

# تیین رفتار نرخ خطر یک سلاح کالیبر بزرگ در بالستیک داخلی و خارجی بر اساس تحلیل مدل‌های بهینه قابلیت اطمینان

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۱۲/۲۳

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۶/۲۵

مهدی کرباسیان<sup>۱</sup>، حمید دلایلی

۱. استاد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، شاهین شهر، mkarbasi@mut-es.ac.ir  
۲. دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، شاهین شهر

## چکیده

ارزیابی عملکرد بالستیک پرتابه‌ها به این خاطر که باید تمامی الزامات با دقت بسیار زیاد از یک نمونه آماری محدود به دست آید، چالش‌برانگیز است. تکنیک‌های ارزیابی پایداری بالستیک پرتابه‌ها که به‌تازگی در پژوهش‌های متعددی برای اندازه‌گیری نرخ ایجاد سوراخ (پرفوراسیون) بر پوسته سلاح در تمامی سرعت‌های ممکن و برای اندازه‌گیری نرخ بی‌نظمی جامع در اصابت به هدف در تمامی بردهای ممکن، به کار گرفته شده، بر این فرض بنا شده‌اند که سرعت و برد پرتابه از توزیع نرمال پیروی می‌کنند. در تحقیق حاضر، با انجام آزمایش‌های استاندارد به بررسی مدل‌های آماری نرمال و غیر نرمال برای برازش مناسب‌ترین مدل‌های توأم به داده‌های واقعی بالستیک داخلی و خارجی پرداخته شده است. نتایج تحلیل هم‌زمان بالستیک داخلی و خارجی به خوشه‌بندی داده‌ها در ۴ خوشه منجر شد و بر اساس توابع حاشیه‌ای به دست آمده و توابع توزیع توأم مربوطه، قابلیت اطمینان و رفتار نرخ خطر هم‌زمان نیز بررسی و مقایسه شد.

واژه‌های کلیدی: بالستیک داخلی، بالستیک خارجی، مدل‌سازی قابلیت اطمینان، رفتار نرخ خطر، کاپولا

۱۲۹

سال دهم - شماره ۱۵

بهار و تابستان ۱۴۰۰

نشریه علمی  
دانش و فناوری هوافضا



دانشگاه صنعتی مالک اشتر

تیین رفتار نرخ خطر یک سلاح کالیبر بزرگ در بالستیک داخلی و خارجی بر اساس تحلیل مدل‌های بهینه قابلیت اطمینان

## Hazard rate behavior of large caliber projectile interior and external ballistics performance based on optimal reliability modeling

Mehdi Karbasian<sup>1</sup>, Hamid Dalaeli<sup>2</sup>

1. Associate Professor, Industrial Engineering Department, Malek-e-Ashtar University of Technology, Isfahan

2. Ph.D Candidate, Industrial Engineering Department, Malek-e-Ashtar University of Technology, Isfahan

### Abstract

The field of ballistic protection assessment is challenging due to the need of satisfying high precision requirements with a limited sample size. Identifying the probability of perforation at a specified projectile velocity is the most common way to quantify the ballistic resistance of a given protection structure. Recently several techniques have been developed for this purpose to assess perforation for all possible velocities. The main drawback of these techniques is the use of the normality assumption under which perforation velocities are expected to follow a Gaussian normal distribution where  $V \sim N(v, \sigma_1^2)$ . Also, the techniques for assessing the ballistics stability of projectiles, which have recently been used in numerous studies to measure disturbance in target impacts in all possible ranges, are based on the assumption that the range of projectile follows the normal distribution. Accordingly, any parameter of interest is estimated using the characteristic identified Gaussian distribution. In this work, Interior and external ballistic data obtained from real tests of intelligence mortar bomb and life distributions applied to the ballistic data, using the method of maximum likelihood to estimate the model parameters. The results of Interior ballistic and external ballistic synonym analysis led to data clustering in four clusters and based on marginal functions and related joint distribution functions, reliability and risk behavior were investigated.

**Keywords:** Interior Ballistics, External Ballistics, Optimal Reliability Modeling, Hazard Rate Behavior, Copula.



## ۱. مقدمه

بالستیک در لغت به معنای پرتابه و پرتابه‌شناسی است، بنابراین به‌طور عام، هر نوع حرکت پرتابی در این مبحث جای می‌گیرد. ولی متخصصان نظامی، علم بالستیک را علم حرکت گلوله، راکت و... از لحظه شلیک تا زمان برخورد به هدف و اثراتی که روی هدف باقی می‌گذارد، تعریف کرده و این علم را به چهار شاخه اصلی زیر طبقه‌بندی کرده‌اند:

- ۱) بالستیک داخلی؛<sup>۱</sup>
- ۲) بالستیک میانی؛<sup>۲</sup>
- ۳) بالستیک خارجی؛<sup>۳</sup>
- ۴) بالستیک انتهایی؛<sup>۴</sup>

بالستیک داخلی به آغاز حرکت گلوله و تأثیر عوامل مختلف روی حرکت آن تازمانی که تحت تأثیر انرژی اولیه پرتاب ناشی از احتراق خرج اولیه قرار دارد، می‌پردازد. هدف از این بحث، دستیابی به سرعت مناسب توأم با بیشترین پایداری و کمترین انحراف گلوله در دهانه سلاح است. پس از خروج گلوله از لوله سلاح و از بین رفتن تأثیر گازهای خروجی، قسمتی از مراحل پرتاب گلوله که به نام بالستیک خارجی شناخته می‌شود، آغاز می‌شود. بالستیک خارجی به بررسی حرکت گلوله در فضا و تأثیر عوامل موجود بر حرکت و استقرار گلوله در مسیر می‌پردازد. هدف از این بحث، دستیابی به میزان برد مناسب گلوله توأم با بیشترین پایداری و کمترین انحراف در دقت اصابت است. بالستیک میانی به‌عنوان بررسی ارتباط بین بالستیک داخلی و خارجی که در نزدیکی دهانه لوله رخ می‌دهد، تعریف می‌شود. بالستیک انتهایی هم مربوط به شیوه برخورد به هدف و اثراتی است که گلوله روی هدف باقی می‌گذارد [۱ و ۲]. در این پژوهش به مدل‌سازی فرایندهای تصادفی

سرعت و برد پرتابه پرداخته شده است. در آزمایش‌های انجام‌گرفته، تعداد پرفوراسیون<sup>۵</sup> و تأثیرات جزئی بر پوسته سلاح ناشی از احتراق اولیه، برخورد گلوله و بدنه لوله در حین حرکت، در بالستیک داخلی بر اساس سرعت‌های مختلف اندازه‌گیری شد و فرکانس تجربی<sup>۶</sup> آن برابر با حاصل تقسیم تعداد پرفوراسیون بر تأثیرات جزئی در نظر گرفته شد. همچنین در این آزمایش‌ها، میانگین بی‌نظمی جامع<sup>۷</sup> (متر) و میانگین انحراف مجاز<sup>۸</sup> (متر) در بالستیک خارجی بر اساس بردهای مختلف اندازه‌گیری و فرکانس تجربی آن برابر با حاصل تقسیم بی‌نظمی جامع بر انحراف مجاز در نظر گرفته شد.

این اواخر پژوهش‌های متعددی بر اساس تکنیک‌های ارزیابی پایداری بالستیکی پرتابه‌ها انجام گرفته که در آن برای تمامی سرعت‌های ممکن، احتمال پرفوراسیون اندازه‌گیری شده است که از مهم‌ترین این پژوهش‌ها می‌توان به تحقیق مایوچانت و همکاران [۳] در این زمینه اشاره کرد. همچنین در پژوهش‌های اخیر برای تمامی بردهای ممکن پرتابه، نرخ بی‌نظمی جامع اندازه‌گیری شده است که از مهم‌ترین این پژوهش‌ها می‌توان به تحقیق یانگ و همکاران [۴] در این زمینه اشاره کرد. این تکنیک‌ها برای برآورد میانگین و انحراف استاندارد پرفوراسیون در بالستیک داخلی و برآورد میانگین و انحراف استاندارد بی‌نظمی جامع در بالستیک خارجی برای برآورد به مشاهدات واقعی به کار رفته‌اند. مشکل اصلی تمامی این پژوهش‌ها استفاده از فرض نرمال بودن است که بر اساس آن سرعت دهانه از توزیع نرمال  $V \sim N(\nu, \sigma_1^2)$  پیروی می‌کند که در آن  $\nu$  میانگین و  $\sigma_1^2$  واریانس سرعت دهانه است و برد پرتابه از توزیع نرمال  $R \sim N(r, \sigma_2^2)$  پیروی می‌کند که در آن  $r$  میانگین و  $\sigma_2^2$  واریانس برد پرتابه است و

بنابراین سایر رفتار بالستیکی هر پرتابه‌ای، با استفاده از مشخصات تعریف‌شده توزیع نرمال برآورد شده است. مطالعه حاضر؛ مدل‌هایی را مورد بررسی قرار داده که درک بهتری از چگونگی نیکویی برازش به داده‌های بالستیکی در سرعت‌های متفاوت و بردهای متناظر با آن‌ها به صورت توأم ارائه دهند. در این مطالعه مدل‌های توأم قابلیت اطمینان بهینه و توابع توأم نرخ خطر مربوطه برای درک بهتر چگونگی تغییرات پرتابه از لحاظ رفتار نرخ خطر بالستیکی به کار گرفته شده است.

## ۲. پیشینه تحقیق

تا هنتی و همکاران (۲۰۱۷) با مطالعه ساختار عملکردی بالستیک داخلی پرتابه‌ها، به مدل‌سازی فرایند تصادفی سرعت پرتابه با استفاده از معادله‌های دیفرانسیل و بر مبنای نرمال نبودن سرعت دهانه ناشی از برخورد‌های سرعت‌های بالا یا پایین که به ندرت اتفاق می‌افتد، پرداختند [۵]. جانسون و همکاران (۲۰۱۴) بر آزمایش‌های پایداری بالستیکی که در دپارتمان دفاعی ایالات متحده انجام می‌شود، تمرکز کردند. این آزمایش‌ها برای برآورد این است که شلیک یک پرتابه بدنه سلاح مورد آزمایش را سوراخ خواهد کرد یا خیر؟ این محققان، روش‌ها، برآوردگرها و معیارهای آماری مورد استفاده را بر مبنای نرمال بودن سرعت دهانه مورد بررسی قرار داده و با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو برآورد‌های دقیق‌تر و کاراتری را برای بررسی پایداری بالستیکی یک پرتابه بخصوص ارائه کردند [۶]. نگوین (۲۰۱۴) تحلیلی جامع برای ارزیابی اثربخشی بالستیک داخلی ارائه کرد. این تحلیل با به‌کارگیری چندین تکنیک از جمله ویژگی‌های فرایندهای تصادفی، استفاده از برنامه‌ریزی پویا و کاربردهای مکانیک مداری بر فرض نرمال بودن سرعت دهانه انجام گرفت [۷].

چنگ و ژانگ (۲۰۱۲) با مطالعه محدودیت‌های طراحی خرج پرتاب در بالستیک داخلی پرتابه‌ها به این نتیجه رسیدند که استفاده از الگوریتم ژنتیک و سایر روش‌های بهینه‌سازی مستقیم، به ارائه برآوردهایی منجر می‌شود که در پیش‌بینی سرعت و دقت عملکرد پرتابه ضعیف هستند. بنابراین آن‌ها یک الگوریتم بهینه‌سازی خرج پرتاب بر مبنای روش هندسی و بهینه‌سازی چند هدفه فازی برای بهینه کردن طراحی خرج پرتاب در بالستیک داخلی پرتابه‌ها بر مبنای نرمال بودن سرعت دهانه ارائه کردند [۸]. توایوولا و همکاران (۲۰۱۱) در مقاله‌ای برای بررسی عملکرد پرتابه در بالستیک داخلی، اثرات عملگرهای فشار، قدرت و کشش را در پرتابه‌های کالیبر بزرگ اندازه‌گیری کردند. برآورد فشار لوله سلاح بر مبنای نرمال بودن سرعت دهانه از روی کشش لوله مورد ارزیابی قرار گرفت و روش محاسبه فشار که شامل جبران استرس دمایی بود برای پرتابه اثبات شد [۹]. مایوچانت و همکاران (۲۰۱۱) برای بررسی عملکرد بالستیک داخلی نوعی اسلحه یک تحلیل آماری برای داده‌های محدود بالستیک انجام دادند. آن‌ها بر مبنای نرمال بودن سرعت دهانه با استفاده از مدل‌های رگرسیونی سعی در فهم بهتر اینکه کدام مدل در محیط‌های مختلف به خوبی به تعداد پرفوراسیون برازش می‌شود، کردند. با این روش توانستند با مقایسه مدل لجیت<sup>۱</sup>، مدل پروبیت<sup>۲</sup> و مدل لگ لگ نشان دهند تفاوت چندانی بین نتایج رگرسیونی داده‌های بالستیکی این مدل‌ها وجود ندارد [۲].

یانگ و همکاران با مطالعه بی‌نظمی‌های بالستیک خارجی پرتابه‌ها، به مدل‌سازی بی‌نظمی جامع برد پرتابه با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو و بر مبنای نرمال بودن برد پرداختند [۴]. فرومبرگ و همکاران با استفاده از سناریوهای مختلف در آزمایش فرایند





گام تصادفی، بر اساس نرمال بودن برد پرتابه روشی تحلیلی برای تعیین شکل توابع چگالی برای یک طبقه از گام‌های تصادفی زمان پیوسته زوجی در بالستیک خارجی پرتابه‌ها ارائه کردند [۱۰]. آندرتولتی و همکاران بر آورد پارامتریک تابع توزیع از مشاهدات تک مسیر بالستیک خارجی در یک محیط تصادفی برگشت پذیر مارکوفی تمرکز کردند. براین اساس آن‌ها با افزایش طول مسیر (برد)، سازگاری و مجانب نرمالی تابع توزیع داده‌های بالستیک خارجی را بر مبنای نرمال بودن برد پرتابه و با استفاده از روش بیشینه درست‌نمایی اثبات کردند [۱۱]. فالكونت و همکاران ویژگی‌های کارایی و مجانب نرمالیتی برآورد درست‌نمایی بیشینه از گام تصادفی بالستیکی در یک محیط تصادفی پارامتری را بر اساس نرمال بودن برد پرتابه بررسی نمودند. آن‌ها با استفاده از رفتار گام تصادفی بالستیکی یک بعدی بر اساس مشاهدات تک مسیره، فواصل اطمینان کرامر رائو را به دست آورده و رفتار عددی مجانبی داده‌ها را شبیه‌سازی کردند [۱۲]. کومتز و همکاران سازگاری برآوردگر درست‌نمایی بیشینه از گام تصادفی بالستیکی در یک محیط تصادفی پارامتری را بر اساس مشاهده تک مسیره بررسی و مقدار برآوردگر ارزیابی آن را بر مبنای نرمال بودن برد پرتابه با روش‌های عددی اثبات کردند [۱۳].

با توجه به پژوهش‌های اخیر داده‌های بالستیک داخلی و خارجی و همچنین اهمیت عملکرد مناسب پرتابه‌ها در شرایط عملیاتی و محیطی، در ادامه این داده‌ها در یک پرتابه کالیبر بزرگ و ارائه یک بینش قابلیت اطمینان به عملکرد توأم بالستیک داخلی و خارجی بر مبنای نرمال نبودن سرعت دهانه و برد پرتابه بررسی شده است.

### ۳. مراحل پژوهش

در این پژوهش، نمونه‌گیری داده‌های بالستیکی و انجام آزمایش‌های مربوطه مطابق استاندارد ملی دفاعی (IDS 084) جمهوری اسلامی ایران صورت گرفته و گام‌های تحلیل توأم داده‌ها به صورت زیر انجام پذیرفت:

**گام اول:** ابتدا با استفاده از روش‌های تحلیل چند متغیره، داده‌های مشابه خوشه‌بندی شدند. خوشه‌بندی یکی از مهم‌ترین ابزار کشف داده‌هاست که در کشف‌های تصادفی به کار گرفته می‌شود. خوشه‌بندی هنگامی استفاده می‌شود که به دنبال یافتن گروه‌هایی از داده‌های مشابه باشیم، بدون این که از قبل پیش‌بینی درباره شباهت داده‌ها وجود داشته. چالش اساسی در این گام اختصاص نیافتن یک داده زوجی به دو خوشه یا بیشتر است.

**گام دوم:** پس از تعیین خوشه‌ها توابع توزیع حاشیه‌ای هر خوشه مورد ارزیابی قرار گرفت. در این مرحله با بررسی یک نمودار تجربی از خانواده فرایندهای پواسن غیرهمگن ( $NHPP^{12}$ ) نوع توابع طول عمر داوطلب تعیین و برای هر مدل داوطلب به کار گرفته شده، از روش بیشینه درست‌نمایی ( $MLE^{13}$ ) برای برآورد پارامترها استفاده شد. نتایج برآورد هر مدل با آزمون‌های متفاوت نیکوئی برازش برای انتخاب مدلی با بهترین برآوردها از عملکرد بالستیکی پرتابه مورد ارزیابی و مقایسه قرار گرفت.

**گام سوم:** هنگامی که در هر خوشه توزیع حاشیه‌ای سرعت دهانه و برد گلوله به صورت جداگانه به دست آمد، توزیع توأم متناظر با آن‌ها با استفاده از مفصل‌ها (کاپولا) تعیین شد. به طور کلی کاپولا یک تکنیک ریاضی انعطاف‌پذیر است که مجموعه‌ای از توابع

احتمال تجمعی حاشیه‌ای تک متغیره را به یکدیگر متصل کرده و یک تابع احتمال تجمعی چند متغیره را تولید می‌کند. در واقع کاپولا مبتنی بر ارتباط و وابستگی غیر خطی بین متغیرها بوده و پیونددهنده توزیع توأم و توابع حاشیه‌ای است. چالش اساسی در این گام انتخاب نوع کاپولا است که در این تحقیق به دلیل عدم ارجحیت توزیع‌های حاشیه‌ای نسبت به یکدیگر، از کاپولا یی نرمال استفاده شد.

**گام چهارم:** بعد از تعیین توزیع توأم مناسب برای داده‌های هر خوشه، قابلیت اطمینان هم‌زمان و رفتار نرخ خطر توأم پرتابه در بالستیک داخلی و خارجی تحلیل و ارزیابی شد. چالش اساسی در این گام مقایسه نتایج به دست آمده در هر خوشه با خوشه‌های دیگر بود که مورد ارزیابی قرار گرفت.

#### ۴. آزمایش‌ها و نمونه‌گیری داده‌ها

داده‌های بالستیکی در آزمایشگاه تحقیق و توسعه یکی از مجتمع‌های صنعتی کشور با شرایط استاندارد ملی دفاعی (IDS 084) ایجاد شد. این شرایط یکسان شامل موارد زیر است:

- تمامی مجموعه‌های پرتاب به مدت ۲۴ ساعت در دمای ۲۱ درجه سلسیوس قرار گرفتند؛
- شلیک در زاویه ۴۵ درجه صورت گرفت؛
- تمامی سرعت‌ها ثبت شد؛
- تمامی پرتاب‌ها به صورت خرج افزایشی صورت گرفت؛
- گلوله‌ها با وزن مساوی بودند؛
- باد وجود نداشت؛
- سکوی پرتابه کاملاً به‌طور افقی مستقر شد؛
- هدف در سطح افقی پرتابه قرار داشت؛
- سایر شرایط و عوامل تأثیرگذار در سرعت پرتابه جز میزان شارژ، ثابت در نظر گرفته شدند.

این فرایند آزمایش برای به دست آوردن خروجی‌هایی مرکب از شلیک‌های با عملکرد پایدار و سایر شلیک‌ها طراحی شد. در پژوهش‌های نمونه‌گیری قابلیت اطمینان گواو و همکاران [۱۴]، حجم نمونه برای آزمایش‌های مربوط به طول عمر پدیده‌ها بر اساس توزیع وایبل با مدل قابلیت اطمینان زیر ارائه شده است:

$$R(x|\lambda, \alpha) = \exp\left\{-\left(\lambda x\right)^\alpha\right\}, \lambda, \alpha, x \geq 0$$

بر اساس نمونه‌گیری اولیه از سرعت گلوله (به صورت جداگانه از برد گلوله) به عنوان یک متغیر مثبت و پیوسته  $x$  (جایگزین طول عمر)، که نشان‌دهنده برازش مدل وایبل به داده‌های سرعت و برد گلوله بود، برای دستیابی به کران پایین قابلیت اطمینان بالاتر از ۸۲٪، مطابق جدول (۱) تعداد نمونه بیش از ۴۰ عدد به دست آمد. در نتیجه برای هر آزمایش شلیک، سرعت و برد گلوله ثبت شده و پایداری گلوله‌ها در بالستیک داخلی با بررسی تعداد پرفوراسیون، تأثیرات جزئی بر پوسته سلاح و در بالستیک خارجی از طریق نرخ بی‌نظمی جامع (متر) و انحراف مجاز (متر) ارزیابی شد. پوسته سلاح در این آزمایش‌ها نوعی فولاد آلیاژی با ضخامت ۵٫۶ میلی‌متر است و نتایج آن‌ها در جدول‌های (۲) و (۳) ارائه شده است.

ستون F در جدول (۲) مربوط به فرکانس تجربی و حاصل تقسیم تعداد پرفوراسیون بر تعداد تأثیرات جزئی بوده [۵] و ستون E در جدول (۳) مربوط به حاصل تقسیم نرخ بی‌نظمی جامع (متر) بر انحراف مجاز گلوله (متر) است [۴].

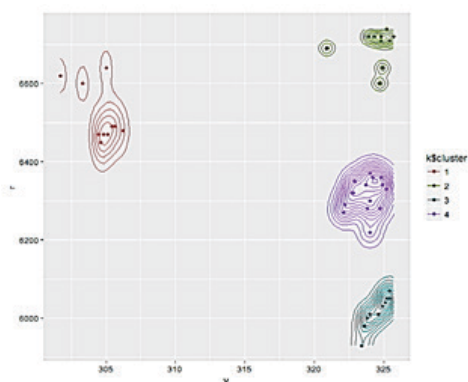
قابلیت اطمینان در این تحقیق به عنوان احتمال اینکه فرایند شلیک وظایف هدفش را به‌طور رضایت‌بخش (یعنی بدون ایجاد تأثیرات جزئی بر بدنه سلاح برای یک



جدول ۳. نتایج داده‌های مربوط به آزمایش محدوده بالستیک خارجی

ردیف	کمینة برد (متر)	بیشینه برد (متر)	میانگین بی‌نظمی جامع (متر)	انحراف استاندارد مجاز (متر)	E
۱	۵۹۰۰	۶۰۰۰	۱۶,۹۶	۵۹,۵	۰,۲۸۵
۲	۶۰۰۰	۶۱۰۰	۲۱,۳۶	۶۰,۵	۰,۳۵۳
۳	۶۱۰۰	۶۲۰۰	۲۷,۹۶	۶۱,۵	۰,۴۵۵
۴	۶۲۰۰	۶۳۰۰	۳۴,۴۸	۶۲,۵	۰,۵۵۲
۵	۶۳۰۰	۶۴۰۰	۳۹,۱۱	۶۳,۵	۰,۶۱۶
۶	۶۴۰۰	۶۵۰۰	۴۶,۸۸	۶۴,۵	۰,۷۲۷
۷	۶۵۰۰	۶۶۰۰	۵۶,۵۰	۶۵,۵	۰,۸۶۳
۸	۶۶۰۰	۶۷۰۰	۶۰,۲۳	۶۶,۵	۰,۹۰۶
۹	۶۷۰۰	۶۸۰۰	۶۷,۵۰	۶۷,۵	۱,۰۰۰

شاخص‌های اعتبارسنجی برای سنجش مقدار صحت نتایج خوشه‌بندی به‌منظور مقایسه بین روش‌های خوشه‌بندی مختلف یا مقایسه نتایج حاصل از یک روش با متغیرهای مختلف استفاده می‌شوند. طبق تعریف، خوشه‌بندی‌ای مطلوب است که در آن فاصله مراکز خوشه‌بندی از یکدیگر زیاد بوده و مقدار پراکندگی داده‌ها درون هر خوشه کم باشد [۱۵]. نتایج خوشه‌بندی داده‌های بالستیکی مورد مطالعه در شکل ۱ و جدول (۴) ارائه شده است:



شکل ۱. نمودار خوشه‌بندی داده‌های سرعت گلوله و برد متناظر آن

بازة مشخص سرعت و بدون ایجاد انحراف در برخورد با هدف برای یک بازه مشخص برد) و در شرایط عملیاتی مشخص انجام خواهد داد، تعریف می‌شود. بر اساس این تعریف، قابلیت اطمینان به‌عنوان یک احتمال اندازه‌گیری می‌شود. از طرفی نرخ خطر در این تحقیق فراوانی تأثیرات جزئی بر بدنه سلاح برای یک بازه مشخص سرعت و فراوانی انحراف در برخورد با هدف برای یک بازه مشخص برد، تعریف شده است.

جدول ۱. تعداد نمونه بر اساس کران‌های سطح اطمینان

ردیف	تعداد نمونه	کران پایین	کران بالا
۱	۵	۰,۷۰۵۸	۰,۹۹۸۱
۲	۱۰	۰,۷۵۲۱	۰,۹۸۵۰
۳	۱۵	۰,۷۷۱۸	۰,۹۷۲۳
۴	۲۰	۰,۷۹۳۲	۰,۹۶۲۸
۵	۲۵	۰,۷۹۸۴	۰,۹۵۷۰
۶	۳۰	۰,۸۰۵۲	۰,۹۴۶۴
۷	۳۵	۰,۸۱۵۸	۰,۹۴۳۳
۸	۴۰	۰,۸۲۶۱	۰,۹۴۱۵

جدول ۲. نتایج داده‌های مربوط به آزمایش محدوده بالستیک داخلی

ردیف	کمینة سرعت	بیشینه سرعت	تعداد سوراخ Perforation	میزان تأثیرات Impact	F
۱	۲۹۵	۳۰۰	۰	۷	۰
۲	۳۰۰	۳۰۵	۳	۵۴	۰,۰۵۵۶
۳	۳۰۵	۳۱۰	۳۲	۱۱۶	۰,۲۷۵۹
۴	۳۱۰	۳۱۵	-	-	-
۵	۳۱۵	۳۲۰	۱۲۷	۱۴۸	۰,۸۵۸۱
۶	۳۲۰	۳۲۵	۵۹	۶۵	۰,۹۰۷۷
۷	۳۲۵	۳۳۰	۲۶	۲۶	۱



جدول ۴. نتایج خوشه‌بندی داده‌های استاندارد شده سرعت گلوله و برد متناظر آن

تعداد خوشه	ردیف	تعداد داده در هر خوشه	میانگین فاصله از مرکز	بیشینه فاصله از مرکز
۴	خوشه اول	۱۰	۰,۱۵۳	۰,۳۷۸
	خوشه دوم	۱۰	۰,۱۸۵	۰,۳۸۸
	خوشه سوم	۱۰	۰,۱۹۴	۰,۴۳۰
	خوشه چهارم	۱۵	۰,۲۸۴	۰,۵۴۲

۶. تحلیل داده‌های هر خوشه و ارزیابی مدل‌های داوطلب:

۱-۶. خوشه اول:

خوشه اول شامل ۱۰ داده به صورت زوجی بوده و مدل‌های طول عمر کلاسیک که می‌توانند به‌عنوان مدل‌های داوطلب برای ارزیابی معیارهای نیکوئی برازش و ارائه بهترین برآوردها از عملکرد بالستیکی پرتابه ارائه دهند بررسی شدند.

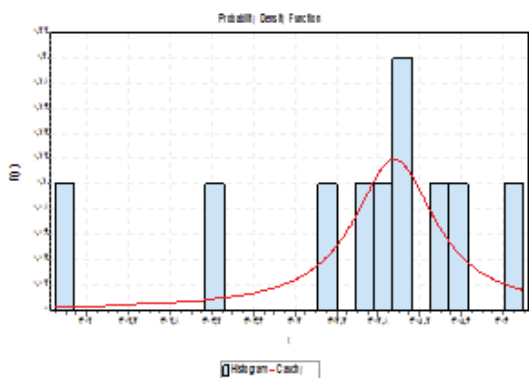
بر مبنای ارزیابی معیارهای نیکوئی برازش اندرسون-دارلینگ (A-D) و کلموگروف-اسمیرنوف (K-S) [۱۶] مدل‌های برتر داوطلب [۱۷] برای سرعت دهانه در این خوشه عبارت‌اند از: Cauchy، Wakeby، Gen. Logistic که از بین این مدل‌ها، مدل Cauchy که دارای بیشترین میزان P-Value در معیار K-S بود به‌عنوان مدل حاشیه‌ای منتخب برای برآورد پارامترها انتخاب شد. به همین ترتیب مدل‌های برتر داوطلب برای برد گلوله در این خوشه عبارت‌اند از: Frechet (3P)، Log-Logistic (3P)، Pearson 5 (3P)

که از بین این مدل‌ها، مدل Frechet(3P) که دارای بیشترین میزان P-Value در معیار K-S بود به‌عنوان مدل حاشیه‌ای منتخب برای برآورد پارامترها انتخاب شد. نتایج ارزیابی مدل‌های برتر داوطلب و برآورد پارامترهای مدل‌های حاشیه‌ای منتخب در خوشه اول

در جدول (۵) ارائه شده است. همچنین نمودار برازش مدل‌های حاشیه‌ای منتخب در خوشه اول به ترتیب در شکل (۲) و (۳) نشان داده شده است.

جدول ۵. نتایج ارزیابی مدل‌های برتر داوطلب و برآورد پارامترهای مدل منتخب در خوشه اول

پارامترهای مدل منتخب	(K-S) P-Value	مدل منتخب	معیار کلموگروف-اسمیرنوف K-S		معیار اندرسون-دارلینگ A-D		مدل برتر داوطلب	خوشه اول
			آماره	رتبه	آماره	رتبه		
$\sigma = 0.4781$ $\mu = 304.96$	۰,۹۹۶۳	Cauchy	۱	۰,۱۱۶۸	۴	۰,۲۳۰	Cauchy	سرعت دهانه (متر بر ثانیه)
			۲	۰,۱۲۲۰	۱	۰,۱۳۶	Wakeby	
			۳	۰,۱۳۴۳	۲	۰,۱۸۰	Gen. Logistic	
$\alpha = 1.6905$ $\beta = 50.01$ $\gamma = 6426.7$	۰,۸۰۵۷	Frechet (3P)	۱	۰,۱۸۸۷	۱	۰,۴۹۱	Frechet (3P)	برد (متر)
			۲	۰,۱۹۲۰	۲	۰,۴۹۶	Log-Logistic	
			۳	۰,۱۹۲۹	۳	۰,۵۰۲	Pearson 5 (3P)	



شکل ۲. نمودار برازش مدل منتخب سرعت دهانه در خوشه اول

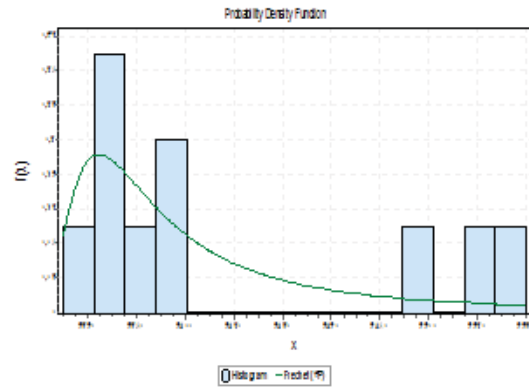
۲-۶. خوشه دوم:

خوشه دوم شامل ۱۰ داده به صورت زوجی بوده و مدل‌های طول عمر کلاسیک که می‌توانند به‌عنوان مدل‌های داوطلب برای ارزیابی معیارهای نیکوئی

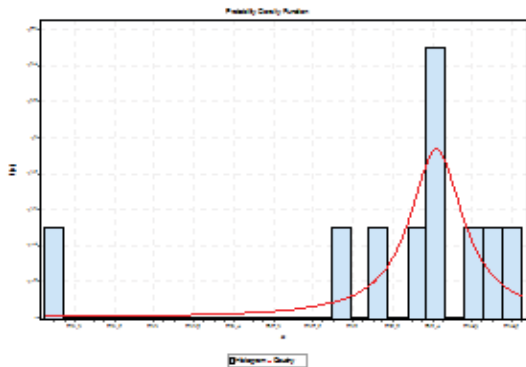
برازش و ارائه بهترین برآوردها از عملکرد بالستیکی پرتابه ارائه دهند بررسی شدند.

جدول ۶. نتایج ارزیابی مدل‌های برتر داوطلب و برآورد پارامترهای مدل منتخب در خوشه دوم

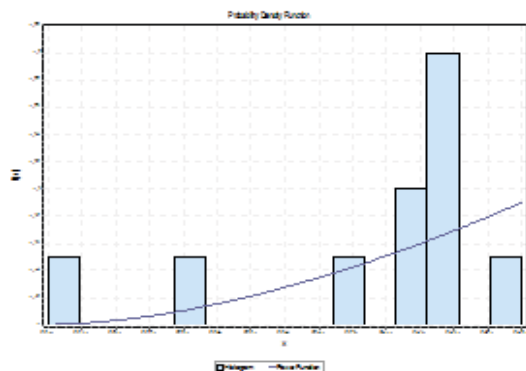
پارامترهای مدل منتخب	(K-S) P-Value	مدل منتخب	معیار کلموگروف-اسمیرنوف K-S		معیار اندرسون-دارلینگ A-D		مدل‌های برتر داوطلب	خوشه دوم
			رتبه	آماره	رتبه	آماره		
$\sigma = 0.3272$ $\mu = 324.84$	۰.۹۶۹۵	Cauchy	۱	۰.۱۴۲۷	۱	۰.۲۷۴	Cauchy	سرعت دهانه (متر بر ثانیه)
			۲	۰.۱۰۵۸۷	۳۳	۲.۲۹۷	Phased Bi-Weibull	
			۳	۰.۱۶۶۴	۵۰	۵.۲۴۳	Power Function	
$\alpha = 2.707$ $\beta = 6600$ $\gamma = 6740$	۰.۵۲۹۴	Power Function	۱	۰.۲۴۱۱	۵۳	۶.۰۳۹	Power Function	برد (متر)
			۲	۰.۲۵۶۵	۶	۰.۹۸۴	Log-Logistic (3P)	
			۳	۰.۲۱۱۲	۳	۰.۷۴۶	Gumbel Min	



شکل ۳. نمودار برازش مدل منتخب برد گلوله در خوشه اول



شکل ۴. نمودار برازش مدل منتخب سرعت دهانه در خوشه دوم



شکل ۵. نمودار برازش مدل منتخب برد گلوله در خوشه دوم

بر مبنای ارزیابی معیارهای نیکویی برازش اندرسون-دارلینگ (A-D) و کلموگروف-اسمیرنوف (K-S) مدل‌های برتر داوطلب برای سرعت دهانه در این خوشه عبارت‌اند از: Cauchy، Phased Bi-Weibull، Power Function که دارای بیشترین میزان P-Value در معیار K-S بود به‌عنوان مدل حاشیه‌ای منتخب برای برآورد پارامترها انتخاب شد. به همین ترتیب مدل‌های برتر داوطلب برای برد گلوله در این خوشه عبارت‌اند از: Power Func- tion، Log-Logistic (3P)، Gumbel Min مدل‌ها، مدل Power Function که دارای بیشترین میزان P-Value در معیار K-S بود به‌عنوان مدل حاشیه‌ای منتخب برای برآورد پارامترها انتخاب شد. نتایج ارزیابی مدل‌های برتر داوطلب و برآورد پارامترهای مدل‌های حاشیه‌ای منتخب در خوشه اول در جدول (۶) ارائه شده است. همچنین نمودار برازش مدل‌های حاشیه‌ای منتخب در خوشه اول به ترتیب در شکل (۴) و (۵) نشان داده شده است.





### ۳-۶. خوشه سوم:

خوشه سوم شامل ۱۰ داده به صورت زوجی بوده و مدل‌های طول عمر کلاسیک که می‌توانند به عنوان مدل‌های داوطلب برای ارزیابی معیارهای نیکوئی برازش و ارائه بهترین برآوردها از عملکرد بالستیکی پرتابه ارائه دهند بررسی شدند.

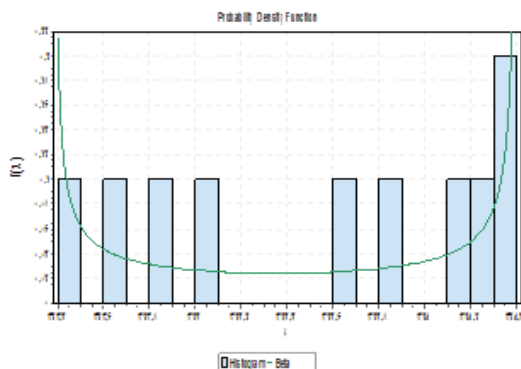
بر مبنای ارزیابی معیارهای نیکوئی برازش اندرسون-دارلینگ (A-D) و کلموگروف-اسمیرنوف (K-S) مدل‌های برتر داوطلب برای سرعت دهانه در این خوشه عبارت‌اند از: Beta، Gen.Extreme Value، Weibull، Log-Logistic (3P) که از بین این مدل‌ها، مدل Beta که دارای بیشترین میزان P-Value در معیار K-S بود به عنوان مدل حاشیه‌ای منتخب برای برآورد پارامترها انتخاب شد. به همین ترتیب مدل‌های برتر داوطلب برای برد گلوله در این خوشه عبارت‌اند از: Log-Logistic (3P)، Log-Pearson 3، Lognormal که از بین این مدل‌ها، مدل Log-Logistic (3P) که دارای بیشترین میزان P-Value در معیار K-S بود به عنوان مدل حاشیه‌ای منتخب برای برآورد پارامترها انتخاب شد. نتایج ارزیابی مدل‌های برتر داوطلب و برآورد پارامترهای مدل‌های حاشیه‌ای منتخب در خوشه اول در جدول (۷) ارائه شده است. همچنین نمودار برازش مدل‌های حاشیه‌ای منتخب در خوشه اول به ترتیب در شکل (۶) و (۷) نشان داده شده است.

### ۴-۶. خوشه چهارم:

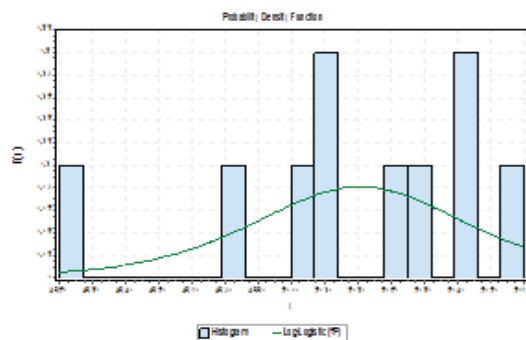
خوشه چهارم شامل ۱۵ داده به صورت زوجی بوده و مدل‌های طول عمر کلاسیک که می‌توانند به عنوان مدل‌های داوطلب برای ارزیابی معیارهای نیکوئی برازش و ارائه بهترین برآوردها از عملکرد بالستیکی پرتابه ارائه دهند بررسی شدند.

### ۷. نتایج ارزیابی مدل‌های برتر داوطلب و برآورد پارامترهای مدل منتخب در خوشه سوم

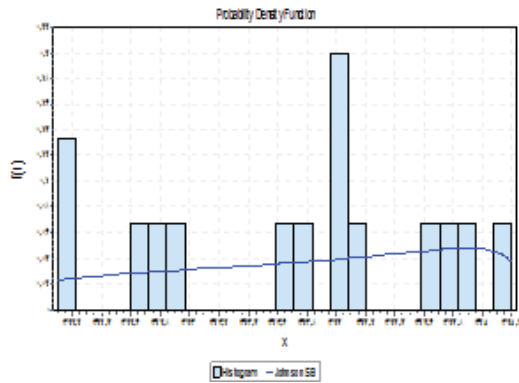
پارامترهای مدل منتخب	(K-S) P-Value	مدل منتخب	معیار کلموگروف-اسمیرنوف K-S		معیار اندرسون-دارلینگ A-D		مدل‌های برتر داوطلب	سرعت دهانه (متر بر ثانیه)
			آماره	رتبه	آماره	رتبه		
$\alpha_1 = 0.3668$ $\alpha_2 = 0.3275$ $a = 323.38$ $b = 325.4$	۰.۹۷۰۹	Beta	۰.۱۴۱۹	۱	۰.۱۶۰۸	۵	۶,۷۵۴	۰.۲۴۵
			۰.۱۶۳۶	۲	۰.۱۲۳۶	۶	۰.۲۴۴	
			۰.۱۲۳۶	۳	۰.۱۲۳۶	۶	۰.۲۴۴	
$\alpha = 3.1018E + 6$ $\beta = 6.7271E + 7$ $\gamma = -6.7265E + 7$	۰.۹۹۴۷	Log-Logistic (3P)	۰.۱۲۰۱	۱	۰.۱۲۸۹	۳	۰.۱۶۲	۰.۳۱۲
			۰.۱۲۸۹	۲	۰.۱۲۸۹	۳	۰.۱۶۲	
			۰.۱۲۳۱	۳	۰.۱۲۳۱	۱۸	۰.۳۱۲	



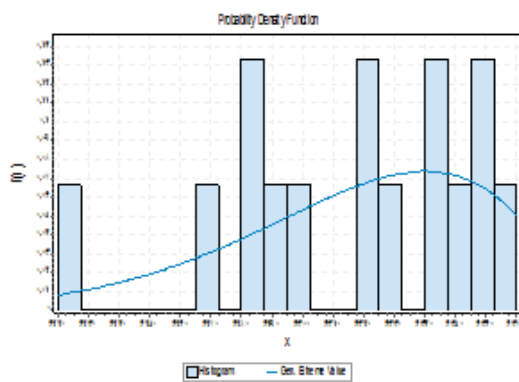
شکل ۶. نمودار برازش مدل منتخب سرعت دهانه در خوشه سوم



شکل ۷. نمودار برازش مدل منتخب برد گلوله در خوشه سوم



شکل ۸. نمودار برازش مدل منتخب سرعت دهانه در خوشه چهارم



شکل ۹. نمودار برازش مدل منتخب برد گلوله در خوشه چهارم

## ۷. بررسی توابع توزیع توأم هر خوشه

### ۷-۱. کاپولا:

یک کاپولای  $n$  - بعدی یک تابع توزیع روی فضای  $[0,1]^n$  با توزیع‌های حاشیه‌ای یکنواخت استاندارد است.

برای کاپولاها از نمادگذاری  $C(u) = C(u_1, \dots, u_n)$  استفاده می‌کنند. کاپولا یک نگاشت از یک ابر مکعب به یک بازه واحد به صورت  $C: [0,1]^n \rightarrow [0,1]$  بوده که سه ویژگی زیر در آن برقرار است:

۱-  $C(u_1, \dots, u_n)$  نسبت به هر مؤلفه  $u_i$  افزایشی است.

۲- به ازای هر  $i \in \{1, \dots, n\}$  و  $u_i \in [0,1]$  داریم:

بر مبنای ارزیابی معیارهای نیکوئی برازش اندرسون-دارلینگ (A-D) و کلموگروف-اسمیرنوف (K-S) مدل‌های برتر داوطلب برای سرعت دهانه در این خوشه عبارت‌اند از: Johnson SB، Gen. Extreme Value، Gen. Pareto که از بین این مدل‌ها، مدل Johnson SB که دارای بیشترین میزان P-Value در معیار K-S بود به عنوان مدل حاشیه‌ای منتخب برای برآورد پارامترها انتخاب شد. به همین ترتیب مدل‌های برتر داوطلب برای برد گلوله در این خوشه عبارت‌اند از: Gen. Extreme Value، Johnson SB، Log-Pearson 3 که دارای بیشترین میزان P-Value در معیار K-S بود به عنوان مدل حاشیه‌ای منتخب برای برآورد پارامترها انتخاب شد. نتایج ارزیابی مدل‌های برتر داوطلب و برآورد پارامترهای مدل‌های حاشیه‌ای منتخب در خوشه اول در جدول (۸) ارائه شده است. همچنین نمودار برازش مدل‌های حاشیه‌ای منتخب در خوشه اول به ترتیب در شکل (۸) و (۹) نشان داده شده است.

### جدول ۸. نتایج ارزیابی مدل‌های برتر داوطلب و برآورد پارامترهای مدل منتخب در خوشه چهارم

پارامترهای مدل منتخب	(K-S) P-Value	مدل منتخب	معیار کلموگروف-اسمیرنوف K-S		معیار اندرسون-دارلینگ A-D		مدل‌های برتر داوطلب	نوع خوشه چهارم
			آماره	رتبه	آماره	رتبه		
$\gamma = -0.3000$ $\delta = 0.6942$ $\lambda = 3.8014$ $\xi = 321.54$	۰.۹۹۵۴۷	Johnson SB	۰.۱۲۳۴	۱	۰.۲۳۷	۱	Johnson SB	سرعت دهانه (متر ثانیه)
			۰.۱۲۶۴	۲	۰.۲۸۴	۲	Gen. Extreme Value	
			۰.۱۳۱۴	۳	۳.۹۰۶	۴۳	Gen. Pareto	
$k = -0.5952$ $\sigma = 47.134$ $\mu = 6306.9$	۰.۹۹۹۶	Gen. Extreme Value	۰.۰۸۳۳	۱	۰.۱۷۷	۳	Gen. Extreme Value	برد (متر)
			۰.۰۸۳۴	۲	۰.۱۷۰	۲	Johnson SB	
			۰.۰۹۷۱	۳	۰.۱۹۸	۴	Log-Pearson 3	

### ۷-۳. تابع چگالی کاپولا:

قضیه اسکالر نشان می‌دهد، زمانی که متغیرها پیوسته باشند، هر تابع توزیع احتمال چند متغیره می‌تواند با استفاده از یک توزیع حاشیه‌ای و یک ساختار وابسته نشان داده شود که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$f(x_1, \dots, x_n) = \frac{\partial F(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_1, \dots, \partial x_n}$$

$$= \frac{\partial^n C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n))}{\partial F_1(x_1) \dots \partial F_n(x_n)} \times \prod_{i=1}^n \frac{\partial F_i(x_i)}{\partial x_i}$$

$$= c(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) \times \prod_{i=1}^n f_i(x_i)$$

$$c(u_1, \dots, u_n) = \frac{f(x_1, \dots, x_n)}{\prod_{i=1}^n f_i(x_i)}$$

که در آن،  $f_i$ ها توابع چگالی حاشیه‌ای،  $u_i = F_i(x_i)$ ها تابع توزیع حاشیه‌ای و  $c$  تابع چگالی کاپولا است. توابع کاپولا برای ایجاد و شبیه‌سازی توزیع‌های چند متغیره ابزار مناسبی هستند. توابع کاپولا انواع مختلفی دارند، مانند کاپولای گاوسی (نرمال)، کاپولای تی-استودنت، کلاپتونکاپولا، و گامبل کاپولا. تابع کاپولا یا مفصل مناسب برای یک کاربرد خاص، تابعی است که به بهترین نحو ممکن همبستگی بین داده‌ها را نشان می‌دهد. برای انتخاب مناسب‌ترین مفصل، در مرحله اول، توزیع‌های مختلف تک متغیره بر متغیرهای حاشیه‌ای برازش داده شده و پارامترهای توزیع با روش حداکثر درست‌نمایی برآورد می‌شود. یکی از مهم‌ترین روش‌های برآورد پارامتر مفصل، روش حداکثر درست‌نمایی است. هر تابع مفصلی که بیشترین مقدار حداکثر لگاریتم درست‌نمایی را داشته باشد، مناسب‌ترین تابع شناخته می‌شود. به دلیل استفاده این

$$C(1, \dots, 1, u_i, 1, \dots, 1) = u_i$$

۳- به ازای هر  $(a_1, \dots, a_n), (b_1, \dots, b_n) \in [0, 1]^n$  که  $a_i \leq b_i$  داریم:

$$\sum_{i_1=1}^{\infty} \dots \sum_{i_n=1}^{\infty} (-1)^{i_1+\dots+i_n} C(u_{i_1}, \dots, u_{i_n}) \geq (2)$$

که در آن به ازای هر  $j \in \{1, \dots, n\}$  داریم:

$$b_j = u_{j2} \text{ و } u_{j1} = a_j$$

یکی از مهم‌ترین قضایای مطرح شده در مباحث مربوط به کاپولا، قضیه اسکالر<sup>۱۶</sup> (۱۹۵۹)، است که رابطه بین تابع توزیع توأم و کاپولا را بیان می‌کند [۱۸].

### ۷-۲. قضیه اسکالر

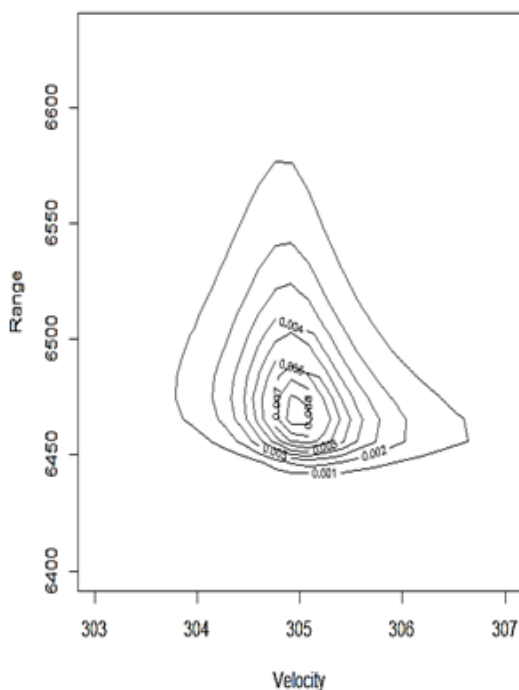
اگر فرض شود  $F$  یک تابع توزیع توأم با توزیع‌های حاشیه‌ای  $F_1, \dots, F_n$  باشد، آنگاه کاپولای  $C$  به صورت  $C: [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$  وجود دارد، به طوری که به ازای هر  $x_1, \dots, x_n$  در  $\bar{R} = [-\infty, +\infty]$  داریم:

$$F(x_1, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n))$$

اگر توابع حاشیه‌ای پیوسته باشند، آنگاه کاپولای  $C$  یکتاست، در غیر این صورت، کاپولای به دست آمده، یکتا نخواهد بود. کاپولای  $C$  روی فضای  $RanF_1 \times \dots \times RanF_n$  تعیین می‌شود که در آن  $RanF_i = F_i(\bar{R})$ ، برد  $F_i$  را نشان می‌دهد. برعکس اگر  $C$  یک کاپولا باشد و  $F_1, \dots, F_n$  توابع توزیع تک متغیره باشند، آنگاه تابع تعریف شده در (۴-۳۹) یک تابع توزیع توأم با توزیع‌های حاشیه‌ای  $F_1, \dots, F_n$  است. تئوری اسکالر حاکی از آن است که می‌توان برای توابع توزیع چند متغیره حاشیه‌های تک متغیره و ساختار وابسته را جدا کرد و می‌توان ساختار وابسته را با یک تابع کاپولا نشان داد [۱۸].



خوشه به صورت شکل (۱۰) ارائه شده است. نمودار این تابع چگالی نشاندهنده خطوط هم چگال بین سرعت دهانه در بازه  $[303, 307] m/s$  با برد گلوله در بازه  $[6400, 6600] m$  بوده، به طوری که بیشترین چگالی احتمال در محدوده سرعت دهانه ۳۰۵ متر بر ثانیه و برد ۶۴۵۰ متر است.



شکل ۱۰. نمودار برازش کاپولای نرمال به توابع توزیع حاشیه‌ای منتخب سرعت و برد گلوله در خوشه اول

#### ۸-۲. نمودار تابع مفصل برای خوشه دوم:

با برازش کاپولای نرمال به توابع حاشیه‌ای به دست آمده از داده‌های زوجی خوشه دوم (برای سرعت دهانه تابع توزیع Cauchy با پارامترهای  $\sigma = 0.32726$  و  $\mu = 324.84$  و برای برد گلوله تابع توزیع Power Function با پارامترهای  $\alpha = 2.707$  و  $a = 6600.0$  و  $b = 6740.0$  و بنا بر قضیه اسکالر، نمودار کانتور تابع چگالی توأم بالستیک داخلی و بالستیک خارجی در این خوشه به صورت شکل (۱۱) ارائه شده است. نمودار

پژوهش از کاپولای نرمال در ادامه به اختصار به تعریف این کاپولا می‌پردازیم [۱۸].

#### ۷-۴. کاپولای نرمال (گاوسی):

اگر  $\varphi$  تابع چگالی یک بعدی از توزیع نرمال استاندارد باشد و  $\varphi^n$  تابع چگالی  $n$ -بعدی از توزیع نرمال استاندارد با ماتریس همبستگی مثبت  $\omega$ ، کاپولای نرمال  $n$ -بعدی  $C_\omega^\varphi$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(5)$$

$$C_\omega^\varphi(u_1, \dots, u_n) = \varphi^n(\varphi^{-1}(u_1), \dots, \varphi^{-1}(u_n))$$

برای تمامی  $(u_1, \dots, u_n) \in [0, 1]^n$  در صورتی که  $n = 2$  باشد، آنگاه:

$$C_{\rho_{12}}^n(u_1, u_2) = \int_{-\infty}^{\varphi^{-1}(u_1)} \int_{-\infty}^{\varphi^{-1}(u_2)} \frac{1}{2\pi(1-\rho_{12}^2)^{1/2}} \exp\left(-\frac{s^2 - 2\rho_{12}st + t^2}{2(1-\rho_{12}^2)}\right) ds dt, \quad (6)$$

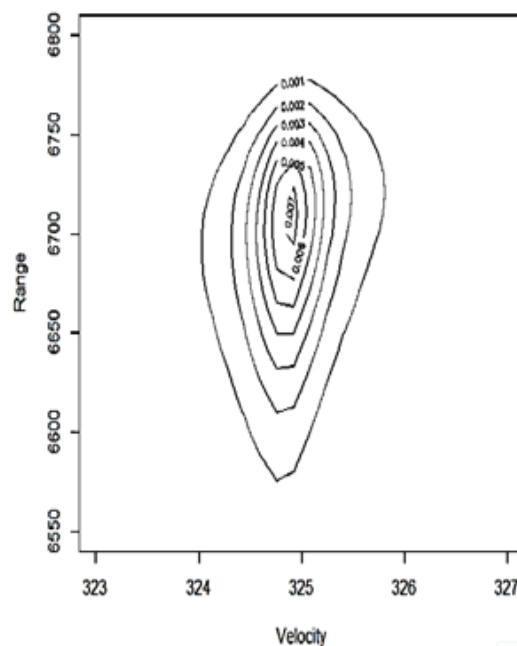
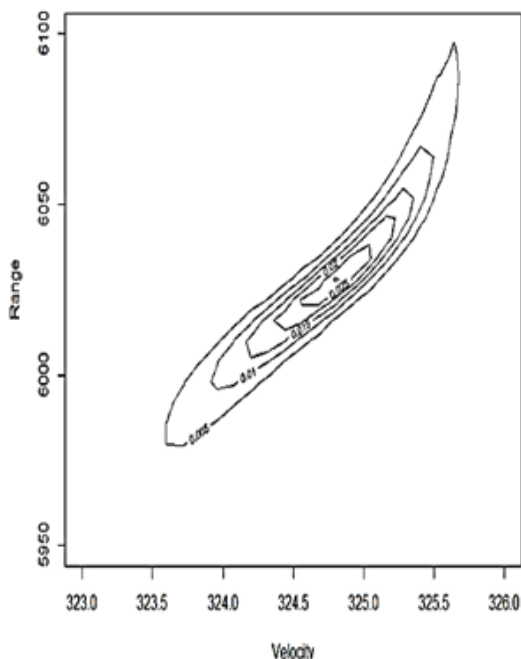
به طوری که  $(u_1, u_2) \in [0, 1]^2$  و  $\rho_{12}$  ضریب همبستگی توزیع نرمال استاندارد دو متغیره است [۱۸].

#### ۸. کاپولای نرمال (گاوسی):

۸-۱. نمودار تابع مفصل برای خوشه اول:  
با برازش کاپولای نرمال به توابع حاشیه‌ای به دست آمده از داده‌های زوجی خوشه اول (برای سرعت دهانه تابع توزیع Cauchy با پارامترهای  $\sigma = 0.4781$  و  $\mu = 304.96$  و برای برد گلوله تابع توزیع Frechet (3P) با پارامترهای  $\alpha = 1.6905$  و  $\beta = 50.01$  و  $\gamma = 6426.7$ ) و بنا بر قضیه اسکالر، نمودار کانتور تابع چگالی توأم بالستیک داخلی و بالستیک خارجی در این

این تابع چگالی نشان‌دهنده خطوط هم‌چگال بین سرعت دهانه در بازه  $[324, 326] m/s$  با برد گلوله در بازه  $[6550, 6800] m$  بوده، به طوری که بیشترین چگالی احتمال در محدوده سرعت دهانه ۳۲۵ متر بر ثانیه و برد ۶۷۰۰ متر است.

دهانه در بازه  $[323.5, 326] m/s$  با برد گلوله در بازه  $[5950, 6100] m$  بوده؛ به طوری که بیشترین چگالی احتمال در محدوده سرعت دهانه ۳۲۵ متر بر ثانیه و برد ۶۰۲۵ متر است.



شکل ۱۱. نمودار برازش کاپولای نرمال به توابع توزیع حاشیه‌ای منتخب سرعت و برد گلوله در خوشه دوم

شکل ۱۲. نمودار برازش کاپولای نرمال به توابع توزیع حاشیه‌ای منتخب سرعت و برد گلوله در خوشه سوم

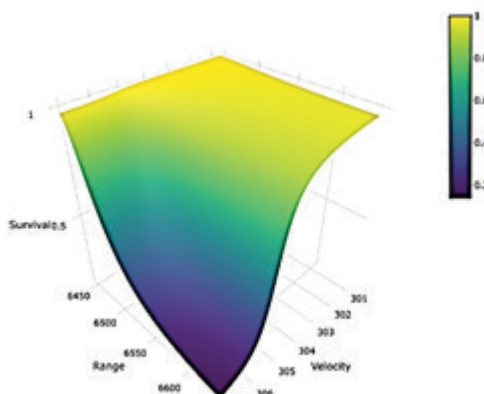
#### ۳-۸. نمودار تابع مفصل برای خوشه سوم:

با برازش کاپولای نرمال به توابع حاشیه‌ای به دست آمده از داده‌های زوجی خوشه سوم (برای سرعت دهانه تابع توزیع Beta با پارامترهای  $\alpha_1 = 0.3668$  و  $\alpha_2 = 0.32751$  و  $a = 323.38$  و  $b = 325.4$  و برای برد گلوله تابع توزیع Log-Logistic (3P) با پارامترهای  $\alpha = 3.1018E + 6$  و  $\beta = 6.7271E + 7$  و  $\gamma = -6.7265E + 7$ ) و بنا بر قضیه اسکالر، نمودار کانتور تابع چگالی توأم بالستیک داخلی و خارجی در این خوشه به صورت شکل (۱۲) ارائه شده است. نمودار این تابع چگالی نشان‌دهنده خطوط هم‌چگال بین سرعت

#### ۴-۸. نمودار تابع مفصل برای خوشه چهارم:

با برازش کاپولای نرمال به توابع حاشیه‌ای به دست آمده از داده‌های زوجی خوشه چهارم (برای سرعت دهانه تابع توزیع Johnson SB با پارامترهای  $\gamma = -0.30009$  و  $\delta = 0.69426$  و  $\lambda = 3.8014$  و  $\xi = 321.54$  و برای برد گلوله تابع توزیع Gen. Extreme Value با پارامترهای  $k = -0.59524$  و  $\sigma = 47.134$  و  $\mu = 6306.9$ ) و بنا بر قضیه اسکالر، نمودار کانتور تابع چگالی توأم بالستیک داخلی و خارجی در این خوشه به صورت شکل (۱۳) ارائه شده است. نمودار این تابع چگالی نشان‌دهنده خطوط هم‌چگال بین سرعت

کمتر شود رویه تشکیل شده پرننگ تر ارائه شده است.

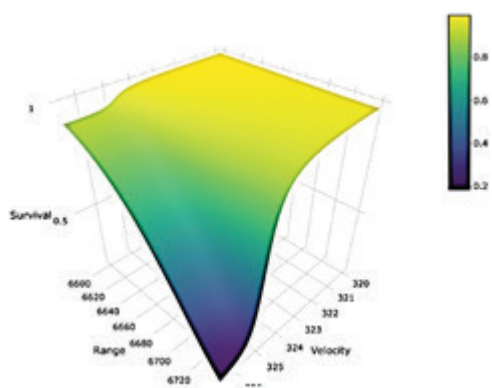


شکل ۱۴. نمودار رویه قابلیت اطمینان توأم در خوشه اول

## ۲-۹. تحلیل قابلیت اطمینان تابع توزیع

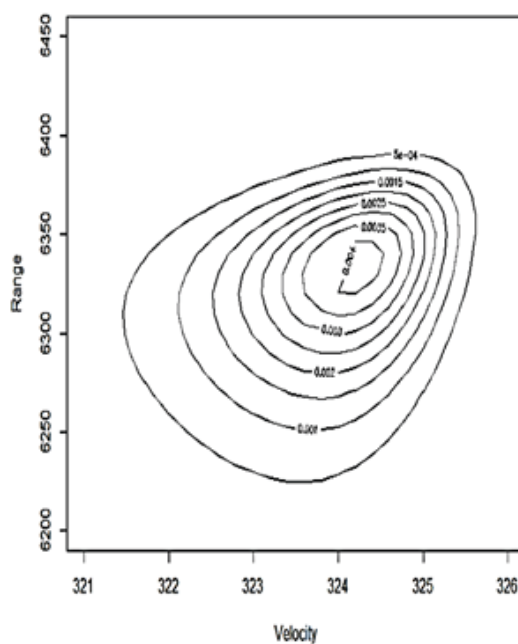
توأم برای خوشه دوم:

با برازش کاپولای نرمال به توابع حاشیه‌ای در خوشه دوم، قابلیت اطمینان هم‌زمان بالستیک داخلی و خارجی پرتابه در این خوشه مورد بررسی قرار گرفت. شکل (۱۵) نشان‌دهنده این قابلیت اطمینان به صورت یک رویه سه بعدی است که یک بعد سرعت دهانه، بعد دوم برد متناظر گلوله و بعد سوم قابلیت اطمینان توأم هست. در این نمودار هر چه میزان قابلیت اطمینان کمتر شود رویه تشکیل شده پرننگ تر ارائه شده است.



شکل ۱۵. نمودار رویه قابلیت اطمینان توأم در خوشه دوم

دهانه در بازه  $[321, 326] m/s$  با برد گلوله در بازه  $[6200, 6400] m$  بوده، به طوری که بیشترین چگالی احتمال در محدوده سرعت دهانه ۳۲۴ متر بر ثانیه و برد ۶۳۲۵ متر است.



شکل ۱۳. نمودار برازش کاپولای نرمال به توابع توزیع حاشیه‌ای منتخب سرعت و برد گلوله در خوشه چهارم

## ۹. بررسی قابلیت اطمینان توابع توزیع توأم هر خوشه

### ۱-۹. تحلیل قابلیت اطمینان تابع توزیع

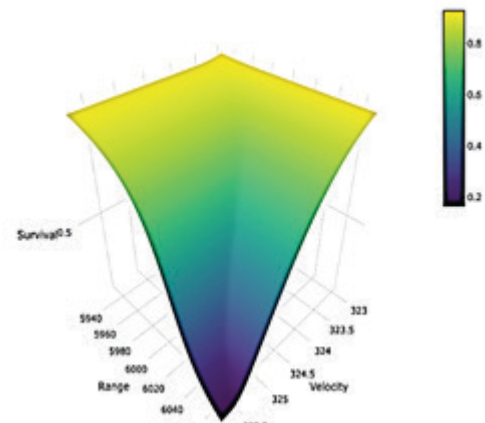
توأم برای خوشه اول:

با برازش کاپولای نرمال به توابع حاشیه‌ای در خوشه اول، قابلیت اطمینان [۱۹] هم‌زمان بالستیک داخلی و خارجی پرتابه در این خوشه مورد بررسی قرار گرفت. شکل (۱۴) نشان‌دهنده این قابلیت اطمینان به صورت یک رویه سه بعدی است که یک بعد سرعت دهانه، بعد دوم برد متناظر گلوله و بعد سوم قابلیت اطمینان توأم هست. در این نمودار هر چه میزان قابلیت اطمینان

### ۳-۹. تحلیل قابلیت اطمینان تابع توزیع توأم

برای خوشه سوم:

با برازش کاپولای نرمال به توابع حاشیه‌ای در خوشه سوم، قابلیت اطمینان هم‌زمان بالستیک داخلی و خارجی پرتابه در این خوشه مورد بررسی قرار گرفت. شکل (۱۶) نشان‌دهنده این قابلیت اطمینان به صورت یک رویه سه بعدی است که یک بعد سرعت دهانه، بعد دوم برد متناظر گلوله و بعد سوم قابلیت اطمینان توأم هست. در این نمودار هر چه میزان قابلیت اطمینان کمتر شود رویه تشکیل شده پررنگ‌تر ارائه شده است.

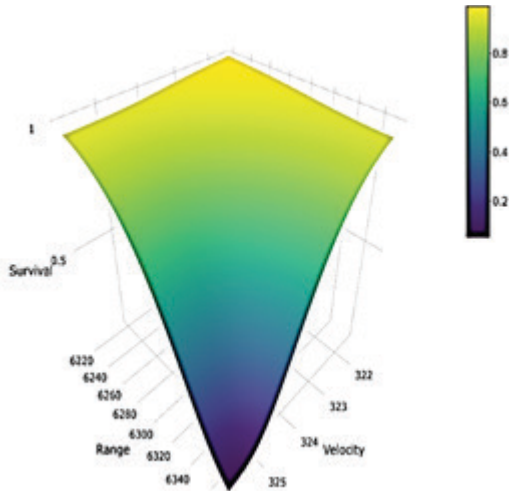


شکل ۱۶. نمودار رویه قابلیت اطمینان توأم در خوشه سوم

### ۴-۹. تحلیل قابلیت اطمینان تابع توزیع

توأم برای خوشه چهارم:

با برازش کاپولای نرمال به توابع حاشیه‌ای در خوشه چهارم، قابلیت اطمینان هم‌زمان بالستیک داخلی و خارجی پرتابه در این خوشه مورد بررسی قرار گرفت. شکل (۱۷) نشان‌دهنده این قابلیت اطمینان به صورت یک رویه سه بعدی است که یک بعد سرعت دهانه، بعد دوم برد متناظر گلوله و بعد سوم قابلیت اطمینان توأم هست. در این نمودار هر چه میزان قابلیت اطمینان کمتر شود رویه تشکیل شده پررنگ‌تر ارائه شده است.



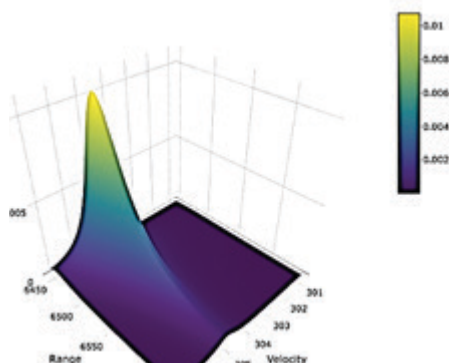
شکل ۱۷. نمودار رویه قابلیت اطمینان توأم در خوشه چهارم

### ۱۰. بررسی رفتار نرخ خطر توابع توزیع توأم هر خوشه

#### ۱۰-۱. تحلیل رفتار نرخ خطر تابع توزیع

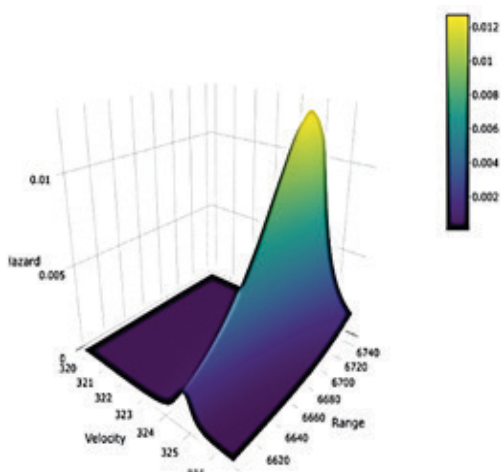
توأم برای خوشه اول:

با برازش کاپولای نرمال به توابع حاشیه‌ای در خوشه دوم، رفتار نرخ خطر هم‌زمان بالستیک داخلی و خارجی پرتابه در این خوشه مورد بررسی قرار گرفت. شکل (۱۸) نشان‌دهنده این رفتار به صورت یک رویه سه بعدی است که یک بعد سرعت دهانه، بعد دوم برد متناظر گلوله و بعد سوم نرخ خطر توأم هست. در این نمودار هر چه میزان نرخ خطر بیشتر شود رویه تشکیل شده کمرنگ‌تر ارائه شده است.



شکل ۱۸. نمودار رویه نرخ خطر توأم در خوشه اول

ارائه شده است.



شکل ۱۹. نمودار رویه نرخ خطر توأم در خوشه دوم نتایج منتخب قابلیت اطمینان و نرخ خطر برای سرعت‌های دهانه و بردهای مختلف گلوله در این خوشه به صورت جدول (۱۰) ارائه شده است:

جدول ۱۰. قابلیت اطمینان و نرخ خطر بالستیک در خوشه دوم

ردیف	سرعت	برد	قابلیت اطمینان	نرخ خطر
۱	۳۲۰,۰	۶۷۴۱,۳۴	۰,۹۷۸۲	$۱۳,۱۰ \times ۱۰^{-۶}$
۲	۳۲۰,۰	۶۶۰۰,۰۰	۰,۹۹۴۸	$۱۵,۳۷ \times ۱۰^{-۶}$
۳	۳۲۴,۵۵	۶۶۰۳,۰۰	۰,۹۵۹۰	$۵۲۶,۰۸ \times ۱۰^{-۶}$
۴	۳۲۶,۵۹	۶۶۰۰,۰۰	۰,۹۱۳۰	$۲۶,۱۶ \times ۱۰^{-۶}$
۵	۳۲۳,۶۰	۶۷۴۰,۰۰	۰,۹۱۹۷	$۷۹,۴۴ \times ۱۰^{-۶}$
۶	۳۲۵,۱۶	۶۶۳۰,۳۶	۰,۸۶۰۷	۰,۰۰۲۵
۷	۳۲۴,۹۶	۶۶۹۰,۹۰	۰,۶۷۴۲	۰,۰۰۵۴
۸	۳۲۶,۵۲	۶۶۷۰,۷۲	۰,۶۶۱۵	$۵۵۲,۲۵ \times ۱۰^{-۶}$
۹	۳۲۵,۵۷	۶۷۱۹,۷۳	۰,۳۷۰۹	۰,۰۰۳۷
۱۰	۳۲۶,۶۶	۶۷۴۱,۳۴	۰,۱۸۳۴	۰,۰۰۳۱

به صورت کلی در خوشه دوم بیشترین قابلیت اطمینان مربوط به محدوده سرعت [۳۲۰,۳۲۵] و برد [۶۶۰۰,۶۷۰۰] بوده است. بنابراین می‌توان با تنظیم وزن شارژ پرتاب، بهترین نتایج عملکردی را برای به

نتایج منتخب قابلیت اطمینان و نرخ خطر برای سرعت‌های دهانه و بردهای مختلف گلوله در این خوشه

به صورت جدول ۹ ارائه شده است:  
 $\text{POIYPTpPεεZEXçBNM9H}(\text{)*\&\%!\%#}\neq 1$   
 جدول ۹. قابلیت اطمینان و نرخ خطر بالستیک در خوشه اول

خوشه اول				
ردیف	سرعت	برد	قابلیت اطمینان	نرخ خطر
۱	۳۰۱,۰	۶۶۴۱,۲	۰,۹۷۱۰	$۱۷,۷۶ \times ۱۰^{-۶}$
۲	۳۰۱,۰	۶۴۵۴,۵۷	۰,۹۹۹۷	$۲۲,۲۰ \times ۱۰^{-۶}$
۳	۳۰۷,۱	۶۴۵۰,۶۸	۰,۹۷۱۵	$۵۴۱,۵۹ \times ۱۰^{-۶}$
۴	۳۰۳,۶	۶۵۱۰,۹۷	۰,۹۵۵۰	$۷۱۷,۵۹ \times ۱۰^{-۶}$
۵	۳۰۵,۲۵	۶۴۶۸,۱۹	۰,۰۸۷۱	۰,۰۰۹۹
۶	۳۰۴,۷۵	۶۶۲۱,۸۱	۰,۶۷۰۶	$۷۲۸,۲۵ \times ۱۰^{-۶}$
۷	۳۰۵,۳۸	۶۴۹۷,۳۵	۰,۶۲۰۱	۰,۰۰۶۴
۸	۳۰۵,۳۸	۶۶۲۱,۸۱	۰,۳۳۴۵	$۵۹۷,۵۵ \times ۱۰^{-۶}$
۹	۳۰۶,۲۷	۶۵۶۱,۵۲	۰,۲۶۳۲	$۲۰۷,۴۷ \times ۱۰^{-۶}$
۱۰	۳۰۷,۱	۶۶۴۱,۲۶	۰,۱۳۸۹	$۳۷,۱۲ \times ۱۰^{-۶}$

به صورت کلی در خوشه اول بیشترین قابلیت اطمینان مربوط به محدوده سرعت [۳۰۰,۳۰۵] و برد [۶۴۰۰,۶۵۰۰] بوده است. بنابراین می‌توان با تنظیم وزن شارژ پرتاب، بهترین نتایج عملکردی را برای به دست آوردن این محدوده سرعت و برد شاهد بود.

## ۱۰-۲. تحلیل رفتار نرخ خطر تابع

توزیع توأم برای خوشه دوم:

با برازش کاپولای نرمال به توابع حاشیه‌ای در خوشه دوم، رفتار نرخ خطر هم‌زمان بالستیک داخلی و خارجی پرتابه در این خوشه مورد بررسی قرار گرفت. شکل (۱۹) نشان‌دهنده این رفتار به صورت یک رویه سه بعدی است که یک بعد سرعت دهانه، بعد دوم برد متناظر گلوله و بعد سوم نرخ خطر توأم هست. در این نمودار هرچه میزان نرخ خطر بیشتر شود رویه تشکیل شده کمرنگ‌تر





دست آوردن این محدوده سرعت و برد شاهد بود.

جدول ۱۱. قابلیت اطمینان و نرخ خطر بالستیک در خوشه سوم

خوشه سوم				
ردیف	سرعت	برد	قابلیت اطمینان	نرخ خطر
۱	۳۲۳,۰۳	۶۰۷۰,۵۶	۰,۹۱۹۲	$۲۶۴,۰۰ \times ۱۰^{-۶}$
۲	۳۲۳,۰۳	۵۹۳۵,۱۴	۰,۹۲۶۵	۰,۰۰۱۳
۳	۳۲۵,۰۸	۵۹۳۰,۸۶	۰,۹۱۵۲	$۱۱,۳۴ \times ۱۰^{-۶}$
۴	۳۲۳,۷۰	۶۰۶۹,۱۳	۰,۸۲۱۵	$۱,۷۳ \times ۱۰^{-۶}$
۵	۳۲۴,۰۷	۵۹۹۲,۱۶	۰,۷۹۲۸	۰,۰۰۴۶
۶	۳۲۵,۶۸	۵۹۷۰,۷۸	۰,۸۵۹۱	$۹۱,۴۰ \times ۱۰^{-۶}$
۷	۳۲۴,۴۷	۶۰۶۷,۷۱	۰,۶۰۱۲	$۲۷۴,۷۶ \times ۱۰^{-۶}$
۸	۳۲۴,۸۳	۶۰۳۲,۰۷	۰,۴۶۱۴	$۰,۰۶۰۵ \times ۱۰^{-۶}$
۹	۳۲۵,۷۷	۶۰۲۷,۸۰	۰,۴۶۴۶	$۱۲۱,۰۹ \times ۱۰^{-۶}$
۱۰	۳۲۵,۷۷	۶۰۷۰,۵۶	۰,۱۶۳۱	۰,۰۰۴۴

### ۱۰-۳. تحلیل رفتار نرخ خطر تابع توزیع

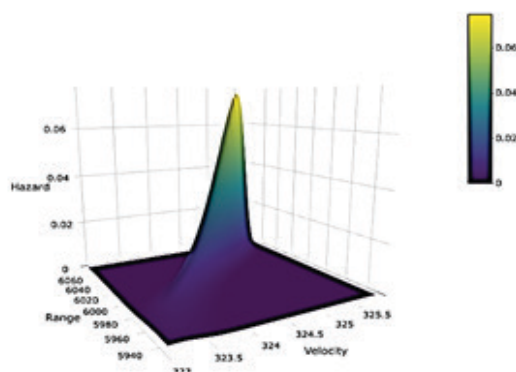
توأم برای خوشه سوم:

با برازش کاپولای نرمال به توابع حاشیه‌ای در خوشه سوم، رفتار نرخ خطر هم‌زمان بالستیک داخلی و خارجی پرتابه در این خوشه مورد بررسی قرار گرفت. شکل ۲۰ نشان‌دهنده این رفتار به صورت یک رویه سه بعدی است که یک بعد سرعت دهانه، بعد دوم برد متناظر گلوله و بعد سوم نرخ خطر توأم هست. در این نمودار هرچه میزان نرخ خطر بیشتر شود رویه تشکیل شده کمرنگ‌تر ارائه شده است.

### ۱۰-۴. تحلیل رفتار نرخ خطر تابع توزیع

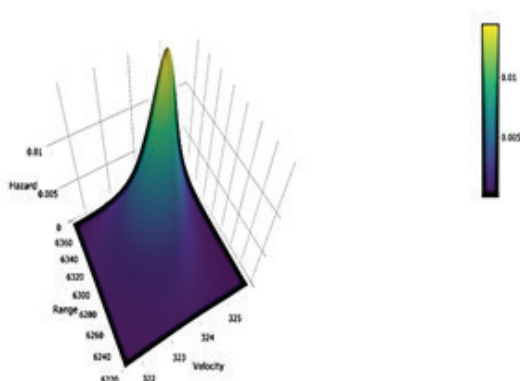
توأم برای خوشه چهارم:

با برازش کاپولای نرمال به توابع حاشیه‌ای در خوشه چهارم، رفتار نرخ خطر هم‌زمان بالستیک داخلی و خارجی پرتابه در این خوشه مورد بررسی قرار گرفت. شکل (۲۱) نشان‌دهنده این رفتار به صورت یک رویه سه بعدی است که یک بعد سرعت دهانه، بعد دوم برد متناظر گلوله و بعد سوم نرخ خطر توأم هست. در این نمودار هرچه میزان نرخ خطر بیشتر شود، رویه تشکیل شده کمرنگ‌تر ارائه شده است.



شکل ۲۰. نمودار رویه نرخ خطر توأم در خوشه سوم

نتایج منتخب قابلیت اطمینان و نرخ خطر برای سرعت‌های دهانه و بردهای مختلف گلوله در این خوشه به صورت جدول (۱۱) ارائه شده است به صورت کلی در خوشه سوم بیشترین قابلیت اطمینان مربوط به محدوده سرعت [۳۲۰, ۳۲۵] و برد [۵۹۰۰, ۶۰۰۰] بوده است. بنابراین می‌توان با تنظیم وزن شارژ پرتاب، بهترین نتایج عملکردی را برای به دست آوردن این محدوده سرعت و برد شاهد بود.



شکل ۲۱. نمودار رویه نرخ خطر توأم در خوشه چهارم

نتایج منتخب قابلیت اطمینان و نرخ خطر برای سرعت‌های دهانه و بردهای مختلف گلوله در این خوشه به صورت جدول (۱۲) ارائه شده است:

جدول ۱۲. قابلیت اطمینان و نرخ خطر بالستیک در خوشه چهارم

خوشه چهارم				
ردیف	سرعت	برد	قابلیت اطمینان	نرخ خطر
۱	۳۲۱،۵۲	۶۳۶۷،۸۰	۰،۹۴۲۷	$10^{-6} * ۱۱۴،۲۸$
۲	۳۲۱،۵۲	۶۲۲۲،۲۰	۰،۹۹۱۳	$10^{-6} * ۱۶۵،۸۶$
۳	۳۲۵،۸۲	۶۲۲۰،۶۶	۰،۹۵۲۰	$10^{-6} * ۱،۷۴$
۴	۳۲۲،۵۷	۶۳۶۴،۷۳	۰،۸۳۳۷	$10^{-6} * ۶۷۸،۶۱$
۵	۳۲۳،۵۴	۶۲۹۴،۲۳	۰،۸۲۶۶	۰،۰۰۲۹
۶	۳۲۵،۷۷	۶۲۸۰،۴۴	۰،۷۷۶۷	$10^{-6} * ۳۵،۲۹$
۷	۳۲۴،۰۲	۶۳۶۳،۲۰	۰،۴۴۱۸	۰،۰۰۱۰۳
۸	۳۲۴،۷۲	۶۳۳۷،۱۵	۰،۳۸۱۹	۰،۰۰۹۴
۹	۳۲۵،۷۳	۶۳۲۷،۹۵	۰،۳۹۹۹	$10^{-6} * ۲۸۵،۷۳$
۱۰	۳۲۵،۸۲	۶۳۷۰،۸۶	۰،۰۵۵۳	۰،۰۰۱۴۳

به صورت کلی در خوشه چهارم بیشترین قابلیت اطمینان مربوط به محدوده سرعت [۳۲۰، ۳۲۵] و برد [۳۲۰، ۳۲۵] بوده است. بنابراین می‌توان با تنظیم وزن شارژ پرتاب، بهترین نتایج عملکردی را برای به دست آوردن این محدوده سرعت و برد شاهد بود.

### ۱۱. نتیجه‌گیری

در این پژوهش با مطالعه ساختار عملکردی بالستیک داخلی و خارجی پرتابه‌ها، به مدل‌سازی قابلیت اطمینان در فرایندهای تصادفی سرعت دهانه پرتابه و برد پرتابه پرداخته شده است. مسئله اصلی در این تحقیق استفاده سایر تحقیقات از فرض نرمال بودن است که بر اساس آن سرعت دهانه از توزیع نرمال  $V \sim N(v, \sigma_1^2)$  پیروی می‌کند که در آن  $v$  میانگین و  $\sigma_1^2$  واریانس سرعت دهانه است و برد پرتابه از توزیع

نرمال  $R \sim N(r, \sigma_2^2)$  پیروی می‌کند که در آن  $r$  میانگین و  $\sigma_2^2$  واریانس برد پرتابه است. بنابراین در صورت عدم پذیرش این فرض، نتایج تمامی تحقیقات قبلی نیاز به بازنگری داشته و سایر رفتار بالستیکی هر پرتابه‌ای، باید با استفاده از مشخصات تعریف شده توزیع غیر نرمال برآورد شود. در این تحقیق با استناد به زوجی بودن داده‌ها، داده‌های بالستیک داخلی و خارجی به صورت هم‌زمان مورد مطالعه قرار گرفت که در نتیجه از تحلیل خوشه‌ای میانگین‌ها مشخص شد که داده‌ها بر اساس سرعت دهانه‌های مختلف و بردهای مختلف ویژگی‌ها و رفتارهای متفاوتی دارند. بر اساس نتایج این تحلیل داده‌های زوجی در ۴ خوشه دسته‌بندی شدند. در هر خوشه پس از تحلیل‌های آمار توصیفی، توابع حاشیه‌ای سرعت دهانه و برد گلوله با استفاده از معیارهای نیکوئی برازش اندرسون-دارلینگ (A-D) و کلموگروف-اسمیرنوف (K-S) برآورد شد و برآورد پارامترهای مدل‌های حاشیه‌ای منتخب در هر خوشه ارائه شد. در نهایت برای هر خوشه تابع مفصل نرمال به صورت جداگانه به مدل‌های حاشیه‌ای برازش و نقاط هم‌چگال و محدوده‌های با چگالی احتمال بیشتر، مشخص شد. بر این اساس برای هر خوشه تحلیل قابلیت اطمینان و رفتار نرخ خطر به صورت یک رویه سه‌بعدی انجام گرفت که بهترین نتایج برای سرعت‌های دهانه و بردهای مختلف گلوله به صورت کلی (نتایجی که در آن قابلیت اطمینان بالاتر از ۸۲٪ باشد) برای هر خوشه ارائه شد. به صورت کلی برای کسب بهترین نتایج عملکردی در محدوده سرعت و برد مورد نیاز تست، باید شارژ پرتاب به گونه‌ای تنظیم شود که سرعت دهانه در یکی از دو محدوده یا قرار گرفته و برد پرتابه در محدوده‌های مشخص شده نتایج هر خوشه قرار گیرد.



## ۱۲. تقدیر و تشکر

این مقاله حاصل مشارکت ساعد و دانشگاه صنعتی مالک اشتر است و لازم است در اینجا از حسن همکاری نخبگان صنعت و نیز تلاش اعضای هیئت علمی دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه صنعتی مالک اشتر برای پیشبرد مطالعات تقدیر و تشکر نماییم.

## ۱۳. پی‌نوشت‌ها :

1. Interior Ballistics
2. Intermediate Ballistics
3. External Ballistics
4. Terminal Ballistics
5. Perforations
6. Experimental Frequency
7. Comprehensive Disturbance
8. Permissible Deviation
9. Logit
10. Probit
11. Log-Log
12. Non-Homogeneous Poisson Process (NHPP)
13. Maximum Likelihood Estimation (MLE)
14. Lower Bound
15. Upper Bound
16. Sklar

## ۱۴. مآخذ

- [1] Rheinmetall. Handbook on Weaponry. Second English Edition. 1982.
- [2] C. Farrar., D. W. Leeming. Military Ballistics-A Basic Manual. Royal Military College of Science, Shrivenham, UK: Brassey's Defence Publishers. 1982.
- [3] D. Mauchant, K. D. Rice, M. A. Riley, D. Leber, D. Samarov, A. L. Forster., Analysis of Three Different Regression Models to Estimate the Ballistic Performance of New and Environmentally Conditioned Body Armor, U.S. Department of Commerce & National Institute of Standards and Technology. 2011.
- [4] L. Yang, L. Kun, S. Xiaodong, Y. Xiaoxian. Monte Carlo ballistic Simulation Applied to Dispersion Analysis of Starting Control Points for Antitank Missile. International Conference on Electronic & Mechanical Engineering and Information Technology. 12-14 Au-

gust.2929-2932. 2011.

- [5] B. Tahenti, F. Coghe, R. Nasri, M. Pirlot., Armor's Ballistic Resistance Simulation Using Stochastic Process Modeling, International Journal of Impact Engineering, Vol. 102, 140-146. 2017.
- [6] T. H. Johnson, L. Freeman, J. Hester, J. L. Bell., A Comparison of Ballistic Resistance Testing Techniques in the Department of Defense, IEEE Transactions on Reliability, Vol. 2 : 1442- 1455. 2014.
- [7] B. U. Nguyen. Assessment of a Ballistic Missile Defense System. Defense & Security Analysis, Vol. 30, No. 1, 4-16. 2015.
- [8] C. Cheng, X. B. Zhang., Interior ballistic charge design based on a modified particle swarm optimizer, Struct Multidisc Optim, Vol. 46 : 303-310. 2012.
- [9] J. Toivola., S. Moilanen., and H. R. Jussila. Force, Pressure and Strain Measurements for Traditional Heavy Mortar Launch Cycle. Rakenteiden Mekaniikka (Journal of Structural Mechanics) Vol. 44, No 4, pp. 309-329. 2011.
- [10] D. Froemberg, M. Schmiedeberg, E. Barkai, and V. Zaburdaev. Asymptotic densities of ballistic Levy walks. arXiv:1412.0984v1 [cond-mat.stat-mech]. 2014.
- [11] P. Andreoletti, D. Loukianova, C. Matias. "Parametric estimation of a one-dimensional ballistic random walk in a Markov reversible environment. arXiv:1407.4905v1 [math.ST]. 2014.
- [12] M. Falconnet, D. Loukianova, and C. Matias. Asymptotic normality and efficiency of the maximum likelihood estimator for the parameter of a ballistic random walk in a random environment. arXiv:1302.0425v2 [math.ST]. 2013.
- [13] F. Comets, M. Falconnet, D. Loukianova, C. Matias. Maximum likelihood estimator consistency for ballistic random walk in a parametric random environment". arXiv:1210.6328v2 [math.ST]. 2012.
- [14] H. Guo, E. Pohl, and A. Gerokostopoulos. Determining the Right Sample Size for Your Test: Theory and Application. Reliability and Maintainability Symposium, January, 2013. IEEE Transactions

۱۴۷

سال دهم - شماره ۱۰

بهار و تابستان ۱۴۰۰

نشریه علمی

دانش و فناوری هوافضا



و خارجی بر اساس تحلیل مدل‌های بهینه قابلیت اطمینان  
تیین رفتار نرخ خطر یک سلاح کالیبر بزرگ در بالستیک داخلی

on Reliability.2013.

- [15] J. Macqueen. Some methods for classification and analysis of multivariate observations. Proceeding of the 5th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, University of California. 1967.
- [16] D. W. Wayne. Kolmogorov–Smirnov one-sample test. Applied Nonparametric Statistics (2nd ed.). Boston: PWS-Kent. pp. 319–330. 1990.
- [17] A. Marshall, W. Olkin. Life Distributions Structure of Nonparametric, Semi-parametric, and Parametric Families. Published by Springer Series in Statistics. 2007.
- [18] R. B. Nelsen. An Introduction to Copulas, Lectures Notes in Statistics, 139, Springer Verlag, New York. 1999.
- [19] C. E. Ebeling. An introduction to reliability and maintainability engineering. Tata McGraw-Hill Education. 2004.

۱۴۸

سال دهم - شماره ۱

بهار و تابستان ۱۴۰۰

نشریه علمی  
دانش و فناوری هوافضا



تبیین رفتار نرخ خطر یک سلاح کالیبر بزرگ در باسستیک داخلی  
و خارجی بر اساس تحلیل مدل‌های پهنه قابلیت اطمینان