

بهینه‌سازی و شبیه‌سازی گرین ستاره‌ای با استفاده از الگوریتم ژنتیک بر مبنای کدهای سرعت بالا

محمد رزمجوئی^۱، زهیر صبوچی^۲، محمد شهبازی^۳

۱ دانشجوی دکتری، مهندسی هوافضا، پژوهشگاه هوافضا، وزارت علوم تحقیقات و فناوری، تهران

۲ استادیار، مهندسی هوافضا، پژوهشگاه هوافضا، وزارت علوم تحقیقات و فناوری، تهران، zoheir.saboochi@gmail.com

۳ کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه اراک، تهران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۶/۲۰

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۷/۲۶

چکیده

تمرکز این مقاله بر بهینه‌سازی گرین سوخت جامد بر مبنای کدهای سرعت بالا است. یکی از راهکارهای طراحی موتور سوخت جامد با عملکرد بالا، طراحی گرین بهینه برای آن است، به طوری که از طرفی بیشترین سطح سوزش فراهم شده و از طرف دیگر سایر الزامات مانند استحکام مکانیکی و ساخت‌پذیری گرین نیز تأمین گردد. یکی از متداول‌ترین انواع گرین، شکل ستاره‌ای است. برای بهینه‌سازی موتور سوخت جامد با گرین ستاره‌ای، یک مدل برای شبیه‌سازی گرین مورد نیاز است تا در هر لحظه، سطح سوزش سوخت را ارائه دهد. یکی از روش‌های شبیه‌سازی سطح سوزش سوخت، مدل‌سازی آن در نرم‌افزارهای CAD و استخراج سطح سوزش با استفاده از ابر نقاط است. این روش حجم محاسباتی بالایی داشته و بکارگیری آن در الگوریتم بهینه‌سازی که خود یک روش عددی تکراری است، عملاً زمانبر است. برای رفع این مشکل، در این مقاله از یک مدل پارامتریک هندسی برای محاسبه سطح سوزش و جریان داخلی صفر بعدی با در نظر گرفتن سوزش فرسایشی استفاده شده است. مشخصه بارز این مدل، سرعت بالای محاسبات آن است که در کوپل با الگوریتم‌های بهینه‌سازی کارایی بالایی خواهد داشت. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که این مدل هندسی پارامتریک، با وجود حجم محاسباتی بسیار پایین‌تر نسبت به مدل ابر نقاط، از دقت بالایی نیز برخوردار است. نتایج روش بیان شده بسیار نزدیک به اهداف مشخص شده برای طراحی می‌باشد به عنوان مثال برای یک مورد مشخص میزان درصد انحراف معیار ۰،۳۵۵، بدست آمده است، بنابراین با کمترین میزان خطا می‌توان به گرین مورد نظر دست پیدا کرد.

واژگان کلیدی

بهینه‌سازی موتور، سوخت جامد، گرین ستاره‌ای، مدل پارامتریک، انحراف معیار

۱. مقدمه

طراحی گرین به منظور محاسبه سطح سوزش و ایجاد رابطه با جان سوخته است. طراحی گرین می‌تواند با استفاده از راندمان حجمی زیاد با حداقل اسلیور ممکن، از نظر به حداقل رساندن جرم بی اثر حیاتی باشد. گرین ستاره‌ای به دلیل سادگی، قابلیت اطمینان، سوزش خنثی و بازده بالا بسیار شناخته شده است و بیش از شصت سال است که مورد استفاده قرار می‌گیرد. می‌توان از آن برای طیف معقول کسری از وب استفاده کرد، بنابراین دامنه کسر بارگذاری حجمی را در بر می‌گیرد. برخی از معایب مانند اسلیور نامطلوب هستند، اما می‌توان با بهینه‌سازی صحیح این اثرات را کاهش داد [۱]. پژوهش‌هایی که تاکنون در مورد طراحی گرین ستاره‌ای انجام شده است را می‌توان به شرح زیر خلاصه کرد: مارسل بارر [۲] برای طراحی گرین ستاره‌ای دو بعدی معادلات بی‌بعد را ارائه داده است. ریچاردی [۳] مجموعه کامل از راه‌حل‌های تحلیلی را برای هندسه‌های گرین ستاره شامل هندسه‌های محدب و مقعر بیان کرده است. وانگ گوانگ‌لین [۴] یک روش کلی برای تعیین پارامترهای هندسه مورد نیاز برای تجزیه و تحلیل گرین ستاره را فراهم می‌کند. اگرچه، تحقیقات کافی در زمینه طراحی پیکربندی‌های مختلف گرین انجام شده است، اما مسئله بهینه‌سازی هنوز از نظر عمق و توسعه کاربرد به طور کافی مورد بررسی قرار نگرفته است. تحقیقات پیشین از یک روش پارامتری با تعداد متغیرهای متفاوت در فرآیند بهینه‌سازی استفاده می‌کند. استون [۵] از چهار متغیر طراحی استفاده می‌کند، نسبت وب، نسبت پیشرفت و کسر اسلیور را با تغییر بارگذاری حجمی با یک مقدار ثابت از نقاط ستاره ایجاد می‌کند. جین [۶] پنج متغیر طراحی را در نظر گرفت، انتخاب یک شکل بی‌بعد از اهدافی مانند اسلیور، بارگذاری حجمی و محیط سوزش برحسب کسر وب ترسیم شده است، که نمودارها را برای مقادیر ثابت نقاط ستاره با شعاع صفر ایجاد می‌کند. بروکس [۷] از شش متغیر طراحی استفاده کرده است، این رویکرد برای یک بخش بارگذاری حجمی معین، بیشترین سوزش خنثی ستاره با کسر وب معین، عدد متقارن و دو شعاع کوچک را مشخص می‌کند. همچنین او تجزیه و تحلیل پارامتری اثر متغیرهای طراحی را مورد بررسی قرار داده است. دانگ هوی و همکاران [۸] با به کارگیری الگوریتم ژنتیک در کنار کد سطوح همتراز اقدام به طراحی گرین نمودند. زینینگ و همکاران [۹] با استفاده از متامدل RBF و یک الگوریتم

بهینه‌سازی تریبی اقدام به طراحی گرین نمودند. همچنین بزازاده و همکارانش [۱۰] یک گرین فینوسیل را براساس یک روش طراحی نوآورانه با بهره‌گیری از الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک، طراحی نمودند. مشاهدات زیر را می‌توان در مورد پژوهش‌های انجام شده تاکنون شرح داد:

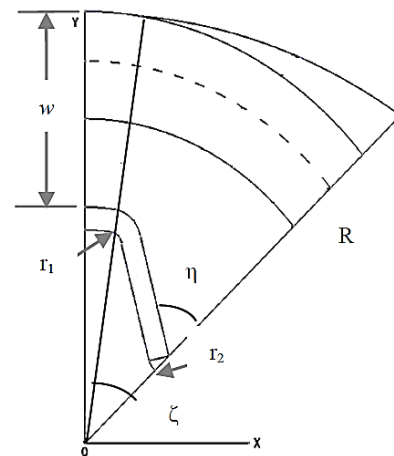
- بیشتر روش‌های بررسی شده از نظر ماهیت، گرافیکی هستند.
 - مجموعه‌ای از معادلات برای پیکربندی ستاره‌های متداول برای بهینه‌سازی استفاده شده‌اند.
 - پارامترهای هندسی با جزئیات محدودی از پارامترهای بالستیکی در نظر گرفته شده‌اند.
 - تمامی روش‌ها برای رسیدن به بهترین طراحی، پیکره‌بندی ستاره‌ای را طراحی می‌کنند که نزدیک به اثرات خنثی‌سوزی می‌باشد.
- در این پژوهش سعی می‌شود معیارها و فرمول‌های لازم برای توسعه کد کامپیوتری که قادر به محاسبه تغییرات هندسی در گرین ستاره‌ای طی سوزش آن است بیان شود. این کد کامپیوتری محیط سوزش (یا سطح سوزش)، محیط خیس و سطح خروجی را به صورت تابعی از جان سوخت سوخته شده برای گرین ستاره‌ای استوانه‌ای داخلی مخروطی شکل محاسبه می‌کند. شکل ستاره با هفت پارامتر هندسی تعریف می‌شود. کد کامپیوتری بدست آمده سرعت اجرای بالایی دارد و برای فرآیند بهینه‌سازی هندسی گرین ستاره‌ای بسیار کاربردی است. در ادامه ابتدا هندسه‌ی گرین‌های ستاره‌ای به طور کامل تشریح می‌شود. سپس روش دسته‌بندی نواحی مختلف و معادلات حاکم بر هر بخش معرفی می‌شوند.
- همچنین در این مقاله سعی می‌شود معیارها و فرمول‌های لازم برای توسعه کد کامپیوتری که قادر به انجام محاسبات مربوط به سوزش سوخت در محفظه احتراق موشک سوخت جامد است، ارائه شود. محاسبه نرخ سوزش سوخت در محفظه و همچنین تغییرات این مقدار به صورت تابعی از سایر پارامترها از اهداف این مقاله است. نرخ سوزش سوخت تعیین‌کننده مقدار پیشروی در سوخت در طول زمان و مقدار گاز آزاد شده است، که هم در تحلیل تغییرات هندسی گرین به کار می‌رود و هم در محاسبات مربوط به پیشران تولیدی نیاز است و ممکن است تحت تأثیر سایر پارامترها از مقدار مرجع بیشتر (سوزش فرسایشی) یا کمتر (سوزش فرسایشی منفی) شود.

۲. تعریف مساله

برای بررسی سوزش سوخت ابتدا لازم است تا هندسه‌ی گرین به خوبی شناخته شود. شکل گرین ستاره‌ای موردنظر بوسیله هفت پارامتر هندسی، تعریف می‌شود (شکل (۱)):

- شعاع خارجی گرین R
- تعداد پره‌های ستاره N
- ضخامت جان سوخت W (web)
- شعاع فیلتر r1
- شعاع هلالی (cusp) r2
- زاویه ستاره
- نیم زاویه پره ستاره

گاهی اوقات ترجیح داده می‌شود از پارامتر بی بعد $\epsilon = \frac{\xi}{\pi/N}$ (نسبت زاویه‌ای) استفاده شود [۸]. شکل (۱) شماتیک کلی گرین ستاره‌ای به همراه تعریف پارامترهای هندسی آن را نشان می‌دهد.



شکل ۱. مشخصات هندسی گرین ستاره‌ای [۸]

گرین‌های ستاره‌ای به دو دسته کلی زیر تقسیم‌بندی می‌شوند

[۹]:

- نقطه ستاره‌ای محدب Convex
- نقطه ستاره‌ای مقعر Concave

با توجه به چگونگی تعریف بازه تغییر پارامترهای هندسی، شکل‌های مختلف ستاره‌ای می‌تواند حاصل شود. براساس تغییرات هندسی متفاوت ستاره طی سوزش جان سوخت، حالت‌های مختلفی بدست می‌آید. در تحلیل تغییرات هندسی این حالت‌ها، فاصله‌هایی بین جان سوخت‌ها مشخص شده است که به آن‌ها ناحیه گفته می‌شود. در هر ناحیه، محیط سوزش، محیط خیس و

سطح خروجی در طی سوزش پیشران، از فرمول‌های یکسان محاسبه می‌شود [۸]. به دلیل شباهت برخی ناحیه‌ها، در کل تعداد نواحی ۷ عدد است که برای هرکدام یک زیربرنامه برای محاسبه‌ی Pw، Pb و Ap تابعی از جان سوخت اختصاص داده شده است و تنها در شرایطی که نیاز است، هرکدام اجرا می‌شود. همچنین پارامترهای دیگری مثل نسبت جان، نسبت بارگذاری حجمی و نسبت پسماند برای هر شکل می‌توان محاسبه کرد [۸].

۲-۱. تعریف و تغییرپذیری پارامترها

هفت پارامتر هندسی ذکر شده با هم شکل ستاره را تعریف می‌کنند. هرچند برای تحلیل هندسی کامل نیاز است تا پارامترهایی اضافی که در ادامه آمده است، در نظر گرفته شوند.

$$ON = R - W - r_1 \quad (۱)$$

$$TC = ON \frac{\sin \xi}{\cos \eta} - r_1 \quad (۲)$$

$$OT = Y_t = ON(\cos \xi + \sin \xi \tan \eta) \quad (۳)$$

یا $OT = ON \cos \xi + (TC + r_1) \sin \eta$

$$X_c = TC \cos \eta \quad (۴)$$

$$Y_c = Y_t - TC \sin \eta \quad (۵)$$

$$FN = \sqrt{(ON \sin \xi)^2 + (R - ON \cos \xi)^2} \quad (۶)$$

$$FD = FN - r_1 \quad (۷)$$

برای گرین ستاره‌ای با نقطه مقعر داریم:

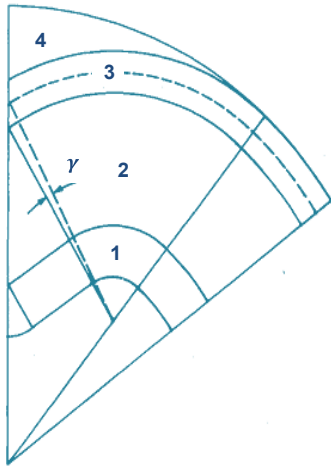
$$FA = R - r_2$$

برای جلوگیری از شکل‌های ستاره‌ای که از نظر هندسی امکان پذیر نیستند یا برای اهداف بالستیکی کاربردی نیستند، دامنه‌ی تغییرپذیری پارامترهای هندسی اصلی باید به صورت زیر در نظر گرفته شوند:

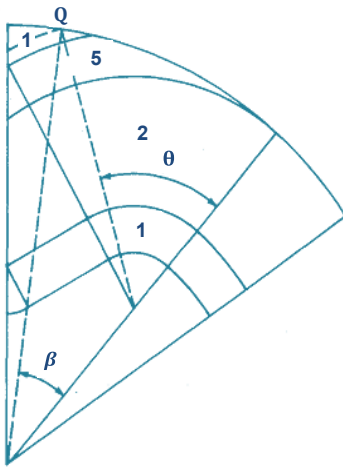
$$\begin{aligned} R > 0, \quad 0.5 \leq \epsilon \leq 1, \quad 3 \leq N \leq 20 \\ 0 < \eta < 2, \quad 0 < W < R, \\ 0 < r_1 < (R - W) \end{aligned} \quad (۸)$$

در کد مربوطه باید بخشی به عنوان فیلتر در نظر گرفته شود تا از مقادیر پارامترهای خارج از بازه‌ی ذکر شده در بالا یا مقادیری که منجر به تداخل بین نقاط ستاره‌ها می‌شود جلوگیری شود. برای جلوگیری از تداخل در ادامه قیودی ذکر می‌شود؛ مثلاً باید در نظر گرفته شود که نقطه‌ی ستاره نباید از قطاع دایروی که با زاویه‌ی ξ محدود می‌شود تجاوز کند [۸].

اگر چه این شرط، بعضی از شکل‌ها را حذف می‌کند از نقطه نظر بالستیکی جالب نیست، اما از تداخل بین نقاط ستاره‌ای



شکل ۲. $(r_2 < TC)$ و $(TC < W)$



شکل ۳. $(r_2 < W)$ و $(W < TC < FD)$

حالت ۳: $(TC > CP_0)$ و $(r_2 < W)$ (شکل ۴)

$$0 \leq W_c < r_2 \rightarrow 1 \text{ ناحیه}$$

$$r_2 \leq W_c < W \rightarrow 2 \text{ ناحیه}$$

$$W \leq W_c < CQ_0 \rightarrow 5 \text{ ناحیه}$$

$$CQ_0 \leq W_c \leq CP_0 \rightarrow 6 \text{ ناحیه}$$

اگر $r_2 = W$ باشد، ناحیه ۲ حذف می‌شود.

حالت ۴: $(W < TC < FD)$ و $(r_2 = W)$ (شکل ۵)

$$0 \leq W_c < W \rightarrow 2 \text{ ناحیه}$$

$$W \leq W_c < TC \rightarrow 5 \text{ ناحیه}$$

$$TC \leq W_c \leq FD \rightarrow 4 \text{ ناحیه}$$

اگر $TC = FD$ باشد، ناحیه ۴ حذف می‌شود.

جولوگیری می‌کند و محاسبه‌ی A_p را آسان می‌کند. در ستاره با نقطه محدب کد باید طوری باشد که محیط r_2 نقطه مشترک با خط عبوری از ON نداشته باشد که با اعمال این شرط، رابطه‌ی زیر بدست می‌آید.

$$Y_m - r_2 (\sqrt{1+t^2}) > 0 \quad (9)$$

$$Y_m = Y_t - \frac{(TC - r_2)}{\sin \eta} \quad \text{و} \quad t = \frac{1}{\tan \xi} \quad (10)$$

در صورت برقراری رابطه‌ی فوق، از عدم تداخل بین نقاط ستاره اطمینان حاصل می‌شود.

۲-۲. شکل هندسی

برای تحلیل همه‌ی شکل‌های هندسی ممکن تنها با قیودی که ذکر شد، یک تحلیل هندسی به همراه جزئیات انجام شده است.

شکل‌های ستاره‌ای به دو دسته کلی تقسیم شد:

شکل‌های ستاره‌ای با نقطه محدب؛ که ۸ شکل مختلف ممکن است به خود بگیرد. شکل‌های ستاره‌ای با نقطه مقعر؛ که مثل حالت قبل ۸ شکل مختلف ممکن است به خود بگیرد. هر شکل ستاره می‌تواند به ناحیه‌هایی از جان سوخت تقسیم گردد، که در آن‌ها رابطه‌ی محاسبه‌ی متغیرهای هندسی (A_p, P_w, P_b) یکسان هستند [۸]. در ادامه، همه‌ی شکل‌ها تحلیل شده و حد فاصل بین پارامترهای هندسی بیان شده است.

شکل ستاره‌ای با نقطه محدب:

حالت ۱: $(TC < W)$ و $(r_2 < TC)$ (شکل ۲)

$$0 \leq W_c < r_2 \rightarrow 1 \text{ ناحیه}$$

$$r_2 \leq W_c < TC \rightarrow 2 \text{ ناحیه}$$

$$TC \leq W_c < W \rightarrow 3 \text{ ناحیه}$$

$$W \leq W_c \leq FD \rightarrow 4 \text{ ناحیه}$$

اگر $TC = W$ باشد، ناحیه ۳ حذف می‌شود (شکل ۲).

حالت ۲: $(W < TC < FD)$ و $(r_2 < W)$ (شکل ۳)

$$0 \leq W_c < r_2 \rightarrow 1 \text{ ناحیه}$$

$$r_2 \leq W_c < W \rightarrow 2 \text{ ناحیه}$$

$$W \leq W_c < TC \rightarrow 5 \text{ ناحیه}$$

$$TC \leq W_c \leq FD \rightarrow 4 \text{ ناحیه}$$

اگر $TC = W$ باشد، ناحیه ۵ و اگر $TC = FD$ باشد، ناحیه

۴ حذف می‌شود.

ناحیه ۶ $CQ_0 \leq W_c \leq CP_0 \rightarrow$

اگر $r_2 = CQ_0$ باشد، ناحیه ۵ حذف می‌شود.

حالت ۷: $(TC > CP_0)$ و $(CQ_0 < r_2 < CP_0)$

ناحیه ۱ $0 \leq W_c < W \rightarrow$

ناحیه ۷ $W \leq W_c < CQ_0 \rightarrow$

ناحیه ۸ $CQ_0 \leq W_c < r_2 \rightarrow$

ناحیه ۶ $r_2 \leq W_c \leq CP_0 \rightarrow$

اگر $r_2 = CP_0$ باشد، ناحیه ۶ حذف می‌شود.

حالت ۸: $(TC > CP_0)$ و $(r_2 > CP_0)$ (شکل ۶)

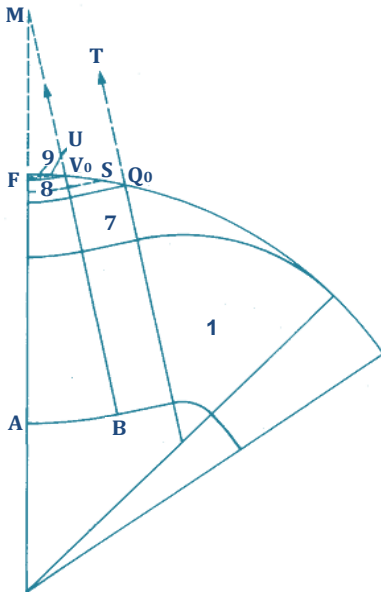
ناحیه ۱ $0 \leq W_c < W \rightarrow$

ناحیه ۷ $W \leq W_c < CQ_0 \rightarrow$

ناحیه ۸ $CQ_0 \leq W_c < BV_0 \rightarrow$

ناحیه ۹ $BV_0 \leq W_c \leq AF \rightarrow$

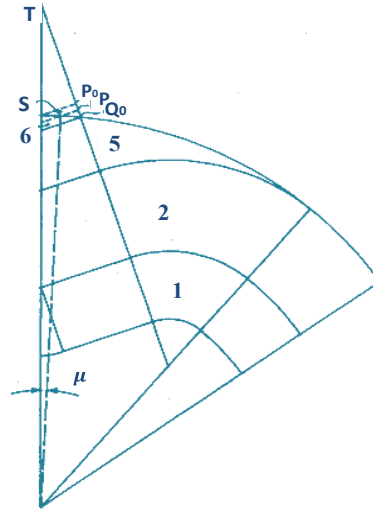
رابطه‌های محاسبه‌ی A_p, P_w, P_b به صورت تابعی از جان سوخت سوخته شده (W_c) در قسمت بعد بیان خواهد شد.



شکل ۶. $(r_2 > CP_0)$ و $(TC > CP_0)$

۲-۳. رابطه‌های هندسی

همه‌ی رابطه‌های هندسی استفاده شده برای محاسبه‌ی محیط سوزش (P_b)، محیط خیس (P_w) و سطح خروجی (A_p) به صورت تابعی از جان سوخته شده (W_c) برای ناحیه‌ی نشان داده شده در این قسمت آمده است. در رابطه‌ها ساده‌سازی انجام نشده است تا



شکل ۴. $(r_2 < W)$ و $(TC > CP_0)$

حالت ۵: $(W < r_2 < TC)$ و $(W < TC < FD)$ (شکل ۵)

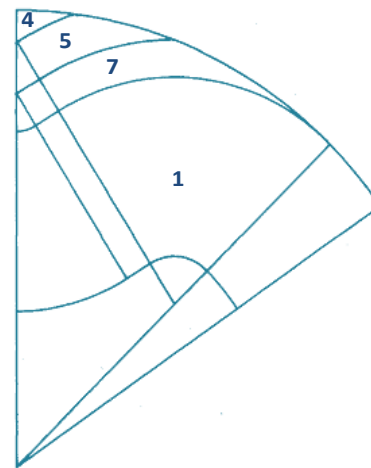
ناحیه ۱ $0 \leq W_c < W \rightarrow$

ناحیه ۷ $W \leq W_c < r_2 \rightarrow$

ناحیه ۵ $r_2 \leq W_c < TC \rightarrow$

ناحیه ۴ $TC \leq W_c \leq FD \rightarrow$

اگر $TC = FD$ باشد، ناحیه ۴ حذف می‌شود.



شکل ۵. $(W < r_2 < TC)$ و $(W < TC < FD)$

حالت ۶: $(TC > CP_0)$ و $(W < r_2 < CQ_0)$

ناحیه ۱ $0 \leq W_c < W \rightarrow$

ناحیه ۷ $W \leq W_c < r_2 \rightarrow$

ناحیه ۵ $r_2 \leq W_c < CQ_0 \rightarrow$

$$P_b = (r_1 + W_c)(\pi/2 - \eta + \xi - \gamma - \theta) \quad (18)$$

$$P_w = P_b + R(r_1 + W_c)(N - \xi + \beta) \quad (19)$$

$$A_p = \frac{(R)^2}{2}(\pi/N - \xi + \beta) - \frac{R}{2} + ON \sin \beta + \frac{(r_1 + W_c)^2}{2}(\pi/2 - \eta + \xi - \gamma - \theta) + \frac{(r_1 + W_c)}{2} ON \sin(\pi/2 + \eta - \xi + \gamma) \quad (20)$$

در روابط بالا θ و β زاویه‌های نشان داده شده در شکل (۳) هستند و از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شوند.

$$\beta = \xi - \arccos \frac{Y_q}{R}, 0 < (\xi - \beta) < \pi \quad (21)$$

$$\theta = \arcsin \left(\frac{R}{r_1 + W_c} \sin \beta \right) \quad (22)$$

Y_q عرض نقطه تلاقی Q است که از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$$Y_q = \left\{ A \left(\frac{Y_n}{X_n} \right) + \sqrt{A^2 \left(\frac{Y_n}{X_n} \right)^2 - \left[1 + \left(\frac{Y_n}{X_n} \right)^2 \right] (A^2 - R^2)} \right\} \times \left[1 + \left(\frac{Y_n}{X_n} \right)^2 \right]^{-1} \quad (23)$$

$$A = [R^2 + X_n^2 + Y_n^2 - (r_1 + W_c)^2] / (2X_n) \quad (24)$$

ناحیه ۵:

$$P_b = (r_1 + W_c)(\pi/2 - \eta + \xi - \theta) + \frac{(TC - W_c)}{\tan \eta} \quad (25)$$

$$P_w = P_c + R(\pi/N - \xi + \beta) \quad (26)$$

$$A_p = \frac{R^2}{2}(\pi/N - \xi + \beta) - \frac{R}{2} ON \sin \beta + \frac{(r_1 + W_c)^2}{2}(\pi/2 - \eta + \xi - \theta) + \frac{ON Y_t}{2} \sin \xi \frac{(TC - W_c)^2}{2 \tan \eta} \quad (27)$$

ناحیه ۶:

$$P_b = \frac{X_s}{\sin \eta} \quad (28)$$

$$P_w = P_b + R(\pi/N - \mu) \quad (29)$$

که

$$\mu = \arcsin(X_s/R) \quad (30)$$

$$A_p = \frac{(R)^2}{2}(\pi/N - \mu) + \frac{R}{2} \left(Y_t - \frac{TC - W_c}{\sin \eta} \right) \sin \mu \quad (31)$$

$$X_s = \left\{ \begin{array}{l} -n(Y_p - nX_p) \\ + \sqrt{n^2(Y_p - nX_p)^2 - (1 + n^2)} \end{array} \right\} / (1 + n^2) \quad (32)$$

سهم هر قسمت در محیطها یا سطوح راحت‌تر تشخیص داده شود.

ناحیه ۱:

$$P_b = P_w = (R - W + W_c)(\pi/N - \xi) + (r_1 + W_c)(\pi/2 - \eta + \xi) + \frac{(TC - r_2)}{\tan \eta} + (r_2 - W_c)(\pi/2 - \eta) \quad (11)$$

$$A_p = \frac{(R - W + W_c)^2}{2}(\pi/N - \xi) + \frac{(r_1 + W_c)^2}{2}(\pi/2 - \eta + \xi) + \frac{ON Y_1}{2} \sin \xi - \frac{(TC - W_c)^2}{2 \tan \eta} + \frac{(r_2 - W_c)^2}{2 \tan \eta} - \frac{(r_2 - W_c)^2}{2}(\pi/2 - \eta) \quad (12)$$

ناحیه ۲:

$$P_b = P_w = (R - W + W_c)(\pi/N - \xi) + (r_1 + W_c)(\pi/2 - \eta + \xi) + \frac{(TC - W_c)}{\tan \eta} \quad (13)$$

$$A_p = \frac{(R - W + W_c)^2}{2}(\pi/N - \xi) + \frac{(r_1 + W_c)^2}{2}(\pi/2 - \eta + \xi) + \frac{ON Y_1}{2} \sin \xi - \frac{(TC - W_c)^2}{2 \tan \eta} \quad (14)$$

ناحیه ۳:

$$P_b = P_w = (R - W + W_c)(\pi/N - \xi) + (r_1 + W_c)(\pi/2 - \eta + \xi - \gamma) \quad (15)$$

$$\gamma = \arccos \left(\frac{TC + r_1}{r_1 + W_c} \cos \eta \right) - \eta \quad 0 < (\gamma + \eta) < \pi \quad (16)$$

$$A_p = \frac{(R - W + W_c)^2}{2}(\pi/N - \xi) + \frac{(r_1 + W_c)^2}{2}(\pi/2 - \eta + \xi - \gamma) + \frac{ON}{2}(r_1 + W_c) \sin(\pi/2 + \eta - \xi + \gamma) \quad (17)$$

ناحیه ۴:

فیلتر (FILTER): این زیربرنامه پارامترهای ورودی هندسی را فیلتر می‌کند تا از شکل‌های ستاره‌ای غیرممکن یا مقادیری از پارامترها که خارج از بازه‌های ذکر شده‌اند، جلوگیری کند.

ستاره نقطه محدب (Convex): این زیربرنامه هشت شکل ستاره‌ای با نقطه محدب را می‌تواند تحلیل کند. این زیربرنامه تنها زیربرنامه‌ی ناحیه‌ی موردنظر را فراخوانی می‌کند [۱۰].

ناحیه‌ها (Zone1, ..., Zone9): به تعداد نواحی زیربرنامه قبل، زیر برنامه وجود دارد که می‌توانند A_p, P_w, P_b را براساس W_c (جان سوخت سوخته شده) محاسبه کنند. روابط استفاده شده برای آن‌ها در بخش قبل آمده است.

برنامه به دو راه مختلف قابل اجراست، در راه اول، برنامه یک (یا بیشتر ولی جداگانه) شکل ستاره‌ای را در یک زمان به صورت دقیق تحلیل می‌کند، بنابراین برنامه به هفت پارامتر هندسی ستاره و تغییر جان سوخت (ΔW_c) نیاز دارد تا A_p, P_w, P_b محاسبه شود.

در راه دوم، ورودی طول گرین و هفت پارامتر هندسی در طول گرین است که می‌توان در این حالت تحلیل حالت گرین باریک شونده را به کد افزود.

۲-۵. حل جریان داخلی

عملکرد و طراحی موتور موشک وابسته به ویژگی‌های احتراقی سوخت مثل نرخ سوزش آن است. سطح سوزش یک گرین سوختی در جهت عمود بر سطح سوزش عقب روی می‌کند. موفقیت در طراحی موتور موشک و توسعه‌ی آن، بسیار وابسته به اطلاع از رفتار نرخ سوزش سوخت انتخابی در همه‌ی شرایط عملکردی و محدودیت‌های طراحی است. نرخ سوزش تابعی از ترکیب سوخت است. برای سوخت‌های کامپوزیتی می‌توان با تغییر ویژگی‌های سوخت مثل افزودن کاتالیست، کاهش اندازه ذرات اکسیدایزر، افزایش درصد اکسیدایزر و ... نرخ سوزش را افزایش داد [۱۱].

جدای از فرمولاسیون سوخت و فرآیندهای تولیدی سوخت، نرخ سوزش در یک موتور مقیاس واقعی را می‌توان با راهکارهای زیر افزایش داد:

- فشار محفظه احتراق
- دمای اولیه سوخت جامد قبل از شروع به کار موتور
- دمای گاز احتراقی

$$n = \tan(\pi/2 - \eta), X_p = (TC - W_c) \cos \eta \quad (33)$$

$$Y_p = Y_t - (TC - W_c) \sin \eta \quad (34)$$

ناحیه ۷:

$$P_b = (r_2 - W_c)(\pi/2 - \eta) + \frac{(TC - r_2)}{\tan \eta} + (r_1 + W_c)(\pi/2 - \eta + \xi - \theta) \quad (35)$$

$$P_w = P_b + R(\pi/N - \xi + \beta) \quad (36)$$

$$A_p = \frac{R^2}{2}(\pi/N - \xi + \beta) - \frac{R}{2} ON \sin \beta + \frac{(r_1 + W_c)^2}{2}(\pi/2 - \eta + \xi - \theta) + \frac{(TC + r_1)}{2} ON \sin(\pi/2 + \eta - \xi) - \frac{(TC - W_c)^2}{2 \tan \eta} + \frac{(r_2 - W_c)^2}{2}(\pi/2 - \eta) \quad (37)$$

زوایای θ و β در ناحیه ۴ تعریف شدند.

ناحیه ۸:

$$P_b = \frac{X_s}{\sin \eta} - \frac{(r_2 - W_c)}{\tan \eta} + (r_2 - W_c)(\pi/2 - \eta) \quad (38)$$

$$P_w = P_b + R(\pi/N - \mu) \quad (39)$$

$$A_p = \frac{R^2}{2}(\pi/N - \mu) + \frac{R}{2} \left[Y_t - \frac{(TC - W_c)}{\sin \eta} \right] \sin \mu + \frac{(r_2 - W_c)^2}{2 \tan \eta} - \frac{(r_2 - W_c)^2}{2}(\pi/2 - \eta) \quad (40)$$

که X_s و μ در ناحیه ۶ تعریف شده‌اند.

ناحیه ۹:

$$P_b = (r_2 - W_c) \sigma \quad (41)$$

$$P_w = P_b + R(\pi/N - \delta) \quad (42)$$

$$A_p = \frac{R^2}{2}(\pi/N - \delta) + \frac{Y_m R}{2} \sin \delta - \frac{(r_2 - W_c)^2}{2} \sigma \quad (43)$$

که در آن σ و δ از رابطه‌ی $\delta = \arccos\left(\frac{Y_u}{R}\right)$ محاسبه می‌شود.

$$\sigma = \arccos\left(\frac{Y_m - Y_u}{r_2 - W_c}\right) \quad (44)$$

مختصات نقطه U نیز در زیر آمده است.

$$Y_u = \frac{R^2 + Y_m^2 - (r_2 - W_c)^2}{2Y_m} \quad (45)$$

$$X_u = \sqrt{(R^2 - Y_u)^2} \quad (46)$$

۲-۴. ساختار برنامه

برنامه با زیربرنامه‌های زیر ساخته شده است.

▪ سرعت جریان گاز موازی سطح سوزش

▪ حرکات موتور(تنش‌های ایجاد‌ی در گرین بواسطه‌ی شتاب و حرکات اسپینی)

طی توسعه‌ی یک سوخت جامد جدید یا بهینه‌سازی آن، سوخت متعدد مورد آزمایش و یا شناسایی قرار می‌گیرد، که شامل تست نرخ سوزش(به روش‌های مختلف) در دماها، فشارها، ناخالصی‌ها و شرایط مختلف است. هم چنین نیاز است تا ویژگی‌های فیزیکی، شیمیایی و ساختی و هم چنین جرعه خوری، عمر، حساسیت به ورودی‌های انرژی، جذب رطوبت، سازگاری با سایر مواد و سایر ویژگی‌ها اندازه گیری شوند. نرخ سوزش در یک موتور تابعی از تعداد زیادی پارامتر است [۱۲].

۲-۶. تحلیل صفر بعدی

در حل بالستیک صفر بعدی تنها از قانون بقای جرم استفاده می‌شود. در این روش کل محفظه احتراق به صورت یک حجم کنترل فرض می‌شود و درون این حجم کنترل قانون بقای جرم ارضا می‌شود. به بیان دیگر در این روش از حرکت گازهای داخل حاصل از سوزش گرین صرف نظر می‌شود و همچنین پارامترهای جریان در تمام مقاطع گرین یکنواخت فرض می‌شوند. قانون بقای جرم به فرم انتگرالی به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\iiint_{V} \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} dv = \iint \rho v \cdot dA \quad (47)$$

علاوه بر این نرخ جریان جرمی محصولات احتراق تولید شده، نرخ تخلیه محصولات از نازل و نرخ افزایش جرم گاز درون محفظه به صورت روابط زیر بدست می‌آیند.

$$\dot{m}_g = A_b \rho_b \dot{r} \quad (48)$$

$$\dot{m}_e = C_d P_c A_t \quad (49)$$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d(\rho_g \cdot \bar{v}_c)}{dt} \quad (50)$$

که در آن معادله (۴۸) بیانگر جرم تولید شده در حجم کنترل، معادله (۴۹) جرم تخلیه شده از نازل و معادله (۵۰) مربوط به تغییرات جرم گاز درون حجم کنترل است. می‌توان بیان نمود که تغییرات جرم درون حجم کنترل برابر با جرم تولید شده درون حجم کنترل منهای جرم خارج شده از نازل است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{d(\rho_g \cdot \bar{v}_c)}{dt} = A_b \rho_b \dot{r} - C_d P_c A_t \quad (51)$$

با فرض اینکه دمای شعله درون موتور مستقل از فشار محفظه است (به دلیل تغییرات اندک آن)، بنابراین با اعمال قانون گاز ایده‌آل معادله زیر بدست می‌آید:

$$\frac{\bar{v}_c}{RT_f} \cdot \frac{dP_c}{dt} = A_b \dot{r} (\rho_p - \rho_g) - C_d P_c A_t \quad (52)$$

از طرفی با تقریب خوبی می‌توان از چگالی گازها در مقابل چگالی پيشران صرف‌نظر نمود، بنابراین معادله (۵۲) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود.

$$P_c^{n+1} = P_c^n + \frac{\Delta t RT_f}{v_c^n} (\rho_p A_b \dot{r}^n - C_d P_c^n A_t) \quad (53)$$

از رابطه (۵۳) مشخص است که اگر سطح سوزش و حجم داخلی گرین در هر لحظه مشخص باشد می‌توان فشار را در هر لحظه بدست آورد.

۲-۷. رابطه‌ی نرخ سوزش و فشار

برای بیشتر سوخت‌ها، امکان تخمین نرخ سوزش به عنوان تابعی از فشار محفظه وجود دارد. (حداقل در بازه‌ای محدود از فشارهای محفظه) این رابطه‌ی تجربی به صورت زیر بیان می‌شود.

$$r = a p^n \quad (54)$$

که در آن a نرخ سوزش و پارامتر p فشار محفظه است. پارامتر a یک ثابت تجربی متأثر از دمای گرین است. پارامتر a هم چنین به عنوان ضریب دمایی نیز شناخته می‌شود و ابعاد آن با توجه به سایر جملات معادله مشخص می‌شود. توان نرخ سوزش (n) که توان فشاری یا اندیس احتراق نیز گفته می‌شود، مستقل از دمای اولیه‌ی سوخت در نظر گرفته می‌شود ولی در فشار عملکردی و نرخ سوزش موثر است. برای پایداری احتراق، n باید کمتر از ۱ باشد که در غیر اینصورت هر اختلال فشاری در محفظه تقویت می‌شود. تغییر دمای محیط انرژی شیمیایی آزاد شده در احتراق را تغییر نمی‌دهد، بلکه نرخ واکنش که در آن انرژی آزاد می‌شود را تغییر می‌دهد و تأثیر کمی نیز بر سرعت صوت از طریق تغییر در دمای محفظه دارد [۱۳].

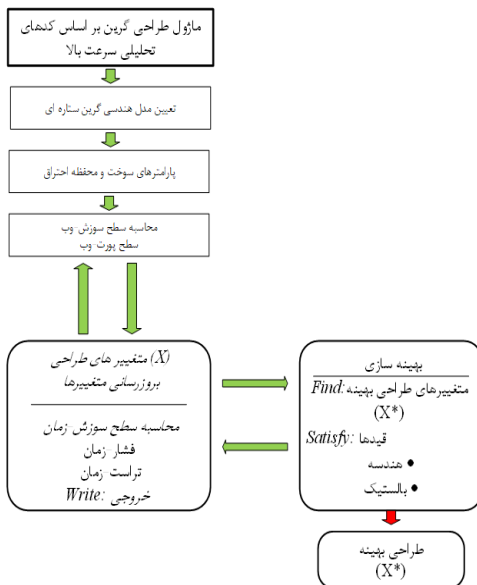
در شرایط واقعی، نرخ سوزش مقداری از شرایط معادله انحراف پیدا می‌کند و داده‌های واقعی، کمی خمیدگی را در بخش‌هایی از منحنی نرخ سوزش با افزایش فشار نشان می‌دهند. در محدوده‌های بزرگی از تغییرات فشار و دما، نرخ سوزش تا ۳ یا

بعلاوه با تعریف یک دبی جریان حدی رابطه‌ی زیر نیز قابل
ارایه است.

$$r = r_b[1 + k(G - G^*)] \quad (57)$$

۳. بهینه‌سازی

اهداف اصلی این تحقیق توسعه ابزاری برای طراحی بهینه‌گرین ستاره‌ای و بهینه‌سازی پارامترهای بالستیک داخلی می‌باشد. برای این اهداف ابتدا باید گرین بهینه‌سازی شود. بنابراین با روش بیان شده هندسه گرین ستاره‌ای طراحی شده و سطح سوزش سوخت بدست می‌آید سپس با در نظر گرفتن اهداف (تک هدفه و چند هدفه) و محدودیت‌های طراحی مقادیر پناستی را در هر نسل برای اهداف اصلی در نظر گرفته شده بدست می‌آوریم. در نهایت با محاسبه سطح سوزش و در نظر گرفتن پارامترهای بالستیک داخلی متغیرهای طراحی و اهداف مورد نظر طراح با استفاده از روش انحراف معیار بهینه‌سازی می‌شوند. این بهینه‌سازی شامل سه ماژول اصلی می‌باشد که عبارتند از، مدل‌سازی هندسه گرین با استفاده از روابط ریاضی، حل‌کننده بالستیک داخلی صفر بعدی و الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک. شکل (۷) فلوچارت طراحی را نشان می‌دهد.



شکل ۷. پروسه طراحی و بهینه‌سازی

۳-۱. هدف طراحی

توابع هدف به منظور بررسی تأثیر توابع هدف بالستیکی و هندسی بر طراحی و عملکرد گرین ستاره با طول و قطر ثابت گرین

۴ برابر تغییر می‌کند. برای همه‌ی سوخت‌ها، بازه‌ی نرخ سوزش از ۵ تا ۷۵ mm/s تغییر می‌کند [۱۴].

۲-۸. سوزش فرسایشی

سوزش فرسایشی به معنی افزایش نرخ سوزش سوخت به دلیل جریان سرعت بالای گازهای احتراقی بر روی سطح مواد پیشران در حال سوزش است. این پدیده می‌تواند به شدت عملکرد موتورهای سوخت جامد را تحت تأثیر قرار دهد. این پدیده ابتدا در مسیر خروجی یا سوراخ گرین هنگام عبور گازهای احتراقی به سمت نازل رخ می‌دهد. این پدیده زمانی محتمل‌تر است که نسبت سطح مقطع مسیر خروجی (A) نسبت به سطح گلوبی (At) کوچک باشد (نسبت ۴ یا کمتر). سرعت بالا در نزدیکی سطح سوزش و اختلاط آشفته در لایه مرزی انتقال حرارت به سوخت جامد را افزایش داده و در نتیجه نرخ سوزش زیاد می‌شود [۱۵]. چون سوخت طی سوزش فرسایشی اولیه، سریع‌تر مصرف می‌شود، معمولاً کاهش در جریان و تراست در پایان سوزش وجود دارد. سوزش فرسایشی به علت مصرف زودهنگام جان سوخت در انتهای موتور و قرار دادن عایق‌ها و بدنه در معرض گازهای داغ، باعث خوردگی در عایق‌ها شده و باید این مساله در نظر گرفته شود. در طراحی موتور، از سوزش فرسایشی دوری شده یا سعی در کنترل آن می‌شود [۱۵].

۲-۹. مدل‌سازی پدیده

برای ارتباط دادن نرخ سوزش محلی به ویژگی‌های جریان گاز در محفظه احتراق، قوانین تجربی و تئوری مختلفی ارایه شده است [۱۵].

قانون multiplicative :

$$r = r_b(1 + ku) \quad (55)$$

یا

$$r = r_b(1 + kG) \quad (56)$$

که در آن:

r_b : نرخ سوزش معیار

K : ثابت

u : سرعت متوسط جریان اصلی با فرض یک بعدی بودن

$G = \rho_g u$: دبی جرمی ویژه جریان اصلی

ρ_g : چگالی گازها

انتخاب شده‌اند، در حالی که پابندی به محدودیت های دقیق زمان سوزش، جرم گرین، حداقل و حداکثر فشار و تراست اولیه انتخاب شده‌اند. شرح ریاضی اهداف طراحی به صورت زیر است:

$$I_{totMax}(X), NUe_{Min}(X), VL_{Max}(X), Sliver_{Min}(X), I_{spMax}(X) \quad (58)$$

که در آن متغیر طراحی (X) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$X = f(D_t, N, w_f, r_1, r_2, \eta, \varepsilon) \quad (59)$$

۳-۲. محدودیت‌های طراحی

محدودیت‌های طراحی به دو بخش هندسی و بالستیکی زیر تقسیم‌بندی می‌شوند:

محدودیت‌های بالستیکی:

$$C_1: P_{max} < 150 \text{ (bar)} \text{ (فشار ماکزیمم)}$$

$$C_2: P_{min} > 50 \text{ (bar)} \text{ (فشار مینیمم)}$$

$$C_3: T_{int} > 10000 \text{ N} \text{ (تراست اولیه)}$$

$$C_4: t_b = 4 \text{ sec} \text{ (زمان سوزش)}$$

محدودیت‌های هندسی:

$$C_1: r = 50 \text{ mm} \text{ (شعاع گرین)}$$

$$C_2: L = 1000 \text{ mm} \text{ (طول گرین)}$$

$$C_3: D_{chamber} = 100 \text{ mm} \text{ (قطر محفظه احتراق)}$$

$$C_4: D_{exit} = 90 \text{ mm} \text{ (قطر خروجی نازل)}$$

جدول (۱) مقادیر مرزهای پایین و بالا متغیرهای طراحی

گرین ستاره‌ای را نشان می‌دهد.

جدول ۱. مرز متغیرهای طراحی

متغیرهای طراحی	واحد	LB (مرز پایین)	UB (مرز بالا)
w_f	mm	۵	۴۰
N	-	۴	۱۸
η	deg	۲۰	۶۰
ε	-	۰/۵	۱
r_1	mm	۱	۵
r_2	mm	۱	۵
D_t	mm	۲۰	۳۰

۳-۳. روش بهینه‌سازی

هدف بهینه‌سازی یافتن راه حل بهینه در یک مسئله طراحی است. الگوریتم ژنتیک (GA) متداولترین روش بهینه‌سازی الگوریتم‌های

تکاملی می‌باشد. از آنجا که روش‌های بهینه‌سازی بر پایه گرادیان، دارای بیشترین احتمال گرفتار شدن در بهینه محلی را دارند. در مقابل الگوریتم ژنتیک از یک اپراتور تصادفی استفاده می‌کند که احتمال افتادن در یک بهینه محلی در آن بسیار کمتر از روش‌های گرادیان پایه می‌باشد. الگوریتم ژنتیک قادر است از طراحی قبلی به منظور یافتن یک مسیر بهینه بهره‌گیرد تا خروجی مطلوب را تولید نماید. الگوریتم‌های ژنتیک، الگوریتم‌های جستجو هستند که بر پایه مفاهیم انتخاب طبیعی و ژنتیک موجودات زنده بنا نهاده شده‌اند. الگوریتم‌های ژنتیک پدیده آمده‌اند تا برخی از فرایندهای مشاهده شده در تکامل طبیعی را از طریق الگوریتم‌های کامپیوتری شبیه‌سازی کنند. الگوریتم‌های ژنتیک در زیر مجموعه الگوریتم‌های جستجو قرار می‌گیرند. با این حال، تفاوت‌های بسیار اساسی با دیگر الگوریتم‌های جستجو دارند. به جای اینکه به طور مستقیم با مقادیر پارامترهای مسئله سروکار داشته باشند، با نمایشی کدبندی شده از مجموعه پارامترهای مسئله کار می‌کنند و جمعیتی متشکل از نقاط در یک فضای جستجو را برای یافتن جواب‌های مسئله جستجو می‌کنند. همچنین، بدون اینکه از اطلاعات گرادیان مرتبط با تابع هدف مسئله اطلاعی داشته باشند، تابع هدف مسئله را بهینه‌سازی می‌کنند. در الگوریتم‌های ژنتیک برای گذار از یک حالت در فضای مسئله به حالت دیگر، از مکانیزم‌های احتمالی استفاده می‌شود؛ در حالی که در الگوریتم‌های جستجوی مرسوم، از اطلاعات گرادیان مرتبط با تابع هدف مسئله برای چنین کاری استفاده می‌شود. چنین ویژگی مهمی در الگوریتم‌های ژنتیک، آن‌ها را تبدیل به الگوریتم‌های جستجوی همه منظوره کرده است. همچنین، از الگوریتم‌های ژنتیک برای جستجوی فضاهای جستجوی نامنظم و بی‌قاعده استفاده می‌شود [۱]. مهم‌ترین گام لازم برای پیاده‌سازی الگوریتم ژنتیک و انواع مختلف آن عبارتند از: تولید جمعیت (اولیه) از جواب‌های یک مسئله، مشخص کردن تابع هدف، تابع برازندگی و به کار گرفتن عملگرهای ژنتیک جهت ایجاد تغییرات در جمعیت جواب‌های مسئله. اصول کاری الگوریتم ژنتیک عبارتست از:

- فرموله کردن جمعیت ابتدایی متشکل از جواب‌های مسئله
- مقداردهی اولیه و تصادفی جمعیت ابتدایی متشکل از

جواب‌های مسئله

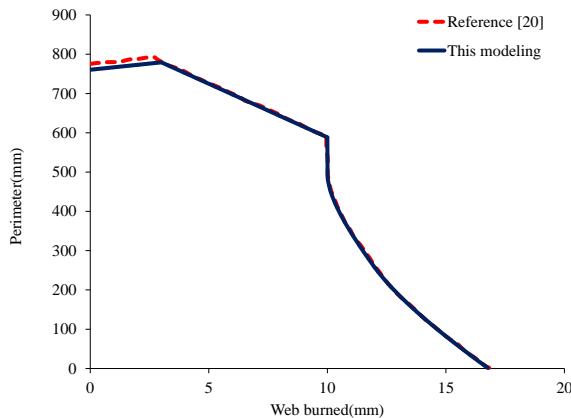
- حلقه تکرار:

- ارزیابی تابع هدف مسئله

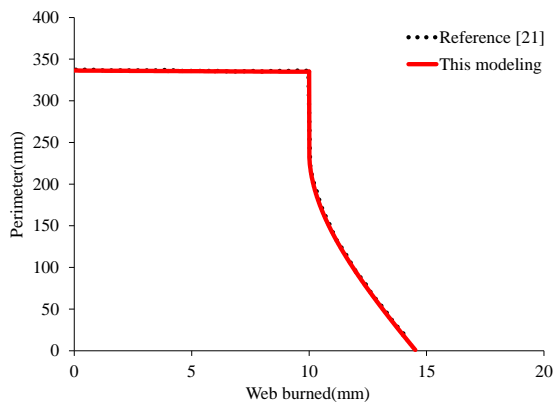
این کد و الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک می‌توان در مدت زمان کمی به بهینه‌سازی گرین‌های ستاره‌ای پرداخت.

جدول ۳. مقایسه مدت زمان اجرای برنامه با مراجع [۲۲] و [۲۳]

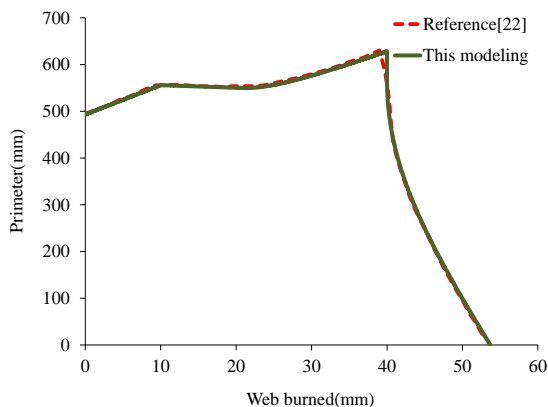
واحد	نوع نرم افزار	مدت زمان اجرا
ثانیه	مرجع [۲۲]	۴۰
ثانیه	مرجع [۲۳]	۲۸
ثانیه	نرم افزار حاضر	۱/۰۳



شکل ۸. مقایسه نتایج شبیه‌سازی گرین ستاره‌ای با مرجع [۲۰].



شکل ۹. مقایسه نتایج شبیه‌سازی گرین ستاره‌ای با مرجع [۲۱].



شکل ۱۰. مقایسه نتایج شبیه‌سازی گرین ستاره‌ای با مرجع [۲۲].

- پیدا کردن تابع برازندگی مناسب
- انجام عملیات روی جمعیت متشکل از جواب‌های مسئله با استفاده از عملگرهای ژنتیک
- عملگر تولید مثل (Reproduction)
- عملگر ترکیب یا آمیزش (Crossover)
- عملگر جهش (Mutation)
- تا زمانی که شرط توقف ارضا شود.

۴. نتایج شبیه‌سازی

۴-۱. صحت سنجی نتایج شبیه‌سازی

قبل از بهینه‌سازی گرین ابتدا باید مشخص شود که آیا کد مدل-سازی هندسی گرین ستاره‌ای نوشته شده از دقت قابل قبولی برخوردار است یا خیر؟ به این منظور، نتایج کد طراحی هندسی گرین ستاره‌ای با چندین روش متفاوت از پژوهش‌های انجام شده تاکنون مقایسه شده است. مشخصات گرین‌های مورد نظر در جدول (۲) آمده است.

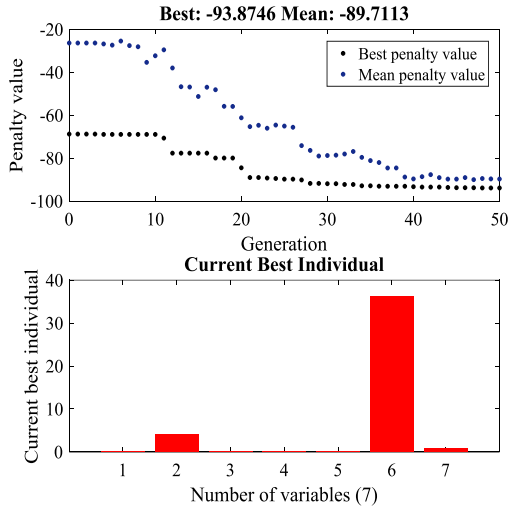
جدول ۲. مشخصات گرین‌های ستاره‌ای مراجع [۲۰]، [۲۱] و [۲۲]

واحد	مرجع [۲۲]	مرجع [۲۱]	مرجع [۲۰]	مشخصات گرین
-	۶	۸	۱۱	تعداد پره
mm	-	-	۶۰	شعاع داخلی
mm	۳۸/۱	۵۰	۷۰	شعاع خارجی
-	-	-	۰/۸	نسبت زاویه b/a
-	-	-	۰/۲	نسبت زاویه c/a
درجه	۶۷/۰۶	۷۴	۴۰	زاویه پره
mm	۱/۵۸	۳	۲	شعاع فیلت (r ₁)
mm	۱/۵۸	۳	۳	شعاع فیلت (r ₂)
mm	۱۲/۷	۱۰	۱۰	ضخامت وب
-	۰/۸۹	-	-	ε

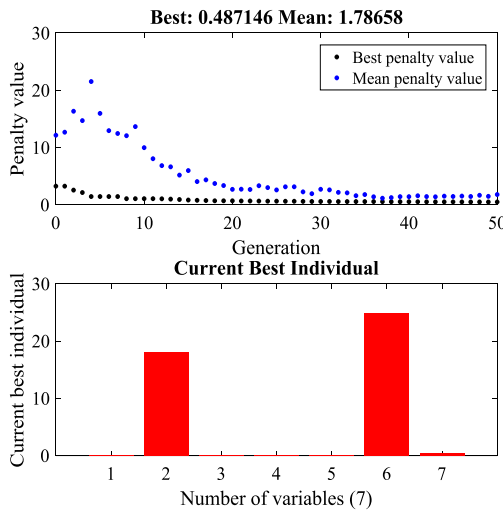
همانطور که از نتایج شکل‌های (۸) تا (۱۰) مشخص است کد نوشته شده در این پژوهش از دقت قابل قبولی برخوردار است، همچنین در مرجع [۲۲] پژوهشی توسط حیدری و همکارانش انجام شده و مقایسه‌ای بین زمان اجرای نتایج کد خود و مرجع [۲۳] صورت گرفته است، با مقایسه نتایج کد حاضر با مرجع [۲۲] در جدول (۳) نشان داده شده است که مدت زمان اجرای کد حاضر بسیار کمتر بوده و علاوه بر دقت آن از سرعت اجرای بسیار بالایی برخوردار است، که این وجه تمایز خود می‌تواند برای مسائل بهینه‌سازی بسیار حائز اهمیت باشد. بنابراین با استفاده از

۴-۲. نتایج بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم ژنتیک

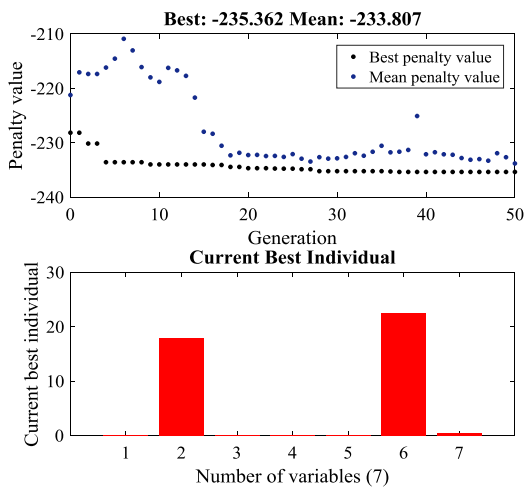
ابتدا با در نظر گرفتن اهداف (تک هدفه) و محدودیت‌های طراحی مقادیر پناالتی را در هر نسل برای ۵ هدف اصلی در نظر گرفته شده بدست می‌آوریم. در این بهینه‌سازی ۵۰۰ جمعیت (تعداد گرین) در ۵۰ نسل (مرحله) در نظر گرفته شده که بهترین و میانگین مقادیر پناالتی در هر نسل در نمودارهای (۱۱) تا (۱۵) آورده شده که روند کاهش مقادیر پناالتی در هر نسل نشان دهنده صحت روند بهینه‌سازی است.



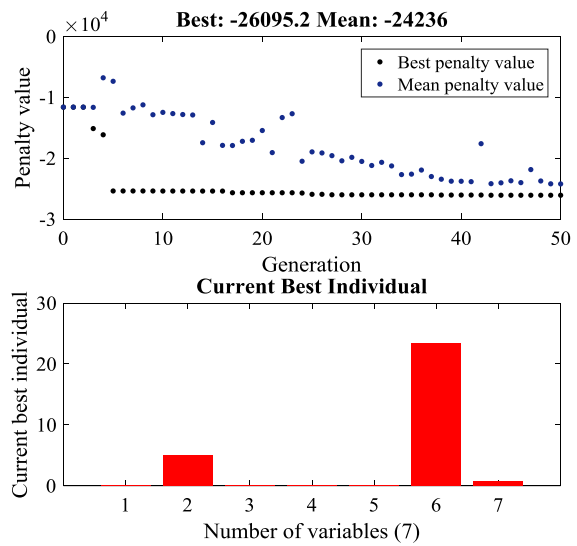
شکل ۱۳. روند کاهش مقادیر پناالتی در هر نسل برای $(VL)_{Max}$



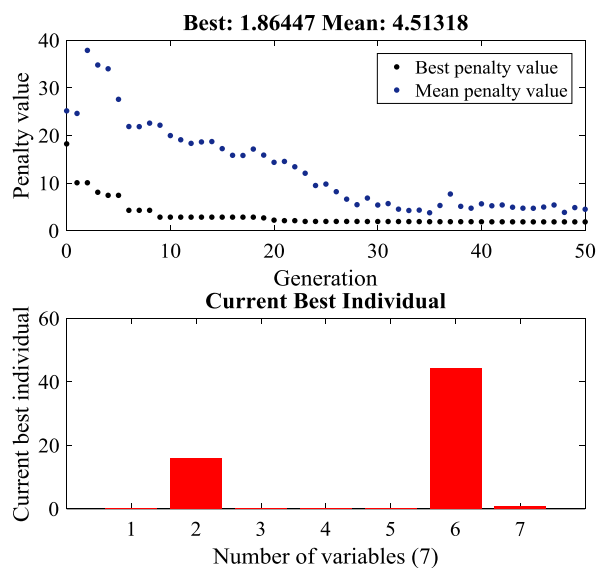
شکل ۱۴. روند کاهش مقادیر پناالتی در هر نسل برای $(Sliver)_{Min}$



شکل ۱۵. روند کاهش مقادیر پناالتی در هر نسل برای $(I_{sp})_{Max}$



شکل ۱۱. روند کاهش مقادیر پناالتی در هر نسل برای $(I_{tot})_{Max}$



شکل ۱۲. روند کاهش مقادیر پناالتی در هر نسل برای $(Nue)_{Min}$

$$(PV)_8 = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{N+b} (F_{design}(x) - F_{objective})^2}}{F_{objective.ave}} \quad (60)$$

در رابطه (۶۰) $F_{design}(x)$ مقدار تابع طراحی می‌باشد و $F_{objective}$ مقدار تابع هدف و $F_{objective.ave}$ میانگین توابع هدف مورد نظر می‌باشد. بنابراین در این روش طراح می‌تواند در ابتدا مقادیر مشخصی برای هر کدام از اهداف طراحی مشخص کند و با کمترین میزان خطا به نتایج قابل قبولی دست پیدا کند. در جدول (۷) هدف مورد نظر طراح و مقادیر محاسبه شده از رابطه (۶۰) نشان داده شده است. همانطور که مشخص است نتایج این روش بسیار نزدیک به اهداف مشخص شده برای طراحی می‌باشد و با کمترین میزان خطا می‌توان به گرین مورد نظر دست پیدا کرد که در شکل (۱۶) گرین طراحی شده با استفاده از روش بیان شده نشان داده شده است. همچنین در شکل (۱۷) می‌توان نتایج بهترین و میانگین مقادیر پنالتی در هر نسل را مشاهده نمود.

یکی از بخش‌های مهم این پژوهش کوبل کردن کد طراحی گرین ستاره‌ای و بالستیک داخلی صفر بعدی می‌باشد. به عنوان مثال در یک موتور خاص سه محدودیت مینیمم فشار ۵۰ بار، ماکزیمم فشار ۱۵۰ بار، مینیمم تراست ۱۰۰۰۰ نیوتن و ماکزیمم زمان سوزش ۴ ثانیه در نظر گرفته شده است. بنابراین مقادیر محاسبه شده با استفاده از این الگوریتم نباید متفاوت از حدود در نظر گرفته شده باشد. که نتایج شکل (۱۸) تا (۲۱) صحت این الگوریتم را به خوبی نشان می‌دهد.

به عنوان مثال در شکل (۱۹) مشاهده می‌کنیم که پیک فشار در هر دو قله نمودار کمتر از محدودیت در نظر گرفته می‌باشد. بنابراین با استفاده از این روش می‌توان بسته به نوع نیاز طراح هر محدودیتی را برای طراحی موتور اعمال کرد و به جواب دلخواه دست یافت.

۵. جمع‌بندی

در این مقاله، از یک مدل پارامتریک هندسی برای محاسبه سطح سوزش و دیگر پارامترهای هندسی گرین ستاره‌ای استفاده شده است. همچنین جریان داخلی صفر بعدی با در نظر گرفتن سوزش فرسایشی نیز با کد نوشته شده برای مدل‌سازی گرین کوبل شده است، تا بتوان پارامترهای بالستیک داخلی مانند، فشار، تراست و نرخ سوزش را در طی زمان سوزش بدست آورد. بیشتر روش‌های

در جدول (۴) مقادیر پارامترهای طراحی نشان داده شده است. با توجه به نتایج جدول (۴) و شکل‌های (۱۱) تا (۱۵) مشاهده می‌شود که در سه هدف $(I_{sp})_{max}$ ، $(Sliver)_{min}$ و $(NU)_{min}$ بیشترین تعداد پره را برای گرین ستاره‌ای خواهیم داشت اما در صورتی که هدف $(VL)_{max}$ گرین ستاره‌ای کمترین تعداد پره را خواهد داشت. همچنین بیشترین η و کمترین مقدار web مربوط به هدف کمترین میزان خنثی‌سوزی می‌باشد. به طور کلی برای یک طراحی مناسب در نظر گرفتن تنها یک هدف نمی‌تواند جوابگوی نیازمندی‌های طراح باشد، بنابراین باید مقادیر پنالتی ویلیو از ترکیب تمامی اهداف مورد نظر باشد.

جدول ۴. نتایج متغیرهای طراحی به ازای اهداف مختلف (تک هدف)

هدف	D_t	N	Web	r_1	r_2	η	ε
$(I_{tot})_{Max}$	۲۹	۵	۲۹	۱	۲	۲۳/۴۶	+۰/۷۲
$(NUe)_{Min}$	۳۰	۱۶	۵	۲	۱	۴۴/۱۹	+۰/۷۱
$(VL)_{Max}$	۳۰	۴	۲۲	۱	۲	۳۶/۵۰	+۰/۸۵
$(Sliver)_{Min}$	۲۹	۱۸	۱۵	۲	۱	۲۴/۹۶	+۰/۵۰
$(I_{sp})_{Max}$	۲۹	۱۸	۱۴	۱	۱	۲۲/۴۸	+۰/۵۰

در جدول (۵) مقادیر پنالتی را با در نظر گرفتن مقادیر وزنی متفاوت محاسبه نموده تا بتوان تأثیر مقادیر وزنی را مشخص نمود. همانطور که از جداول (۵) و (۶) مشخص است تأثیر مقادیر وزنی می‌تواند در جواب‌ها بسیار تأثیرگذار باشد، همچنین می‌توان از روش میانگین‌گیری از اهداف استفاده نمود (رابطه $(PV)_7$). تمامی این روش‌ها نیازمند خیرگی و تجربه طراح می‌باشد بنابراین باید به دنبال روشی باشیم که بتواند تمامی اهداف مورد نظر را در طراحی مد نظر داشته باشد و از دقت کافی نیز برخوردار باشد.

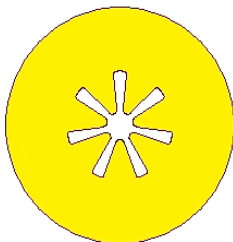
به عنوان مثال اگر هدف طراح مقادیر مشخصی برای اهداف مورد نظر باشد، نمی‌توان از روابط گفته شده به نزدیک‌ترین جواب ممکن رسید. در این مقاله از روش انحراف معیار استفاده شده است. انحراف معیار یکی از شاخص‌های پراکندگی است که نشان می‌دهد به‌طور میانگین داده‌ها چه مقدار از مقدار متوسط فاصله دارند. اگر انحراف معیار مجموعه‌ای از داده‌ها نزدیک به صفر باشد، نشانه آن است که داده‌ها نزدیک به میانگین هستند و پراکندگی اندکی دارند؛ در حالی که انحراف معیار بزرگ بیانگر پراکندگی قابل توجه داده‌ها می‌باشد. بنابراین از رابطه زیر برای محاسبه انحراف معیار استفاده شده است [۲۴].

نسبت هندسی شعاعی و طولی یا بکارگیری روش حدس و خطایی در هندسه گرین مشخص می‌شود و در صورت ارضا کردن الزامات سیستمی موتور هندسه نهایی می‌شود، که این روش نیازمند زمان و خبرگی بسیار بالایی طراحی می‌باشد. بنابراین در این مقاله سعی بر این شد که با هدف حفظ ابعاد محفظه احتراق بتوان پارامترهای عملکردی یک موتور خاص را افزایش داد. بنابراین ابتدا با در نظر گرفتن اهداف طراحی، محدودیت‌ها، و مرز طراحی به بررسی هدف‌های (تک هدف) مشخص پرداخته شد و نشان داده شد که این روش می‌تواند هدف خاص طراحی را ارضا کند، اما به طور کلی استفاده از یک هدف نمی‌تواند جوابگوی نیازمند طراحی باشد، بنابراین از روش انحراف معیار استفاده شد، که نتایج نشان از دقت بالایی این روش می‌باشد.

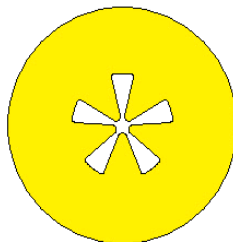
شبیه‌سازی برای محاسبه سطح سوزش سوخت، از مدل‌سازی آن در نرم‌افزارهای CAD و استخراج سطح سوزش با استفاده از ابر نقاط استفاده می‌کنند. این روش‌ها حجم محاسباتی بالایی داشته و بکارگیری آن در الگوریتم بهینه‌سازی که خود یک روش عددی تکراری است، بسیار زمان‌بر است. بنابراین با استفاده روش بیان شده می‌توان به سادگی با حجم محاسباتی بسیار کمتر آن را با الگوریتم‌های بهینه‌سازی کوپل کرده و نتایج خوبی با دقت مناسب به دست آورد. به همین منظور ابتدا کد طراحی گرین ستاره‌ای بدون در نظر گرفتن بهینه‌سازی با چندین تحقیق صحه‌گذاری شده و نتایج نشان داد که کد نوشته شده از دقت قابل قبولی برخوردار می‌باشد. به طور کلی در طراحی گرین ستاره‌ای به صورت متداول با الگویی از محصولات مشابه و یا محاسبه

جدول ۵. نتایج متغیرهای طراحی برای ۸ حالت مختلف

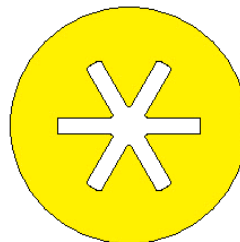
PV	D_t	N	Web	r_1	r_2	η	ε
$(PV)_1 = -\frac{(I_{tot})_{Max}}{100} - (I_{sp})_{Max} - (V.L)_{Max} + 10(Sliver)_{Min} + (NUE)_{Min}$	۲۹	۷	۲۷	۱	۲	۲۰/۴۲	۰/۸۲
$(PV)_2 = -\frac{(I_{tot})_{Max}}{50} - (I_{sp})_{Max} - (V.L)_{Max} + 10(Sliver)_{Min} + (NUE)_{Min}$	۲۹	۵	۲۸	۱	۲	۲۲/۰۶	۰/۷۰
$(PV)_3 = -\frac{(I_{tot})_{Max}}{100} - (I_{sp})_{Max} - (V.L)_{Max} + 10(Sliver)_{Min} + 5(NUE)_{Min}$	۲۹	۶	۲۰	۱	۱	۳۰/۱۸	۰/۸۴
$(PV)_4 = -\frac{(I_{tot})_{Max}}{100} - (I_{sp})_{Max} - (V.L)_{Max} + (Sliver)_{Min} + (NUE)_{Min}$	۲۸	۵	۲۴	۱	۲	۲۷/۲۶	۰/۸۲
$(PV)_5 = -(I_{tot})_{Max} - (I_{sp})_{Max} - (V.L)_{Max} + (Sliver)_{Min} + (NUE)_{Min}$	۲۹	۵	۲۸	۱	۳	۲۵/۸۲	۰/۸۰
$(PV)_6 = -\frac{(I_{tot})_{Max}}{100} - 5(I_{sp})_{Max} - (V.L)_{Max} + 10(Sliver)_{Min} + 5(NUE)_{Min}$	۲۹	۱۰	۱۷	۱	۱	۳۳/۱۴	۰/۷۴
$(PV)_7 = \frac{-(I_{tot})_{Max} - (I_{sp})_{Max} - (V.L)_{Max} + (Sliver)_{Min} + (NUE)_{Min}}{N}$	۲۹	۶	۳۱	۱	۲	۲۲/۴۹	۰/۸۵
$(PV)_8 = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{N+b} (F_{desi}(x) - F_{obj})^2}}{F_{obj.ave}}$	۳۰	۸	۱۹	۲	۲	۲۹/۸۷	۰/۷۹



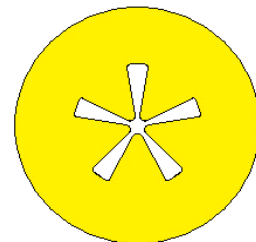
(۱)



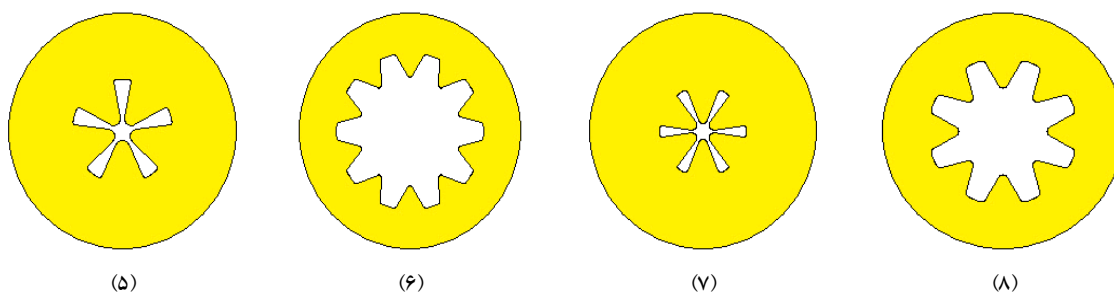
(۲)



(۳)



(۴)



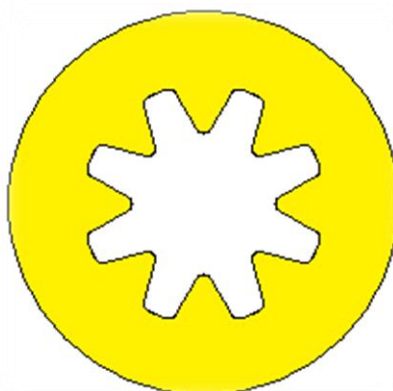
شکل ۱۶. هشت حالت مختلف

جدول ۶. نتایج مقادیر پناستی برای ۸ حالت مختلف

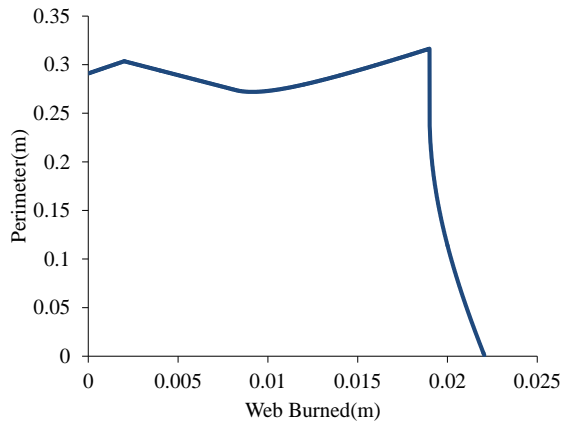
پارامتر	شماره گرین							
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
I_{tot}	۲۶۶۵۲	۲۶۵۵۴	۲۳۵۰۳	۲۵۹۳۴	۲۶۶۵۵	۱۹۱۴۳	۲۷۴۵۰	۲۰۸۱۱
NUe	۴۵	۴۷	۷۶۷	۱۹	۴۰	۱۳	۶۸	۱۶
Volume Loading	۹۲	۹۳	۸۶	۹۲	۹۴	۶۶	۹۶	۷۴
Sliver	۳.۱	۳.۴	۸.۴	۶.۹	۴.۹	۳.۳	۳.۲	۴.۷
I_{sp}	۲۲۷	۲۲۵	۲۱۶	۲۱۸	۲۲۲	۲۲۷	۲۲۵	۲۲۴

جدول ۷. نتایج بهینه‌سازی با اهداف مشخص شده توسط طراح

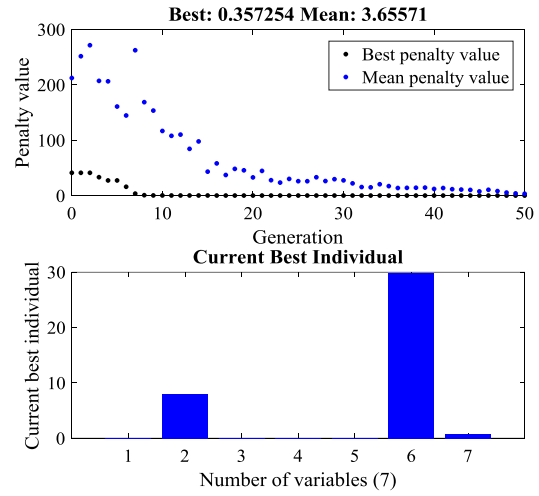
پارامتر	هدف	نتایج
I_{tot}	۲۰۰۰۰	۲۰۲۸۵
NUe	۱۰	۱۶
Volume Loading	۸۵	۷۴
Sliver	۵	۴/۷
I_{sp}	۲۲۵	۲۲۴
درصد انحراف معیار		متغیرهای طراحی
$(PV)_8$	D_t	N
۰.۳۵۵	۳۰	۸
	Web	r_1
	۱۹	۲
	r_2	η
	۲	۲۹/۸۷
	ϵ	۰/۷۹



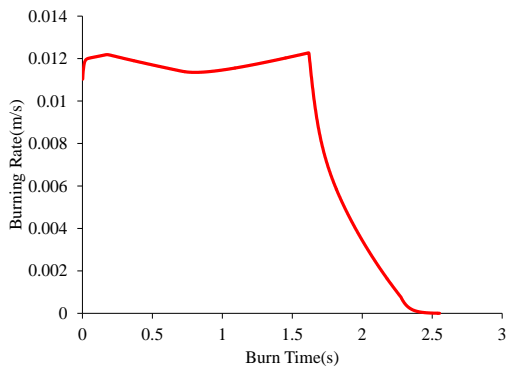
شکل ۱۷. گرین بدست آمده با استفاده از روش انحراف معیار



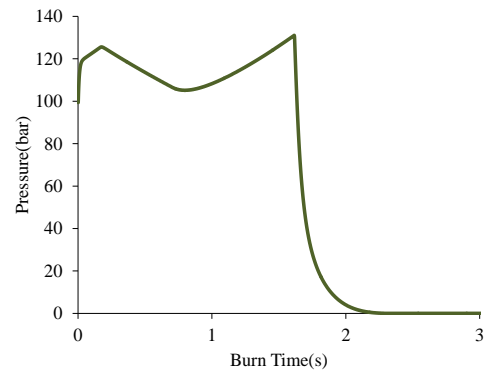
شکل ۱۹. نمودار محیط سوزش بر حسب وب سوخته شده



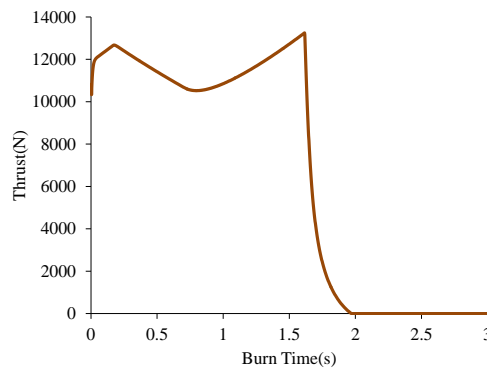
شکل ۱۸. روند کاهش مقادیر پناستی در هر نسل برای (PV)



شکل ۲۱. نمودار نرخ سوزش بر حسب زمان سوزش



شکل ۲۰. نمودار فشار بر حسب زمان سوزش



شکل ۲۲. نمودار تراست بر حسب زمان سوزش

ع. مأخذ

- [1] A.Kamran, G. Liang, R. Amer, N.Saima, Z. Qasim., Star grain optimization using genetic algorithm, In 51st AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference 18th AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Conference, 12th, p. 3084. 2010.
- [2] M.Barrere, et al, Rocket Propulsion. Amsterdam, Elsevier Publishing Company, 1960.
- [3] A. Ricciardi, Generalized geometric analysis of right circular cylindrical star perforated and tapered grains, Journal of Propulsion and Power, Vol.8, No.1, pp51-58, 1992.
- [4] W. Guanglin, E. Cai, The design of Solid rocket motor, Published by Northwestern Polytechnical University Press, 1994.

- [5] M. W. Stone, A Practicle Mathematical Approach to Grain Design. . ARS Semi- Annual meeting San Francisco, 1957.
- [6] A. V. Jean, Recent Advances in Solid Propellant Grain Design., ARSJ, July 1959.
- [7] W.T.Brooks, Ballistic Optimization of the Star Grain Configuration . Journal of Space craft, Vol. 19, No. 1, Jan–Feb, 1982.
- [8] D. Wang, F. Yang, H. Fan,Z. Wei-Hua, An integrated framework for solid rocket motor grain design optimization, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering 228, no. 7, pp. 1156-1170, 2014.
- [9] S. Mesgari, M. Bazazzadeh, A. Mostofizadeh, Finocyl grain design using the genetic algorithm in combination with adaptive basis function construction, International Journal of Aerospace Engineering, 3060173, 2019.
- [10] S. Mesgari, M. Bazazzadeh, A. Mostofizadeh, Comparing Metamodel Methods of Adaptive Basis Function Construction and Artificial Neural Network in Finocyl Grain Design. Modares Mechanical Engineering. Dec 10;20(1), pp.45-56, 2019.
- [11] A. Mahjub, N. M. Mazlan, M. Z. Abdullah, Q. Azam, Design Optimization of Solid Rocket Propulsion, A Survey of Recent Advancements." Journal of Spacecraft and Rockets, 57, no. 1 pp. 3-11, 2020.
- [12] A. Almostafa, L. Guozhu, Two dimensional star grain optimization method using genetic algorithm, In 2018 15th International Bhurban Conference on Applied Sciences and Technology (IBCAST), pp. 158-165. IEEE, 2018.
- [13] D. B. Riddle, R. J. Hartfield, J. E. Burkhalter, R.M. Jenkins, Genetic algorithm optimization of liquid propellant missile systems, in: Proceedings of the AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA, no.5506, 2009.
- [14] T.Ceyhun, M. Nikbay, Internal Ballistic Modeling of a Solid Rocket Motor by Analytical Burnback Analysis, Journal of Spacecraft and Rockets 56, no. 2,pp. 498-516, 2018.
- [15] R. A. Saulius, F. E. Algimantas, S. U. Arvydas, Numerical Study on Internal Ballistics Characteristics of a Solid Propellant Rocket Motor, Mechanics. No. 1;25(3), pp. 187-96, 2019.
- [16] M. M. Ionut, Solid rocket motor internal ballistics simulation using different burning rate models, UPB Scientific Bulletin, no. 76 , pp.51-56, 2014.
- [17] T. Ceyhun, M. Nikbay, Solid Rocket Motor Propellant Optimization with Coupled Internal Ballistic–Structural Interaction Approach, Journal of Spacecraft and Rockets, vol.55, no. 4, pp. 936-947, 2018.
- [18] O. Osemwengie, S. A. Abdallah, H. P. Morgan, J. O. Fanegan, Parameters Influencing Regression Rate of Solid Rocket Fuels. Int J Aeronautics Aerospace Res, no. 9;6(1), pp. 164-70, 2019
- [19] L. Arnon, F. Bouquet, R. Sprik, Solid propellant grain geometry design, a model for the evolution of star shaped interfaces, Bachelor Thesis. Faculteit der Exacte Wetenshappen, Universiteit van Amsterdam (2010).
- [20] S. Patan. Design and geometrical analysis of propellant grain configurations of a solid rocket motor, 2014.
- [21] A.Lefebvre, Burning analysis of star configuration, 2000.
- [22] M. R. Heidari, A. H. Adami, General Grain Analysis and Rapid Internal Ballistic Simulation for Solid Motor, Iranian Scientific Association of Energetic Material,.no. 5 (2), pp. 59-72, 2011, [in Persian]
- [23] H. H. Hosseini, Geometric Analysis of Grain Types. Aerospace Organization. Shahid Yazdani Institute. Propulsion Technology Research Center, 1384[in Persian]
- [24] O. Yucel., Ballistic design optimization of three-dimensional grains using genetic algorithms, Master's thesis, 2012.