

بررسی حساسیت پارامترهای المان جاذب پوگو بر فرکانس طبیعی سامانه پیشران مایع

سید علیرضا جلالی چیمه^۱، حسن کریمی مزرعه‌شاهی^۲

۱ دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، alireza.jalali@mail.kntu.ac.ir

۲ دانشیار، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۳/۰۸

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۸/۱۱

چکیده

پدیده پوگو به‌عنوان یکی از ناپایداری‌های فرکانس پایین در سطح سیستم، در ماهواره‌برهای سنگین مطرح می‌باشد. این ناپایداری از برهم‌کنش فرکانسی میان دو زیرسیستم سازه و پیشران حاصل می‌گردد. به‌منظور جبران یا جلوگیری از رخداد این ناپایداری در سامانه ماهواره‌بر، از المانی که آثار برهم‌کنش فرکانسی این دو سیستم را کاهش می‌دهد استفاده می‌شود. این المان تحت عنوان جاذب نوسانات پوگو در ماهواره‌برها و با نام آکومولاتور شناخته می‌شود. در این مقاله با استفاده از مدلسازی دینامیکی المان‌های موتور (مخزن، مسیر تغذیه اصلی، آکومولاتور، مسیر تخلیه، پمپ و محفظه تراست) و در نظر گرفتن اتصال سازه به موتور در دو نقطه مخزن و پمپ به بررسی آثار المان آکومولاتور بر فرکانس طبیعی سامانه پیشران پرداخته و ملاحظات مربوط به جانمایی و شرایط عملکردی این المان برای قرارگیری در مسیر تغذیه سامانه پیشران تعیین شده است. همچنین تحلیل حساسیت پارامترهای آکومولاتور بر فرکانس طبیعی کل سامانه پیشران انجام شده و نتایج نشان می‌دهد که قراردادن آکومولاتور نزدیک به مجموعه پمپ و در مسیر مکش منجر به کاهش فرکانس طبیعی سامانه پیشران می‌شود که به پایداری مجموعه ماهواره‌بر کمک می‌نماید. وقتی کامپلیانس و اینرتنس آکومولاتور افزایش پیدا می‌کند، اثرگذاری آکومولاتور بر فرکانس طبیعی سامانه پیشران قابل توجه خواهد بود. با توجه به تطابق نتایج تحلیل‌ها با نتایج یک مدل پروازی در شرایط حضور و عدم حضور این المان می‌توان گفت ایجاد یک مدل اولیه برای تخمین محل و طراحی مقدماتی المان آکومولاتور بخشی از دستاوردهای این مقاله به‌شمار می‌رود.

واژگان کلیدی

پایداری پوگو، ارتعاشات طولی، آکومولاتور، موتور پیشران مایع، شبیه‌سازی دینامیکی

۱. مقدمه

در پرتاب‌های اولیه ماهواره‌های سنگین پدیده‌ای در حین پرواز به وجود آمد که طراحان را شگفت‌زده نموده است. این پدیده که بروزدهنده نوعی از ناپایداری است، پدیده پوگو^۱ نامیده می‌شود. این پدیده فرکانس پایین در اثر ایجاد نوسانات (ارتعاشات) طولی سازه ماهواره‌بر در زمان‌های مختلف پروازی رخ می‌دهد. همچنین نوسانات در فرکانس‌های پایین ممکن است در نیروی پیشران موتور و فشار اندازه‌گیری شده از سامانه تغذیه مؤلفه‌های پیشران نیز مشاهده شود. همچنین نوسانات پوگو در ماهواره‌برهای حامل انسان نیز دیده شده است که این رخداد، مسئله پایداری دینامیکی پراهمیتی را مطرح می‌کند که به منظور حفظ سلامت خدمه باید مورد بررسی قرار گیرد؛ زیرا نوسانات طولی، سطح شتاب وارد بر محفظه خدمه را از مقدار مجاز افزایش می‌دهد. لذا درک این پدیده و شناخت این نوسانات می‌تواند در کاهش و حذف این شتاب‌های ناخواسته کمک کند. ماهواره‌بر آمریکایی آپولو/ساترن^۲ و ماهواره‌بر اروپایی دیامنت بی^۳ را به‌عنوان ماهواره‌برهایی می‌توان نام برد که دچار این ناپایداری شده‌اند. می‌توان گفت ارتعاشات پوگو، ارتعاشات فرکانس پایین خودتحریک^۴ است که ناشی از برهم‌کنش حلقه بسته میان ارتعاشات طولی ماهواره‌بر و سامانه پیشران می‌باشد. شکل ۱ این مورد را نمایش می‌دهد [۱].



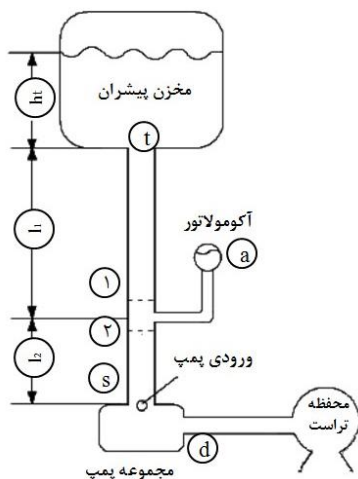
شکل ۱. نمایش حلقه بسته پدیده پوگو

این فرایند حلقه بسته بدین صورت عمل می‌کند که ارتعاشات اتفاقی (به‌عنوان مثال ناشی از اثر دینامیک، نوفه‌های احتراقی و یا تغییرات دبی جریان) منجر به تولید نوسانات فشاری در انتهای سازه مخازن می‌گردد که این نوسانات با اثرگذاری بر سیال عامل از طریق خطوط انتقال مؤلفه پیشران به موتور منتقل می‌شوند و طی گذر از سامانه پیشران به نوسانات نیروی تراست تبدیل می‌گردند این نوسانات مجدداً می‌توانند ارتعاشات سازه را تشدید نمایند. ارتعاشات تصادفی ممکن است منبعی نداشته باشند و

به صورت عدم قطعیت در سیستم باقی بماند مانند احتمال خرابی انژکتورها یا احتمال بروز نشتی‌های ناخواسته در مدار پنوماهیدرولیکی موتور و یا رعایت نشدن تolerانس‌های ساختی، اما برخی المان‌ها در موتور به‌تنهایی ممکن است تولیدکننده نوعی از این ارتعاشات باشند که در این صورت باید بررسی‌های لازم در این زمینه قبل از به‌کارگیری آن انجام گردد. یکی از این المان‌ها، عملگر سامانه کنترل برون موتوری می‌باشد. این سامانه با توجه به ماهیت و الگوریتم کارکرد خود با ارسال فرامینی به المان عملگر که در موتور قرار می‌گیرد، تغییرات آنی یا مداوم در دبی جریان مؤلفه پیشران (سوخت یا اکسیدکننده) ایجاد می‌نماید، که این تغییرات در دبی ممکن است بنای شروع ناپایداری پوگو را در موتور پیشران مایع بگذارد. به دلیل اهمیت جلوگیری از رخداد این پدیده در طول زمان پرواز ماهواره‌بر، یکی از راه‌حل‌ها استفاده از ابزاری است که مانع از این برهم‌کنش فرکانسی شود. این المان که در طول زمان پروازی فرکانس طبیعی سامانه پیشران را از پایین‌ترین فرکانس طبیعی مودهای سازه دور نگه می‌دارد، آکومولاتور^۵ نام دارد. استفاده از آکومولاتورها در مسیرهایی تغذیه سامانه پیشران که دارای طول بیشتری هستند رایج است [۲-۳]. تحلیل و بررسی پدیده پوگو توسط رایبن پس از نخستین رخداد این پدیده با استفاده از تحلیل اطلاعات پروازی انجام پذیرفت [۴]. در دهه ۷۰ م، شناسایی این پدیده به‌عنوان مهمترین مسئله برای طراحان مطرح بوده و به‌صورت موردی، بر ماهواره‌برهای اطلس [۵]، دلتا [۶] پژوهش و تحقیقات زیادی انجام شده است.

کوپیژنگ^۶ و همکاران (۱۹۹۱) با مدلسازی، تحلیل پایداری و قابلیت اطمینان پدیده پوگو به بررسی پارامترهای مؤثر بر این پدیده در یک ماهواره‌بر خاص پرداختند [۷]. مدلسازی دینامیکی و تحلیل پوگو توسط آپنه‌ایم در سال ۱۹۹۴ انجام شد [۸]. ژائو و همکاران (۲۰۱۱) به بررسی پارامترهای مختلف مؤثر در ایجاد پدیده پوگو برای یک مسیر از سامانه پیشران پرداختند، ایشان پدیده پوگو از نوع کوپل موتور را در پژوهش خود مد نظر قرار دادند [۹]. در این پژوهش با استفاده از مدل خطی ارائه شده توسط آپنه‌ایم و همکاران [۸]، مدلسازی پوگو را برای یک موتور و رام موتور فرضی انجام دادند. به‌منظور بررسی علل رخداد پوگو مطالعات گسترده‌ای در زمینه پارامترهای مؤثر روی این پدیده اعم

اثر المان آکومولاتور فرکانس طبیعی مجموعه در دو حالت حضور و عدم حضور این المان محاسبه می‌گردد.



شکل ۲. مدار پنوماهیدرولیکی مسیر پیشران مورد بررسی

۲-۱. مخزن پیشران

به منظور محاسبه فشار انتهای مخزن (ورودی به مسیر اصلی) تحت تأثیر شتاب ماهواره‌بر، تعادل نیرویی در بخش انتهای مخزن نوشته می‌شود که معادله آن به صورت ۱ خواهد شد.

$$p_t = \rho h_t \ddot{x}_t \quad (1)$$

در این رابطه زیرنویس t نمایانگر مخزن و ρ چگالی سیال درون مخزن و h_t به عنوان ارتفاع سیال درون مخزن در لحظه و \ddot{x}_t شتاب سامانه پروازی است.

۲-۲. مسیر تغذیه (از مخزن تا مکش پمپ)

به منظور مدل‌سازی مسیر تغذیه در دو مسیر شماره ۱ و ۲ اشاره شده در شکل ۲ با استفاده از معادلات اوپلر و با فرضیات یک‌بعدی، غیرقابل تراکم و غیرلزج شرایط حاکم بر سیال به صورت زیر تشریح می‌شود.

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v_0 \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + v_0 \frac{\partial p}{\partial x} + C_0^2 \rho \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

با فرض اینکه در شرایط نوسانی و ایجاد اغتشاشات در زمان کارکرد در رژیم نامی سامانه پیشران در رابطه ۲ نرخ تغییرات سرعت در راستای طولی المان در مقابل تغییرات سرعت برحسب زمان قابل اغماض می‌باشد و در رابطه ۳ همین فرض برای تغییرات فشار برقرار باشد می‌توان روابط را به صورت فشرده نوشت. بدین ترتیب با استفاده از لاپلاس‌گیری و حذف سرعت از

از مشخصات کاویتاسیونی پمپ انجام پذیرفت [۱۰-۱۱]. در این مقاله تلاش بر این است که برای یک سامانه پیشران، که در یکی از مسیرهای پیشران آن المان آکومولاتور نصب شده است، حساسیت تغییرات فرکانسی سامانه پیشران به محل قرارگیری در طول لوله و مشخصه حجمی آکومولاتور بررسی شود و محدوده این مشخصات به منظور جبران‌سازی بهتر پدیده پوگو برای آکومولاتور تعیین گردد.

۲. مدل دینامیکی سامانه پیشران مایع

سامانه پیشران مایع در ماهواره‌برها به عنوان بخش تولید نیروی محرک مجموعه پروازی شناخته می‌شود. ایجاد نوسانات در مجموعه سامانه پیشران منجر به ایجاد تغییرات در نیروی تولید یا تراست مجموعه می‌گردد. بدین ترتیب اثرپذیری سامانه از نوسانات شتابی ماهواره‌بر اجتناب ناپذیر است؛ به ترتیبی که در برهم‌کنش با سازه ماهواره‌بر می‌تواند پدیده پوگو را تولید کند لذا بررسی اثرپذیری این سامانه از نوسانات احتمالی بسیار پراهمیت است. در این مقاله بررسی اثر آکومولاتور در مجموعه موتور به عنوان المان جبران‌ساز پدیده پوگو مورد نظر می‌باشد. در ماهواره‌برها عموماً المان جبران‌ساز پوگو در مسیری قرار می‌گیرد که نسبت طول به قطر بالایی دارد؛ زیرا در آن انتشار نوسانات فشاری و شتابی در سیال به علت طول مجموعه قابل اغماض نیست. لذا بررسی مسیر طولانی‌تر نسبت به دیگر مسیر تغذیه در سامانه پیشران برای مطالعه آثار فرکانسی کافی می‌باشد. بدین ترتیب مدار پنوماهیدرولیکی مجموعه مورد بررسی همانند شکل ۲ در نظر گرفته می‌شود. این مسیر پیشران دارای پنج المان اصلی است که از مخزن پیشران، مسیر تغذیه اصلی (که به دو بخش ۱ و ۲ تقسیم شده است)، المان آکومولاتور، مجموعه پمپ (عبارت S به معنای مکش^۷ بخش ورودی پمپ و d به عنوان تخلیه^۸ بخش خروجی پمپ است) مسیر تخلیه از پمپ به سمت محفظه احتراق و تراست تشکیل شده است. به منظور مدل‌سازی بخشی از این المان‌ها از معادلات ارائه شده در [۴] و [۱۳] استفاده شده است. به منظور مدل‌سازی دینامیکی این مجموعه باید معادلات حاکم بر المان‌ها به صورت گذرا نوشته شده و با کوپل معادلات با یکدیگر دستگاه معادلات کلی مجموعه استخراج گردد. در ادامه با استفاده از تبدیل لاپلاس و فرایند لاپلاس‌گیری از معادلات امکان محاسبه فرکانس طبیعی مجموعه مهیا می‌گردد. به منظور بررسی

معادلات می توان به معادله ۴ رسید. با حل این معادله و جایگذاری $s = i\omega$ و تعریف عدد موج به صورت $\beta = \omega/C_0$ و اعمال شرایط مرزی ارائه شده در جدول ۱ می توان نوشت.

$$\begin{cases} v(x,s) = -\frac{1}{\rho s} \frac{dp}{dx} \\ s^2 p(x,s) + C_0^2 \frac{d^2 p}{dx^2} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

جدول ۱. شرایط مرزی بالادست و پایین دست لوله

شرایط بالادست	شرایط پایین دست
$v(0) = \dot{w}_u / \rho A$	$v(1) = \dot{w}_d / \rho A$
$p(0) = p_u$	$p(1) = p_d$

با استفاده از شرایط مرزی جدول ۱ دسته معادلات ۵ به دست می آید.

$$\begin{cases} p_{do} = (\cos(\beta l)) p_u - sL [\sin(\beta l) / \beta l] \dot{w}_u \\ \dot{w}_{do} = [(\beta l / sL) \sin(\beta l)] p_u + (\cos(\beta l)) \dot{w}_u \end{cases} \quad (5)$$

در این رابطه، L در رابطه ۶ نمایش داده شده است؛ همچنین در این روابط زیرنویس u معرف بالادست^۹ جریان و do معرف پایین دست^{۱۰} می باشد. بدین ترتیب می توان برای مدلسازی دو مسیر ۱ و ۲ روابط را به صورت ۶ نوشت [۱۳].

$$L = l / (Ag) \quad (6)$$

برای مسیر از انتهای مخزن تا نقطه شماره ۱:

$$\begin{cases} p_1 = (\cos(\beta l_1)) p_t - sL_1 [\sin(\beta l_1) / \beta l_1] \dot{w}_t \\ \dot{w}_1 = [(\beta l_1 / sL_1) \sin(\beta l_1)] p_t + (\cos(\beta l_1)) \dot{w}_t \end{cases} \quad (7)$$

برای مسیر از نقطه شماره ۲ تا ورودی پمپ:

$$\begin{cases} p_s = (\cos(\beta l_2)) p_2 - sL_2 [\sin(\beta l_2) / \beta l_2] \dot{w}_2 \\ \dot{w}_s = [(\beta l_2 / sL_2) \sin(\beta l_2)] p_2 + (\cos(\beta l_2)) \dot{w}_2 \end{cases} \quad (8)$$

۳-۲. نقاط اتصال و انشعاب

در مدل نویسی سیالاتی برای نقاط انشعاب قانون بقای دبی جرمی در ورودی و خروجی المان نوشته و فرض می شود که فشار در ورودی و خروجی های انشعاب برابر است؛ بدین ترتیب روابط حاکم بر انشعاب میان اکومولاتور و مسیر اصلی تغذیه پیشران از مخزن تا پمپ به صورت زیر می باشد.

$$\begin{cases} \dot{w}_1 = \dot{w}_2 + \dot{w}_a \\ p_1 = p_2 = p_a \end{cases} \quad (9)$$

در این رابطه زیرنویس a برای مشخص نمودن المان اکومولاتور استفاده می شود [۱۳].

۴-۲. محفظه تراست

محفظة تراست المانی است که در آن احتراق رخ می دهد و گازهای پرانرژی داغ ناشی از احتراق به وسیله المان نازل با سرعت به بیرون رانده می شوند و انرژی پتانسیل گازها به انرژی جنبشی مبدل می گردد. در این المان نیروی تراست به فشار محفظه احتراق مرتبط است. فشار محفظه احتراق با توجه به زمان تأخیر احتراق به صورت زیر نوشته می شود [۴].

$$p_c(t + \tau) = C^* \dot{w}_{total} / A_{th} g \quad (10)$$

با استفاده از بسط تیلور رابطه فشار خطی می شود و در فرایند لاپلاس گیری به فرم زیر نوشته می شود.

$$(1 + \tau s) p_c = C^* \dot{w}_{total} / A_{th} g \quad (11)$$

۵-۲. مسیر تخلیه پس از پمپ تا محفظه احتراق

این مسیر به علت اینکه عموماً مسیر کوتاه تری می باشد و پخش موج نوسانات به نسبت طول لوله بسیار کوچک است، فرض می شود که اثر نوسانات بر این مسیرها کم می باشد و تنها افت فشار مسیر و اینرسی حرکتی سیال دیده می شود. این اختلاف فشار به صورت زیر نوشته می شود [۱۳].

$$p_d - p_c = (sI_d + R_d) \dot{w}_d \quad (12)$$

در این رابطه I_d اینرتنس^{۱۱} مسیر تخلیه و R_d مقاومت محلی^{۱۲} مسیر تخلیه در نظر گرفته می شود. اینرتنس در سیالات میزان اختلاف فشار مورد نیاز است که در دبی سیال تغییر ایجاد نماید.

۶-۲. مجموعه پمپ

پمپ در سامانه پیشران مایع به منظور ایجاد اختلاف فشار مورد نیاز برای محفظه احتراق تعبیه می گردد. یکی از محل های اتصال سامانه موتور با سازه ماهواره بر مجموعه توربوپمپ می باشد. در این مقاله فرض بر این است که نقطه مرجع اتصال سامانه پیشران با بخش سازه ماهواره بر از طریق همین المان میسر شده است. با توجه به رابطه میان اختلاف فشار (هد)، سرعت زاویه ای و فشار مکش پمپ رابطه زیر را می توان نوشت.

$$p_d - p_s = \frac{\partial H}{\partial p_s} \Delta p_s + \frac{\partial H}{\partial \dot{w}_d} \Delta \dot{w}_d + \frac{\partial H}{\partial N} \Delta N \quad (13)$$

رابطه دبی ورودی به این المان از سمت انشعاب با استفاده از مفهوم کامپلیانس به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$\dot{w}_a = -sC_b p_g \quad (18)$$

۳. کوپل معادلات

معادلات حاکم بر المان‌های مدار پنوماهیدرولیکی ارائه شده در شکل ۲ به صورت مجزا و در بخش‌های مختلف ارائه شده است. در معادلات اخیر، پس از انجام فرایند لاپلاس‌گیری و نیز با حذف متغیرهای فشار المان‌ها از روابط معادلات به صورت فرم فضای حالت به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$[sI - A]\{\dot{w}\} = \{B\}\ddot{x}_p \quad (19)$$

در رابطه ۱۹ ماتریس‌های $[sI - A]$ ، $\{\dot{w}\}$ و $\{B\}$ ناشی از کوپل روابط مربوط به مدار می‌باشند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$[sI - A] = \begin{bmatrix} A_{22} & -1 & 0 \\ s\rho C_b A_{12} & -1 & 1 \\ (m+1)A_{12} & 0 & (sI_d + R) \end{bmatrix} \quad (20)$$

در این ماتریس، ضرایب خطی A به صورت زیر می‌باشند.

$$A_{11} = \cos(\beta l) + \kappa s L_2 (\sin(\beta l_2) / \beta l_2) \cos(\beta l_1) Z^{-1} \quad (21)$$

$$A_{12} = -sL (\sin(\beta l) / \beta l) - \kappa s^2 L_1 L_2 (\sin(\beta l_1) \sin(\beta l_2) / \beta l_1 \beta l_2 Z) \quad (22)$$

$$A_{21} = -(\beta l / sL) \sin(\beta l) - \kappa \cos(\beta l_1) \cos(\beta l_2) Z^{-1} \quad (23)$$

$$A_{22} = \cos(\beta l) + \kappa s L_1 (\sin(\beta l_1) / \beta l_1) \cos(\beta l_2) Z^{-1} \quad (24)$$

در این رابطه $l = l_1 + l_2$ و $L = L_1 + L_2$ می‌باشد و عبارت Z و R به فرم زیر تعریف شده است. همینطور κ به عنوان ضریب حضور و عدم حضور المان آکومولاتور تعریف شده است که تحلیل اثرگذاری سامانه از این المان را تسهیل نماید.

$$Z = sI_a + R_a + s^{-1}C_a^{-1} \quad (25)$$

$$R = C^* / (A_t g) + R_d + R_p \quad (26)$$

متغیرهای حالت در نظر گرفته شده در معادلات عبارت‌اند از دبی جرمی در نقاط ورودی مسیر تغذیه (خروجی مخزن)، ورودی پمپ و ورودی به محفظه احتراق می‌باشد که به صورت زیر نمایش داده می‌شود.

$$\{\dot{w}\} = \{\dot{w}_t \quad \dot{w}_s \quad \dot{w}_d\}^T \quad (27)$$

ماتریس ضرایب B نیز به صورت رابطه ۲۸ است.

با توجه به نمودارهای مشخصه پمپ اثر دو ترم اولیه رابطه ۱۳ یعنی تغییرات هد برحسب فشار مکش و دبی خروجی بیشتر از ترم سوم است. بدین ترتیب دو پارامتر به صورت فاکتور بهره پمپ و مقاومت هیدرولیکی پمپ تعریف می‌شود.

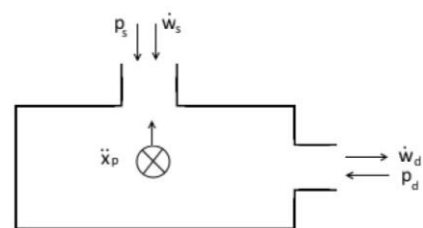
$$m = \frac{\partial H}{\partial p_s}, R = \frac{\partial H}{\partial \dot{w}_d} \quad (14)$$

برای فشار مکش ثابت می‌توان نوشت:

$$p_d = (m+1)p_s + R\dot{w}_d \quad (15)$$

دبی گذرنده از سامانه، که با \dot{w}_d نمایش داده شده است، دبی جرمی عبوری از سامانه توربوپمپ با در نظر گرفتن آثار شتابی سیال ناشی از حرکت ماهواره‌بر و نیز اثرات کامپلیانس^{۱۳} پمپ به صورت زیر است. شکل ۳ بیانگر ورودی و خروجی‌های پمپ می‌باشد [۴]. کامپلیانس در سیالات به صورت نیرویی که به حجم سیال در مقابل افزایش فشار وارد می‌گردد، تعریف می‌شود.

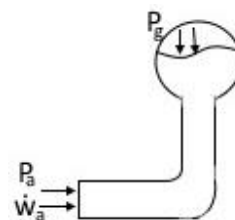
$$\dot{w}_d = \dot{w}_s + \rho A_s \dot{x}_p - s\rho C_b p_s \quad (16)$$



شکل ۳. نمای شماتیک از پمپ سامانه پیشران مایع

۲-۷. آکومولاتور

این المان به منظور جلوگیری از رخداد پدیده پوگو در موتورهای پیشران مایع مورد استفاده قرار می‌گیرد. اساس فلسفه استفاده از این سامانه جذب نوسانات فشاری ایجاد شده توسط نوسانات شتابی ماهواره‌بر است. نمای شماتیک این المان در شکل ۴ قابل مشاهده است. رابطه حاکم بر اختلاف فشار این المان با استفاده از روابط ارائه شده در بخش ۲-۵ توصیف می‌شود.



شکل ۴. نمای شماتیک از المان آکومولاتور

$$p_a - p_g = (sI_a + R_a)\dot{w}_a \quad (17)$$

می‌شود و به‌عنوان فرکانس طبیعی سامانه پیشران مایع بدون آکومولاتور در نظر گرفته می‌شود.

$$\omega^* = \frac{1}{\sqrt{LC_b}} \quad (32)$$

همان‌گونه که از رابطه فوق مشخص است، فرکانس طبیعی سامانه کاملاً تابعیت از شرایط عملکردی سامانه توربوپمپ و ابعادی مسیرهای انتقال می‌باشد.

۴-۲. حضور آکومولاتور

فرکانس طبیعی سامانه پیشران مایع با در نظر گرفتن المان آکومولاتور با حل رابطه ۳۱ به‌دست می‌آید که به‌صورت زیر خواهد بود.

$$\tilde{\omega}^* = \sqrt{\frac{N_1 \pm N_2}{N_3}} \quad (33)$$

در رابطه ۳۳ عبارتهای N_1 ، N_2 و N_3 به‌صورت روابط ذیل تعریف می‌شوند.

$$N_1 = (L_1 C_a + LC_b + I_a C_a) \quad (34)$$

$$N_2 = \sqrt{(I_a C_a + L_1 C_a + LC_b)^2 - 4(L_1 L_2 C_a C_b + LI_a C_a C_b)} \quad (35)$$

$$N_3 = 2(L_1 L_2 C_a C_b + LI_a C_a C_b) \quad (36)$$

همان‌گونه که از فرکانس طبیعی سامانه با آکومولاتور مشخص است، این فرکانس طبیعی کاملاً به محل جایگذاری المان، شرایط عملکردی، کامپلاینس پمپ و آکومولاتور و اینترنس آکومولاتور حساس می‌باشد.

۵. حساسیت‌سنجی اثرگذاری آکومولاتور بر فرکانس طبیعی سامانه

به‌منظور بررسی و تحلیل شرایط اثرگذاری المان آکومولاتور بر سامانه، نسبت فرکانسی بدون بعد Ω که حاصل تقسیم عبارت ۲۷ بر ۲۶ می‌باشد معرفی می‌گردد. برای ساده‌نویسی رابطه مربوطه نسبت فرکانسی Ω سه پارامتر بدون بعد که در این رابطه ظاهر می‌شوند معرفی می‌گردد.

$$\Omega = \frac{\tilde{\omega}^*}{\omega^*}, \quad \eta = \frac{L_1}{L}, \quad \lambda = \frac{I_a}{L}, \quad 1 - \eta = \frac{L_2}{L}, \quad \gamma = \frac{C_a}{C_b} \quad (37)$$

با استفاده از تعاریف و پارامترهای معرفی‌شده فوق، رابطه مربوط به نسبت فرکانسی Ω به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$B = \frac{\rho h_t \varphi_t}{g \varphi_p} \begin{Bmatrix} -A_{21} \\ -sC_b A_{11} + \frac{A_s}{s} \frac{g \varphi_p}{h_t \varphi_t} \\ -(m+1)A_{11} \end{Bmatrix} \quad (28)$$

۴. استخراج فرکانس طبیعی سامانه پیشران

در بخش ۳ معادلات مربوط به سامانه پیشران مایع و المان‌های آنها و کوپل معادلات حاکم بر مدار پنوماهیدرولیکی مورد نظر در شکل ۲ ارائه شد. در این بخش به‌منظور محاسبه فرکانس طبیعی سامانه پیشران حل دستگاه معادلات استخراج شده مورد بررسی قرار می‌گیرد. لذا باید مقادیر ویژه سیستم استخراج گردد و این امر از طریق برابر صفر قرار دادن دترمینان ماتریس ضرایب متغیر حالت میسر می‌شود.

$$|sI - A| = 0 \quad (29)$$

محاسبه رابطه ۲۹ نشان می‌دهد که دترمینان این ماتریس چندجمله‌ای از مرتبه ۵ برای اپراتور لاپلاس می‌باشد برای ساده‌سازی از اینترنس مسیر تغذیه پیشران به محفظه تراست که با مسیر تخلیه معرفی شده است در مقابل اینترنس سایر مسیرهای سامانه صرف‌نظر می‌شود و دترمینان مورد نظر از نظر مرتبه یک درجه کاهش پیدا می‌کند و به‌صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\begin{bmatrix} s^4 \left[\kappa L_1 L_2 C_a C_b l \sin(\beta l_1) \sin(\beta l_2) + L I_a C_a C_b \sin(\beta l) \beta l_1 l_2 \right] + \\ s^2 \left[\kappa \beta l l_2 L_1 C_a \sin(\beta l_1) \cos(\beta l_2) + \beta^2 l l_2 C_a I_a \cos(\beta l) l_1 + L C_b \sin(\beta l) \beta l_1 l_2 \right] + \\ \beta^2 l l_1 \cos(\beta l) \end{bmatrix} / den = 0 \quad (30)$$

$$den = \beta^2 l (I_a C_a s^2 + 1) l_2 l_1 \quad (31)$$

بدین ترتیب با حل رابطه ۳۱ برای s و جایگذاری $s = i\omega$ می‌توان فرکانس‌های طبیعی سامانه پیشران را مشخص نمود. برای محاسبه فرکانس طبیعی سیستم، فرکانس ارتعاشی را بسیار کوچک فرض می‌شود (بتا به سمت صفر میل می‌کند). در این حالت در حضور و عدم حضور المان آکومولاتور می‌توان فرکانس طبیعی سامانه را استخراج کرد.

۴-۱. عدم حضور آکومولاتور

در این شرایط عبارت K در رابطه ۳۱ برابر با صفر قرار داده می‌شود و معادله حل می‌گردد. جواب معادله با ω^* نمایش داده

پیشرانس با افزایش نسبت کامپلیانس آکومولاتور به پمپ در زمانی که محل قرارگیری آکومولاتور به پمپ نزدیک می‌شود کاهش می‌یابد. شکل ۸ تغییرات حساسیت نسبت فرکانسی به نسبت کامپلیانس را برای فواصل مختلف آکومولاتور از پمپ با در نظر گرفتن اینترتنس آن نمایش می‌دهد. می‌توان گفت زمانی که محل قرارگیری آکومولاتور دور از پمپ در نظر گرفته شود، اثر نسبت کامپلیانس روی فرکانس سامانه قابل اغماض می‌باشد و به صورت کلی فرکانس سامانه پیشرانس کاملاً با تغییرات نسبت کامپلیانس حساس است. اما با افزایش نسبت کامپلیانس این حساسیت کم می‌شود. با توجه به شکل ۸ می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش نسبت کامپلیانس، وقتی اینترتنس آکومولاتور در نظر گرفته شود، فرکانس طبیعی سامانه پیشرانس زمانی که آکومولاتور در فاصله دور از پمپ قرار گرفته باشد تغییرات زیادی خواهد داشت و با نزدیک شدن محل قرارگیری آکومولاتور به پمپ این حساسیت کاهش می‌یابد. وقتی اینترتنس آکومولاتور قابل اغماض نباشد، به منظور جلوگیری از اثرپذیری فرکانس سامانه پیشرانس در مقابل تغییرات دبی و آثار تغییرات نسبت کامپلیانس باید آکومولاتور نزدیک سامانه توربوپمپ نصب گردد.

۵-۲. بررسی حساسیت فرکانس طبیعی سامانه به محل قرارگیری آکومولاتور

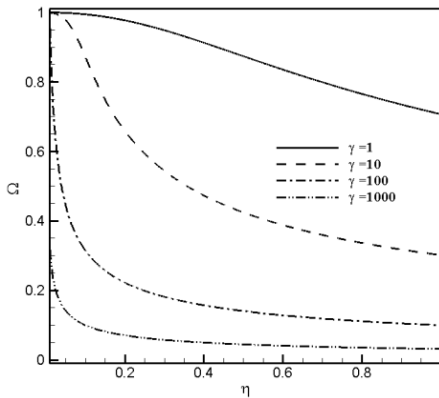
همان‌گونه که در شکل‌های ۵ و ۶ قابل مشاهده است، محل قرارگیری آکومولاتور یکی از پارامترهای تأثیرگذار بر فرکانس طبیعی سامانه است؛ به منظور بررسی حساسیت فرکانس طبیعی سامانه با استفاده از مشتق‌گیری از رابطه ۳۸ نسبت به پارامتر η میزان تغییرات حساسیت سیستم تحلیل می‌شود. نمودارها برای دو حالتی که اینترتنس آکومولاتور در نظر گرفته شود و یا خیر؛ برحسب نسبت‌های کامپلیانس مختلف در شکل‌های ۹ و ۱۰ ارائه شده است. همان‌گونه که در شکل ۹ قابل مشاهده است، در شرایطی که اینترتنس سیستم قابل اغماض باشد، حساسیت فرکانس طبیعی سامانه نسبت به افزایش نسبت کامپلیانس بالا می‌باشد و زمانی که این نسبت کمتر از ۱۰۰ است بیشینه حساسیت در حدود نسبت طول ۰/۱ رخ می‌دهد و با توجه به شکل ۱۰ می‌توان گفت که اگر اینترتنس آکومولاتور در نظر گرفته نشود با افزایش نسبت کامپلیانس حساسیت فرکانس با تغییرات محل قرارگیری آکومولاتور کاهش می‌یابد.

$$\Omega = \sqrt{\frac{(\lambda\gamma + \eta\gamma + 1) \pm \sqrt{(\lambda\gamma + \eta\gamma + 1)^2 - 4(\lambda\gamma + \eta(1-\eta)\gamma)}}{2(\lambda\gamma + \eta(1-\eta)\gamma)}} \quad (38)$$

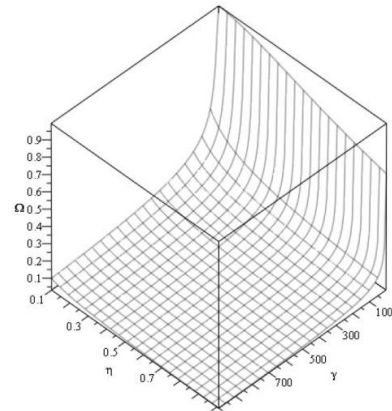
λ در رابطه فوق به منظور بررسی آثار در نظر گرفتن اینترتس آکومولاتور تعریف شده است و مقادیر صفر یا یک را اختیار می‌کند. بررسی پارامترهای اثرگذار بر روی نسبت فرکانسی سامانه با رسم رابطه ۳۸ برای محدوده تعریف شده پارامترهای γ (نسبت کامپلیانس) و η (محل قرارگیری آکومولاتور) انجام می‌پذیرد. این نمودار، که در شکل ۶ قابل ملاحظه است، بیانگر این مطلب است که برای ضرایب کوچک γ و زمانی که η دارای مقادیر پایین است نسبت فرکانسی مقادیر نزدیک به ۱ می‌گیرد که به معنای عدم اثرگذاری آکومولاتور است. اما با افزایش نسبت ضریب کامپلیانس آکومولاتور اثر محل قرارگیری آکومولاتور بر فرکانس طبیعی سامانه کاهش می‌یابد این اتفاق برای $\gamma > 150$ می‌افتد. تصویر رویه ارائه شده در شکل ۵ روی صفحه $\Omega - \eta$ در شکل ۷ ارائه شده است. بررسی حساسیت نسبت فرکانس طبیعی به پارامترهای آن با استفاده از مشتق این عبارت نسبت به هر یک از پارامترها و تحلیل تغییرات این پارامترها بر مقدار مشتق رابطه انجام می‌شود. بدین منظور میزان تغییرات زیاد مشتق به معنای اثرگذاری این پارامتر روی رابطه و تغییرات پایین بیانگر کمبود حساسیت سیستم به این پارامتر است. با توجه به شکل ۵ می‌توان برای بررسی بیشتر دو پارامتر γ و η بررسی حساسیت فرکانس طبیعی سامانه برای مقادیر کمتر از ۱۵۰ برای γ را انجام داد.

۵-۱. بررسی حساسیت فرکانس طبیعی سامانه به نسبت کامپلیانس آکومولاتور

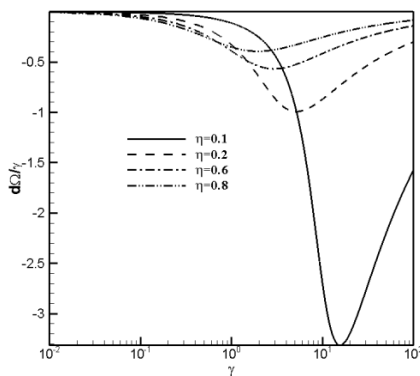
نسبت کامپلیانس آکومولاتور بیانگر ضریب کاویتاسیونی آکومولاتور به ضریب کاویتاسیونی پمپ می‌باشد که نشان‌دهنده عملکرد سامانه است. برای بررسی حساسیت سیستم به این پارامتر از رابطه ۳۸ نسبت به γ مشتق‌گیری می‌شود و برای محدوده ۱۰ تا ۱۰۰۰ که از بررسی آماری برای این پارامتر به دست آمده است، برای فواصل مختلف آکومولاتور از پمپ ترسیم می‌شود. این بررسی برای دو حالتی که اینترتنس آکومولاتور در نظر گرفته شود و یا نشود در شکل‌های ۷ و ۸ نمایش داده شده است. شکل ۷ بیانگر این مطلب است که در شرایطی که اینترتنس ورودی آکومولاتور ناچیز در نظر گرفته شود، حساسیت فرکانس سامانه



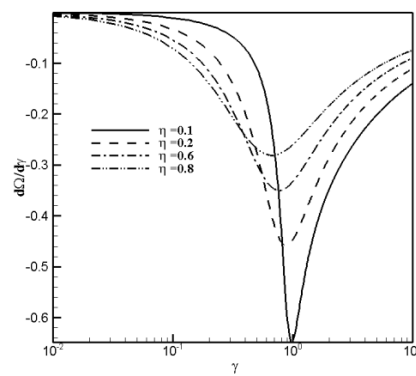
شکل ۶. تصویر رویه تغییرات نسبت فرکانسی روی محور η



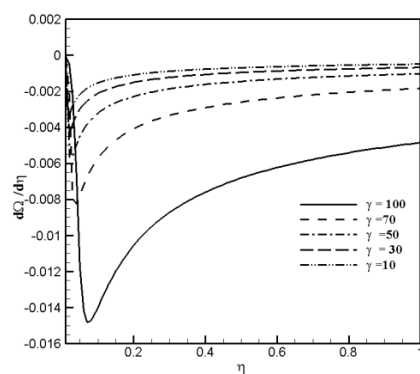
شکل ۵. تأثیر پذیری نسبت فرکانسی با تغییرات پارامترهای آکمولاتور



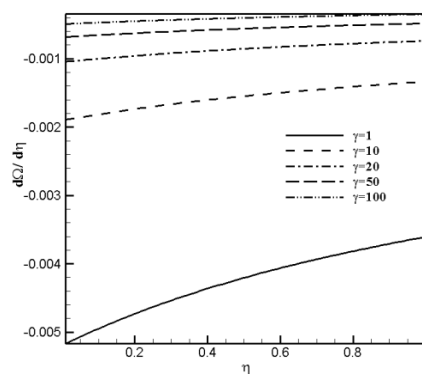
شکل ۸. حساسیت نسبت فرکانسی به نسبت کامپلینس برای فواصل مختلف از پمپ ($\lambda=1$)



شکل ۷. حساسیت نسبت فرکانسی به نسبت کامپلینس برای فواصل مختلف از پمپ ($\lambda=0$)



شکل ۱۰. حساسیت فرکانس سیستم به محل قرارگیری آکمولاتور برای نسبت کامپلینس متفاوت ($\lambda=1$)



شکل ۹. حساسیت فرکانس سیستم به قرارگیری آکمولاتور برای نسبت کامپلینس متفاوت ($\lambda=0$)

زیرسامانه باید با اطلاعات کامل در دسترس باشند. پدیده پوگو که از زمان شناسایی رخداد آن در دهه ۶۰ م اکثر سرویس‌های فضایی معتبر جهان اعم از ناسا و ایسا و جز این‌ها به تولید مدل‌های مربوط به هر ماهواره بر نمودند که در منابع [۲]، [۴] و [۵] ارائه شده‌اند. در مقاله حاضر از دسته معادلاتی استفاده شده

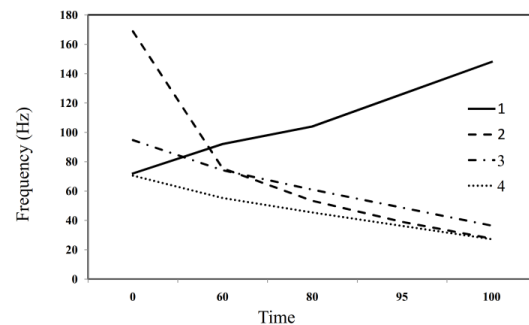
۳-۵. اعتبارسنجی روابط فرکانس طبیعی سامانه ارزیابی نتایج مربوط به مدلسازی پدیده‌هایی که در حین پرواز رخ می‌دهند، عموماً نیازمند دارا بودن شرایط سامانه پروازی و المان‌های مرتبط با آن پدیده می‌باشد که در مورد پدیده پوگو سامانه پیشران و بخش سازه ماهواره بر درگیر می‌باشند و این دو

نزدیک به مجموعه توربوپمپ (خط ۴) باشد مشاهده می‌شود که تداخل فرکانس طبیعی مجموعه‌ها در طول زمان پرواز از بین رفت و شرایط پایداری برای سامانه مهیا گردید. از طرف دیگر، به‌منظور بررسی نتایج ارائه‌شده برای آنالیز حساسیت در بخش‌های ۱-۵ و ۲-۵ این محاسبات برای شرایط $L_1=0.5L$ (خط ۳) که در آن آکومولاتور در محلی دورتر از مجموعه توربوپمپ نصب شده است نیز انجام پذیرفت که طی آن همان‌طور که در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود، با انجام این تغییر تداخل دو نمودار در طول زمان پروازی رخ داد. می‌توان این نتیجه را گرفت که آثار مکانی برای یک آکومولاتور خاص بسیار پراهمیت می‌باشد به‌گونه‌ای که ممکن است به‌علت جانمایی غیر اصولی عملکرد خود را از دست بدهد. با توجه به اینکه ضریب کامپلیانس مجموعه توربوپمپ ارائه‌شده در [۷] در طول زمان افزایش پیدا می‌کند می‌توان گفت که ضریب γ برای این نمونه افزایش پیدا می‌کند. حال با جابه‌جایی آکومولاتور و برای حالت افزایش پارامتر η به سمت یک طبق نمودار شکل ۶ باید نسبت فرکانس طبیعی سامانه پیشران با آکومولاتور به سامانه پیشران بدون آکومولاتور کاهش پیدا کند که این مورد با توجه به نتایج واقعی و مشخصات موتور ارائه شده در [۷] همخوانی دارد.

۶. نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی آثار پارامترهای مختلف المان آکومولاتور بر فرکانس طبیعی سامانه پیشران مابعد پرداخته شد و با اعمال فرضیات اولیه و استخراج معادلات حاکم بر المان‌های مختلف مدار پنوماهیدرولیکی در نظر گرفته شده رابطه مربوط به فرکانس طبیعی سامانه پیشران مابعد ایجاد گردید. آثار حساسیت پارامترهای مختلف المان آکومولاتور در شکل‌های ۷ تا ۱۰ ارائه شد و به‌منظور اعتبارسنجی روابط استخراج‌شده و تحلیل‌های مربوط به حساسیت‌سنجی انجام گرفته در دو بخش ۱-۵ و ۲-۵ با استفاده از مشخصات پروازی و اطلاعات مربوط به المان‌های یک ماهواره‌بر خاص در بخش ۳-۵ صحت روابط بررسی گردید که نتایج حاصل با تحلیل‌های انجام‌شده همخوانی داشت. بدین ترتیب در مورد المان آکومولاتور در موتور پیشران مابعد و اثر آن بر فرکانس طبیعی مجموعه می‌توان گفت که نصب آکومولاتور نزدیک به پمپ در جلوگیری از پوگو با استفاده از دورکردن فرکانس طبیعی سامانه پیشران از فرکانس طبیعی سازه ماهواره‌بر منجر به بهبود پایداری سامانه می‌شود. همین‌طور از

است که صحت آنها توسط منابع [۴] و [۵] برای سامانه‌های مختلف پروازی مورد بررسی قرار گرفته است. به‌منظور بررسی اثرات موارد و حالات ذکرشده در بخش‌های ۱-۵ و ۲-۵ برای یک نمونه تجربی به بررسی شرایط کارکرد یک ماهواره‌بر که اطلاعات پروازی آن در [۷] آورده شده است پرداخته می‌شود. بنا بر اطلاعات ارائه‌شده، این ماهواره‌بر در حین پرواز دچار پدیده پوگو شده است و همچنین مطرح شده است که با استفاده از یک سامانه آکومولاتور مشخص و تغییر وضعیت فرکانس طبیعی سامانه پیشران از تداخل تغییرات فرکانسی دو سامانه در طول پرواز جلوگیری شده است. این مسئله با توجه به روابط ۳۲ و ۳۳ و استفاده از مشخصات آکومولاتور ارائه‌شده در [۷] مورد بررسی واقع می‌گردد. نتایج این بررسی در شکل ۱۱ ارائه شده است.



شکل ۱۱. نمودار مقایسه فرکانس طبیعی سامانه پیشران با فرکانس طبیعی سامانه پروازی برحسب زمان در شرایط مختلف قرارگیری آکومولاتور

در شکل ۱۱، خط ۱ تغییرات فرکانس طبیعی سامانه پروازی در طول زمان پرواز، خط ۲ تغییرات فرکانس طبیعی سامانه پیشران بدون آکومولاتور در طول زمان، خط ۳ تغییرات فرکانس طبیعی سامانه پیشران با حضور آکومولاتور در شرایط قرارگیری $L=L_1/2$ برحسب زمان پرواز و خط ۴ تغییرات فرکانس طبیعی سامانه پیشران با آکومولاتور در شرایط قرارگیری $L=0.9L_1$ برحسب زمان پرواز را نمایش می‌دهد. همان‌گونه که در شکل ۱۱ قابل مشاهده است، در شرایطی که آکومولاتور برای سامانه پیشران در نظر گرفته نشده است در محدوده زمانی که ۶۰ درصد از زمان پرواز گذشته است دو نمودار فرکانس طبیعی سامانه پیشران و سامانه پروازی با هم تداخل دارد که به معنای احتمال رخداد پدیده پوگو می‌باشد. اما وقتی محاسبات فرکانسی سامانه پیشران با آکومولاتوری که مشخصات مکانی و هندسی آن در [۷] ارائه شده است، انجام پذیرفت در شرایطی که المان

این ضریب دارد و در وقتی اینرتنس آکومولاتور قابل اغماض نباشد، بدون در نظر گرفتن محل قرارگیری با منظور تغییرات کمینته فرکانس طبیعی باید نسبت ظرفیت را نزدیک ۱ در نظر گرفت.

طرفی با افزایش ضریب کامپلیانس یا اینرتنس آکومولاتور فرکانس طبیعی سامانه پیشران کاهش پیدا می‌کند و هنگامی که ضریب کامپلیانس به اندازه کافی افزایش پیدا کند. اثر محل قرارگیری سامانه قابل اغماض می‌باشد که بیانگر اهمیت بالای

۷. مآخذ

- [1] A. Rasumoff, R. Winje, The Pogo Phenomenon: Its Causes and Cure, *Astronautical Research*, Springer Netherlands, L. G. Napolitano, P. Contensou, W. F. Hilton, eds., pp. 307-322, 1973.
- [2] S. Rubin, Prevention of Coupled Structure-propulsion Instability (POGO), *National Aeronautics and Space Administration*, 1970.
- [3] S. Rubin, Analysis of Pogo Stability, *Astronautical Research*, L. G. Napolitano, P. Contensou and W. F. Hilton, eds., pp. 113-125: Springer Netherlands, 1973.
- [4] K. McKenna, J. Walker, R. Winje, A model for studying the coupled engine - airframe longitudinal instability of liquid rocket systems, *Aerospace Sciences Meeting, Aerospace Sciences Meetings: American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 1964.
- [5] R. G. Rose, R. Harris, Dynamic analysis of a coupled structural/pneumatic system - longitudinal oscillation for atlas vehicles, *1st Annual Meeting, Annual Meeting: American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 1964.
- [6] G. J. Payne, S. Rubin, Pogo Suppression on the Delta Vehicle, *National Aeronautics and Space Administration*, 1974.
- [7] W. Qizheng, G. Wanyong, G. Yongchun, POGO Stability, reliability and parameters analysis, *Journal of Vibration*, No. 2, pp. 29-47, 1991.
- [8] B. W. Oppenheim, S. Rubin, Advanced Pogo stability analysis for liquid rockets, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 30, No. 3, pp. 360-373, 1993, 1993.
- [9] J. Zhang, Q. Wang, Parameter Study on Pogo Stability of Liquid Rockets, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 48, No. 3, pp. 537-541, 2011.
- [10] K. W. Dotson, S. Rubin, S. Sako, Mission-Specific Pogo Stability Analysis with Correlated Pump Parameters, *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 21, No. 4, pp. 619-626, 2005.
- [11] D. Kirk, S. Rubin, S. Brian, Effects of Unsteady Pump Cavitation on Propulsion-Structure Interaction (Pogo) in Liquid Rockets, *45th AIAA / ASME / ASCE / AHS / ASC Structures, Structural Dynamics & Materials Conference, Structures, Structural Dynamics, and Materials and Co-located Conferences: American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 2004.
- [12] G. P. Sutton, O. Biblarz, *Rocket Propulsion Elements*: Wiley, 2001.
- [13] S. Rubin, Longitudinal Instability of Liquid Rockets due to Propulsion Feedback (POGO) *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 3, No. 8, pp. 1188-1195, 1966.

پی‌نوشت

۱. این نام از روی وسیله بازی و سرگرمی کودکان به‌علت شباهت رفتاری استخراج شده است.

2. Apollo/Saturn
3. Diament B
4. self exciting
5. accumulator
6. Qizheng
7. suction
8. discharge

9. upstream
10. downstream
11. inertance
12. resistance

۱۳. Compliance (تغییران وزن سیال درون مخزن به‌علت تغییرات فشار)