

# بررسی اختلاف نسبت سرعت بین جت‌های مهارکننده و جت اصلی در طرح جت‌های توکیبی سه‌گانه برای بهبود اثربخشی خنک‌کاری لایه‌ای با استفاده از رهیافت ال‌ای‌اس

روزبه فرهادی آذر<sup>۱</sup>، مهدی رمضانی‌زاده<sup>۲</sup>، محمد طبی‌رهنی<sup>۳</sup> و محمدرضا سلیمی<sup>۴</sup>

۱، ۳ و ۴ دانشکده مهندسی هوافضاء، دانشگاه صنعتی شریف

۲ دانشکده مهندسی هوافضاء، دانشگاه هوایی شهید ستاری

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۰۳/۱۷

تاریخ ارزیابی نهایی: ۱۳۹۰/۰۹/۱۵

## چکیده

در تحقیق حاضر، به بررسی اثرات اختلاف نسبت دم‌ش (نسبت سرعت) بین جت‌های مهارکننده‌ی کوچک و جت اصلی در طرح جت‌های سه‌گانه بر اثربخشی خنک‌کاری لایه‌ای و تحلیل هیدرودینامیک جریان پرداخته شده است. این اختلاف نسبت دم‌ش به گونه‌ای تنظیم شده که دبی کل سیال خنک با حالت جت‌های سه‌گانه ساده یکسان باشد. جت‌های سه‌گانه به صورت عمودی وارد جریان عرضی شده و نسبت دمای جت‌های خنک‌کننده به جریان عرضی داغ و عدد رینولدز کل جت‌ها به ترتیب برابر ۰/۵ و ۴۷۰۰ است. روش عددی به کار رفته بر مبنای حجم محدود استوار بوده و از الگوریتم سیمپل روی یک شبکه‌ی چند بلوک و جایه‌جا شده، با سازمان، غیریکنواخت استفاده شده است. شبیه‌سازی عددی برای سه نسبت سرعت جت‌های مهارکننده به جت اصلی صورت گرفته است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که وقتی نسبت سرعت مذکور بیشتر از یک باشد، اثربخشی خنک‌کاری افزایش می‌یابد ولی در حالتی که این نسبت سرعت کمتر از یک است، شاهد کاهش اثربخشی خنک‌کاری هستیم. به دلیل پیچیدگی زیاد جریان (ناشی از اندرکنش سه جت با جریان عرضی) و وابستگی زمانی ساختارهای گردابه‌های تشکیل شده، از رهیافت شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ برای تحلیل دقیق‌تر جریان استفاده شده است.

## کلیدواژه:

jet، سه‌گانه، نسبت دم‌ش، شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، مدل اسماگورینسکی.

## مقایسه‌ای بین سه روش خنک‌کاری لایه‌ای، تراویشی و جابه‌جایی

## مقدمه

در طی ۵۰ سال گذشته تلاش‌های فراوانی برای بهبود خنک‌کاری در پره‌های توربین انجام گرفته و بیشترین تحقیقات در این راستا بوده که با خنک‌کاری پره‌های توربین، دمای هوای ورودی به توربین افزایش یابد. از طرفی، هر چقدر تعداد بیشتری سوراخ روی پره تعییه شود، هوای بیشتری روی سطح پره دمیده شده و خنک‌کاری بهتر صورت می‌گیرد. از آن‌جا که این هوای خنک از کمپرسور تأمین می‌شود، این موضوع بر بازده کمپرسور و کارآئی توربین تاثیر می‌گذارد. بنابراین، باید با بررسی هندسه، نسبت دبی و سطح تزریق نمی‌شود. لیگرانی و همکارانش<sup>[۱]</sup> در سال ۱۹۹۲ به صورت تجربی به مقایسه آرایش جت‌های یک ردیفه و دو ردیفه جابه‌جا شده پرداختند که بررسی آن‌ها حاکی از بالا بودن اثربخشی خنک‌کاری در جت‌های دو ردیفه‌ی جابه‌جا شده می‌باشد. همچنین، در تحقیق مذکور، مقدار بهینه اثربخشی خنک‌کاری متوسط‌گیری شده در نسبت سرعت ۰/۵ اتفاق می‌افتد. لیکن و

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد، r\_farhadi@alum.sharif.edu

۲. استادیار، (نویسنده مخاطب)، ramezanizadeh@gmail.com

۳. استاد، taeibi@sharif.edu

۴. دانشجوی دکتر، mohammad.salimi@ae.sharif.edu

نسبت چگالی را با استفاده از روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ برای نسبت دمش  $0/5$  و سه نسبت چگالی  $1/0, 0/5$  و  $2/0$  مورد مطالعه قرار دادند. نتایج آنها نشان داد که نسبت چگالی، تاثیرات شدیدی در گسترش و محل شکل گیری گردابه‌های خلاف جهت همگرد و نعل اسپی دارد.

جهت‌های ترکیبی به عنوان یکی از موثرترین طرح‌ها در جهت افزایش اثربخشی خنک کاری لایه‌ای شناخته شده است. بنابراین، در این تحقیق با بررسی اثرات تغییر نسبت دمش (سرعت) بین جت‌های مهارکننده کوچک و جت اصلی، اثربخشی خنک کاری لایه‌ای به میزان قابل توجهی افزایش یافته و به دلیل ساختار پیچیده (ناشی از اندرکنش سه جت با جریان عرضی) و وابسته به زمان بودن این جریان، برای تحلیل بهتر از رهیافت دقیق‌تری مانند رهیافت شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ و مدل زیر شبکه‌ای اسماعیل‌گورینسکی استفاده شده است.

### معادلات حاکم

در هر جریان آشفته، اندازه‌ی بزرگ‌ترین مقیاس‌های طولی در حدود ابعاد دامنه حل بوده و کوچک‌ترین آنها به گردابه‌های در حال اضمحلال مربوط بوده که در آنها اثرات لزجت غالب می‌باشد. در رهیافت شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، معادلات ناویر-استوکس برای گردابه‌هایی حل می‌شود که بزرگ‌تر از ابعاد شبکه هستند و اثر مقیاس‌های زیرشبکه‌ای مدل می‌شود. غالباً، مقیاس‌های بزرگ عامل تأثیرگذار بر اختلاط، انتقال حرارت و سایر کمیت‌های مهندسی بوده و مقیاس‌های کوچک رفتار کم و بیش عمومی از خود نشان داده و بر کارکرد مقیاس‌های بزرگ تأثیر می‌گذارند. این دو مقیاس توسط تابع فیلتر از هم جدا می‌شوند. با وجود اینکه در رهیافت ای.اس اندازه‌ی شبکه باید کوچک باشد اما هزینه‌ی محاسبات در آن بسیار کمتر از روش شبیه‌سازی مستقیم است. در ادامه، معادلات پیوستگی، اندازه حرکت و انرژی فیلتر گیری شده که در رهیافت ای.اس به کار می‌رود معرفی شده است.

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = - \left( \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\sigma}_{ij} - \bar{\rho} \bar{\tau}_{ij}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \bar{u}_i \bar{T})}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\bar{\mu}}{Pr Re} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} - \bar{\rho} \bar{q}_i \right) \quad (3)$$

که در آن،

$$\sigma_{ij} = \left( 2\mu(T)S_{ij} - \frac{2}{3}\mu(T) \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (4)$$

والترز [۵] در سال ۱۹۹۷، اندرکنش یک جریان جت بیضوی شکل با شدت آشفتگی  $0/2$  که با زاویه تزریق  $35^\circ$  درجه وارد جریان عرضی می‌شد را به صورت عددی بررسی کردند. آنها نتایج خود را با تحقیقات آزمایشگاهی و عددی (شبکه با سازمان) مقایسه کرده و ادعا کردند نتایج شان از کارهای قبلی دقیق‌تر است و علت آن را استفاده از روش‌های عددی مرتبه بالا به همراه شبکه بی‌سازمان ریز و قابل انطباق بیان کردند. حل عددی آنها میزان اثربخشی خنک کاری لایه‌ای را روی خط مرکزی جت بیشتر از نتایج آزمایشگاهی نشان می‌داد. ریس و بولز [۶] در سال ۲۰۰۰ در تحقیق خود بیان کردند که وجود خنک کاری لایه‌ای، اگرچه عمر قطعات داغ مثل پره توربین را افزایش داده و با بالا بردن دمای کارکرد آنها می‌تواند بازده چرخه توربین را افزایش دهد، اما از طریق افت‌های آبرودینامیکی که ایجاد می‌کند می‌تواند باعث کاهش بازده سیکل شود. آچاریا و همکارانش [۷] در سال ۲۰۰۱ مسئله‌ی اندرکنش جت و جریان عرضی را با استفاده از رهیافت‌های عددی متفاوتی چون شبیه‌سازی عددی مستقیم (دی.ان.اس)، شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ (ال.ای.اس) و انواع مدل‌های آشفتگی همچون  $4-k$ ، مدل انتقال تنش برشی و مدل سازی تنش رینولدز مورد مطالعه قرار دادند. نتایج آنها نشان داد که مدل‌های دو معادله‌ای چون  $4-k$  و مدل سازی تنش رینولدز، گسترش عرضی و طولی گردابه‌های خلاف جهت همگرد را بیش از مقدار واقعی آن پیش‌بینی می‌کنند. در حالی که رهیافت‌های ال.ای.اس و دی.ان.اس، این ساختارها را با دقت بیشتری شبیه‌سازی می‌کنند. ردی و زمان [۸] در سال ۲۰۰۶ به حل عددی خنک کاری لایه‌ای با استفاده از قرار دادن یک سری تپ در جهت جریان پرداختند. آنها در تحقیق خود، بررسی نتایج آزمایشگاهی طرح مورد نظر را در یک تونل باد نیز مورد توجه قرار داده و هدف استفاده از تپ را کنترل میزان اختلاط دو جریان سرد و گرم بیان کردند. وا و بوگارد [۹] در سال ۲۰۰۷ به بررسی اثرات خنک کاری لایه‌ای سوراخ‌های محوری با جاسازی چاله در آنها پرداختند. آنها این سوراخ‌ها را در طرف مکش توربین قرار داده و با استفاده از پرتو فرو سرخ، اثرات آنها را بررسی کردند. آنها در تحقیق خود، با تغییر پهنا و قرار دادن دیواره‌های مایل و عمودی برای چاله، اثربخشی خنک کاری را بهینه کردند. در شکل بهینه، اثربخشی تا ۱۰۰٪ در نزدیک سوراخ و تا ۴۰٪ در پایین دست جریان بهبود می‌یابد. رمضانی‌زاده و همکارانش [۱۰] و [۱۱] در سال ۲۰۰۷، اثرات

- 
1. Direct Numerical Simulation (DNS)
  2. Large Eddy Simulation (LES)

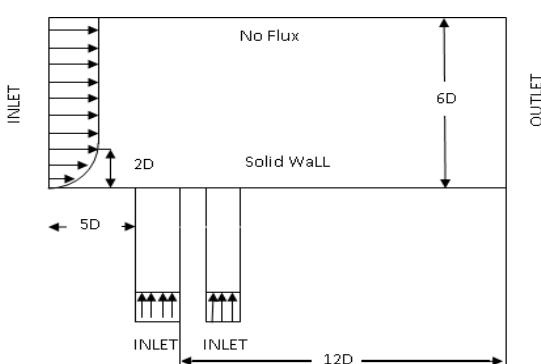
کanal مطابقت ضعیفی با نتایج شبیه‌سازی مستقیم دارد. تابع استهلاک اعمالی در نزدیکی دیواره نقطه ضعف دیگر این روش است. همچنین، این مدل به شدت میراکننده بوده و اجازه جاری شدن انرژی از مقیاس‌های کوچک به مقیاس‌های بزرگ را نمی‌دهد.<sup>[13]</sup>

### روش‌های عددی

معادلات حاکم بر جریان آشفته، تراکم ناپذیر و متوسط‌گیری شده‌ی مکانی، در حالت سه بعدی، توسط روش حجم محدود، روی یک شبکه‌ی با سازمان و غیریکنواخت به معادلات جبری خطی تبدیل شده و سپس برای ایجاد ارتباط بین میدان سرعت و فشار از الگوریتم سیمپل استفاده شده است. گسته‌سازی عبارت‌های لرج و جابه‌جایی در معادلات انتقال بر پایه روش توان پیرو است. همچنین، شبکه‌ی تولید شده نیز به گونه‌ای است که جهت دست‌یابی به دقت بالاتر در نواحی با گرادیان‌های شدید، یعنی در نزدیکی دیواره و خروجی جت، ریز شده است.

### تعريف مسئله و شرایط مرزی

شکل (۱) و (۲) دامنه‌ی فیزیکی حل را بر پایه تحقیق جوادی و همکارانش [۱۴] نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که طرح مورد استفاده در مقاله حاضر، هندسه‌ی نهایی و بهینه شده‌ای می‌باشد که توسط آن‌ها معرفی شده است. در طرح آن‌ها، سطح مقطع سه جت، مربعی شکل در نظر گرفته شده و جت هوای خنک به صورت عمودی وارد جریان عرضی داغ می‌شود. همچنین، ارتفاع جت هوای خنک ۵ برابر قطر جت، طول صفحه‌ی جریان عرضی ۱۸ برابر قطر جت، فاصله‌ی جانبی جت‌ها ۳ برابر قطر و ارتفاع جریان عرضی از سطح صفحه ۶ برابر قطر جت در نظر گرفته شده است.



شکل ۱. هندسه جت‌های ترکیبی سه‌گانه در صفحه X-Y

$$\tau_{ij} = \left( \bar{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \right) \quad (5)$$

$$q_i = \left( \bar{u_i T} - \bar{u}_i \bar{T} \right). \quad (6)$$

مدل اسماگورینسکی (۱۹۶۳)، اولین مدل مقیاس زیرشبکه‌ای بوده و هنوز به طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد. همانند بیشتر مدل‌های مقیاس زیرشبکه‌ای موجود، این مدل نیز از مفهوم لزجت گردابه‌ای استفاده می‌کند که بخش بی‌اثر (کروی) تانسورهای مقیاس زیرشبکه‌ای  $\bar{S}_{ij}$ ، را به نخ کرنش میدان سرعت حل شدنی  $\bar{S}_{ij}$  مربوط می‌سازد.<sup>[11]</sup> با فرض تعادل (مقیاس‌های کوچک تمام انرژی دریافتی از مقیاس‌های بزرگ را به طور آنی و بسیار سریع مستهلک می‌کنند) رابطه‌ای برای  $V_t$  به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$V_t = (C_s \Delta)^2 |\bar{S}| \quad (7)$$

که در آن،  $C_s$  ضریب اسماگورینسکی،  $= (2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{jj})^{1/2}$  و پهنه‌ای فیلتر (طول فیلتر) برابر با اندازه شبکه در نظر گرفته شده و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Delta = (\Delta_x \Delta_y \Delta_z)^{1/3} = (\Delta V_{ijk})^{1/3} \quad (8)$$

در معادلات اصلی ناویر-استوکس،  $\bar{u}_i$  به جای  $u_i$  به جای  $P$  و  $V_t + V_{t+}$  به جای  $V_t$  لزجت گردابه‌ای نام دارد) قرار می‌گیرد. حال، توسط یک برنامه رایانه‌ای می‌توان معادلات غیر دائمی ناویر-استوکس را حل نمود.<sup>[11]</sup> از آن‌جا که نوسانات آشفتگی مقیاس‌های زیرشبکه‌ای در نزدیکی دیواره به سمت صفر میل می‌کند، لذا لزجت گردابه‌ای  $V_t$  نیز باید به سمت صفر میل نماید. برای این منظور، یک تابع استهلاک (تابع استهلاک ون دریست)  $f_\mu$  به فرم زیر در نظر می‌گیریم:

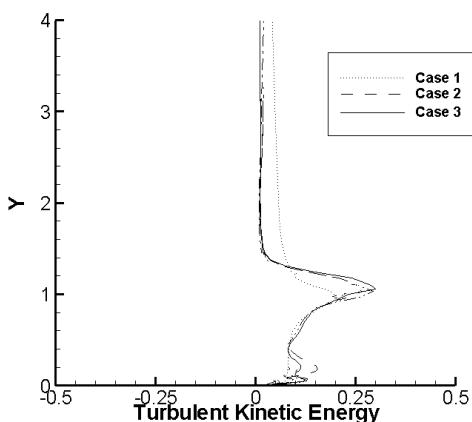
$$f_\mu = 1 - \exp\left(\frac{-y^+}{26}\right) \quad (9)$$

با تعریف تابع استهلاک  $f_\mu$ ، برای اعمال آن بر لزجت گردابه‌ای، در رابطه (۷) به جای ضریب  $C_s$  از ضریب  $C_s f_\mu$  استفاده می‌کنیم.

دلیل استفاده مکرر از مدل اسماگورینسکی، سادگی آن است. نقطه ضعف این مدل در آن است که پارامتر  $C_s$  ثابت نبوده و مقدار بهینه آن ممکن است با نوع سیال، عدد رینولدز و یا روش گسته‌سازی تغییر نماید. این مدل، در شبیه‌سازی جریان‌های نزدیک دیواره بسیار میراکننده بوده و در جریان آشفته همگن و جریان

خروجی را ترک می‌کنند با شاری که از مرز تکراری ورودی به داخل محدوده وارد می‌شوند برابر باشد. برای شرط مرزی بالای هندسه، گرادیان تمام کمیت‌ها در جهت  $Y$  صفر در نظر گرفته شده است. همچنین، از آنجا که برای مسئله‌ی جت‌های ترکیبی داده‌های تجربی موجود نیست از این رو برای بررسی درستی نتایج به دست آمده مسئله‌ی جت تنها نیز حل گردیده و نتایج آن با داده‌های تجربی آجرش و همکارانش [۱۵] مقایسه شده است.

**مطالعه عدم وابستگی حل به شبکه عددی**  
 برای بررسی عدم وابستگی حل به شبکه‌ی عددی در حالت سه بعدی، سه شبکه‌ی مختلف در نظر گرفته شده و پس از حل جریان، نمودارهای انرژی جنبشی در صفحه‌ی میانی جریان ( $Z/D=0.0$ ) در مقطع ( $X/D=3$ ) با یکدیگر مقایسه شده است. همان‌گونه که در شکل (۳) نشان داده شده، با توجه به نزدیکی جواب‌ها در شبکه‌های ۲ و ۳، شبکه‌ی دوم برای حل برگزیده شده است. تعداد گره‌های مربوط به شبکه‌های مختلف در جداول (۱) و (۳) آورده شده است.



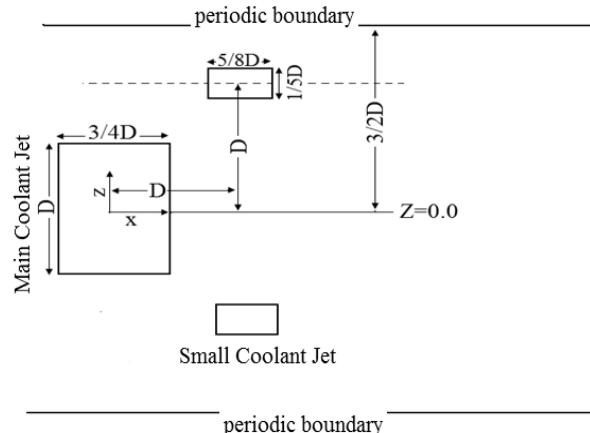
شکل ۳. نمودارهای انرژی جنبشی در موقعیت  $X/D=3.0$ .

جدول ۱. تعداد گره‌ها برای جریان عرضی.

Case	NI	NJ	NK	Total
۱	۵۶	۳۰	۲۷	۴۵۳۶۰
۲	۱۱۰	۵۰	۵۷	۳۱۳۵۰۰
۳	۱۸۵	۸۰	۹۵	۱۴۰۶۰۰۰

جدول ۲. تعداد گره‌ها برای جت اصلی.

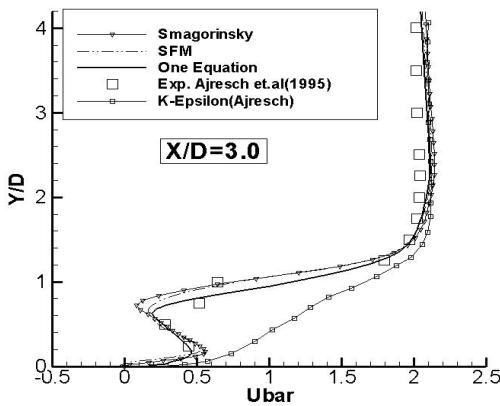
Case	NI	NJ	NK	Total
۱	۷	۲۰	۷	۹۸۰
۲	۱۳	۳۵	۱۷	۷۷۳۵
۳	۱۷	۵۰	۲۳	۱۹۵۵۰



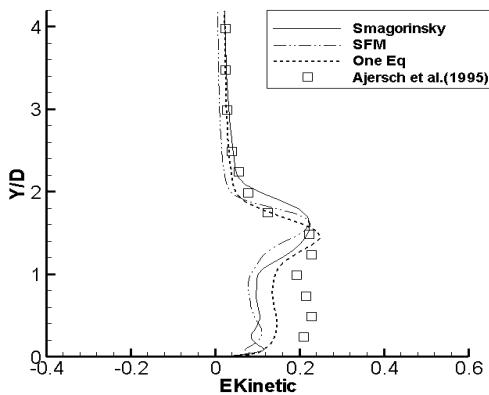
شکل ۲. هندسه جت‌های ترکیبی سه‌گانه در صفحه  $X-Z$ .

در این تحقیق، عدد رینولدز جریان جت برابر با  $4700$  بوده و نسبت چگالی  $1$  و نسبت دمش  $5/5$  است. دلیل استفاده از عدد رینولدز فوق و نسبت دمش‌های بیشتر از  $5/5$  نیز مطابقت هرچه بیشتری نتایج حاصل با شرایط واقعی جریان حول پرهی توربین می‌باشد؛ چرا که به دلیل قطر بسیار کوچک حفره‌های خنک‌کاری، عدد رینولدز جریان بر پایه آن‌ها بسیار کوچک‌تر از عدد رینولدز جریان بر پایه وتر پره می‌باشد. به طوری که بیشینه این مقدار از مرتبه  $10^4$  است. همچنین، نسبت دمش در شرایط کاری یک پرهی توربین همواره به گونه‌ای است که کمترین مقدار آن در حدود  $5/5$  و بیشینه آن به حدود  $2$  می‌رسد.

برای مدل‌سازی این جریان از پنج شرط مرزی ورودی، خروجی، پریودیک، مرز جامد و شرط مرزی بدون شار استفاده شده که در ادامه به بررسی تک تک آن‌ها می‌پردازیم. شرط مرزی ورودی که در آن ضخامت لایه‌ی مرزی در ورودی مساوی با دو برابر قطر جت در نظر گرفته شده و برای اعمال این شرط رابطه‌ی  $7/7$  برای مؤلفه‌ی افقی سرعت استفاده شده است. سایر مؤلفه‌های سرعت نیز در این مرز برابر با صفر در نظر گرفته شده‌اند. شرط مرزی دیواره‌ی جامد که در این مرز از شرط عدم لغزش برای مؤلفه‌های سرعت استفاده شده است. شرط مرزی خروجی که در این مرز گرادیان کلیه‌ی کمیت‌ها برابر با صفر در نظر گرفته شده است. همچنین، بقاء جرم در خروجی نیز باید رعایت شود. از آنجا که بررسی عددی اندکش جریان چند ردیف جت اصلی با جریان عرضی از لحاظ زمانی اجرا و حافظه‌ی رایانه هزینه‌بر است، یک جت اصلی را در نظر گرفته و اثر جت‌های دیگر به صورت شرط مرزی پریودیک اعمال می‌شود. برای اعمال شرط مرزی پریودیک لازم است شار تمام متغیرهای جریان که مرز تکراری



شکل ۴. مقایسه نمودارهای سرعت افقی جت تنها با نتایج تجربی



شکل ۵. مقایسه نمودارهای انرژی جنبشی آشفته با نتایج تجربی.

مهم ترین دلیل عدم تطابق مطلوب بین نتایج حاضر و داده‌های تجربی را می‌توان در حساسیت بالای انرژی جنبشی آشفتگی دانست؛ چرا که نقاط ضعف موجود در الگوریتم عددی مورد استفاده در این تحقیق مانند: دقت زمانی از مرتبه‌ی اول و دقت مکانی از مرتبه‌ی بین یک و دو، به خوبی روی این کمیت حساس آشکار می‌شود.

نمودار مؤلفه‌ی W در شکل (۶) با نتایج تجربی مقایسه شده و  
شکل این نمودارها کاملاً متأثر از حضور گردابه‌های خلاف جهت  
همگرد است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، انحنای‌های ایجاد شده  
در داده‌های تجربی توسط نمودارهای حاضر پوشش داده شده  
است. با بررسی دقیق‌تر نمودارها مشخص می‌شود که رهیافت  
ال.ای.اس بر خلاف بیش‌تر مدل‌های رنس که گسترش طولی و  
عرضی گردابه‌های خلاف گرد را بیش‌تر از مقدار واقعی آن‌ها  
پیش‌بینی می‌کند، یک دید فیزیکی خیلی نزدیکی نسبت به مقادیر  
تجربی از خود نشان می‌دهد. از آن‌جا که طرح جدید جت‌های  
ترکیبی نسبت به طرح‌های قبلی ارائه شده مانند جت‌های سردوشی  
و دارای زاویه‌ی مرکز دارای اثر بخشی، خنک‌کاری بالاتری است

### جدول ۳. تعداد گره‌ها برای جت‌های کوچک.

Case	NI	NJ	NK	Total
1	5	20	4	29
3	13	35	9	57.95
6	19	50	14	111.90

بررسی صحت نتایج

برای مشخص شدن درستی نتایج به دست آمده در این تحقیق، مسئله‌ی جت تنها با نتایج آجرش و همکارانش که به صورت تجربی و با استفاده روش ال.دی.وی<sup>۱</sup> در سال ۱۹۹۵ انجام گرفته مقایسه شده است [۱۵]. دامنه‌ی حل برای جت تنها هم اندازه با دامنه‌ی حل جت‌های ترکیبی می‌باشد. تعداد گره‌های شبکه‌ی حل شده در جدول (۴) آورده شده است. عدد رینولدز جریان جت برای مقایسه با داده‌های تجربی  $4700$  و نسبت دمش برابر با  $0/5$  در نظر گرفته شده است.

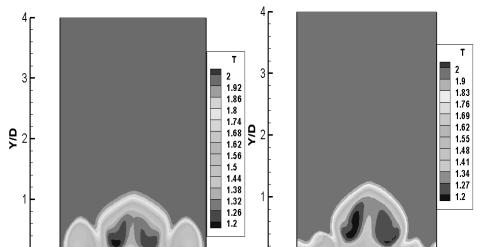
#### جدول ۴. تعداد گره‌ها برای جریان جت تنها.

تعداد گرههای جریان عرضی		تعداد گرهها برای جت	
NI	۱۴۱	NI	۲۰
NJ	۷۰	NJ	۴۵
NK	۴۳	NK	۲۰

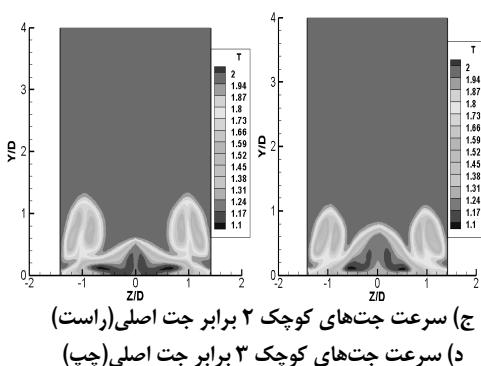
صحت‌سنجی نتایج در چند مقطع عرضی برای هر سه مؤلفه‌ی سرعت و انرژی جنبشی انجام شده است [۱۶]. در شکل (۴)، نمودار مؤلفه‌ی سرعت  $u$  حاصل از حل در صفحه  $Z/D = 0.0$  و مقطع  $X/D = 3$  توسط سه مدل زیر شبکه‌ای اسمانگورینسکی، SFM و یک معادله‌ای یاشیزراوا مقایسه شده است. شکل نشان داده شده حاکی از این است که رهیافت ال.ای.اس در مقایسه با رهیافت رنس افرون بر دقت بالاتر، رفتار فیزیکی تری را از جریان نشان می‌دهد. شکل (۵)، نمودارهای انرژی جنبشی را نشان می‌دهد که با داده‌های تجربی مقایسه شده است. هر چند این نمودارها کمی با داده‌های تجربی فاصله دارند، ولی در مقایسه با رهیافت‌های دیگر به داده‌های تجربی نزدیک‌تر بوده و شکل منحنی داده‌های تجربی را به خوبی، دنال می‌کنند.

### 1. Laser Doppler Velocimetry (LDV)

شده است. لازم به ذکر است که در ادامه‌ی مقاله، نسبت دمش (نسبت سرعت) جت‌های کوچک به جت اصلی<sup>۱</sup> را به صورت مختصر "نسبت سرعت" می‌نامیم. این تحقیق، در چهار نسبت سرعت ۵/۰، ۲، ۱ و ۳ انجام شده و رفتار ساختارهای گردابه‌ای جریان و تاثیرات آن‌ها بر اثربخشی خنک‌کاری لایه‌ای بررسی شده است. شکل (۷)، خطوط همتراز دما در صفحه‌ی YZ در موقعیت X/D=3 را برای نسبت سرعت‌های مختلف نشان می‌دهد.



(الف) سرعت جت‌های کوچک نصف سرعت جت اصلی(راست)  
(ب) سرعت جت‌های کوچک برابر با سرعت جت اصلی(چپ)

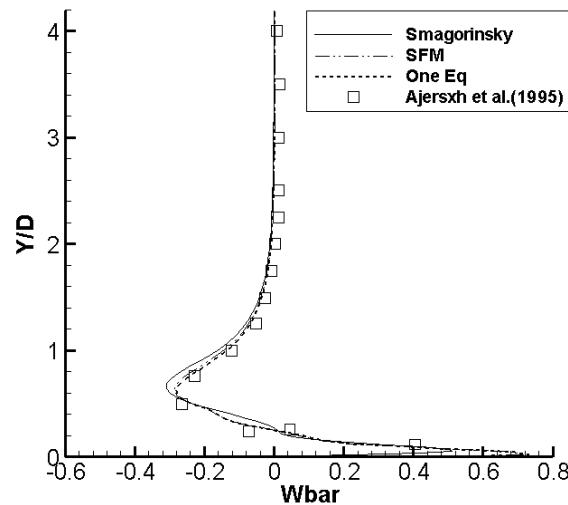


شکل ۷. خطوط همتراز دما برای جت‌های سه‌گانه در مقطع X/D=3.0 .

همان طور که ملاحظه می‌شود، در نسبت سرعت ۵/۰، نفوذ جت اصلی در جریان عرضی نسبت به حالت‌های دیگر بیشتر بوده و در نسبت سرعت ۳، نفوذ جت اصلی در جریان عرضی کمترین و نفوذ جت‌های کوچک در جریان عرضی بیشترین مقدار را به خود گرفته است.

در نسبت سرعت‌های ۲ و ۳، شاهد خوابیدن جت روی صفحه‌ی عرضی و پخش مناسب سیال خنک روی سطح در نزدیکی جت هستیم که میزان جمع شدن سیال خنک روی سطح در نزدیکی جت در نسبت سرعت ۳ بیشتر است. بنابراین، به دلیل کاهش دبی سیال خنک جت اصلی، به نظر می‌رسد که با حرکت به سمت پایین دست و خوابیدن لایه‌ی سیال خنک روی سطح، با کاهش

و نیز با توجه به نمودارهای مقایسه شده برای جت تنها و برتری رهیافت ال.ای.اس نسبت به مدل‌های دیگر آشتفتگی، در این تحقیق برای بررسی بهتر از رهیافت ال.ای.اس و مدل زیرشبکه‌ای اسم‌گورینسکی استفاده شده است.



شکل ۶. مقایسه نمودارهای سرعت جانبی جت تنها با نتایج تجربی.

## نتایج

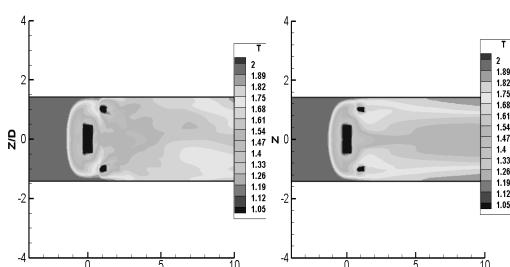
تأثیرات نسبت دمش برای دست‌یابی به یک مقدار بهینه برای آن، توسط محققین زیادی مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که مقدار بهینه نسبت دمش تابع عوامل مختلفی بوده که از جمله مهم‌ترین آن‌ها، هندسه سوراخ‌ها و زاویه تزریق است. از طرف دیگر، برای حالت جت‌های متعارف، نتایج نشان می‌دهد که در نسبت‌های دمش بالا، نفوذ جت در جریان عرضی بیشتر شده و به تبع آن جفت گردابه‌های تشکیل شده بزرگ‌تر و قدرت آن‌ها افزایش می‌یابد. در نتیجه، با وجود افزایش تزریق سیال خنک روی سطح عرضی، به دلیل افزایش قدرت و بزرگ‌تر شدن گردابه‌ها، اختلاط بیشترین سیال گرم و سرد ایجاد شده و باعث کاهش اثربخشی خنک‌کاری لایه‌ای می‌شود. در نسبت‌های دمش پایین، نفوذ جت در جریان عرضی کاهش یافته، بنابراین، میزان سیال خنک لازم برای پوشش مناسب سطح پره نیز کاهش می‌یابد.

در حالت جت‌های ترکیبی سه‌گانه، به دلیل وجود سه جت و اندرکنش ساختارهای گردابه‌ای ایجاد شده، با تغییر نسبت دمش شاهد رفتار متفاوتی نسبت به جت‌های متعارف هستیم. در این تحقیق، سرعت جت‌های کوچک با جت اصلی متفاوت در نظر گرفته شده است. البته، دبی کل سیال ورودی به جت‌ها در همه‌ی حالت‌ها یکسان در نظر گرفته شده و مقدار سیال به کار رفته برای خنک‌کاری لایه‌ای دقیقاً برابر با حالت جت تنها (متعارف) فرض

تا جایی می‌شود که سی.آر.وی.پی جت اصلی کوچک‌تر از سی.آر.وی.پی جت‌های کوچک شود. لذا باعث می‌شود که اثربخشی خنک کاری به میزان زیادی بالا رود. در نسبت سرعت ۳، به دلیل اندازه‌ی حرکت خیلی بالای جت‌های کوچک، نفوذ این جت‌های کوچک در جریان عرضی بالا می‌رود. لنگه‌های خارجی سی.آر.وی.پی جت‌های کوچک با برخورد به دیواره محدود شده و کوچک‌تر از لنگه‌های داخلی ایجاد شده توسط این جت‌های کوچک می‌باشد. لذا در این حالت، جفت گردابه‌های خلاف گرد تشکیل شده کمایش بزرگ‌تر از سی.آر.وی.پی جت اصلی در حالت عادی بوده و مرکز این گردابه‌ها نیز به نوبه‌ی خود در فاصله بالاتری از مرکز سی.آر.وی.پی جت‌های کوچک در سایر نسبت‌های سرعت می‌باشد. از طرف دیگر، سی.آر.وی.پی جت اصلی نیز از بالا توسط سی.آر.وی.پی جت‌های کوچک محدود شده و به اندازه زیادی کوچک می‌شود. این رفتار ساختارهای گردابه‌ای نشان‌دهنده پخش بالای سیال خنک در نزدیکی جت اصلی است.

در بررسی‌های به عمل آمده، با حرکت به سمت پایین دست جریان و دور شدن از جت، قدرت و اندازه جفت گردابه‌های خلاف گرد افزایش می‌یابد. البته، میزان این افزایش در نسبت سرعت‌های ۲ و ۳، نسبت به حالت‌های دیگر بیشتر بوده به گونه‌ای که در نسبت سرعت ۳، سی.آر.وی.پی جت‌های کوچک به سرعت توسعه یافته و لنگه‌های داخلی این سی.آر.وی.پی به مراتب بزرگ‌تر از لنگه‌های مربوط به سی.آر.وی.پی جت اصلی در نسبت سرعت ۱ است. این افزایش قدرت و بزرگ‌تر شدن گردابه‌ها نشان از اختلاط بالا بین سیال گرم و سرد بوده، بنابراین، در این حالت اثربخشی خنک کاری با سرعت بیشتری کاهش می‌یابد.

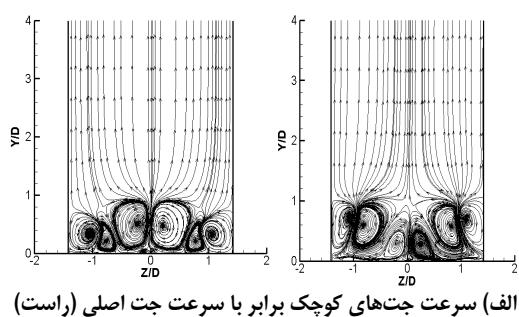
شکل (۹)، خطوط همتراز دما روی سطح عرضی را نشان می‌دهد. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، در هر ۴ حالت نیز سطح عرضی به صورت مناسب با سیال خنک پوشش داده شده است.



شکل ۹. خطوط همتراز دما برای جت‌های سه‌گانه روی سطح عرضی.

میزان سیال خنک برای پوشش دادن سطح در ناحیه‌ی پایین دست مواجه شویم. علت این امر، جمع شدن سیال خنک در نزدیک جت بوده و با فاصله گرفتن از جت، میزان آن به اندازه‌ی قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد. ولی در نسبت سرعت ۲، از یک طرف لایه‌ی سیال سرد به اندازه‌ی کافی روی سطح خواهد و سطح را پوشش می‌دهد و از طرف دیگر، در پایین دست جریان شاهد کاهش میزان سیال سرد نخواهیم بود.

در شکل (۸)، خطوط جریان برای نسبت سرعت‌های ۱ و ۲ در مقطع  $X/D=3$  نشان داده شده است. در نسبت سرعت ۱، نفوذ جت‌های کوچک در سیال عرضی خیلی کم بوده و لنگه‌های خارجی جفت گردابه‌های تشکیل شده برای این جت‌های کوچک در مرز پریودیک تحت تاثیر جت‌های کناری قرار گرفته و از بین می‌روند. همچنین، لنگه‌های داخلی جفت گردابه‌های کوچک به دلیل نفوذ خیلی کم جت در جریان عرضی کوچک بوده و در زیر جفت گردابه‌های جت اصلی قرار می‌گیرند. این رفتار ساختارهای گردابه‌ای باعث جدا شدن سی.آر.وی.پی<sup>۱</sup> جت اصلی از سطح شده و باعث کشیدگی جفت گردابه‌ها در جهت Y می‌شود. همان‌گونه که در شکل (۸) مشاهده می‌شود، در نسبت سرعت ۲، سرعت جت‌های کوچک بالا بوده و از آنجا که اندازه‌ی حرکت با مریع سرعت رابطه مستقیم دارد، اندازه‌ی حرکت جت‌ها نسبت به حالت عادی چندین برابر می‌شود که افزایش اندازه حرکت نشان از افزایش نفوذ و کشیدگی سی.آر.وی.پی این جت‌های کوچک در جهت‌های Y و Z می‌باشد.



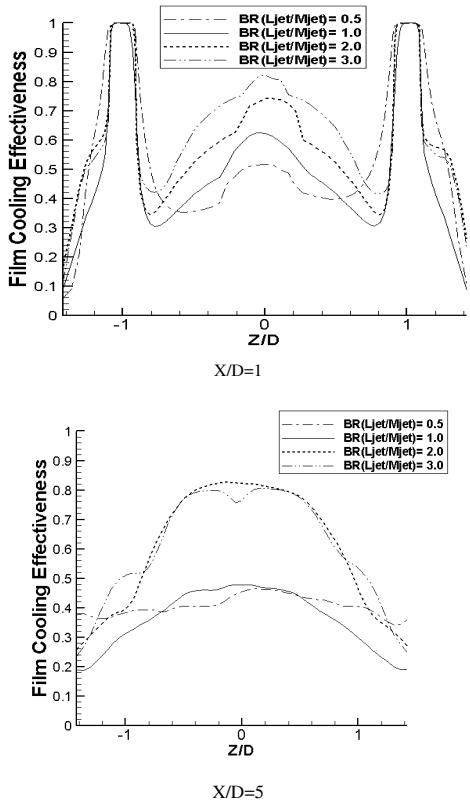
(الف) سرعت جت‌های کوچک برابر با سرعت جت اصلی (راست)

(ب) سرعت جت‌های کوچک ۲ برابر جت اصلی (چپ)

شکل ۸ خطوط جریان در صفحه‌ی X/D=3.0

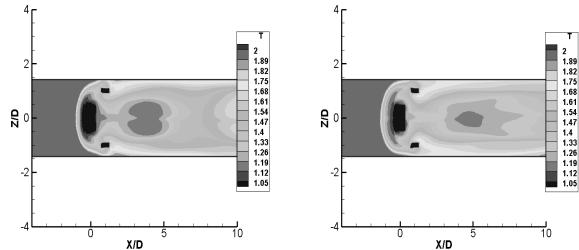
در نتیجه، جفت گردابه‌های خلاف گرد جت‌های کوچک در فاصله‌ی بالاتری از جفت گردابه‌های خلاف گرد جت اصلی تشکیل شده و با برخورد به دیواره پریودیک، به ناحیه داخل محدود شده و مانع بزرگ شدن جفت گردابه‌های جت اصلی، حتی

#### 1. Counter Rotating Vortex Pair(CRVP)



شکل ۱۰. توزیع اثربخشی خنک کاری در جهت عرضی.

لازم به ذکر است که نقطه‌ی حداقل نسبی دقیقاً در محل برخورد لنگه‌های جهت مخالف سی. آر.وی.پی جت‌های کوچک و جت اصلی با سطح می‌باشد که اثربخشی به یکباره افت کرده و دوباره افزایش می‌یابد. در موقعیت  $X/D=3$ ، شاهد رفتار متفاوتی نسبت به موقعیت  $X/D=1$  هستیم. به این صورت که کمترین مقدار اثربخشی خنک کاری لایه‌ای مربوط به نسبت سرعت ۱ و بیشترین مقدار مربوط به نسبت سرعت ۳ است. برای نسبت سرعت ۵/در موقعیت  $X/D=3$ ، پخش عرضی لایه‌ی سیال خنک بیشتر از نسبت سرعت ۱ بوده و همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، یکنواختی پخش بیشتر از حالت‌های دیگر است. بنابراین، برای کاربردهایی که یکنواختی پخش دارای اهمیت بالایی است، می‌توان از این نسبت سرعت استفاده کرد. در موقعیت  $X/D=5$  نیز، بیشترین اثربخشی خنک کاری برای دو نسبت سرعت ۲ و ۳ کمایش یکسان بوده و کمترین مقدار مربوط به نسبت سرعت ۱ است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، در نزدیکی دیواره‌ی پریودیک نیز، کمترین مقدار اثربخشی مربوط به نسبت سرعت ۱ است. در موقعیت  $X/D=8$ ، شاهد افت شدید اثربخشی خنک کاری برای نسبت سرعت ۳ هستیم. نکته‌ی قابل توجه این است که در هر سه موقعیت نشان داده شده، نسبت سرعت ۱ جت‌های خنک کننده دارای کمترین مقدار اثربخشی خنک کاری در مرز پریودیک می‌باشد.



ج) سرعت جت‌های کوچک ۲ برابر جت اصلی

د) سرعت جت‌های کوچک ۳ برابر جت اصلی

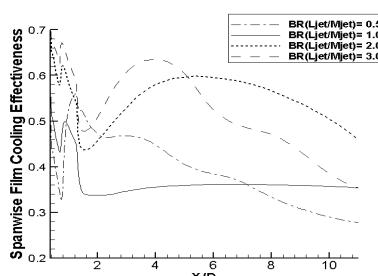
... ادامه شکل ۹. خطوط همتراز دما برای جت‌های سه گانه روی سطح عرضی.

ولی بهترین پوشش لایه‌ای در نسبت سرعت ۲ اتفاق می‌افتد که این رفتار ناشی از اندرکنش گردابه‌های تشکیل شده با هم و خوابیدن لایه‌ی سیال خنک روی سطح است. همان‌گونه که در شکل ترسیم شده است، جت خنک هنگام خروج از کanal دارای پخش عرضی بوده و دبی کمتری از سیال عرضی داغ هنگام دور زدن جت وارد ناحیه‌ی کم‌شار زیر جت شده و در فاصله دورتری از جت در مرکز صفحه ( $Z/D=0.0$ )، این جریان‌های دور زده به هم می‌رسند. به عبارت دیگر، پخش عرضی سیال روی سطح در این حالت بیشتر از حالت‌های دیگر است. در نسبت سرعت ۳، در نزدیک جت شاهد پوشش مناسب بوده و با فاصله گرفتن از جت و حرکت به سمت پایین دست جریان، به دلیل کاهش میزان سیال خنک و بزرگ‌تر شدن بیش از حد گردابه‌های خلاف گرد از موقعیت  $X/D=5$  به پایین، شاهد کمتر شدن میزان پوشش لایه‌ای هستیم. لازم به ذکر است که کمترین پوشش عرضی سیال خنک مربوط به نسبت سرعت ۰/۵ می‌باشد.

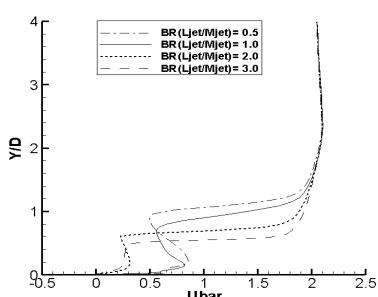
شکل (۱۰)، نمودارهای اثربخشی خنک کاری لایه‌ای در جهت عرضی را در موقعیت‌های  $X/D=1, 3, 5, 8$  نشان می‌دهد. در شکل مربوطه به  $X/D=1$ ، همان‌گونه که مشاهده می‌شود، بالاترین اثربخشی خنک کاری لایه‌ای مربوط به نسبت سرعت ۳ و کمترین میزان مربوط به نسبت سرعت ۰/۵ است. در این نمودارهای ترسیم شده، شاهد دو حداقل و دو حداکثر نسبی هستیم، مقدار حد اکثر کمایش برای هر ۴ نسبت سرعت یکسان بوده ولی کمترین مقدار حداقل نسبی مربوط به نسبت سرعت ۱ بوده و بیشترین مقدار حداقل نسبی مربوط به نسبت سرعت ۳ می‌باشد. علت این امر را می‌توان در بزرگ‌تر بودن سی. آر.وی.پی جت‌های کوچکی دانست که در نسبت سرعت ۳، این گردابه‌های تولید شده خیلی بزرگ‌تر بوده و مرکز آن‌ها در فاصله‌ی بالاتری از سطح قرار می‌گیرد، در نتیجه، باعث خوابیدن بیشتر لایه‌ی سیال خنک روی سطح در نزدیکی جت می‌شود. به عبارت دیگر، سیال خنک در آن ناحیه جمع شده و سطح به خوبی پوشش حرارتی داده می‌شود.

شده نیز، برای نسبت سرعت‌های  $0/5$  و  $3$  در نزدیکی کanal جت، شاهد اثربخشی نسبتاً بالا و با دور شدن از آن شاهد افت شدید در نمودار اثربخشی هستیم. لازم به ذکر است که در ناحیه‌ی دنباله‌ی جت، به دلیل جدایش جت در این ناحیه و ایجاد ناحیه‌ی کم‌فشار، نمودارهای اثربخشی دارای یک حداقل نسبی در این ناحیه بوده و در نسبت سرعت  $2$ ، نقطه‌ی حداقل نسبی دارای مقادیر بیشتری نسبت به حالت‌های دیگر بوده که نشان‌دهنده‌ی جدایش کمتر در این حالت است.

شکل (۱۳)، نمودار مؤلفه‌ی افقی سرعت در موقعیت  $X/D=3$  را نشان می‌دهد. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، کشیدگی نمودار مؤلفه‌ی افقی سرعت در جهت  $7\pi$  برای نسبت سرعت  $3$  دارای کمترین مقادیر مقدار می‌باشد. بنابراین، نفوذ جت اصلی در جریان عرضی در این موقعیت برای این حالت کمتر از حالت‌های دیگر است. بیش‌ترین میزان کشیدگی در این جهت مربوط به نسبت سرعت  $0/5$  است که بیان‌گر نفوذ زیاد جت اصلی است. همچنین، در این موقعیت از جریان، میزان نفوذ برای دو نسبت سرعت  $2$  و  $3$  نزدیک به هم می‌باشد. در بررسی بیش‌تر نمودارهای سرعت، این نکته به چشم می‌خورد که به دلیل نزدیکی نقاط حداقل/حداکثر به هم در نمودارهای سرعت، ناحیه‌ی دنباله‌ی جت دارای جریان برشی ضعیف‌تری نسبت به حالت‌های دیگر است. به دلیل بیش‌تر بودن فاصله‌ی نقاط حداقل/حداکثر برای نسبت سرعت  $0/5$ ، جریان برشی ایجاد شده در ناحیه‌ی دنباله‌ی جت تقویت می‌شود.



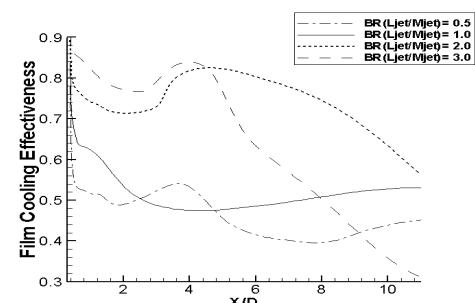
شکل ۱۲. نمودارهای اثربخشی متوسط‌گیری شده در جهت عرضی در نسبت سرعت‌های مختلف.



شکل ۱۳. نمودارهای مؤلفه‌ی افقی سرعت در موقعیت  $X/D=3$

در بررسی نمودارهای اثربخشی خنک کاری در جهت عرضی، می‌توان نتیجه گرفت که با حرکت به سمت پایین دست جریان، نمودارهای نسبت سرعت  $3$  دارای شب نزولی بیشتری بوده به طوری که در نزدیکی جت، دارای اثربخشی بالاتر (در مقایسه با حالت‌های دیگر) و با حرکت به سمت پایین دست جت، نمودار مربوطه با سرعت بیش‌تری کاهش می‌باید. در صورتی که نمودارهای اثربخشی مورد نظر برای نسبت سرعت  $2$  دارای افت کمتری بوده و بالاترین میزان اثربخشی را نسبت به حالت‌های دیگر مورد بررسی دارد. نمودارهای اثربخشی برای نسبت سرعت  $0/5$  در جهت عرضی، دارای کمترین تغییرات بوده و شاهد یکنواختی اثربخشی در جهت عرضی هستیم. بنابراین، در این حالت مورد بررسی، کمترین میزان تنش‌های موضعی (حرارتی) ناشی از تغییرات دما را داریم. در ضمن، لازم به توضیح است که تغییرات دمایی حدود  $5^{\circ}\text{C}$  می‌تواند تنش‌های موضعی حدوداً  $70\text{ MPa}$  ایجاد نماید. بنابراین، این حالت نیز با وجود اثربخشی خنک کاری پایین‌تر نسبت به حالت‌های مورد بررسی، به دلیل ایجاد تنش‌های موضعی کمتر مورد توجه و کاربردی است.

شکل (۱۱)، نمودارهای اثربخشی خنک کاری در جهت طولی در خط مرکزی ( $Z/D=0.0$ ) و شکل (۱۲) نمودارهای اثربخشی خنک کاری متوسط‌گیری شده در جهت عرضی را نشان می‌دهد. در شکل مربوط به اثربخشی در صفحه‌ی مرکزی ( $Z/D=0$ )، بیش‌ترین اثربخشی مربوط به نسبت سرعت  $2$  و کمترین مقدار برای نسبت سرعت  $0/5$  است. در حالت اول، با حرکت از موقعیت  $X/D=2$  به سمت پایین دست، نمودار اثربخشی ابتدا حالت صعودی و بعد حالت نزولی به خود می‌گیرد.



شکل ۱۱. نمودارهای اثربخشی در مرکز صفحه در نسبت‌های سرعت مختلف.

این رفتار نمودارهای اثربخشی، ناشی از اندرکنش سی.آر.وی.پی جت‌های کوچک با سی.آر.وی.پی ناشی از جت اصلی می‌باشد. در نمودار متوسط‌گیری شده در جهت عرضی نیز، بالاترین اثربخشی مربوط به نسبت سرعت  $2$  بوده به گونه‌ای که تفاوت قابل ملاحظه‌ای با نسبت سرعت  $1$  دارد. در این شکل ترسیم

## نتیجه‌گیری

اثرات اختلاف نسبت دمش (نسبت سرعت) بین جت‌های مهارکننده‌ی کوچک و جت اصلی در طرح جت‌های سه‌گانه بر اثربخشی خنک‌کاری لایه‌ای و هیدرودینامیک جریان مورد بررسی قرار گرفته است. به دلیل پیچیدگی فیزیک جریان، اندرکنش ساختارهای گردابه‌ای و وابستگی زمانی این گردابه‌ها از رهیافت شیوه‌سازی گردابه‌های بزرگ استفاده شده است. برای نیل به اثربخشی خنک‌کاری بالاتر، سرعت جت‌های کوچک و جت اصلی متفاوت در نظر گرفته شده و نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که در نسبت سرعت ۲، اثربخشی خنک‌کاری به بیشینه مقدار خود می‌رسد که دلیل آن افزایش سرعت جت‌های کوچک‌تر و نفوذ بیش‌تر جت در جریان عرضی می‌باشد. همچنین، جفت گردابه‌های خلاف همگرد بزرگ‌تر و قوی‌تری در قسمت بالای جفت گردابه‌های خلاف همگرد جت اصلی تشکیل می‌گردد که این خود سبب ضعیف‌تر شدن این گردابه‌های خلاف همگرد جت اصلی و نزدیک شدن بیش‌تر جریان خنک جت اصلی به سطح پره می‌شود. در ضمن، افزایش بیش‌تر نسبت سرعت از طرفی سبب افزایش اثربخشی در نزدیکی جت شده ولی از طرف دیگر، سیال خنک کمتری به پایین دست پره رسیده و باعث افت شدید اثربخشی در پایین دست جریان می‌شود. کاهش نسبت سرعت هم باعث کوچک‌تر شدن گردابه‌های جت‌های کوچک می‌شود. این گردابه‌ها، در بخش زیرین گردابه‌های خلاف همگرد جت اصلی تشکیل شده و این اندرکنش سبب جدایش بیش‌تر جت اصلی از سطح شده و به نوبه‌ی خود، اختلاط بیش‌تر سیال داغ عرضی با سیال خنک جت را به همراه دارد.

## مراجع

- Downstream of a Single Row and Two Staggered Rows of Compound Angle Film Cooling Holes," ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 114, pp. 687-700, 1992.
5. Leylek, J.H., and Walters, D.K., "A Systematic Computational Methodology Applied to Three Dimensional Film Cooling Flow Field," ASME Journal of Turbomachinery , Vol. 119, pp. 777-785, 1997.
6. Reiss, H., Bölc, A., "Aerodynamic Loss Measurements in a Linear Cascade with Film Cooling Injection," 15th Bi-annual Symposium on Measurement Techniques in Transonic and Supersonic Flow in Cascades and Turbomachines, University of Florence, 21-22 Sept, 2000.
7. Acharya, S., Tyagi, M., and Hoda, A., "Flow and Heat Transfer Predictions for Film Cooling," Heat Transfer in Gas Turbine Systems, Annals Of The New York Academy Of Science 934, pp. 110–125, 2001.
8. Reddy, D.R. and Zaman, K.B.M.Q., "Computational Study of Effect of Tabs on a Jet in a Cross Flow," Computers & Fluids, pp. 712–723, 2006.
9. Way, S.K., and Bogard, D.G., "High Resolution Film Cooling Effectiveness Measurements of Axial Holes Embedded in a Transverse Trench with Various Trench Configurations," ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 129, 2007.
10. Ramezanizadeh, M., Taeibi-Rahni, M., and Saidi, M.H., "Investigation of Density Ratio Effects on Normally Injected Cold Jets into a Hot Cross Flow," Arch. App. Mech., pp. 835-847, 2006.
11. رمضانی زاده، مهدی، "حل عددی پدیده خنک کاری لایه ای در یک جریان آشفته به روش شیوه‌سازی گردابه‌های بزرگ با استفاده از مدل‌های زیرشبکه‌ای مختلف،" پایان‌نامه‌ی دکترا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران، ۱۳۸۶.
12. Brandt, T.T., "Study of Large Eddy Simulation and Smagorinsky Model Using Explicit Filtering," 36th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit, 5-8 June 2006.
13. Sagaut, P., "Large Eddy Simulation for Incompressible Flows," Springer, pp. 15-18, 2001.
14. Javadi, Kh., Taeibi-Rahni, M., and Darbandi, M., "Jet-into-Crossflow Boundary-Layer Control: Innovation in Gas Turbine Cooling," AIAA Journal, Vol. 45, No. 12, pp. 2910-2925, 2007.
15. Ajersch, P., Zhou, J.M., Ketler, S., Salcudean, M., and Gartshore, I.S., "Multiple Jets in a Crossflow Detailed Measurements and Numerical Simulations," ASME, 95-GT-9, pp. 1-16. 1995.
16. فرهادی‌آذر، روزبه، "شیوه‌سازی خنک‌کاری لایه‌ای جت‌های ترکیبی سه‌گانه با استفاده از روش ال.ای.اس" پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران، ۱۳۸۸.