استخراج هندسهٔ بهینه و ساختار سازهٔ تحت بارگذاری استاتیکی با استفاده از روش بهینه‌سازی توپولوژی

حمید سالاروند[۱]، شهرام یوسفی[۲]، منوچهر شاه‌حیدری[۳]

۱ کارشناس ارشد، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک و هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، اصفهان، salarvand@mut-es.ac.ir

۲ دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک و هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، اصفهان

۳ کارشناس ارشد، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک و هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، اصفهان

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۰۹/۲۳

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۰۶/۰۶

چکیده

بهینه‌سازی توپولوژی از جمله روش‌های بهینه‌سازی سازه‌هاست و هدف آن یافتن بهترین حالت هندسی و عملکردی سازه می‌باشد. در این روش، هندسهٔ بهینه و توزیع ماده برای یک سازه، در فضایی که باید جای گیرد، تولید می‌شود. به‌عبارت دیگر شکل اولیهٔ سازه در معرض بارهای وارده به‌صورت بهینه تولید می‌شود. در این روش، که به‌کمک المان محدود ایجاد می‌شود، قسمت‌هایی از المان‌ها که قابلیت حذف دارند؛ یعنی تحت تنش نیستند، مطابق الزامات تعریف‌شده در چرخه‌های تحلیلی از مدل حذف و بهینه‌ترین شکل ممکن برای قطعهٔ مورد نظر به‌نحوی‌که قادر به حفظ شرایط عملکردی باشد پیشنهاد می‌شود. در این مقاله تحلیل توپولوژی روی یک سازهٔ صفحه‌ای شکل انجام و در آن تغییرات مختلف در اعمال شرایط مرزی، بارگذاری و قیدها بررسی و هندسهٔ بهینه در هر حالت استخراج شده است.

واژگان کلیدی

بهینه‌سازی سازه، بهینه‌سازی توپولوژی، روش المان محدود

۱. مقدمه

طراحی بهینه در سازه شامل روش‌هایی برای یافتن بهترین حالت سازه‌ای است که شاخصه‌هایی چون وزن، شکل و جز این‌ها را با لحاظنمودن شرایط قیدی مانند ابعاد، استحکام، فرکانس و غیره اصلاح می‌نماید. دستیابی به روش‌های کارا و بهینه‌سازی طرح‌ها از دیرباز در علوم مهندسی مطرح بوده است. اهمیت طراحی سازهٔ بهینه، که در آن شاخصه‌هایی چون وزن کمینه باشد، نخستین‌بار توسط صنایع هوافضا مورد توجه قرار گرفت [۱] و از آن پس، روش‌های متعددی جهت بهبود و بهینه‌سازی حوزهٔ طراحی سازه توسعه یافت. این روش‌ها عمدتاً به‌کمک علوم ریاضی تحلیلی یا عددی و یا اقتباس از سیستم‌های موجود در طبیعت، مانند روش الگوریتم ژنتیک توسعه یافته‌اند. با پیشرفت سریع دانش انفورماتیک و امکان انجام محاسبات پیچیده و حجیم، تحولی عظیم در به‌کارگیری این روش‌ها ایجاد شده است. روش مورد بررسی در این مقاله بر پایهٔ روش‌های ریاضی است. این روش، که بهینه‌سازی توپولوژی[۱] نام دارد، در بستر المان محدود، که خود نیز از روش‌های حل عددی ساختاریافتهٔ ریاضی است، اجرا می‌شود.

عموماً روش‌های بهینه‌سازی در سازه‌ها در سه حوزهٔ اندازه، شکل و توپولوژی قابل انجام‌اند [۲، ۳]. در روش بهینه‌سازی اندازه[۲] خواص المان‌های سازه‌ای مانند ضخامت، خواص مقطع، سختی و جرم با حل مسئلهٔ بهینه‌سازی اصلاح می‌شوند. در روش بهینه‌سازی شکل[۳] اما، مرز بیرونی یا به‌عبارتی موقعیت گره‌های مرزی سازه در حل مسئلهٔ بهینه‌سازی اصلاح می‌شوند. نهایتاً در روش بهینه‌سازی توپولوژی شکل بهینه و توزیع ماده برای یک سازه در فضایی که باید جای بگیرد، تولید می‌شود؛ یعنی شکل تقریبی قطعهٔ در معرض بارهای وارده را با حذف قسمت‌هایی که قابلیت حذف دارند تولید می‌شود [۴، ۵].

در مسائل بهینه‌سازی سازه‌ها، شاخهٔ بهینه‌سازی توپولوژی عمومی‌ترین شاخه در این زمینه به حساب می‌آید؛ زیرا بسیاری از شاخصه‌ها از جمله چیدمان و ارتباط بین المان‌های تشکیل‌دهندهٔ سازه در ابتدای حل مجهولند و در روند بهینه‌سازی معین می‌شوند. اطلاعات اولیه عبارت‌اند از بارگذاری، شرایط تکیه‌گاهی، محدودهٔ مجاز چیدمان مصالح، حجم مصالح مصرفی و برخی از شرایط دیگر مثل محل‌هایی که لازم است مصالح قرار بگیرند یا خالی بمانند. به‌عبارت دیگر، محدودیت‌ها در این شاخه از بهینه‌سازی از دیگر شاخه‌های بهینه‌سازی کمتر است. این امر باعث می‌شود شاکله و ابعادی انتخاب شود که چگالی انرژی کرنشی در همهٔ نقاط سازه مساوی شود. این به معنای بهترین استفاده از مصالح به‌کار رفته است [۶].

۲. بهینه‌سازی توپولوژی

بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌ها روشی برای یافتن بهترین هندسهٔ سازهٔ مورد نظر بدون کاهش شرایط عملکردی است. در این روش، شکل بهینه و توزیع ماده برای یک سازه در فضایی که باید جای بگیرد، تولید می‌شود. به‌عبارت دیگر شکل تقریبی سازه در معرض بارهای وارده به‌صورت بهینه ایجاد می‌شود. در این روش، که به‌صورت المان محدود است، قسمت‌هایی از المان‌ها که قابلیت حذف دارند؛ یعنی تنشی به آنها وارد نمی‌شوند، از مدل حذف و شکل بهینه ایجاد می‌شود. نهایتاً بهینه‌ترین شکل ممکن برای قطعهٔ مورد نظر به‌نحوی‌که بتواند شرایط عملکردی را کاملاً حفظ نماید پیشنهاد می‌گردد [۷، ۸]. معمولاً معیار و مبنا برای آنکه سازه به‌لحاظ طراحی دچار مشکل شود، تنش بیش از اندازه است. عکس این معیار، برای حذف مواد ناکارآمد از سازه استفاده می‌شود که همان کم‌بودن تنش‌هاست. موادی که تنش آنها از درصد تعیین‌شده‌ای کمتر باشند، مواد ناکارآمد می‌باشند و باید از سازه حذف شوند. به‌طور ایده‌ال، تنش در قسمت‌های مختلف سازه باید در محدودهٔ مجاز مشخص شده باشد تا بهترین بهره‌وری از مصالح به‌عمل آید. در روش توپولوژی میزان تنش، پس از طی چرخه‌های بهینه‌ساز در مدل‌ها، به‌صورت یکنواخت‌تر خواهند شد.

بهینه‌سازی سازه‌ای با استفاده از نرم‌افزار یک فرایند تکرارشونده است که نهایتاً سازه‌ای سبک، صلب و بادوام حاصل می‌شود. روش‌های به‌کاررفته در بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌ها شامل روش همگن‌سازی[۴]، ساختار تکاملی[۵]، ریزسازه‌های ایزوتروپیک جامد با تابع جریمه[۶] و جز این‌ها است [۹-۱۲]. روش‌های به‌کار رفته در نرم‌افزار آباکوس برمبنای دو روش ساختار تکاملی و ریزسازه‌های ایزوتروپیک جامد با تابع جریمه است که توسط محققان متعددی با نسخه‌های متنوعی توسعه داده شده‌اند [۸-۱۰]. همچنین در نرم‌افزار آباکوس از دو روند برای بهینه‌سازی استفاده می‌شود: یکی بهینه‌سازی توپولوژی و دیگری بهینه‌سازی شکل. بهینه‌سازی توپولوژی با یک مدل اولیه شروع می‌شود و طرح پس از طی مراحل تحلیل، با اصلاح تراکم ماده و حذف برخی از المان‌ها از مدل اولیه بهینه می‌شود. در بهینه‌سازی شکل نیز با اصلاح سطوح سازه از طریق حرکت گره‌های سطحی (بدون حذف المان) هندسهٔ مدل بهبود و تمرکز تنش‌های محلی کاهش می‌یابد.

۳. روش توپولوژی

۳-۱. ساختار تکاملی

روش بهینه‌سازی ساختار تکاملی سازه‌ها بین سال‌های ۱۹۹۲ تا ۱۹۹۷ م و برای سازه‌های با تنش مسطح پایه‌ریزی شد و تاکنون کارهای پژوهشی زیادی برای فرمول‌بندی و توسعهٔ این روش برای انواع مختلف سازه‌ها با قیود متنوع انجام شده است. این روش بر پایهٔ حذف تدریجی المانهای غیرمؤثر سازه و سوق آن به وضعیتی که دارای توزیع تنش یکنواخت باشد، استوار است [۹، ۱۰]. ساختار بهینه معمولاً عبارت است از تصمیم‌گیری در مورد اینکه کدام گره توسط چه عضوی به‌هم متصل شود. رهیافت اصلی که بیشتر پژوهشگران آن را دنبال می‌کنند، این است که یک سازهٔ پایه، که در آن هر گره به تمامی گره‌های دیگر متصل می‌شود به‌وجود آورند. مراحل بهینه‌سازی براساس این روش را می‌توان به شکل خلاصه زیر ارائه نمود [۹، ۱۰]:

۱. تقسیم سازه توسط نرم‌افزار اجزای محدود به قسمت‌های کوچک
۲. اعمال بارها و شرایط مرزی به سازهٔ مورد نظر
۳. آنالیز سازه توسط نرم‌افزار اجزای محدود
۴. به‌دست آوردن تنش معادل فون میسز در تمامی المان‌ها. تنش فون میسز در حالت سه‌بعدی از رابطهٔ ۱ به‌دست می‌آید.

$$\sigma^m = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2} \qquad (۱)$$

به‌طوری‌که در این رابطه σ_1، σ_2 و σ_3 تنش‌های اصلی هستند.

۵. به‌دست آوردن تنش فون میسز ماکزیمم
۶. حذف المان‌ها در پایان هر چرخه و در پایان هر آنالیز که در رابطهٔ ۲ صدق می‌کنند.

$$\frac{\sigma_e^m}{\sigma_{\max}^m} < PR_i \qquad (۲)$$

به‌طوری‌که در این رابطه PR_i نسبت حذف، σ_e^m مقدار تنش فون میسز در المان مورد نظر و $\sigma_{\max}^m$ مقدار تنش فون میسز ماکزیمم است.

۷. انجام حلقهٔ آنالیز اجزای محدود و حذف المان‌ها تا رسیدن به یک حالت پایدار. منظور از حالت پایدار این است که دیگر هیچ المانی قابل حذف از مدل سازه باقی نماند.
۸. انجام مجدد عملیات فوق با نسبت حذف PR_i به نسبت حذف جاری و افزودن نرخ تکاملی پایدار مطابق رابطهٔ ۳.

$$PR_{i+1} = PR_i + ER \quad i = 0,1,2,3,\ldots \qquad (۳)$$

۹. تکرار حلقه تا رسیدن به توپولوژی بهینه

۳-۲. ریزسازه‌های ایزوتروپیک جامد با تابع جریمه

در این روش، که به‌طور گسترده در حل مسائل مختلف استفاده می‌شود [۱۳]، دانسیتهٔ المان‌ها به‌عنوان متغیرهای طراحی فرض می‌شوند. در چرخهٔ تحلیل، دانسیته در طول تکرار تغییر می‌کند و سفتی هر المان با دانسیتهٔ متناظر کوپل می‌شود. در نتیجه، در چرخهٔ بهینه‌سازی، المان‌هایی از مدل که جرم و سفتی اندکی به آنها اختصاص می‌یابد حذف می‌شوند. در آخر، سازه شامل المان‌های حذف‌شده با سختی صفر و المان‌های باقی‌مانده با سختی بالاتر از صفر و کمتر یا مساوی یک خواهند بود. به‌عبارتی بهینه‌سازی توپولوژی المان‌هایی با چگالی بین صفر و یک را معرفی می‌کند. چگالی نسبی اختصاص‌یافته به هر المان به‌گونه‌ای است که شرط ۴ را ارضا می‌کند.

$$\sum_{e=1}^{n} \upsilon_e \rho_e \le V \quad 0 \le \rho_e \le 1 \qquad (۴)$$

به‌طوری‌که ρ_e چگالی نسبی، υ_e حجم هر المان و V حجم کل قطعه است. روش توپولوژی از جمله روش‌های بهینه‌سازی است، لذا روند مدلسازی مسائل بهینه‌سازی در اینجا حاکم است. برای بهینه‌سازی مسئله به شکل استاندارد مسائل بهینه‌سازی که مرکب از تابع هدف، قیدها و متغیرهاست تعریف و پس از آن از الگوریتم‌های بهینه‌سازی مناسب استفاده می‌شود. در مدلسازی، مسئله برمبنای یک روند مرسوم به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

۱. تعیین تابع هدف مناسب، مانند کاهش وزن سازه
۲. تعیین متغیرهایی که نقش اساسی را در تابع هدف بازی می‌کنند، تحت عنوان متغیرهای طراحی، مانند ابعاد
۳. تعیین محدودیت‌ها یا به‌عبارتی شرایط استحکامی حاکم بر تابع هدف مانند تنش تسلیم یا حد مجاز کمانش و غیره در سازه

فرمول کلی مدل بهینه‌سازی مطابق رابطهٔ ۵ است [۱].

Minimize or Maximize: $F(X_i)$

$$g_j(X_i) \le 0 \quad j = 1,2,3,\ldots,p \qquad (۵)$$
$$A \le X_i \le B \quad i = 1,2,3,\ldots,n$$

روند فوق در مدلسازی المان محدود نیز به‌کار گرفته می‌شود. در روش المان محدود، ابتدا سازهٔ مورد نظر همانند روش‌های مرسوم المان محدود مدلسازی و تحلیل می‌شود؛ یعنی ایجاد هندسهٔ مدل، مشخصات مواد به‌کاررفته، بارهای وارده، شرایط مرزی، تراکنش‌های اجزای مونتاژی و شبکه‌بندی مدل اعمال می‌شود. سپس شرایط و الزامات تحلیل توپولوژی تعریف و اعمال می‌شود. اطلاعات اعمالی در مدلسازی توپولوژی عبارت‌اند از:

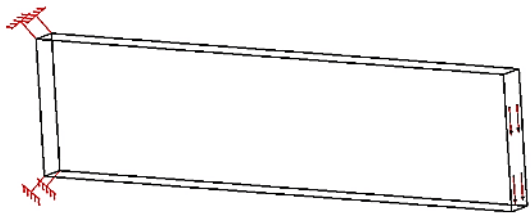
۱. تعریف تابع هدف مانند کاهش یا افزایش وزن، حجم، فرکانس، تغییرات مرکز ثقل، گشتاور لختی، محدودهٔ جابه‌جایی - دوران و عکس‌العمل نیرو - گشتاور
۲. تعریف محدودیت مانند محدودهٔ وزن، فرکانس، حدود مجاز چیدمان مصالح، انتخاب الگوریتم حل، تعیین محل‌هایی که لازم است مصالح قرار گیرد یا خالی بمانند و ساختار هندسه مانند الزامات ساخت. نهایتاً با

تعیین تعداد حلقه‌های بهینه‌سازی، تحلیل توپولوژی انجام می‌شود. عملیات بهینه‌سازی اقدام به حذف المان‌های کم‌مؤثر می‌کند و این روند تا اتمام حلقه‌های تحلیلی ادامه می‌یابد. در ادامه سازه‌ای به‌شکل تیر تحت بارگذاری و شرایط مرزی مختلف مدلسازی و روند تحلیل توپولوژی روی آنها دنبال می‌شود.

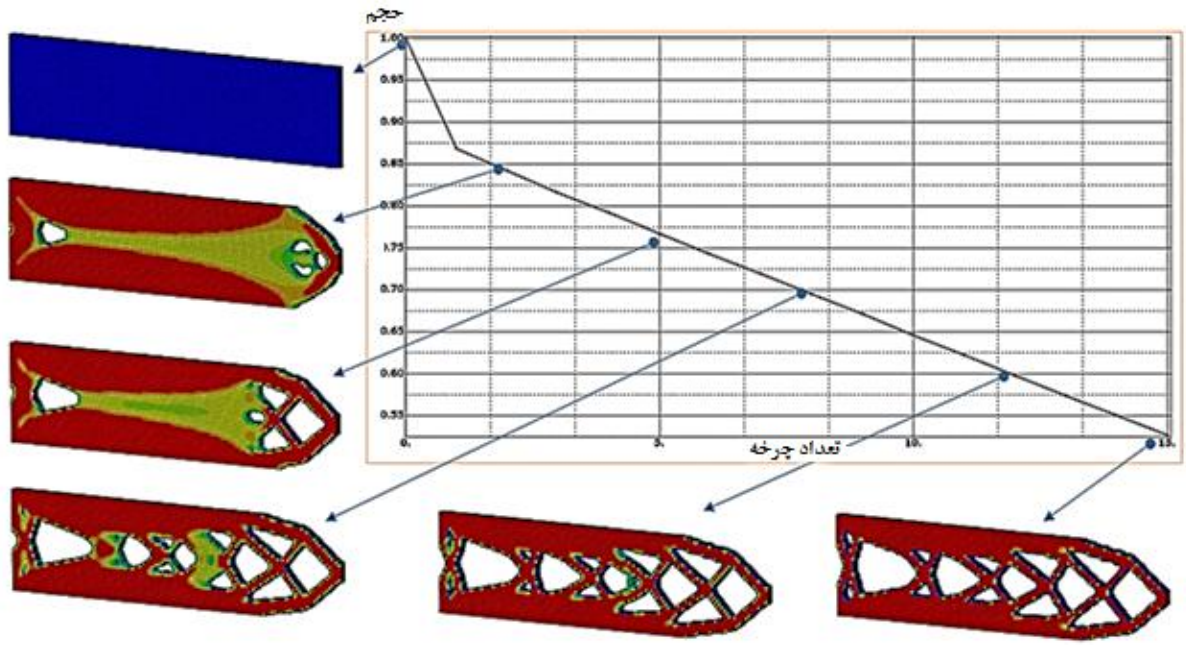
٤. تحلیل توپولوژی

٤-١. قطعهٔ یک‌سر گیردار تحت بار متمرکز

در این مسئله سازهٔ مورد نظر مطابق شکل ۱ با ابعاد ۲۰۰۰ ، ۵۰۰ و ۵۰ میلی‌متر تحت بار ۲۰۰۰ کیلوگرمی در پیشانی قطعه و تکیه‌گاه یک‌سر گیردار مدل می‌شود. جنس مورد نظر نیز از فولاد پراستحکام با مدول یانگ ۲۰۷۰۰۰ مگاپاسکال و نرخ پواسون ۰/۳ می‌باشد. هدف استخراج شاکلهٔ این سازه به‌همراه کاهش حجم و وزن است به‌نحوی‌که در عملکرد مورد انتظار مشکلی پیش نیاید. جهت مدلسازی و تحلیل از نرم‌افزار آباکوس، تحلیل در حالت استاتیک خطی و از المان مربعی جهت المان‌بندی، استفاده شده است. سپس در ادامهٔ مراحل مدلسازی، شرایط و الزامات بهینه‌سازی توپولوژی تعریف و در یک چرخهٔ ۱۵ مرحله‌ای تحلیل و نتایج حاصل ارائه شده است. در شکل ۲ هندسه‌های تولیدشده به‌همراه نمودار کاهش حجم سازه در طی مراحل تحلیل ارائه شده است.



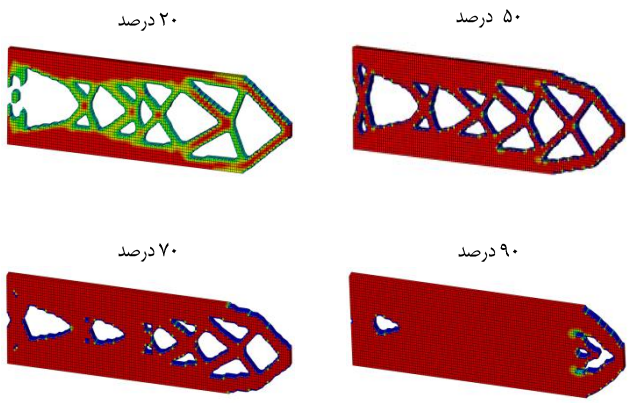
شکل ۱. قطعهٔ یک‌سر گیردار تحت بار متمرکز



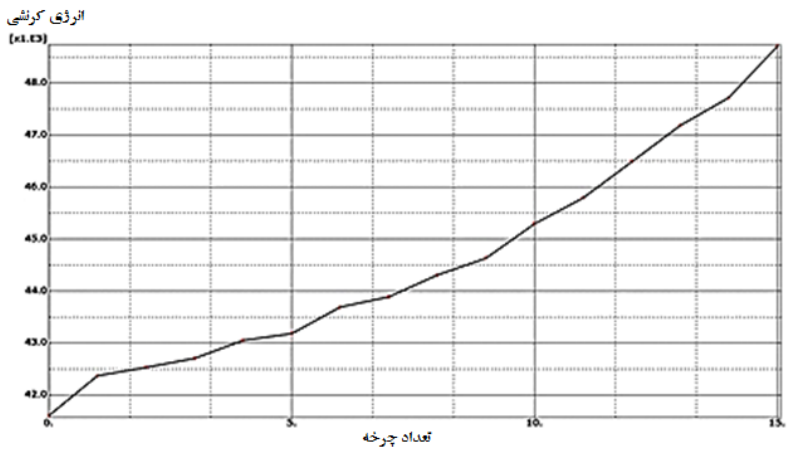
شکل ۲. تعدادی از اشکال قطعه در مراحل بهینه‌سازی قطعه یک‌سر گیردار تحت بار متمرکز از جلو و نمودار کاهش حجم

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، سازهٔ مورد نظر در طی مراحل تحلیل در حال تغییرات هندسی و کاهش حجم و وزن است. در هر مرحله، تحلیل استحکامی انجام‌شده و مطابق الگوریتم تحلیل توپولوژی المان‌هایی که در چرخهٔ تحلیل نقش موثری نداشته‌اند از مدل حذف شده‌اند و این روند در همهٔ چرخه‌ها و برای هر مرحله تکرار شده است. در نهایت هندسهٔ مورد نظر به یک حالت پایدار

می‌رسد و شکل بهینه پیشنهاد می‌گردد. جهت همگراشدن تحلیل و اینکه هنوز امکان بهینه‌شدن سازه وجود دارد یا نه، و یا اینکه تعداد ۱۵ مرحله تحلیل در چرخهٔ بهینه‌سازی کافی است یا نه؛ تحلیل‌های دیگری در چهار حالت ۲۰، ۵۰، ۷۰ و ۹۰ درصد امکان کاهش حجم نسبت به حالت اولیه سازه انجام شده است. این درصدها به‌عنوان معیار قیدی در مراحل تحلیل اعمال شده است. پس از تحلیل‌های انجام‌شده نتایج مرحلهٔ آخر هر کدام از حالت‌ها در شکل ۳ ارائه شده است. در این شکل بهترین حالت کاهش حجم معادل ۵۰ درصد اتفاق افتاده است. در حالت‌های ۷۰ و ۹۰ مراحل بهینه‌سازی به ۱۵ مرحله نمی‌رسد و قبل از آن در مراحل اولیهٔ تحلیل خاتمه می‌یابد، به‌عبارتی مقدار بهینه‌شدن سازه با توجه به اعمال قید پس از طی چرخه‌های کمتری نهایی می‌شود. در حالت ۲۰ درصد، مقدار بهینه‌سازی همچنان می‌تواند ادامه یابد. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، کانتور دارای توزیع یکنواخت نیست، به‌عبارت دیگر در زمینهٔ کم‌رنگ‌تر همچنان امکان کاهش حجم وجود دارد این کانتور طیفی از مقادیر بین صفر و یک است که در حالت کمتر از یک همچنان امکان بهینه‌شدن وجود دارد. در صورت ادامه تحلیل حفره‌های ایجادشده همچنان در حال تغییر و بعضاً حذف‌شدن هستند و نهایتاً با کاهش ۵۵ درصد کاهش حجم چرخهٔ بهینه‌سازی خاتمه می‌یابد. اما شاکله ایجادشده تغییر می‌کند. این موضوع نشان می‌دهد تعریف دقیق محدودیت و مقدار مورد نیاز کاهش حجم و حفظ شاکله از جمله الزاماتی است که طراح می‌بایست مشخص نماید. در شکل ۴ نمودار انرژی کرنش[۷] نسبت به مراحل تحلیل ارائه شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود مقدار انرژی کرنشی با کاهش حجم در حال افزایش است و این موضوع دور از انتظار نیست؛ به هر حال در هر مرحله حجم کمتری با بار یکسان در رونـد تحلیل و با حفظ عملـکرد اولیـه مشارکت دارد.

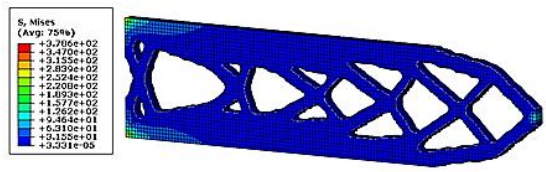


شکل ۳. شکل بهینه‌سازی شدهٔ نهایی قطعهٔ یک‌سر گیردار تحت بار متمرکز از جلو



شکل ۴. شکل بهینه‌سازی شدهٔ نهایی قطعهٔ یک‌سر گیردار تحت بار متمرکز از جلو

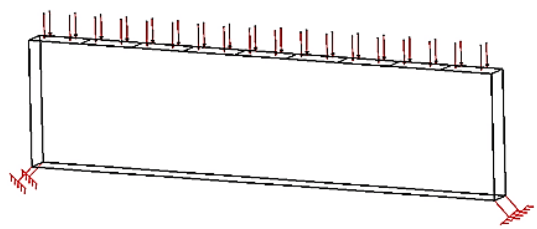
در شکل ۵ توزیع تنش ون میسز سازه ارائه شده است؛ همان‌طور که مشاهده می‌شود، ماکزیمم تنش در محل اتصالات با مقدار ۳۸۷ مگاپاسکال گزارش شده است. این مقدار در حالت الاستیک و با توجه به نوع فولاد پراستحکام قابل قبول است. اما نکتهٔ مهم اینجاست که این مقدار نسبت به حالت اولیهٔ سازه تقریباً بدون تغییر مانده است؛ در حالی‌که حجم سازه ۴۵ درصد کاهش یافته است. بنابراین عملکرد سازه در حوزهٔ استحکام با بهینه‌شدن و کاهش حجم ثابت می‌ماند و این موضوع از جمله مزایای روش بهینه‌سازی توپولوژی است.



شکل ۵. شکل بهینه‌سازی شدهٔ نهایی قطعهٔ یک‌سر گیردار تحت بار متمرکز از جلو

٤-۲. سازهٔ دو سر گیردار تحت بار گسترده از بالا

در این مسئله سازهٔ مورد نظر از لحاظ ابعاد، نوع و تعداد المان و جنس همانند مسئلهٔ قبل است، اما از لحاظ شرایط مرزی و بارگذاری متفاوت می‌باشد. در این مسئله بار وارده بر سطح بالایی به‌صورت گسترده و با مقدار ۰/۴مگاپاسکال اعمال شده است (شکل ۶).



شکل ۶. قطعه دو سر گیردار تحت بار گسترده از بالا

در شکل ۷ تعدادی از مراحل بهینه‌سازی‌شدهٔ سازهٔ مورد نظر در حالت بار گسترده به‌همراه نمودار کاهش حجم نسبت به چرخهٔ تحلیل نمایش داده شده است. در این شکل تعدادی از هندسه‌های پیشنهادی در طی مراحل تحلیل ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، هندسهٔ پیشنهادشده پس از طی مراحل تحلیل تغییر کرده است و به‌طور طبیعی به شرایط مرزی و نوع و مقدار بار وارده وابسته است. همچنین در شکل ۸ نمودار انرژی کرنش نسبت به مراحل تحلیل نمایش داده شده است. همان‌طور مشاهده می‌شود، مقدار انرژی کرنشی با کاهش حجم در حال افزایش است. در شکل ۹ توزیع تنش ون میسز سازهٔ نمایش داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، ماکزیمم تنش در محل اتصالات با مقدار ۴۲ مگاپاسکال تحلیل شده است. این مقدار در حالت الاستیک و با توجه به نوع فولاد پراستحکام، مقدار پایینی است. همچنین این مقدار نسبت به حالت اولیهٔ سازه تقریباً بدون تغییر مانده است؛ بنابراین استحکام با بهینه‌شدن و کاهش حجم ثابت مانده است.

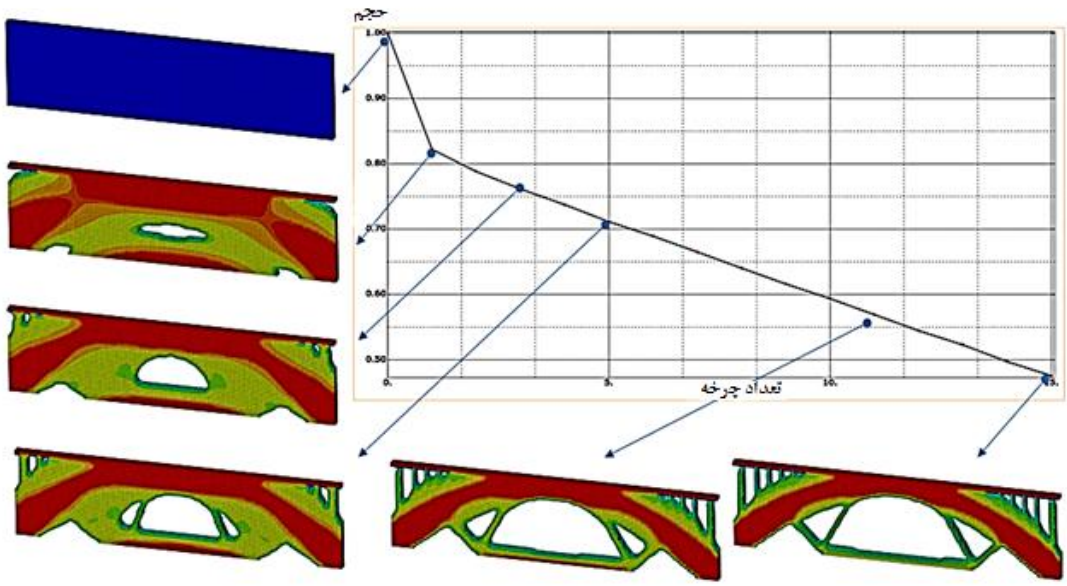
٤-۳. قطعهٔ دو سر گیردار تحت بار متمرکز از پایین

در این مسئله نیز سازهٔ مورد نظر از لحاظ ابعاد، نوع و تعداد المان و جنس همانند مسئله قبل است، اما از لحاظ شرایط مرزی و بارگذاری متفاوت می‌باشد. در این مسئله بار ۴۰۰۰ کیلوگرم به‌صورت متمرکز در وسط دو تکیه‌گاه و در زیر قطعه به آن وارد می‌شود (شکل۱۰). در شکل ۱۱ تعدادی از مراحل بهینه‌سازی شدهٔ سازهٔ مورد نظر در حالت بار گسترده به‌همراه نمودار کاهش حجم نسبت به چرخه تحلیل ارائه شده است. در این شکل تعدادی از هندسه‌های پیشنهادی در طی مراحل تحلیل نمایش داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، با تغییر شرایط بارگذاری و مرزی، هندسهٔ پیشنهادی تحلیل‌شده تغییر کرده است؛ همچنین در شکل ۱۲ نمودار انرژی کرنش نسبت به مراحل تحلیل ارائه شده است. همان‌طور مشاهده می‌شود، مقدار انرژی کرنشی با کاهش حجم در حال افزایش است. در شکل ۱۳ نیز توزیع تنش ون میسز سازه ارائه شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، ماکزیمم تنش در محل اتصالات با مقدار ۲۵۱ مگاپاسکال گزارش شده است. این مقدار در حالت الاستیک و با توجه به نوع فولاد پراستحکام قابل قبول است. بر این اساس مقدار تنش نسبت به حالت اولیهٔ سازه تقریباً بدون تغییر مانده است. این بدان معناست که استحکام با بهینه‌شدن و کاهش حجم ثابت مانده است.

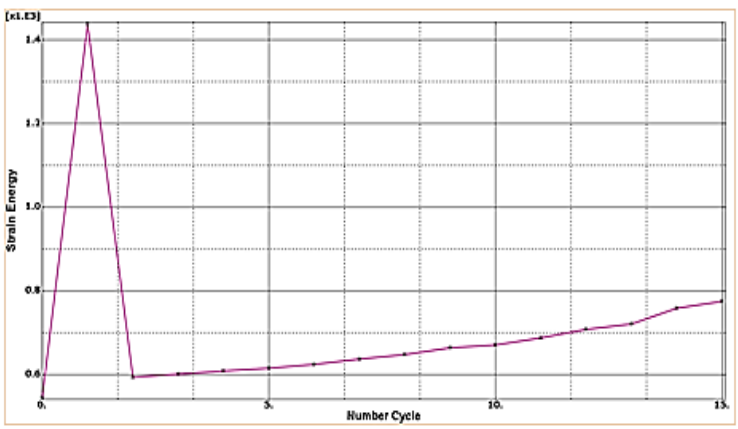
۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله سه نوع بارگذاری متفاوت و شرایط مرزی مختلف روی یک هندسهٔ مشخص تحلیل و شکل‌های بهینه استخراج شد. هندسه یا ساختاری که توسط طراح در ابتدا فرض می‌شد، از

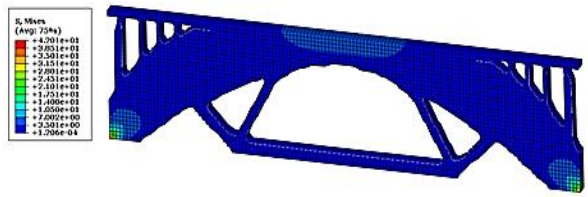
رهیافت روش بهینه‌سازی توپولوژی با نرم‌افزار المان محدود به یک هندسه بهینه تبدیل شد. نتایج حاصل از تحلیل‌های صورت گرفته نشان می‌دهد که نوع بارگذاری و شرایط مرزی کاملاً در تحلیل و هندسهٔ بهینه پیشنهاد شده، نقش اساسی را بازی می‌کند. در حین تحلیل مقدار تنش تقریباً بدون تغییر می‌ماند. به‌عبارت دیگر با کاهش حجم و وزن سازه شرایط عملکردی ثابت می‌ماند و این دستاورد ارزشمندی است. همچنین در این بین، قیود اعمال‌شده در چرخهٔ بهینه‌سازی نقش کلیدی را ایفا می‌کند. در این مقاله امکان کاهش حجم و به‌دنبال آن وزن تا ۵۰ درصد دنبال شده است؛ از طرفی کاهش کمتر از آن نیز با ملاحظات استحکامی و قیدی قابل انجام است. در این‌گونه تحلیل‌ها متغیرهای متعددی جهت استخراج هندسهٔ بهینهٔ نهایی قابل اعمال است که از جمله می‌توان محدوده‌های هندسی مسدود شده و ملاحظات ساخت را نام برد. وابستگی هندسهٔ پیشنهادی در اعمال درصدهای کاهش حجم می‌تواند از جمله موارد قابل نقد به این روش‌ها باشد. بر این اساس نحوهٔ گسسته‌سازی معادلات حاکم و اعمال شرایط قیدی برای تعیین توپولوژی بهینه، عملکرد مناسبی را طلب می‌کند تا از بروز برخی ناپایداری‌های در روند بهینه‌یابی شکل سازه جلوگیری نماید. استخراج یک الگو جهت طراحی یک سازه که شاید در ابتدا شاکله آن مشخص نبوده است مزیت عمدهٔ روش توپولوژی است؛ علاوه بر آن شاخصه‌های متعددی همچون وزن با حذف الزامات عملکردی بهینه می‌شود. از طرفی تلفیق روش‌های بهینه‌سازی توپولوژی و نرم‌افزارهای المان محدود امکان تحلیل‌های سازه‌های پیچیده را فراهم آورده است و همچنان تحقیقات و توسعه این روش‌ها با تدوین و طراحی الگوریتم‌های پیشرفتهٔ بهینه‌سازی در حال انجام است.



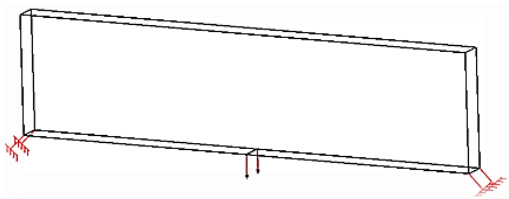
شکل ۷. تعدادی از شکل‌های قطعه در مراحل بهینه‌سازی قطعهٔ دوسر گیردار تحت بار گسترده از بالاو نمودار کاهش حجم و افزایش انرژی در واحد حجم



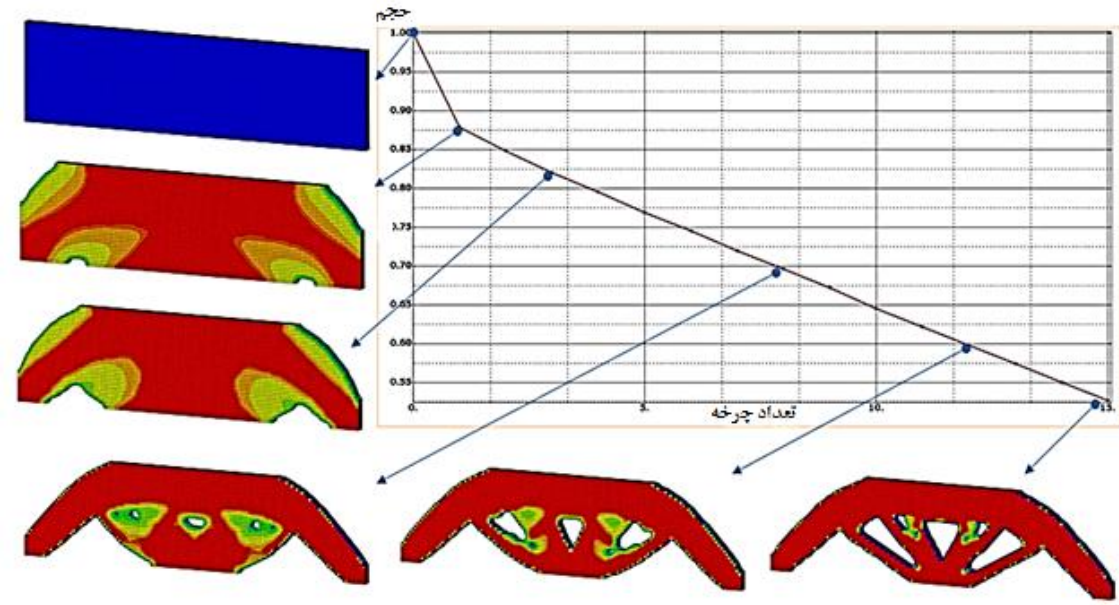
شکل ۸ شکل بهینه‌سازی شدهٔ نهایی قطعهٔ دو سر گیردار تحت بار گسترده از بالا



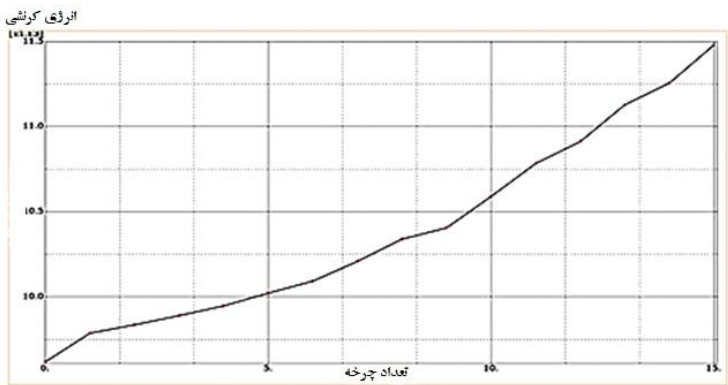
شکل ۹. شکل بهینه‌سازی‌شدهٔ نهایی قطعه دوسر گیردار تحت بار گسترده از بالا



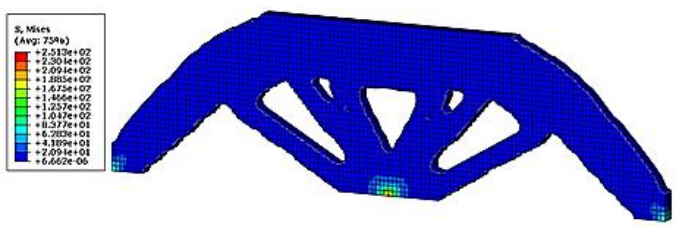
شکل ۱۰. قطعه دوسر گیردار تحت بار متمرکز از پایین



شکل ۱۱. تعدادی از شکل‌های قطعه در مراحل بهینه‌سازی قطعهٔ دوسر گیردار تحت بار متمرکز از پایین و نمودار کاهش حجم و افزایش انرژی در واحد حجم



شکل ۱۲. طرح نهایی حاصل از بهینه‌سازی توپولوژی سازهٔ مورد نظر استخراج شده است



شکل ۱۳. شکل بهینه‌سازی شده نهایی قطعه دو سر گیردار تحت بار متمرکز از پایین

جدول ۱. علائم و اختصارات

تنش فون میسز	σ^m
تنش اصلی	σ_1
نسبت حذف	PR_i
مقدار تنش فون میسز در المان	σ_e^m
مقدار تنش فون میسز ماکزیمم	$\sigma_{\max}^m$
نرخ تکاملی	ER
چگالی نسبی	ρ_e
حجم هر المان	v_e
حجم	V

۶. مآخذ

[1] Arora J. S., *Introduction to Optimum Design*, 2nd Edition, University of Iowa, 2003.

[2] Krog, L, Tucker, A., Rollema., G., *Aplication of Topoligy, sizing and Shape Optimization Methodes to Optimal Design of Aircraft Compnents*, Altair Engineering Ltd, 2002.

[3] Ghasemi, M. R., B. Dizangian. "Size, Shape and Topology Optimization of Composite Steel Box Girders USING Pso Method." *Asian Journal of Civil Engeneering Bulding and Housing*, Vol. 11, No. 6, 2010.

[4] Wang, D., W. H. Zhang, J. S. Jiang. "Truss Optimization on Shape and Sizing with Frequency Constraints." *AIAA Journal*, Vol. 42, No. 3, 2004.

[5] Eves, J., V. V. Toropov, H. M. Thompson, P. H. Gaskell, J. J. Doherty, J. C. Harris. "Topology Optimization of Aircraft with Non-Conventional Configurations", *8th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*, Lisbon, Portugal, 2009.

[6] Saleem, W., F. Yuqing. "Strategy for Optimal Configuration Design of Existing Structures by Topology and Shape Optimization Tools." *World Academy of Science, Engineering and Technology* 37, 2010.

[7] Ghaffarianjam, H. R., M. H. Abolbashari. "On Optimization Method to the Global Optimum for the Beam Design", *8th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*, June 1-5, Lisbon, 2009.

[8] Dunning, P., C. H. Brampton, H. A. Kim. "Introducing Loading Uncertainty in Topology Optimization." *AIAA Journal* Vol. 49, No. 4, April 2011.

[9] Lanes, R. M., M. Greco. "Application of a Topological Evolutionary Optimization Method Developed through Python Scrip." *Science & Engineering Journal* 22 (1), Jun 2013, pp. 1-11.

[10] Nair, A., M. Demircubuk, P. Dewhurst, D. Taggart. "Evolutionary Techniques for Identifying Minimum Weight Topologies and for the Suppression of Global Instabilities", *ABAQUS Users' Conference*, 2005.

[11] Dunning, P., Ch. Brampton, H. A. Kim. "Multidisciplinary Level Set Topology Optimization of the Internal Structure of an Aircraft Wing", *10th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*, May 19-24, Orlando, Florida, USA, 2013.

[12] Zhou, M., M. Y. Wang. "Structural Optimization Using Adaptive Level Set Method", *International Symposium on Flexible Automation*, Louis, USA, 2012.

[13] Lus, F., A. Alexandra, A. Gomes, A. Suleman. "Wing Topology Optimization with Self-Weight Loading", *10th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*, May 19-24, Orlando, Florida, USA, 2013.

پی‌نوشت

1. topology optimization
2. size optimization
3. shape optimization
4. homogenization
5. evolutionary structural optimization (ESO)
6. solid Isotopic material with penalization (SIMP)
7. strain energy