی از هزینه‌های مربوط به حمل آن‌ها از انبار به آزمایشگاه کالیبراسیون و برگرداندن دوباره آن‌ها کاهش یابد. از طرفی کاهش زمان نگهداری آن‌ها در انبار نیز به دلیل آن‌که باعث تغییرات کمتر ضرایب کالیبراسیون می‌گردد، منجر به افزایش دقت ناوبری در هنگام نیاز به آن‌ها برای استفاده روی وسیله پروازی مد نظر خواهد شد. بنابراین، انتخاب مناسب این زمان ماندگاری برای ایجاد یک مصالحه، بین هزینه و میزان خطا یک امر ضروری و مهم خواهد بود. در این مقاله با انتخاب یک آنالیز حساسیت، موسوم به آنالیز مونت کارلو و با در اختیار داشتن اطلاعات مربوط به ضرایب کالیبراسیون ماهانه حسگرهای ناوبری در زمانی حدود یک الی دو سال، ضمن استخراج رابطه بین مدت زمان نگهداری سامانه ناوبری اینرسی در انبار و حداکثر عدم قطعیت خطا، بازه کالیبراسیون آن‌ها به صورت تحلیلی استخراج می‌شود.

واژگان کلیدی

آنالیز حساسیت، آنالیز مونت کارلو، دقت ناوبری، کالیبراسیون، سامانه ناوبری اینرسی

۱. مقدمه

قطعیت اندازه‌گیری و برآورده‌سازی الزامات دقتی، بازه‌های کالیبراسیون باید به گونه‌ای انتخاب شوند که وسیله اندازه‌گیری همواره در شرایط مورد تایید به کار گرفته شود [۱]. با این وجود، به دلیل اینکه فرایندهای کالیبراسیون معمولاً هزینه‌بر هستند، منطقی است که تعداد دفعات کالیبراسیون غیرضروری به حداقل

مشخصه‌های استاتیکی حسگرها، معمولاً در معرض تغییر قرار دارند و همین امر کالیبراسیون متناوب آن‌ها را ضروری می‌سازد. ارائه یک دوره تناوب صحیح برای کالیبراسیون حسگرها چه در سطح استاندارد اولیه و چه در سطوح صنعتی، یک موضوع حیاتی در اندازه‌گیری محسوب می‌شود. در حقیقت به منظور کاهش عدم

برسد، بدون آن که از شریط مورد تأیید فاصله بگیرد. با توجه به آن که تعیین و تنظیم بازه کالیبراسیون وسایل اندازه‌گیری، کاری آزمایشگاهی و پیچیده است، امروزه یافتن یک راه‌حل تحلیلی برای تنظیم بازه کالیبراسیون در صنعت به سختی یافت می‌شود [۲]. در دهه‌های اخیر روش‌هایی برای تخمین بازه زمانی بهینه کالیبراسیون استفاده شده‌اند که می‌توان آن‌ها را به دو دسته کلی طبقه‌بندی کرد [۳] و [۴]: تکنیک‌های مبتنی بر مدل‌های ریاضی و تکنیک‌های وابسته به اطلاعات آماری تست‌های عملی روش‌های دسته اول احتیاج به جمع‌آوری و مدیریت مقادیر زیادی داده دارند به گونه‌ای یک مدل مطمئن برای توصیف رفتار دسته در نظر گرفته شده حسگرها ارائه دهند. دسته دوم مبتنی بر تنظیم بازه‌های کالیبراسیون به صورت تابعی از نتایج کالیبراسیون‌های گذشته هستند [۴]. روش‌های مدل‌مبنا، نتایج بسیار خوبی دارند، اما عموماً در سطح آزمایشگاهی استفاده می‌شوند. از طرف دیگر تکنیک‌های بر مبنای اطلاعات آماری که به واسطه ماهیت تکراری خود الگوریتمی هستند، به دلیل کاربرد آسانشان به طور خاص برای استفاده در صنعت مناسب‌تر هستند. متأسفانه، این روش‌ها اغلب به پاسخ‌های زیربهینه^۱ منجر می‌شوند.

سیستم ناوبری اینرسی مورد استفاده در این مقاله، برای استفاده در سامانه‌های عمودپرتاب مانند ماهواره‌ها توسعه داده شده است. سامانه مورد نظر صرفاً چند حسگر ناوبری اینرسی نیست، بلکه علاوه بر سه حسگر شتاب سنج، جهت اندازه‌گیری شتاب خطی و سه حسگر ژيروسکوپ برای اندازه‌گیری سرعت زاویه‌ای در دستگاه بدنی وسیله پرنده، دارای مدارات جانبی الکترونیکی و زیر سامانه پردازنده مرکزی جهت حل معادلات ناوبری است. شتاب‌سنج‌های مورد استفاده در این سامانه، از نوع الکترومکانیکی پاندولی و ژيروسکوپ‌ها از نوع فیبر نوری (FOG) می‌باشند که در سه جهت محور دستگاه بدنی قرار گرفته‌اند. زیرسیستم نمونه‌برداری پالسی نیز برای تبدیل سیگنال آنالوگ خروجی سنسورها به سیگنال دیجیتال در آن تعبیه شده است. بر اساس اطلاعات موجود، بازه کالیبراسیون این سامانه، به صورت تجربی و حدود یک سال انتخاب می‌شود که دو چالش اساسی را به ذهن متبادر می‌سازد: اولاً به جهت عدم وجود یک روش تحلیلی در این انتخاب، هیچ ضمانتی برای به دست آمدن نتیجه و دقت مورد انتظار در مواقع حساس وجود ندارد و ثانیاً ممکن است امکان اصلاح این بازه زمانی به بازه‌های زمانی بزرگتر، بدون

خروج از محدوده خطای مورد نظر وجود داشته باشد، که به جهت عدم استفاده از یک روش تحلیلی، چه بسا متحمل هزینه‌های سنگین‌تری در حمل و نقل و فرایند کالیبراسیون این سامانه هستیم که در صورت استفاده از یک روش هدفمند و تحلیلی، می‌توانیم مانع از آن شویم.

۲. مرور اجمالی روش‌ها، خال‌ها و محدودیت‌ها

چهار روش مهم که در گذشته برای تعیین بازه زمانی بهینه کالیبراسیون سنسورهای مختلف استفاده شده‌اند، عبارتند از الگوریتم پارامتری، روش پاسخ ساده یا به اختصار SRM^۲ روش تست بازه یا به اختصار ITM^۳ و روش پاسخ ساده اصلاح شده یا به اختصار MSRM^۴. روش اول با استفاده از یک مجموعه داده و یک مدل قابل اطمینان از مشخصه سنسور انجام می‌شود و سه روش دیگر، تعیین بازه کالیبراسیون را با استفاده از نتایج کالیبراسیون دوره قبلی انجام می‌دهند.

الگوریتم پارامتری:

این الگوریتم در [۵] در مورد یک ساعت اتمی استفاده شده است. نویزی که باعث یک انحراف زمانی در این ساعت می‌شود به صورت قابل قبولی با استفاده از فرایند واینر مدل‌سازی می‌شود که پارامترهای اصلی آن μ و ضریب پراکندگی σ می‌باشند که مستقیماً روی تعیین بازه کالیبراسیون تأثیرگذارند. یک پروسه واینر استاندارد $W(t)$ به صورت یک پروسه مارکوف با بازه‌های زمانی مستقل تعریف می‌شود. $W(t)$ دارای توزیع گوسی با میانگین صفر و واریانس یک است.

$$Cov(W(t) - W(s), W(s)) = 0 \quad (۱)$$

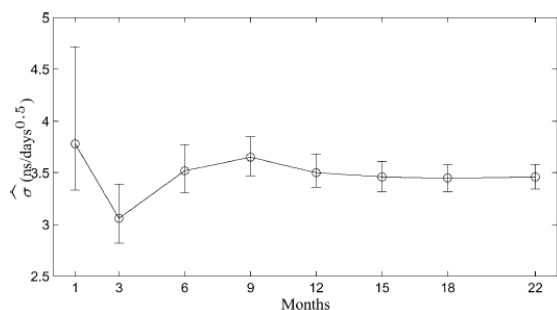
که در آن $s < t$. پروسه واینر در حالت کلی، پاسخ معادله دیفرانسیل تصادفی زیر است:

$$dX(t) = \mu dt + \sigma dW(t) \quad (۲)$$

که در آن μ ضریب دریافت و σ ضریب پراکندگی است و شرایط اولیه عبارت است از: $X(0) = 0$. مشتق فرایند واینر، نویز سفید است. معادله فوق، یک معادله دیفرانسیل تصادفی خطی صریح است. در این شرایط، یافتن یک جواب به فرم بسته با استفاده از انتگرال تصادفی Ito به صورت زیر امکان‌پذیر است:

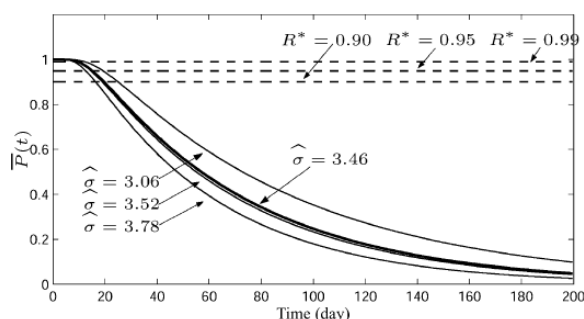
$$X(t) = x_0 + \mu t + \sigma W(t) \quad (۳)$$

در این مدل، کمیت $X(t)$ آفست ساعت اتمی و x_0 شرایط اولیه را نمایش می‌دهد. به دلیل اینکه نویز غالب در ساعت اتمی،



شکل ۱. مقادیر تخمینی برای $\hat{\sigma}$ [۵]

شکل زیر رفتار $\bar{P}(t)$ را به ازای $k = 30 \text{ ns}$ برای چهار مقدار σ تخمینی از شکل ۱ نمایش می‌دهد.



شکل ۲. رفتار $\bar{P}(t)$ برای چهار مقدار تخمینی σ [۵]

با استفاده از خطوط مرتبط با سطوح اعتماد ۹۰ درصد، ۹۵ درصد و ۹۹ درصد، بازه‌های کالیبراسیون بهینه استخراج شده‌اند. جدول زیر، طول این بازه‌ها را برای محدوده خطای ۳۰ نانوثانیه گزارش می‌دهد. این نتایج نشان می‌دهند که تخمین بازه کالیبراسیون با بکارگیری بازه‌های سه تا شش ماهه داده‌ها، از دقت کافی برخوردار هستند.

جدول ۱. نتایج تخمین بازه‌های کالیبراسیون با الگوریتم پارامتری [۵]

Months	$\hat{\sigma}$	Calibration interval (days)		
		$R^* = 90\%$	$R^* = 95\%$	$R^* = 99\%$
1	3.78	16.1	12.5	7.4
3	3.06	24.9	19.1	12.2
6	3.52	18.9	14.4	9.2
9	3.65	17.3	13.4	8.5
12	3.5	18.9	14.6	9.3
15	3.46	19.3	14.9	9.5
18	3.45	19.6	15	9.6
22	3.46	19.3	14.9	9.5

الگوریتم‌های غیر پارامتری:

روش پاسخ ساده:

نویز سفید است، انتگرال‌گیری از نویز سفید منجر به ایجاد فرایند واینر در مدل فوق می‌گردد. برای دستیابی به کمترین مجموعه داده‌هایی که دقت مورد نیاز برای تخمین بازه کالیبراسیون را می‌دهند، پارامتر پروسه با افزایش داده‌های مرتبط با بازه‌های مشاهده طولانی‌تر، به صورت تکراری ارزیابی شده است و فرض شده است که دو ساعت در لحظه $t = 0$ کالیبره شوند. برای ارزیابی اثرات عدم قطعیت روی تخمین σ ، دریافت μ از داده‌های موجود حذف شده است. تمام بازه مشاهدات به تعدادی زیربازه تقسیم شده است که زمان مرجع اولیه یکسانی داشته و طول زمان افزایشی آن‌ها به ترتیب، یک، سه، شش، نه، دوازده، پانزده، هیجده و بیست و دو ماه است. بنابراین، ضریب پراکندگی در انتهای هر بازه زمانی از طریق ارزیابی ریشه دوم آلن واریانس به صورت زیر [۶] تخمین زده شده است:

$$\hat{\sigma}(t) = \sqrt{t} \hat{\sigma}_y(t) \left(\frac{ns}{\sqrt{day}} \right) \quad (4)$$

که در آن $\hat{\sigma}_y(t)$ انحراف آلن بوده و تعریف آن به اختصار در ادامه یادآوری شده است. اگر ما τ را به عنوان بازه نامی بین اندازه‌گیری‌های آفست زمانی در نظر بگیریم، فرکانس کسری متوسط برای هر بازه اندازه‌گیری به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{y}_i^\tau = \frac{X(t+\tau) - X(t)}{\tau} \quad (5)$$

با انتخاب $\Delta \bar{y}_i^\tau = \bar{y}_i^\tau - \bar{y}_{i-1}^\tau$ می‌توان واریانس آلن را به صورت زیر تعریف کرد:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} E[\Delta \bar{y}^\tau] \quad (6)$$

که در آن E اپراتور میانگین‌گیری است. برای یک مجموعه داده متناهی $M + 1$ مقدار برای آفست x آلن واریانس با رابطه زیر تخمین زده می‌شود:

$$\hat{\sigma}_y^2(\tau) = \frac{1}{2\tau^2(M-1)} \sum_{i=1}^{M-1} (X(t+2\tau) - 2X(t+\tau) + X(t))^2 \quad (7)$$

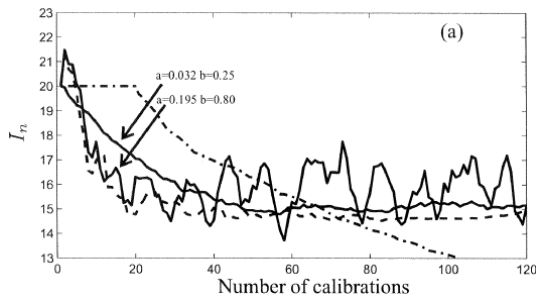
شکل ۱، مقادیر تخمین زده شده برای $\hat{\sigma}_t$ (دوایر) را در هر زیربازه به همراه بازه اطمینان در یک سطح ۶۸ درصد نمایش می‌دهد و اثبات می‌کند که تخمین‌های σ به یک مقدار ثابت همگرا می‌شود. $\bar{P}(t)$ احتمال آن است که بعد از همزمان‌سازی، خطای ساعت در بازه $[-k, k]$ باقی بماند که از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۷]:

$$\bar{P}(t) = \int_{-k}^k \bar{p}(c, t) dc = \int_{-k}^k \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(e^{\frac{4nk\mu}{\sigma^2}} p(4nk + c; t) - e^{\frac{2(3nk-c)}{\sigma^2}} p(4nk + 2k - c; t) \right) dc \quad (8)$$

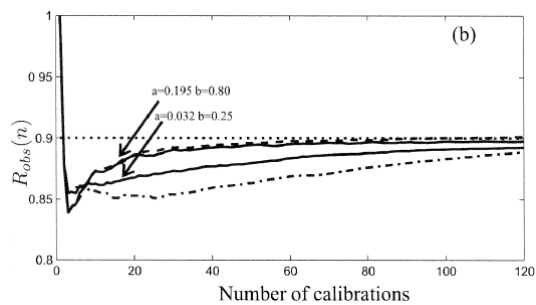
$$Pr \left\{ R_{obs}(n) \leq \frac{h}{n} \right\} \\ \triangleq \sum_{i=0}^h \frac{n!}{i!(n-i)!} R_U^i (1 - R_U)^{n-i} = \frac{\alpha}{2} \quad (12)$$

$$Pr \left\{ R_{obs}(n) \geq \frac{h}{n} \right\} \\ \triangleq \sum_{i=0}^h \frac{n!}{i!(n-i)!} R_L^i (1 - R_L)^{n-i} = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

که در آن، h تعداد وقایع مجاز بعد از n آزمایش است.



شکل ۳. بازه زمانی کالیبراسیون با ۱۰۰ نمونه داده [۵]



شکل ۴. قابلیت اطمینان مشاهده شده با ۱۰۰ نمونه داده [۵]

منحنی خطچین-نقطه در شکل ۴، نتایج به دست آمده با استفاده از روش ITM را نمایش می‌دهد که در آن، $\alpha = 5\%$ ، $a = 0.005$ و $b = 0.1$ و قابلیت اطمینان نهایی و شرایط اولیه، مشابه روش SRM انتخاب شده‌اند. این شکل نشان می‌دهد که روش ITM احتیاج به تعداد دفعات بالایی برای کالیبراسیون دارد تا بتواند قابلیت اطمینان مورد نظر را تأمین کند و به بیان دیگر زمان گذرای منحنی قابلیت اطمینان آن، طولانی‌تر از روش SRM است که خود به معنای کمتر بودن بازدهی این روش نسبت به SRM است. در توضیح علت این موضوع باید گفت که هر بار که کالیبراسیون صورت می‌گیرد، اندیس n یک واحد افزایش می‌یابد و اندیس g نیز ممکن است یک واحد افزایش یابد. به دلیل اینکه این دو مقدار نزدیک هم هستند بازه‌های $[R_L, R_U]$ نیز مشابه باقی خواهند ماند و چون R^* خارج از این باند قرار می‌گیرد، نتیجه کار، کاهش یا افزایش بازه کالیبراسیون است.

روش پاسخ ساده یا به اختصار SRM بیان می‌دارد که اگر نتایج اندازه‌گیری در محدوده مجاز قرار داشته باشند بازه کالیبراسیون با استفاده از پارامتر $a > 0$ افزایش یابد و در غیر این صورت با استفاده از پارامتر $b > 0$ کاهش یابد. رابطه محاسبه بازه کالیبراسیون با استفاده از این روش به صورت زیر است:

$$I_{n+1} = I_n(a + 1)y_n + I_n(1 - b)\bar{y}_n \quad (9)$$

که در آن I_n بازه زمانی n ام کالیبراسیون و y_n یک متغیر بولی است و زمانی که خروجی سنسور در پایان بازه کالیبراسیون، در محدود مجاز قرار دارد یک و در غیر این صورت برابر صفر است:

$$y_n + \bar{y}_n = 1 \quad (10)$$

اگر g را تعداد وقایع مجاز بعد از n بار کالیبراسیون در نظر بگیریم، متغیر اطمینان مشاهده شده برابر است با $R_{obs} = g/n$. بعد از گذشت یک زمان گذرا، متغیر اطمینان، به یک مقدارمجانبی ثابت R^* می‌رسد. R^* مستقل از بازه کالیبراسیون اولیه انتخاب شده یعنی (I_0) است، اما به پارامترهای a و b به صورت زیر وابسته است [۸]:

$$R^* = \frac{\log(1-b)}{\log\left(\frac{1-b}{1-a}\right)} \quad (11)$$

شکل ۳ و شکل ۴ با خطوط توپر رفتار بازه زمانی کالیبراسیون و قابلیت اطمینان مشاهده شده را که برای ۱۰۰ نمونه داده با پردازش اطلاعات ساعت اتمی به دست آمده است، با به کارگیری روش SRM با اطمینان هدف ۹۰ درصد و بازه اولیه ۲۰ روزه نمایش می‌دهد. دو خط توپر، اشاره به مقادیر مختلف برای پارامترهای a و b دارند. البته دو مقدار در هر دو حالت به نحوی انتخاب شده‌اند که اطمینان مورد نظر را برآورده می‌کنند. این شکل‌ها نشان می‌دهند که افزایش پارامتر b انحراف معیار بالاتری برای منحنی بازه کالیبراسیون ایجاد می‌کند، ولی در عوض منحنی اطمینان مشاهده شده سریعتر به مقدار نهایی خود می‌رسد. روش تست بازه (ITM):

روش تست بازه از بیش از یک خروجی، برای تصمیم‌گیری استفاده می‌کند. فرض کنید R^* و α به عنوان سطح اعتماد داده شده باشند. در هر بار کالیبراسیون دو اتفاق ممکن است رخ دهد: یک اینکه خروجی پردازش شده سنسور در محدوده مجاز باشد و دیگر اینکه نباشد. حال اگر R^* در خارج از باند $[R_L, R_U]$ که خود از روابط زیر محاسبه می‌شوند قرار گیرد، بازه کالیبراسیون تغییر داده شده و کوتاه یا بلند می‌شود و در غیر این صورت ثابت می‌ماند.

حساسیت، موسوم به آنالیز مونت کارلو بدون آن که احتیاج به مدل سازی آفست وجود داشته باشد و با در اختیار داشتن اطلاعات مربوط به ضرایب کالیبراسیون ماهانه سنسورهای ناوبری در زمانی حدود یک الی دو سال، بازه کالیبراسون سامانه های ناوبری اینرسی به صورت تحلیلی استخراج می شود.

۳. معرفی مختصر الگوریتم ناوبری

این الگوریتم مجموعه محاسباتی است که با استفاده از خروجی شتابسنج ها و ژایروها، موقعیت و وضعیت جسم پرنده را در دستگاه مطلوب، محاسبه می کند. به طور کلی، این الگوریتم را می توان به چند بخش اصلی تقسیم کرد که عبارتند از:

۱. برنامه *coarse align* که از طریق آن ماتریس کسینوس های هادی برای تبدیل دستگاه مختصات بدنی به جغرافیایی، در زمان اولیه محاسبه می شود.
۲. برنامه *Fine align* که از طریق آن دقت ماتریس تبدیل محاسبه شده در بخش قبل، با روش های مختلف بالاتر می رود.
۳. تعیین موقعیت و وضعیت با استفاده از قوانین مربوط به حرکت خطی و دورانی.

۴. آشنایی با آنالیز مونت کارلو و نحوه پیاده سازی

شبیه سازی عبارت است از ایجاد محیط ساختگی و استفاده از یک مدل نظری، برای تخمین رفتار یک سامانه یا سیستم موجود در جهان واقعی. محیط ساختگی یا مصنوعی، فضایی معادل حقیقی یا مجازی است که در آن تحلیل گیر تلاش می کند تا سامانه واقع در جهان حقیقی را الگوبندی کند.

بسته به این که از شبیه سازی چه هدفی دنبال می شود و چه محدودیت هایی در به کارگیری آن وجود دارد، می توان چهار نوع شبیه سازی را از یکدیگر تفکیک کرد که در کارهای تجربی به طور منفرد یا جمعی مورد استفاده قرار می گیرد:

۱. شبیه سازی مولد (نمونه سازی)
۲. شبیه سازی تحلیلی یا تکنیکی
۳. شبیه سازی راهبردی یا پیگردی
۴. شبیه سازی ذهنی یا شهودی

روش مورد استفاده در این مقاله، تلفیقی از روش های شبیه سازی نوع اول و دوم است. در حقیقت با استفاده از آنالیز مونت کارلو که در ادامه به تفصیل در مورد آن بحث می شود، از

نتایج نشان می دهند که همگرایی پاسخ I_n احتیاج به حدود ۵۰۰ بار کالیبراسیون دارد و لذا در عمل با توجه به زمان بر بودن الگوریتم، غیر قابل پیاده سازی است.

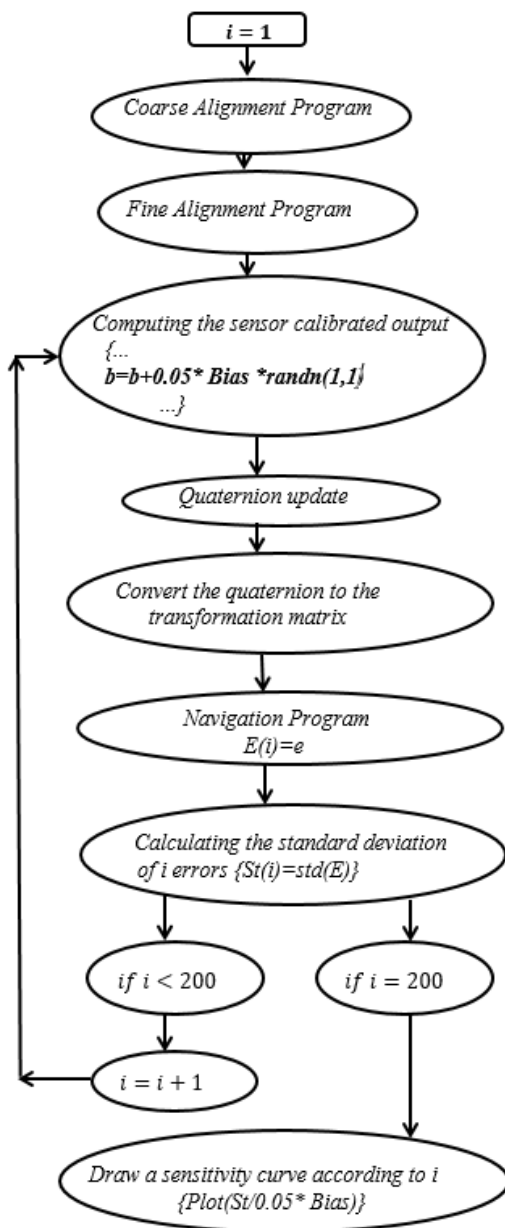
روش پاسخ ساده اصلاح شده (MSRM)

به منظور بهبود پاسخ گذرای منحنی قابلیت اطمینان و در عین حال کاهش واریانس بازه کالیبراسیون تخمین زده شده، تغییراتی در روش SRM ایجاد شده است. با توجه به آن که افزایش b زمان گذرای $R_{obs}(n)$ را کاهش می دهد و در عوض واریانس بازه کالیبراسیون را افزایش می دهد، روش MSRSM، مکانیزم تغییر بازه را با استفاده از پارامترهای a و b متغیر، پیشنهاد می دهد. به این ترتیب که در کالیبراسیون های اولیه برای دستیابی سریع به قابلیت اطمینان مورد نظر، مقدار b بزرگ انتخاب می شود و بعد از آن، به منظور کاهش واریانس بازه کالیبراسیون تخمینی، مقدار آن کاهش داده می شود. لازم به یادآوری است که برای هر مقدار b ، مقدار a مربوطه به منظور تأمین اطمینان مورد نظر محاسبه می شود. منحنی خط چین در شکل (۴)، با پیاده سازی روش MSRSM به دست آمده است. در این روش مقدار b از 0.8 به 0.2 کاهش داده شده است و a برای برآورده شدن $R^* = 90\%$ محاسبه شده است.

روش های ارائه شده هر یک نقاط ضعفی دارند که به مهم ترین آن ها در اینجا اشاره می کنیم. روش های پارامتری مانند آنچه توضیح داده شد، احتیاج به یک مدل از رفتار آفست سنسور دارند و با توجه به تصادفی بودن رفتار آفست، احتیاج به یک مدل تصادفی احساس می شود. طبیعی است که پیدا کردن یک مدل ریاضی تصادفی دقیق برای استخراج بازه کالیبراسیون سنسورها کار ساده ای نیست و لذا می توان گفت مهم ترین عیب روش های پارامتری، بر مبنای مدل بودن آن هاست. روش های غیر پارامتری اشاره شده، اگرچه به مدل آفست سنسور احتیاج ندارند، اولاً احتیاج به انتخاب پارامترهایی دارند که به شدت سرعت پاسخ را تحت تأثیر قرار می دهند و انتخاب مناسب آن ها کار ساده ای نیست و ثانیاً با توجه به آن که بازه کالیبراسیون سنسورهای ناوبری حدود ۱ الی ۲ سال برآورد می شود و فرایند تعیین بازه کالیبراسیون در این روش ها نیازمند چندین کالیبراسیون است، در عمل نمی توان از آن ها برای سنسورهای ناوبری استفاده کرد، زیرا در این صورت، شاید تا رسیدن به نتیجه، چند ده سال زمان احتیاج باشد. برای رفع مشکلات اشاره شده، در این مقاله، با انتخاب یک آنالیز

۵. استخراج حساسیت خطای ناوبری به تغییرات ضرایب کالیبراسیون

در این بخش، ابتدا حساسیت خطای ناوبری به تغییرات ضرایب کالیبراسیون به صورت تابعی از میزان عدم قطعیت ضرایب کالیبراسیون، استخراج شده و نمودارهای مربوطه نمایش داده خواهند شد. هدف آن است که مشخص شود آیا با تغییر یک سیگمای ضریب کالیبراسیون، حساسیت خطای ناوبری، تغییر می‌کند یا ثابت می‌ماند؟ در صورت تغییر، این رابطه خطی است یا غیر خطی؟



شکل ۵. فلوچارت بخش‌های اصلی اجرای آنالیز مونت کارلو

طریق نمونه‌سازی تلاش می‌شود تا حساسیت خطای ناوبری به تغییرات ضرایب کالیبراسیون سنسورهای مختلف مورد استفاده در سامانه‌های ناوبری اینرسی استخراج شده و از آن در جهت تخمین و اصلاح زمان ماندگاری این سامانه در انبار استفاده شود.

برای انجام آنالیز مونت کارلو به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

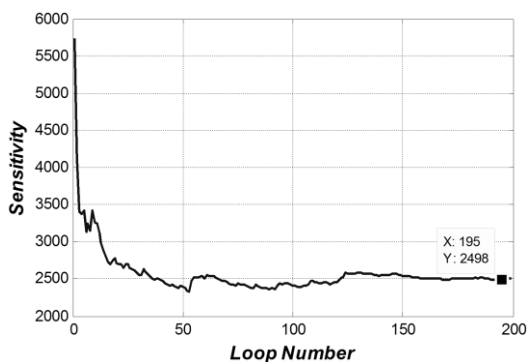
۱) با توجه به آن که قصد داریم حساسیت خطای ناوبری را به ضرایب کالیبراسیون به دست آوریم، ابتدا باید یک سیگما (عدم قطعیت) ضریب کالیبراسیون را انتخاب کنیم. در بخش بعد، نشان داده می‌شود که مقدار این عدد در نتیجه‌گیری کلی تأثیری نخواهد داشت. لذا مقدار آن را به دلخواه، ۵ درصد ضریب کالیبراسیون و میانگین این متغیر تصادفی را نیز برابر با مقدار ضریب کالیبراسیون فعلی انتخاب می‌کنیم.

۲) حال، برنامه ناوبری را $n = 200$ بار تکرار می‌کنیم. در هر بار تکرار، ضریب کالیبراسیون مربوطه به صورت یک متغیر تصادفی با میانگین خروجی برنامه کالیبراسیون و یک سیگمای ۵ درصد ضریب کالیبراسیون، تولید شده و در برنامه ناوبری استفاده می‌شود. به این ترتیب در هر مرحله، خطای ناوبری متفاوتی تولید خواهد شد. در پایان حلقه دوم ناوبری، انحراف معیار دو خطای حاصل شده و در پایان حلقه سوم ناوبری، انحراف معیار سه خطای حاصل شده ثبت می‌شود و این کار ادامه می‌یابد تا در پایان حلقه دویستم ناوبری، انحراف معیار ۲۰۰ خطای حاصل شده ثبت می‌گردد.

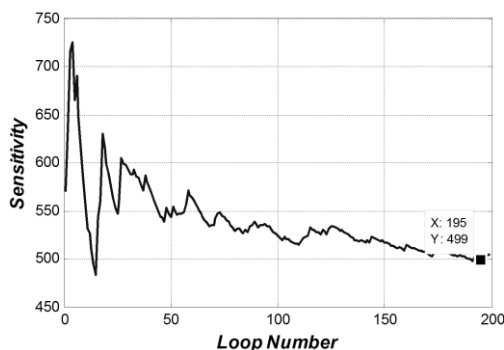
۳) برای رسم نمودار حساسیت، انحراف معیار خطای حاصل شده در هر حلقه، به انحراف معیار ضریب کالیبراسیون تقسیم می‌گردد. بدیهی است نتیجه‌ای که از این تقسیم به دست می‌آید در هر حلقه ناوبری متفاوت است، اما بر اساس تحلیل مونت کارلو، این عدد با تکرارهای زیاد الگوریتم، سرانجام همگرا می‌گردد و از آن به بعد تغییر چندانی نخواهد داشت. این عدد تقریباً ثابت، همان حساسیت خطای ناوبری به تغییرات ضریب کالیبراسیون خواهد بود که در مباحث مهمی همچون انتخاب سامانه ناوبری، مسیر پهنه برای فرایند کالیبراسیون و تعیین زمان ماندگاری کاربرد دارد.

فلوچارت بخش‌های اصلی اجرای آنالیز مونت کارلو روی برنامه ناوبری که در بالا توضیح داده شد، در ادامه نمایش داده شده است. این فلوچارت مربوط به محاسبه و رسم حساسیت خطای ناوبری نسبت به بایاس یک سنسور است.

پرهیز از زیادہ نویسی، صرفاً منحنی‌های حساسیت مربوط به بایاس شتاب‌سنج و ژيروسکوپ محور x محاسبه و رسم می‌شوند. در شکل‌های (۶) و (۷) نمودار حساسیت خطای موقعیت به بایاس شتاب‌سنج x به ترتیب با انحراف معیارهای ۵ و ۲۰ درصد، برای ناوبری به مدت ۶۰ ثانیه رسم شده‌اند. شکل‌های (۸) و (۹)، نمودار حساسیت خطا را به بایاس ژيروسکوپ x به ترتیب با انحراف معیارهای ۵ و ۲۰ درصد، برای ناوبری به مدت ۶۰ ثانیه نمایش می‌دهد.



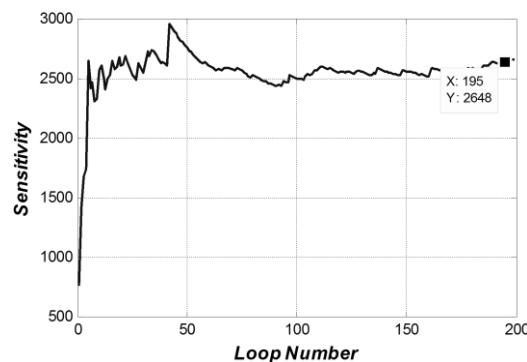
شکل ۷. حساسیت خطای موقعیت به بایاس شتاب‌سنج x با انحراف معیار ۲۰ درصد



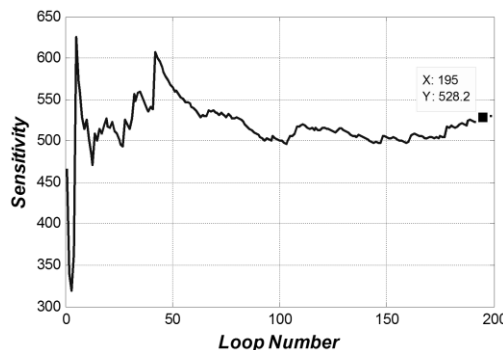
شکل ۹. حساسیت خطای موقعیت به بایاس ژيروسکوپ x با انحراف معیار ۲۰ درصد

طبیعتاً بهترین حالت آن است که حساسیت خطای ناوبری مستقل از عدم قطعیت ضریب کالیبراسیون باشد، چرا که در این صورت با داشتن یک سیگمای ضرایب کالیبراسیون و حساسیت خطای ناوبری نسبت به آن، قادر خواهیم بود به سادگی، عدم قطعیت تولید شده در خطای ناوبری را تخمین بزنیم.

برای تحقق هدف این بخش، انحراف معیار ضرایب کالیبراسیون، یک بار، ۵ درصد و یک بار، ۲۰ درصد انتخاب خواهد شد تا اثر تغییر عدم قطعیت، روی حساسیت ظاهر گردد. برای



شکل ۶. حساسیت خطای موقعیت به بایاس شتاب‌سنج x با انحراف معیار ۵ درصد



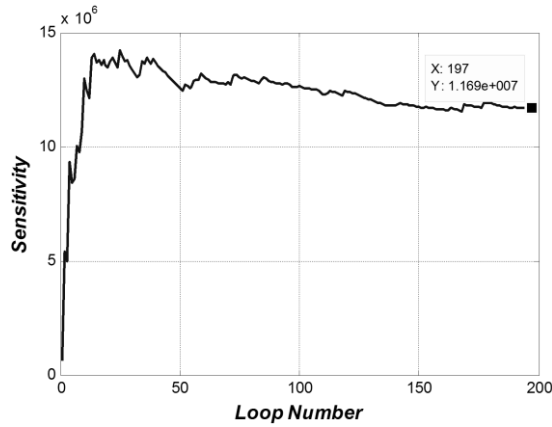
شکل ۸. حساسیت خطای موقعیت به بایاس ژيروسکوپ x با انحراف معیار ۵ درصد

عدم قطعیت ضرایب کالیبراسیون (۵ درصد ضریب کالیبراسیون)، منحنی‌های حساسیت مربوط به بایاس‌ها و فاکتورهای مقیاس سه شتاب‌سنج و سه ژيروسکوپ سامانه ناوبری اینرسی نمونه را استخراج می‌کنیم. تذکر: نمودارهای حساسیت خطای ناوبری به عدم قطعیت ضرایب کالیبراسیون، برای ناوبری در حدود ۴ دقیقه، استخراج شده است.

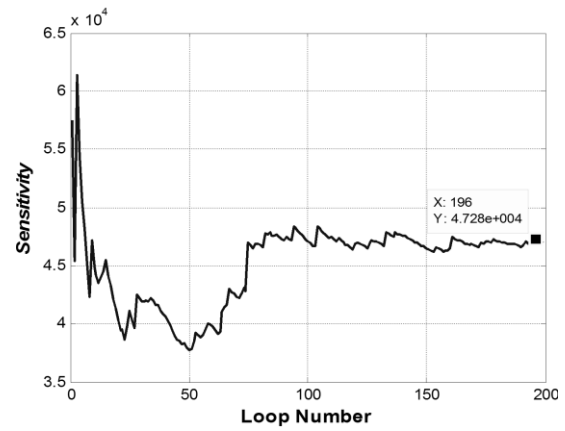
شکل‌های (۱۰) تا (۲۱) به ترتیب مرتبط با بایاس و فاکتور مقیاس شتاب‌سنج x ، شتاب‌سنج y ، شتاب‌سنج z ، ژيروسکوپ x ، ژيروسکوپ y و ژيروسکوپ z می‌باشد.

همان‌طور که نتایج حاصل از نمودارهای فوق نشان می‌دهد با وجود آن‌که انحراف معیار ضرایب کالیبراسیون را ۴ برابر کرده‌ایم، حساسیت، تغییر قابل ملاحظه‌ای ندارد و می‌توان این‌طور نتیجه گرفت که حساسیت خطای ناوبری به تغییر ضرایب کالیبراسیون، مستقل از میزان عدم قطعیت ضرایب کالیبراسیون است.

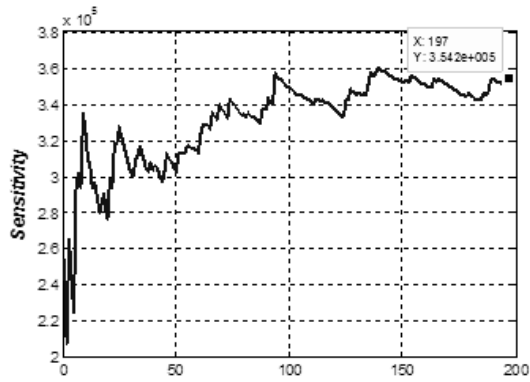
با توجه به آن‌که مشخص شد که حساسیت خطای ناوبری به تغییر ضرایب کالیبراسیون، مستقل از میزان عدم قطعیت ضرایب کالیبراسیون است، در این بخش با انتخاب یک مقدار دلخواه برای



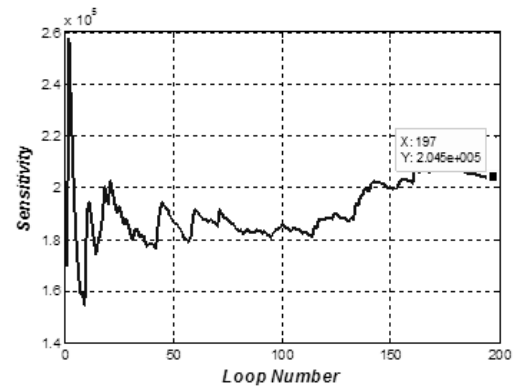
شکل ۱۱. حساسیت خطای موقعیت به فاکتور مقیاس شتاب سنج x



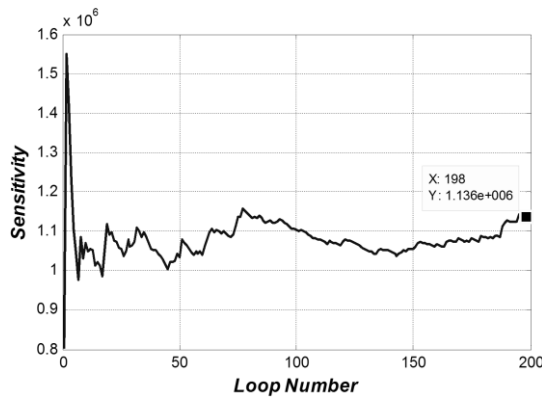
شکل ۱۰. حساسیت خطای موقعیت به بایاس شتاب سنج x



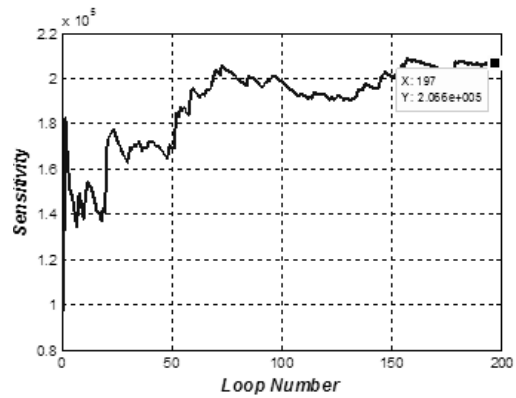
شکل ۱۳. حساسیت خطای موقعیت به فاکتور مقیاس شتاب سنج y



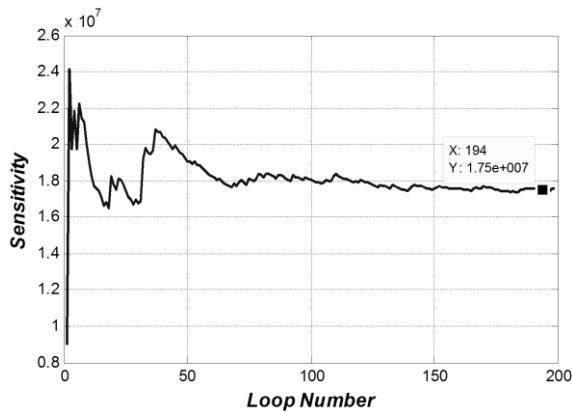
شکل ۱۲. حساسیت خطای موقعیت به بایاس شتاب سنج y



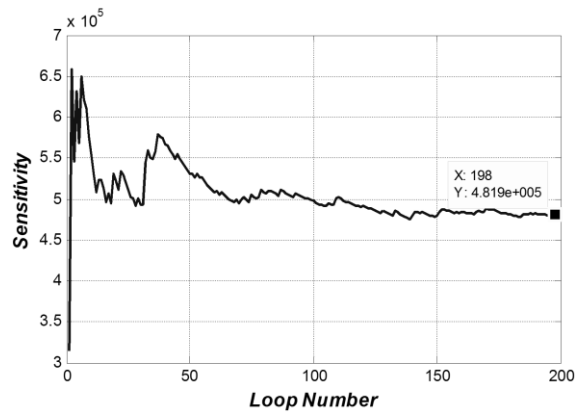
شکل ۱۵. حساسیت خطای موقعیت به فاکتور مقیاس شتاب سنج z



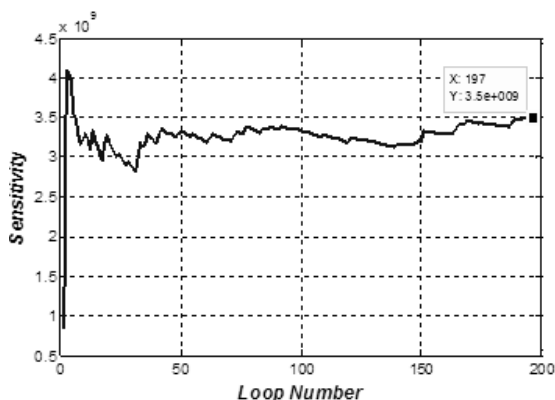
شکل ۱۴. حساسیت خطای موقعیت به بایاس شتاب سنج z



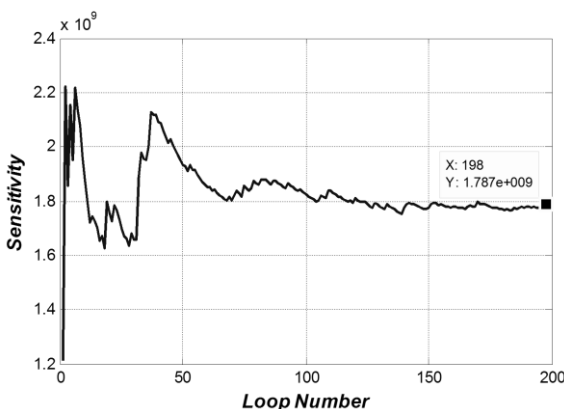
شکل ۱۷. حساسیت خطای موقعیت به فاکتور مقیاس ژيروسکوپ x



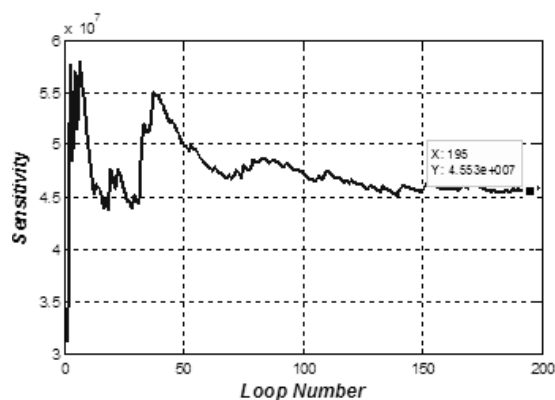
شکل ۱۶. حساسیت خطای موقعیت به بایاس ژيروسکوپ x



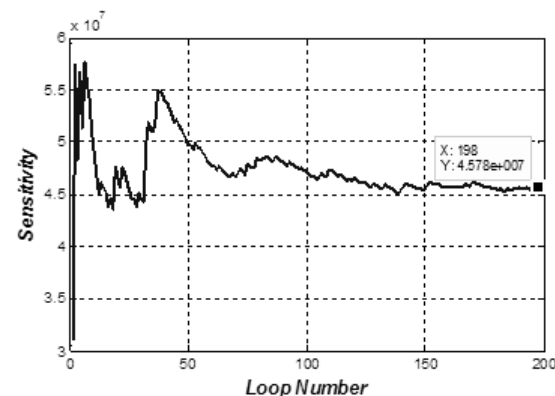
شکل ۱۹. حساسیت خطای موقعیت به فاکتور مقیاس ژيروسکوپ y



شکل ۲۱. حساسیت خطای موقعیت به فاکتور مقیاس ژيروسکوپ z



شکل ۱۸. حساسیت خطای موقعیت به بایاس ژيروسکوپ y



شکل ۲۰. حساسیت خطای موقعیت به بایاس ژيروسکوپ z

$$y = \frac{(0.067x^2 + 0.033x + 4 \times 10^{-15}) \times b \times s_b}{E} \quad (13)$$

که در آن b مقدار فعلی بایاس، s_b حساسیت خطای ناوبری به تغییر بایاس و E خطای ناوبری فعلی است.

به عنوان مثال برای شتابسنج محور x داریم:

$$b = 2.98 \times 10^{-4}, s_b = 4.72 \times 10^4, E = 11.2$$

و همین‌طور در مورد فاکتور مقیاس:

$$y = \frac{(0.0067x^2 + 0.0033x + 4 \times 10^{-16}) \times SF \times s_{SF}}{E} \quad (14)$$

که در آن SF مقدار فعلی فاکتور مقیاس و s_{SF} حساسیت خطای ناوبری به تغییر فاکتور مقیاس است.

به عنوان مثال برای ژيروسکوپ محور x داریم:

$$SF = 2.58 \times 10^{-6}, s_{SF} = 4.81 \times 10^5, E = 11.2$$

نتایج ناوبری برای زمان‌های ناوبری مختلف و بالاتر از یک دقیقه، نشان می‌دهد که رابطه زیر (برای زمان‌های بالاتر از یک دقیقه)، با دقت بالایی معتبر است:

$$y_t = \left(\frac{1}{12}t^2 - \frac{1}{12}t\right)y_4 \quad (15)$$

۶. ارتباط بین ضرایب کالیبراسیون و مدت زمان نگهداری سامانه در انبار

در این بخش با استفاده از داده‌های مربوط به کالیبراسیون دوره‌ای چند نمونه سامانه ناوبری برای بازه‌های یک ماهه در مدت حدود ۲ سال، حداکثر درصد عدم قطعیت ضرایب کالیبراسیون سامانه‌های ناوبری، به صورت تابعی از بازه‌های زمانی کالیبراسیون استخراج و رسم شده است.

همان‌طور که نتایج حاصل از نمودارهای (۲۲) و (۲۳) نشان می‌دهد، می‌توان یک منحنی سهموی به این داده‌ها نسبت داد.

۷. ارتباط بین خطای ناوبری و مدت زمان ماندگاری سامانه در انبار

با فرض آن‌که زمان ناوبری را ۴ دقیقه در نظر بگیریم:

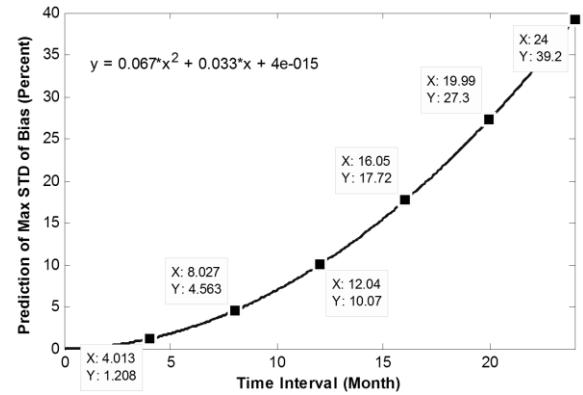
با استفاده از نمودارهای به دست آمده از بخش ۶ ارتباط بین حداکثر درصد انحراف معیار خطای ناوبری ناشی از تغییر بایاس (y) و میزان ماندگاری سامانه ناوبری در انبار به ماه (x)، از رابطه زیر قابل محاسبه است:

که در آن، γ_t حداکثر درصد انحراف معیار خطای ناوبری ناشی از تغییر ضریب کالیبراسیون، برای ناوبری به مدت t دقیقه و γ_4 حداکثر درصد انحراف معیار خطای ناوبری ناشی از تغییر ضریب کالیبراسیون برای ناوبری به مدت ۴ دقیقه است.

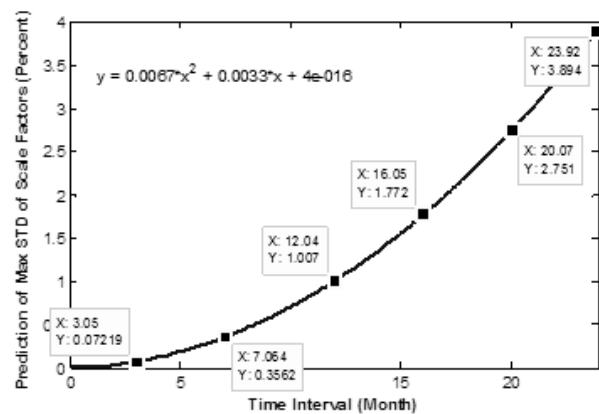
لازم به یادآوری است که با استفاده از رابطه (۱۵)، قادریم برای زمان‌های ناوبری غیر از ۱۰۰ ثانیه نیز، جدولی مشابه جدول (۲)، استخراج و ارائه کنیم.

جدول ۲. ارتباط بین میزان ماندگاری سامانه در انبار و تغییر میزان خطا نسبت به دوره قبل

میزان ماندگاری	حداکثر درصد عدم قطعیت خطا برای ۱۰۰ ثانیه	حداکثر درصد تغییر خطا نسبت به دوره قبل برای ۱۰۰ ثانیه با احتمال ۹۹ درصد
۶ ماه	۰.۳۳	۰.۹۹
۸ ماه	۰.۵۸	۱.۷۴
۱۰ ماه	۰.۹۱	۲.۷۳
۱۲ ماه	۱.۳	۳.۹
۱۴ ماه	۱.۷۶	۵.۲۸
۱۶ ماه	۲.۲۹	۶.۸۷
۱۸ ماه	۲.۸۹	۸.۶۷
۲۲ ماه	۴.۲۹	۱۲.۸۷



شکل ۲۲. حداکثر درصد عدم قطعیت بایاس سامانه‌های ناوبری، به صورت تابعی از بازه‌های زمانی کالیبراسیون



شکل ۲۳. حداکثر درصد عدم قطعیت فاکتور مقیاس سامانه‌های ناوبری، به صورت تابعی از بازه‌های زمانی کالیبراسیون

۸. نتیجه‌گیری

در این مقاله از آنالیز تصادفی مونت کارلو به عنوان یک ابزار ریاضی در جهت رسیدن به یک هدف مهندسی یعنی تعیین بازه زمانی کالیبراسیون سامانه‌های ناوبری اینرسی استفاده شد. نتایج تحلیلی حاصل از این آنالیز که در جدول (۲) خلاصه شده است، نشان داد که اگر حداکثر تغییر مجاز خطای ناوبری نسبت به دوره قبل را برای ناوبری به مدت ۱۰۰ ثانیه، ۷ درصد فرض کنیم، نگهداری این سامانه‌ها در انبار تا حدود ۱۶ ماه بلامانع خواهد بود. نکته قابل ذکر آن است که روش پیشنهاد شده موضوع ماندگاری را به صورت محافظه‌کارانه، تحلیل و ارزیابی کرده است؛ به این معنا که عدد ۱۶ ماه به دست آمده در شرایطی است که بدترین حالت اتفاق افتاده باشد و تغییر ضرایب کالیبراسیون برای یک دوره مشخص، بیش‌ترین مقدار خود را داشته باشد. چه بسا این عدد از طریق تلفیق با تحلیل‌های دیگر، حتی تا ۲۴ ماه (دو سال) نیز قابل افزایش باشد. بنابراین، به عنوان پیشنهادی برای کارهای آتی، توصیه می‌شود با یافتن یک روش تحلیلی دیگر و تلفیق نتایج آن با این روش، موضوع افزایش بازه زمانی کالیبراسیون برای بیش‌تر از ۱۶ ماه نیز مورد بررسی قرار گیرد.

در جدول (۲)، با استفاده از معادله فوق، ارتباط بین میزان ماندگاری سامانه در انبار و حداکثر عدم قطعیت خطای ناوبری ارتعاشی برای ناوبری به مدت ۱۰۰ ثانیه، نمایش داده شده است. در ستون سوم این جدول، با توجه به احتمال بالای قرارگرفتن مقدار خطا در محدوده به اضافه و منهای سه برابر انحراف معیار، ارتباط بین میزان ماندگاری سامانه در انبار و تغییر میزان خطا نسبت به دوره قبل، نمایش داده شده است.

۹. ماخذ

- [1] O. Costenoble, G. Pontoriero, International Standard, Measurement Systems-Requirements for Measurement Processes and Measuring Equipment, Iso 10012, 2003.
- [2] N. Natanilova, N. Ilina, E. Frantczuskaia, Calibration Interval Adjustment of a Measuring Instrument in Industries During Long-Term Use, IV International Conference on Modern Technologies for Non- Destructive Testing, 2016.
- [3] G. Pontoriero, Devices for determining the interlayer determination of measurement equipment used in laboratories, OIML Organization International Metrologi, 1984.
- [4] G. Panfilo, Establishment and Adjustment of Calibration Intervals, Recommended Practice, 1996.
- [5] E. Nunzi, G. Panfilo, P. Tavella, P. Carbone, D. Petri, Stochastic and Reactive Methods for the Determination of Optimal Calibration Intervals, IEEE Transactions On Instrumentation And Measurement, Vol. 54, No. 4, 2005
- [6] J. W. Chaffee, Relating the Allan and inertial variance to the diffusion coefficients of a linear stochastic differential equation model for precision oscillators, IEEE Trans. Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency, Vol. 34, No.6, pp. 655-658, 1987.
- [7] D. R. Cox, M. D. Miller, The Theory of Stochastic Processes. London, U.K.: Chapman &Hall, 1965.
- [8] P. Carbone, Performance of simple response method for the establishment and adjustment of calibration intervals, IEEE Transactions on Instrumentation and. Measurement, Vol. 53, No. 3, pp.730-735, 2004.

پی نوشت

-
1. Sub Optimal
 2. Simple Response Method
 3. Interval Test Method
 4. Modified Simple Response Method