

## معرفی و شبیه‌سازی دو مکانیزم جدید در پایدارسازی کوادر و تورها جهت تعقیب مسیر در شرایط اغتشاشی: پایدارساز صلیبی و پاندولی

روح ا... پوریافرانی<sup>۱</sup>، سید علی اکبر موسویان<sup>۲</sup>، رامین رامیار<sup>۳</sup>

۱ کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، r.p.bafrani@gmail.com

۲ استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه خواجه نصیر الدین طوسی، تهران

۳ دانشجوی دکتری، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۹/۱۴

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۱۱/۲۴

### چکیده

امروزه پرندگان بدون سرنویش عمود پرواز بدلیل قابلیت بالا در مانوردهی و ساختار نسبتاً ساده، در بسیاری از زمینه‌ها مورد توجه قرار گرفته‌اند. بدلیل رفتار شدیداً غیر خطی زیر سیستم‌ها و همچنین تحت کمبود عملگر بودن سیستم کنترلی، کنترل این پرندگان بخصوص در شرایط اغتشاشی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. پژوهش پیش رو به بررسی امکان استفاده از مکانیزم‌های پایدارساز مجزا با ساختار بسیار ساده، بجای استفاده از کنترلهای پیچیده، در بهبود عملکرد پرندگان بدون سرنویش، طی پرواز در مسیر مشخص و با وجود اغتشاشات محیطی می‌پردازد. سیستم مورد بررسی، یک کوادر و تور بوده و دو مکانیزم پایدارساز مورد استفاده عبارتند از: ۱-پایدارساز پاندولی کروی و ۲-پایدارساز صلیبی با دو جرم متحرک. در پژوهش‌های انجام شده در زمینه پرندگان بدون سرنویش، استفاده از مکانیزم در پایدارسازی کوادر و تور بسیار محدود بوده و طراحی، مدلسازی، پیاده‌سازی و کنترل مکانیزم‌های پایدارساز، نواوری اصلی صورت گرفته در این پژوهش می‌باشد. در مقاله حاضر با طراحی کنترل مناسب برای هر یک از مکانیزم‌های پایدارساز، عملکرد سیستم، تحت شرایط اغتشاش محیطی بررسی و مقایسه می‌گردد. نتایج بدست آمده در این پژوهش نشان می‌دهد که با استفاده از مکانیزم‌های پایدارساز معرفی شده، مسیر پروازی مطلوب پرندگان، بدون نیاز به روش‌های کنترلی پیچیده به خوبی رديابی می‌شود.

### واژگان کلیدی

کوادر و تور، مکانیزم پایدارساز، کنترل، تعقیب مسیر، شبیه‌سازی

## ۱. مقدمه

استفاده در ربات ماهی برای جلوگیری از چرخش در جهت‌های رول و پیچ<sup>۱</sup> [۱۰] و غیره اشاره کرد. دو مکانیزم پایدارساز مورد استفاده در این پژوهش که در ادامه به تفصیل در مورد آنها بحث می‌شود، پایدارساز پاندولی کروی و پایدارساز صلیبی می‌باشند. اساس عملکرد در این دو پایدارساز تغییر مرکز جرم سیستم می‌باشد. در ادامه، پس از معرفی مکانیزم‌های پایدارساز، معادلات دینامیک سیستم به همراه هریک از پایدارسازها، بصورت مجزا استخراج شده و سپس نحوه طراحی کنترلر کلاسیک، برای سیستم شش درجه آزادی کوادراتور به همراه هریک از پایدارسازها، در طی کردن دو پایدارسازها بیان می‌گردد. در انتهای عملکرد سیستم شش درجه آزادی کوادراتور بدون استفاده از پایدارساز و سیستم هشت درجه آزادی کوادراتور به همراه هر یک از پایدارسازها، در طی کردن دو مسیر پروازی ۱- پرواز و فرود عمودی و ۲- پرواز عمودی و حرکت بر روی مسیر دایره‌ای به صورت مجزا بررسی می‌شود.

## ۲. معرفی پایدارسازها

دو مکانیزم پایدارساز پیشنهاد شده در این مقاله شامل پایدارساز پاندولی کروی و پایدارساز صلیبی با دو جرم متحرک می‌باشند. این دو مکانیزم ساختاری ساده دارند، لذا طراحی و پیاده‌سازی آنها ساده و کم‌هزینه می‌باشد. در ادامه به معرفی هریک پرداخته می‌شود.

### ۱-۱. پایدارساز پاندولی

پایدارساز پاندولی شامل یک پاندول دو درجه آزادی با قابلیت دوران در مختصات کروی توسط دو عملگر با ایجاد گشتاور می‌باشد. با استفاده از این پایدارساز، با تغییر موقعیت جرم پاندول، مرکز جرم پرنده کنترل شده و وضعیت پرنده در وضعیت مطلوب قرار می‌گیرد (شکل ۱). در معادلات دینامیکی برای ساده‌سازی از جرم میله پاندول صرف نظر شده و جرم متصل به پاندول به صورت نقطه‌ای در نظر گرفته شده است.

### ۱-۲. پایدارساز صلیبی

این پایدارساز نیز شامل دو جرم متحرک بر روی دو محور متقاطع می‌باشد، همچنین دو عملگر برای اعمال نیرو در امتداد حرکت هر

امروزه هواپیماهای بدون سرنشین<sup>۱</sup> در زمینه‌های بسیاری مورد استفاده قرار می‌گیرند. از جمله کاربرد UAVها می‌توان به جستجو، عملیات امداد و نجات، عکس برداری، اطفاء حریق و ... اشاره کرد. در این موارد، با وجود آنکه وجود عاملی ناپایدار کننده مانند باد اجتناب ناپذیر است، بایستی پرنده بتواند مسیر تعیین شده را پیموده و ماموریت خود را انجام دهد. بنابراین اتخاذ روش مناسب جهت کاهش اثر این اغتشاشات بر روی سیستم امری ضروری است. تحت کمبود عملگر بودن سیستم کنترلی<sup>۲</sup> و از طرف دیگر وجود کوپلینگ شدید بین زیرسیستم‌ها، همچنین عدم قطعیت در تخمین پارامترهای فیزیکی سیستم، طراحی سیستم کنترلی کوادراتور<sup>۳</sup> را کمی پیچیده می‌کند. به طور معمول در صورتی که اغتشاشاتی<sup>۴</sup> همچون مقاومت باد و غیره رخ ندهند، کنترلرهای کلاسیک برای کنترل پرنده بر روی مسیر مشخص<sup>۵</sup> نتایج قابل قبولی را ارائه می‌دهند [۱-۳]. اما در صورت وجود عوامل اغتشاشی، کنترلرهای کلاسیک رایج عملکرد مطلوبی نداشته و بایستی از کنترلرهای مقاوم استفاده نمود. به عنوان نمونه، میراندا و آگویلار [۴] به منظور کنترل کوادراتور بر روی مسیر در شرایط اغتشاشی، برای کنترل موقعیت پرنده از کنترل کلاسیک PID و برای کنترل وضعیت از کنترلر مدل مبنای<sup>۶</sup> استفاده نموده‌اند. همچنین کنترلرهای غیر خطی برای کنترل پرنده در چنین شرایطی بسیار مورد استفاده می‌باشند [۷-۵].

در این پژوهش سعی بر این است تا بجای استفاده از کنترلرهای پیچیده غیر خطی، با بکارگیری مکانیزم‌های ساده پایدارساز، پاسخ مطلوب در شرایط اغتشاشی حاصل شود. در پژوهش‌های انجام شده در زمینه پرنده‌های بدون سرنشین، استفاده از مکانیزم در پایدارسازی کوادراتور بسیار محدود بوده و طراحی، مدلسازی، پیاده‌سازی و کنترل مکانیزم‌های پایدارساز نوآوری اصلی صورت گرفته در این پژوهش می‌باشد. این مکانیزم‌ها کاربردهای متداولی دارند که از آن جمله می‌توان به مخازن پایدارساز مورد استفاده در کشتی‌ها برای جلوگیری از چرخش در جهت رول<sup>۷</sup> کشته [۸]، پایدارسازهای مورد استفاده در دوربین‌های عکاسی برای جذب لرزش‌های وارد جهت تهیه عکس واضح [۹]، پایدارسازهای ژیروسکوپیک مورد استفاده در پایه دوربین‌های فیلم برداری برای جذب ارتعاشات، پایدارساز مورد

مرکز جرم کوادروتور در دستگاه مختصات اینرسی و همچنین بردار معرف جهت گیری دستگاه مختصات بدنی نسبت به دستگاه مختصات اینرسی یا همان زوایای اویلر می‌باشد

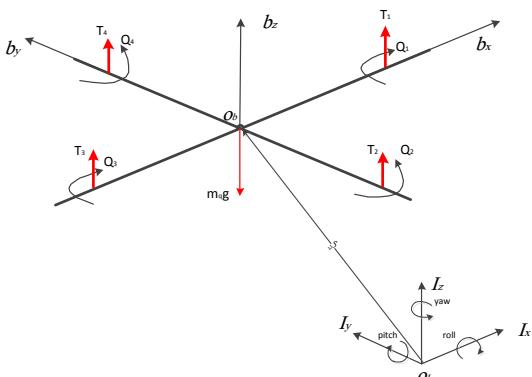
(شکل ۳) که:

$$\begin{cases} \text{roll: } -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \\ \text{pitch: } -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \\ \text{yaw: } -\pi \leq \psi \leq \pi \end{cases} \quad (1)$$

ماتریس دوران از چارچوب بدنی به چارچوب اینرسی از رابطه (۲) بدست می‌آید.

$$R_{lb} = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\theta s\psi - c\varphi s\psi & c\theta s\psi + s\theta s\psi \\ c\theta s\psi & s\theta s\psi + c\varphi c\psi & c\theta c\psi - s\theta s\psi \\ -s\theta & c\theta s\varphi & c\theta c\varphi \end{bmatrix} \quad (2)$$

در رابطه اخیر (۲)  $c(\cdot)$  و  $s(\cdot)$  مخفف  $\cos(\cdot)$  و  $\sin(\cdot)$  می‌باشند.



شکل ۳. دیاگرام آزاد به همراه چارچوب بدنی و چارچوب اینرسی کوادروتور

بردار سرعت خطی مرکز جرم کوادروتور در دستگاه مختصات اینرسی از رابطه (۳) بدست می‌آید که در این رابطه  $v_{Bq}$  سرعت خطی مرکز جرم کوادروتور در دستگاه مختصات بدنی می‌باشد.

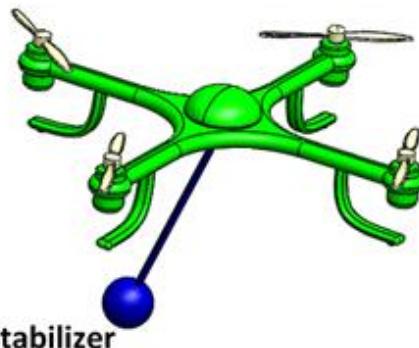
$$\dot{\xi} = [\dot{x} \dot{y} \dot{z}]^T = R_{lb} \cdot v_{Bq} \quad (3)$$

همچنین نرخ زوایای اویلر از رابطه (۴) بدست می‌آید. در این رابطه  $\omega_b$  عبارتست از بردار سرعت دورانی کوادروتور در دستگاه بدنی ( $\omega_b = [p \ q \ r]^T$ ). همچنین ماتریس تبدیل  $P_{lb}$  از رابطه (۵) بدست می‌آید.

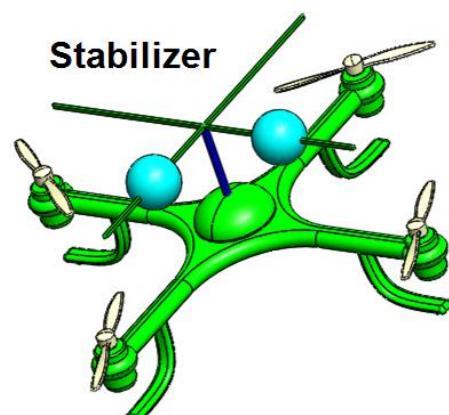
$$\dot{\Theta} = [\dot{\varphi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T = P_{lb} \cdot \omega_b \quad (4)$$

$$P_{lb} = \begin{bmatrix} 1 & s\theta t\theta & c\theta t\theta \\ 0 & c\varphi & -s\varphi \\ 0 & s\varphi/c\theta & c\varphi/c\theta \end{bmatrix} \quad (5)$$

یک از جرمها تعییه شده است (شکل ۲). برای ساده‌سازی از جرم میله‌ها صرف نظر شده است. هم چنین جرمها به صورت جرم نقطه‌ای در نظر گرفته شده است.



شکل ۱. کوادروتور به همراه پایدارساز پاندولی



شکل ۲. کوادروتور به همراه پایدارساز صلبی

در ادامه عملکرد پایدارسازها و نحوه تعامل آنها با کوادروتور به تفصیل ارائه شده است.

### ۳. مدل‌های دینامیکی سیستم تحت کنترل

در این بخش پس از معرفی دستگاه‌های مختصات مورد استفاده و درجات آزادی سیستم، روش به دست آوردن مدل دینامیکی کوادروتور به همراه هریک از پایدارسازها توسط فرمولاسیون اویلر-لاگرانژ بیان شده است.

#### ۳-۱. مدل دینامیکی کوادروتور

برای بدست آوردن معادلات دینامیک سیستم شش درجه آزادی کوادروتور (به صورت جسم صلب) دو چارچوب تعریف می‌شود.

$$B = \{b_x, b_y, b_z\} \quad I = \{I_x, I_y, I_z\}$$

چارچوب بدنی می‌باشند. بردار  $\xi = [x \ y \ z]^T$  معرف موقعیت

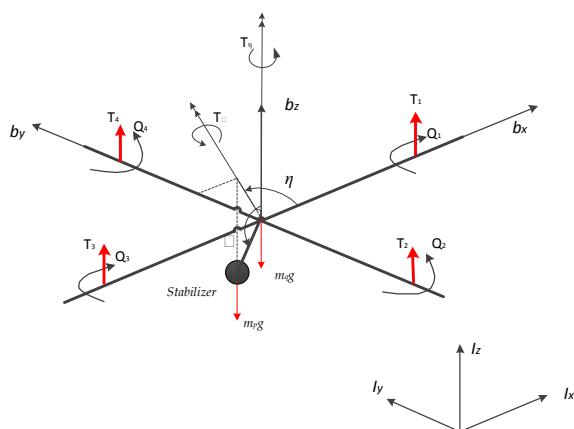
$$f_\xi = R_{lb} f_{\xi_b} = \begin{cases} f_x = (c\varphi s\theta c\psi + s\varphi s\psi)U_1 \\ f_y = (c\varphi s\theta s\psi - s\varphi c\psi)U_1 \\ f_z = (c\theta c\varphi)U_1 \end{cases} \quad (15)$$

$$\tau_\Theta = \begin{cases} U_\varphi \\ U_\theta \\ U_\psi \end{cases} \quad (16)$$

همچنین فرض می‌گردد اغتشاش دو بعدی سینوسی با دامنه‌های  $a_1$  و  $a_2$  با فرکانس‌های  $f_1$  و  $f_2$  در دوجهت  $x$  و  $y$  به سیستم وارد می‌شود. بنابراین رابطه (15) بصورت (17) بازنویسی می‌شود.

$$f_\xi = \begin{cases} f_x + a_1 \sin(f_1 t) \\ f_y + a_2 \sin(f_2 t) \\ f_z \end{cases} \quad (17)$$

**۳-۲. مدل دینامیکی کوادراتور به همراه پایدارساز پاندولی**  
شکل ۴ دیاگرام آزاد کوادراتور به همراه پایدارساز پاندولی کروی را نشان می‌دهد.



شکل ۴. دیاگرام آزاد کوادراتور به همراه پایدارساز پاندولی کروی

بردار مختصات تعمیم یافته پایدارساز پاندولی  $\beta = [0 \ \eta \ \ddot{\zeta}]^T$  می‌باشد که بیانگر موقعیت جرم  $m_p$  متصل به پاندول در دستگاه کروی (شکل ۴) است. همچنین دو گشتاور  $T_\eta$  و  $T_\zeta$  در جهت درجات آزادی مذکور به پایدارساز در نقطه مرکز کوادراتور که محل اتصال جرم آویزان و پایدارساز به کوادراتور می‌باشد، وارد می‌شوند. سرعت جرم  $m_p$  در دستگاه مختصات اینرسی از رابطه (18) بدست می‌آید.

$$v_{Ip} = v_{Iq} + v_{Iq} \frac{v_{Ip}}{l_q} \quad (18-\text{الف})$$

$$v_{Ip} = R_{lb} R_{bp} \begin{cases} 0 \\ \dot{\eta} \\ \dot{\zeta} \end{cases} \quad (18-\text{ب})$$

در رابطه اخیر  $t. = \tan(\cdot)$  می‌باشد. برای انتقال ماتریس ممان اینرسی کوادراتور از دستگاه بدنی به دستگاه اینرسی از رابطه (6) استفاده می‌نماییم. در این رابطه  $J_b$  عبارتست از ماتریس ممان اینرسی کوادراتور در دستگاه مختصات بدنی.

$$J_I = R_{bl}^T \cdot J_b \cdot R_{bl} \quad (6)$$

معادلات دینامیکی حرکت به وسیله فرمولاسیون اوبلر-لاگرانژ (7) مشخص می‌شود.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial q_i} \right) = F_i \quad (7)$$

در (7)،  $L$  لاگرانژین سیستم کوادراتور است که از طریق رابطه (8) بدست می‌آید. همچنین،  $q = [\xi \ \Theta]^T \epsilon R^6$  بردار مختصات تعمیم یافته<sup>۹</sup> و  $F$  نیز بردار نیروهای تعمیم یافته<sup>۱۰</sup> می‌باشند. در این رابطه:

$$L_q = T_q - U_q \quad (8)$$

$$T_q = 1/2 (\dot{\xi}^T \cdot M_q \cdot \dot{\xi}) + 1/2 (\omega_b^T \cdot J_b \cdot \omega_b) \quad (9)$$

$$U_q = M_q \cdot [00g]^T \cdot \xi \quad (10)$$

$U_q$  و  $T_q$  به ترتیب انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل کوادراتور می‌باشد.

روابط (11) و (12) به ترتیب نیروها و گشتاورهای وارد به کوادراتور را در دستگاه مختصات بدنی نمایش می‌دهند.

$$f_{\xi_b} = \begin{cases} 0 \\ 0 \\ T_1 + T_2 + T_3 + T_4 \end{cases} \quad (11)$$

$$\tau_{\Theta_b} = \begin{cases} l(-T_2 + T_4) \\ l(-T_1 + T_3) \\ \sum_{i=1}^4 Q_i \end{cases} \quad (12)$$

در رابطه اخیر  $T_i$  بیانگر نیروی تراست ایجاد شده توسط روتور-پره  $i$  ام و همچنین  $Q_i$  بیانگر گشتاور ایجاد شده ناشی از چرخش روتور-پره  $i$  ام می‌باشد که متناسب با مریع سرعت هریک از روتورها ( $\Omega_i$ ) می‌باشند و خواهی تناسب آنها  $k_T$  و  $k_Q$  هستند.

$$\begin{cases} T_i = k_T \cdot \Omega_i^2 \\ Q_i = (-1)^i \cdot k_Q \cdot \Omega_i^2 \end{cases} \quad (13)$$

برای ساده‌سازی رابطه (14) مورد استفاده قرار گرفته است:

$$\begin{cases} U_1 = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 \\ U_2 = U_\varphi = l(-T_2 + T_4) \\ U_3 = U_\theta = l(-T_1 + T_3) \\ U_4 = U_\psi = \sum_{i=1}^4 (-1)^i Q_i \end{cases} \quad (14)$$

بردار نیروهای تعمیم یافته در دستگاه بدنی از دو قسمت نیروهای انتقالی  $\xi$  و گشتاورهای دورانی  $\tau_\eta$  تشکیل شده است که به صورت روابط (15) و (16) بدست می‌آینند.

همان درجات آزادی مستقل آن عبارتند از  $\gamma = [x_c \ y_c \ 0]^T$  که بیانگر موقعیت جرم‌های  $m_{c1}$  و  $m_{c2}$  (شکل (۵)) می‌باشد. همچنین دو نیروی  $f_{xc}$  و  $f_{yc}$  در جهت حرکت دو جرم پایدارساز به آنها وارد می‌شود. سرعت جرم  $m_{c1}$  در دستگاه مختصات اینرسی از رابطه (۲۹) بدست می‌آید. در این رابطه  $v_{\frac{lc_1}{lq}}$  سرعت نسبی جرم  $m_{c1}$  نسبت به مرکز جرم کوادراتور در دستگاه مختصات اینرسی می‌باشد.

$$v_{lc1} = v_{lq} + v_{\frac{lc_1}{lq}} \quad (۲۹-الف)$$

$$v_{\frac{lc_1}{lq}} = R_{lb} \begin{Bmatrix} \dot{x}_c \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (۲۹-ب)$$

به طور مشابه سرعت جرم  $m_{c2}$  بدست می‌آید.

در نهایت، انرژی جنبشی و پتانسیل پایدارساز صلیبی از رابطه (۳۰) و (۳۱) بدست می‌آید.

$$T_c = (v_{lc1})^T m_{c1} v_{lc1} + (v_{lc2})^T m_{c2} v_{lc2} \quad (۳۰)$$

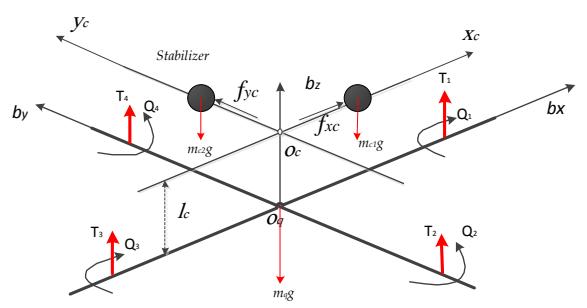
$$U_c = [00g]m_{c1}(X + R_{lb}[x_c 00]^T) + [00g]m_{c2}(X + R_{lb}[0y_c 0]^T) \quad (۳۱)$$

روابط (۲۳) و (۲۴) و (۲۵) دوباره استفاده می‌گردد. در این حالت بردار مختصات تعمیم یافته عبارتست از  $q = [x \ y \ z \ \varphi \ \theta \ \psi \ x_c \ y_c]^T \in R^8$  نیروی تعمیم یافته  $F$  به صورت روابط (۳۲) و (۳۳) و (۳۴) بازنویسی می‌شوند.

$$f_\xi = \begin{Bmatrix} f_x + a_1 \sin(f_1 t) \\ f_y + a_2 \sin(f_2 t) \\ f_z \\ 0 \end{Bmatrix} + R_{lb} \begin{Bmatrix} f_{xc} \\ f_{yc} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (۳۲)$$

$$\tau_\Theta = \begin{Bmatrix} U_\varphi + f_{xc} l_c \\ U_\theta + f_{yc} l_c \\ U_\psi \end{Bmatrix} \quad (۳۳)$$

$$f_\gamma = \begin{Bmatrix} f_{xc} \\ f_{yc} \end{Bmatrix} \quad (۳۴)$$



شکل ۵. دیاگرام آزاد کوادراتور به همراه پایدارساز صلیبی

در این رابطه  $v_{lq}$  سرعت مرکز جرم کوادراتور می‌باشد که از رابطه (۳) بدست می‌آید، همچنین  $v_{\frac{lp}{lq}}$  سرعت نسبی جرم  $m_p$  نسبت به مرکز جرم کوادراتور در دستگاه مختصات اینرسی می‌باشد و  $R_{bp}$  نیز ماتریس دوران از دستگاه مختصات کروی پاندول به دستگاه مختصات بدنی کوادراتور است که از رابطه (۱۹) بدست می‌آید.

$$R_{bp} = \begin{bmatrix} c\eta s\zeta & -l_p s\zeta s\eta & l_p c\zeta c\eta \\ s\eta s\zeta & l_p s\zeta c\eta & l_p c\zeta s\eta \\ c\zeta & 0 & -l_p s\zeta \end{bmatrix} \quad (۱۹)$$

در رابطه اخیر  $l_p$  طول پاندول می‌باشد. انرژی جنبشی و پتانسیل پایدارساز پاندولی کروی به ترتیب از (۲۰) و (۲۱) بدست می‌آیند.

$$T_p = \frac{1}{2} (v_{Ip})^T M_p v_{Ip} \quad (۲۰)$$

$$U_p = [00g]M_p(X + R_{sb}r_{bp}) \quad (۲۱)$$

در رابطه اخیر  $M_p$  ماتریس جرمی قطری پایدارساز پاندولی کروی می‌باشد. همچنین  $r_{bp}$  بردار متصل به جرم  $m_p$  از نقطه مرکز جرم کوادراتور در دستگاه مختصات بدنی می‌باشد که توسط رابطه (۲۲) بیان می‌گردد.

$$r_{bp} = [l_p s\zeta c\eta \ l_p s\zeta s\eta \ l_p c\zeta]^T \quad (۲۲)$$

در این صورت روابط (۸) و (۹) و (۱۰) به صورت روابط (۲۳) و (۲۴) و (۲۵) بازنویسی می‌شوند.

$$L_T = T_T - U_T \quad (۲۳)$$

$$T_T = T_q + T_c \quad (۲۴)$$

$$U_T = U_q + U_c \quad (۲۵)$$

در این حالت بردار مختصات تعمیم یافته عبارتست از  $q = [xyz\varphi\theta\psi\eta\zeta]^T \in R^8$  تعمیم یافته  $F$  به صورت روابط (۲۶) و (۲۷) و (۲۸) بازنویسی می‌شوند.

$$f_\xi = \begin{Bmatrix} f_x + a_1 \sin(f_1 t) \\ f_y + a_2 \sin(f_2 t) \\ f_z \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (۲۶)$$

$$\tau_\Theta = \begin{Bmatrix} U_\varphi + T_z \sin(\eta) \\ U_\theta + T_z \cos(\eta) \\ U_\psi + T_\eta \end{Bmatrix} \quad (۲۷)$$

$$\tau_\beta = \begin{Bmatrix} T_\eta \\ T_z \end{Bmatrix} \quad (۲۸)$$

**۳-۳. مدل دینامیکی کوادراتور به همراه پایدارساز صلیبی**  
شکل (۵) دیاگرام آزاد کوادراتور به همراه پایدارساز صلیبی را نشان می‌دهد. بردار مختصات تعمیم یافته پایدارساز صلیبی یا

شود که اغتشاشات واردہ بر سیستم، اثرات نسبتاً کمی بر زاویه  $\psi$  دارد، بنابراین ضرایب کنترلر مورد استفاده برای کنترل جهت  $\psi$  نباید مقدار زیادی داشته باشد. قانون کنترلی زاویه  $\psi$  که همان ورودی  $U_4$  می‌باشد از رابطه (۳۷) محاسبه می‌گردد.

$$U_4 = U_\psi = K_{\psi p} e_\psi + K_{\psi i} \int e_\psi dt + K_{\psi d} \dot{e}_\psi \quad (37)$$

#### ۲-۲-۴. کنترل زوایای رول و پیچ

با توجه به تقارن هندسی کوادراتور، برای زوایای کوچک، کنترل این دو زاویه تقریباً مستقل از یکدیگر است. حرکت کوادراتور نیازمند محدوده تغییرات بزرگتری برای زوایای رول  $\varphi$  و پیچ  $\theta$  نسبت به زاویه یا و  $\psi$  می‌باشد، زیرا سبب ایجاد شتاب در راستای محورهای  $b_x$  و  $b_y$  می‌گردد [۱۱]. برای کنترل زوایای رول و پیچ، قانون‌های کنترلی (۳۸) و (۳۹) مورد استفاده قرار می‌گیرند.

$$U_2 = U_\varphi = K_{\varphi p} e_\varphi + K_{\varphi i} \int e_\varphi dt + K_{\varphi d} \dot{e}_\varphi \quad (38)$$

$$U_3 = U_\theta = K_{\theta p} e_\theta + K_{\theta i} \int e_\theta dt + K_{\theta d} \dot{e}_\theta \quad (39)$$

#### ۳-۴. فرمان‌های کنترلی پایدارساز

##### ۱-۳-۴. پایدارساز پاندولی

در صورت استفاده از پایدارساز پاندولی کروی، لازم است گشتاورهای  $\{T_3, T_4\}$  تعیین شوند. توجه داریم که گشتاور  $T_\eta$  هم جهت با زاویه  $\psi$  و در راستای محور  $b_z$  می‌باشد که تنها سبب تغییر زاویه  $\psi$  کوادراتور می‌شود. بنابراین برای تولید آن، از فرمان کنترلی (۴۰) استفاده می‌گردد همچنین باستی توجه نمود که گشتاور  $T_3$  دارای دو مولفه  $\begin{cases} T_3 \sin(\eta) = T_\varphi \\ T_3 \cos(\eta) = T_\theta \end{cases}$  همجهت با زوایای  $\varphi$  و  $\theta$  است که سبب تغییر این زوایا می‌شوند. بنابراین برای تولید این دو گشتاور، از فرمان‌های کنترلی (۴۱) و (۴۲) استفاده می‌شود.

$$T_\eta = K_{\eta pp} e_\eta + K_{\eta pi} \int e_\eta dt + K_{\eta pd} \dot{e}_\eta \quad (40)$$

$$T_\varphi = K_{\varphi pp} e_\varphi + K_{\varphi pi} \int e_\varphi dt + K_{\varphi pd} \dot{e}_\varphi \quad (41)$$

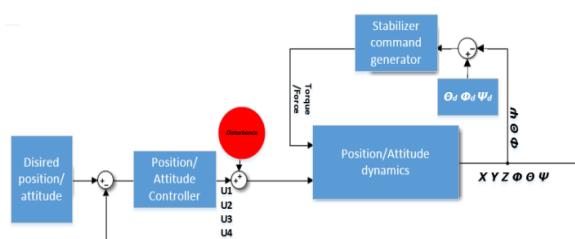
$$T_\theta = K_{\theta pp} e_\theta + K_{\theta pi} \int e_\theta dt + K_{\theta pd} \dot{e}_\theta \quad (42)$$

##### ۲-۳-۴. پایدارساز صلبی

در صورت استفاده از پایدارساز صلبی، باستی نیروهای  $\{f_{xc}, f_{yc}\}$  تعیین شوند. با وارد آمدن نیروی  $f_{xc}$  به جرم  $m_{c1}$  پایدارساز سبب چرخیدن کوادراتور در جهت زاویه  $\varphi$ ، حول محور  $x$  می‌شود که اغتشاشات واردہ بر سیستم، اثرات نسبتاً کمی بر زاویه  $\psi$  دارد، بنابراین ضرایب کنترلر مورد استفاده برای کنترل جهت  $\psi$  نباید مقدار زیادی داشته باشد. قانون کنترلی زاویه  $\psi$  که همان ورودی  $U_4$  می‌باشد از رابطه (۳۷) محاسبه می‌گردد.

#### ۴. طراحی سیستم کنترلی

مزیت استفاده از مکانیزم‌های پایدارساز معرفی شده، عدم نیاز به روش‌های کنترلی پیچیده است. سیستم کوادراتور و پایدارساز با استفاده از کنترلر PID عملکرد بسیار مطلوبی در شرایط مختلف خصوصاً در حضور اغتشاش خواهد داشت. در این قسمت نحوه طراحی سیستم کنترلی کوادراتور به همراه پایدارساز بیان می‌گردد. بدین منظور ابتدا برای سیستم شش درجه آزادی کوادراتور، کنترلر PID طراحی می‌شود و سپس طراحی کنترلر PID برای پایدارساز انجام می‌پذیرد. شماتیک نحوه کنترل کوادراتور در شکل (۶) نشان داده شده است.



شکل ۶. دیاگرام کنترلی کوادراتور به همراه پایدارساز

##### ۱-۴. کنترل موقعیت

کنترل موقعیت افقی ( $x, y$ ) کوادراتور بوسیله تغییر زوایای  $\theta$  و  $\varphi$  صورت می‌پذیرد. نیروی برآیند تراست ایجاد شده ( $U_1$ )، شتاب لیفت عمودی که تقریباً برابر با شتاب گرانش در جهت عمود بر صفحه روتورها می‌باشد را بوجود می‌آورد. تغییرات کوچک زاویه  $\varphi$  نیز سبب ایجاد شتاب عرضی  $\approx \ddot{\varphi} g$  می‌شود. توجه داریم که اگر مقدار زاویه  $\psi$  برابر صفر نباشد، زاویه  $\varphi$  ایجاد شده در صفحه روتورها قرار نگرفته و علاوه بر انحراف محور  $y$  از  $x$  به اندازه  $\varphi$ ، از  $x$  نیز به اندازه  $\psi$  منحرف می‌شود. فرامین کنترلی (۳۴)، (۳۵) و (۳۶) برای اصلاح حرکت و تولید نیروهای  $U_x$ ،  $U_y$  و  $U_z$  در جهت‌های  $x$  و  $y$  می‌باشند.

$$U_x = (s\varphi s\psi c\varphi c\psi s\theta) U_1 \quad (34)$$

$$U_y = (c\varphi s\psi s\theta - c\psi s\varphi) U_1 \quad (35)$$

$$U_z = c\varphi c\theta U_1 \quad (36)$$

##### ۲-۴. کنترل جهت گیری و زوایا

##### ۱-۲-۴. کنترل زاویه یا و

زاویه یا و  $\psi$  کم اهمیت‌ترین زاویه در کنترل سیستم می‌باشد، زیرا هیچ تأثیر مستقیمی بر روی حرکت کوادراتور ندارد. باید توجه

جدول ۲. بهره‌های کنترلی

بهره‌های کنترل کوادراتور				
$K_{px}=K_{py}=50$	$K_{pz}=40$	$K_{pe}=K_{p\theta}=80$	$K_{pv}=12$	$K_{iz}=20$
$K_{p\phi}=K_{p\psi}=K_{dx}=K_{dy}=K_{dz}=8$	$K_{iq}=K_{ip}=K_{iv}=10$	$K_{po}=14$	$K_{py}=6$	
بهره‌های کنترلی پایدارساز پاندولی				
$K_{\phi cp}=K_{\theta cp}=2.4$	$K_{\phi pd}=K_{\theta pd}=K_{vpd}=0.2$	$K_{\phi pi}=K_{\theta ci}=1.8$		
$K_{vpd}=1.2$	$K_{vpi}=0.6$			
بهره‌های کنترلی پایدارساز صلبی				
$K_{\phi cp}=K_{\theta cp}=15$	$K_{\phi cd}=K_{\theta cd}=12$	$K_{\phi ci}=K_{\theta ci}=10$		

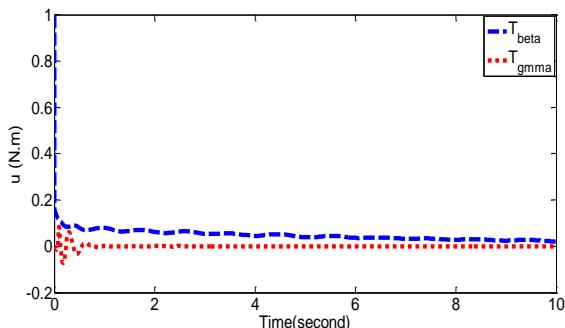
### ۱-۱-۵ پرواز و فرود عمودی (VTOL)

مسیر مطلوب به صورت رابطه (۴۵) در نظر گرفته می‌شود.

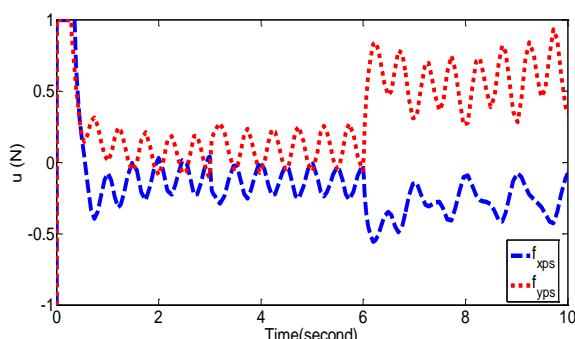
$$(x, y, z) =$$

$$\left(0, 0, \begin{cases} 2.8(t/3) & 0 \leq t \leq 3 \\ 2.83 & 2.83 < t \leq 7 \\ 2.8(10-t)/3 & 7 < t \leq 10 \end{cases}\right) \quad (45)$$

بر اساس نتایج شبیه‌سازی، مقادیر نیرو و ممان عملگرهای پایدارسازها (خروجی کنترل) بر حسب زمان بصورت شکل‌های (۸) و (۹) بدست می‌آیند.



شکل ۸ گشتاور عملگرهای پایدارساز پاندولی برای پرواز و فرود عمودی در شرایط اغتشاشی



شکل ۹ نیروی عملگرهای پایدارساز صلبی برای پرواز و فرود عمودی در شرایط اغتشاشی

همچنین برای طی مسیر پرواز و فرود عمودی در بحرانی ترین حالت، سرعت زاویه‌ای هر یک از روتورها در شکل (۱۰)

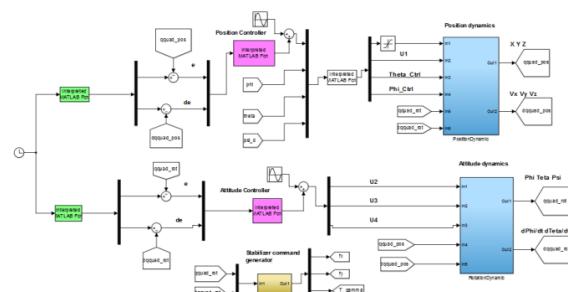
شود. همچنین با وارد آمدن نیروی  $f_{yc}$  به جرم  $m_{c2}$ ، پایدارساز سبب چرخیدن کوادراتور در جهت زاویه  $\theta$ ، حول محور  $b_y$  می‌شود. بنابراین با استفاده از روابط (۴۳) و (۴۴)، فرامین کنترلی برای ایجاد این دو نیرو داده محسنه می‌گردد.

$$f_{xc} = K_{\theta cp} e_\theta + K_{\theta ci} \int e_\theta dt + K_{\theta cd} e_\dot{\theta} \quad (43)$$

$$f_{yc} = K_{\phi cp} e_\phi + K_{\phi ci} \int e_\phi dt + K_{\phi cd} e_\dot{\phi} \quad (44)$$

### ۵. شبیه‌سازی و بررسی نتایج

شبیه‌سازی عملکرد کوادراتور به همراه پایدارساز، با استفاده از نرم‌افزار سیمولینک مطلب صورت پدیدرفته است (شکل ۷) در ادامه، کنترل کوادراتور بر روی مسیر مطلوب در شرایط مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد.



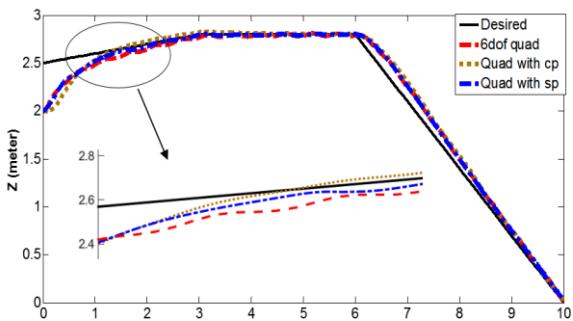
شکل ۷ شبیه‌سازی عملکرد کوادراتور به همراه پایدارساز توسط نرم‌افزار Matlab/Simulink

### ۱-۵. کنترل کوادراتور بر روی مسیر مطلوب

در این قسمت پس از تعریف مسیر مطلوب<sup>۱۳</sup>، نحوه کنترل کوادراتور به همراه پایدارساز به نحوی که انحراف از مسیر مطلوب به حداقل میزان خود برسد ارائه می‌گردد. حرکت کوادراتور بر روی دو مسیر پروازی ۱. پرواز و فرود عمودی<sup>۱۴</sup> و ۲. پرواز عمودی و حرکت بر روی مسیر دایره‌ای، یک بار به تنها یک بار دیگر به همراه هر یک از پایدارسازها به صورت مجزا، مورد بررسی قرار داده شده و با هم مقایسه می‌شوند. شرایط اولیه موقعیت و وضعیت پرنده به ترتیب برابر (۰.۱، ۰.۱، ۰.۳، ۰.۳) رادیان می‌باشند. جداول ۱ و ۲ به ترتیب مقادیر مشخصات سیستم و ضرایب کنترلی را نشان می‌دهند.

جدول ۱. مقادیر پارامترهای ورودی جهت شبیه‌سازی

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
mquad	0.53 kg	mload	0.2 kg
1	m 0.23	mp	1 m
Jx	7.5e-3 (kg/m^2)	mc1=mc2	0.15 kg
Jy	7.5e-3 (kg/m^2)	lc	0.1 m
Jz	1.3e-2 (kg/m^2)	a1=a2	5 N
KQ=KT	10e-7	f1=f2	6.4 Hz

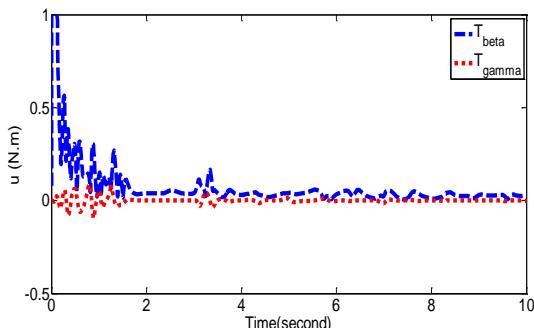


شکل ۱۱.ب. مقایسه مختصه  $Z$  مرکز جرم کوادراتور در دستگاه اینرسی برای پرواز و فرود عمودی در شرایط اغتشاشی

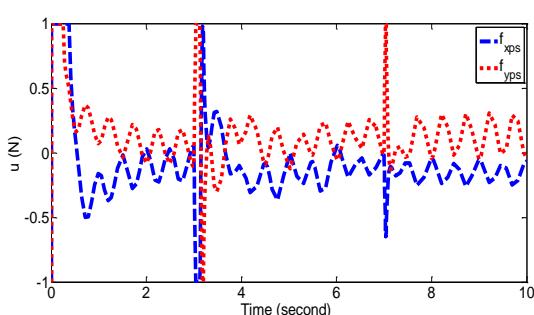
**۵-۱-۵ پرواز عمودی و حرکت بر روی مسیر دایره‌ای**  
در این حالت مسیر مطلوب به صورت رابطه (۴۶) در نظر گرفته می‌شود:

$$(x, y, z) = \begin{cases} (0, 0, 2.7 + (t/10)): t \in [0, 3] \\ (\sin(\pi(t-3)/2), \cos(\pi(t-3)/2), 3): t \in (3, 7] \\ (0, 1, 3): t \in (7, 10) \end{cases} \quad (46)$$

مقادیر نیرو و ممان عملگرهای پایدارسازها بر حسب زمان برای پرواز عمودی و حرکت روی مسیر دایره‌ای در شکل‌های (۱۲) و (۱۳) نشان داده شده است.

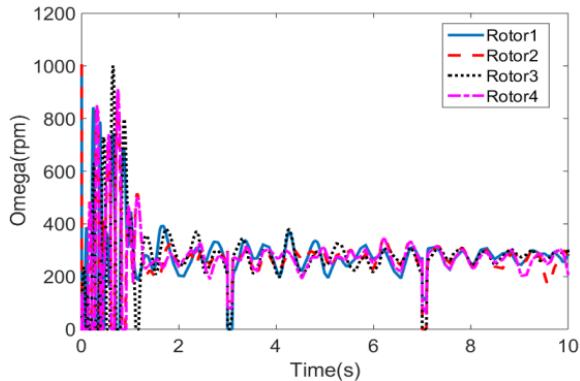


شکل ۱۲. گشتاور عملگرهای پایدارساز پاندولی برای پرواز عمودی و حرکت روی مسیر دایره‌ای در شرایط اغتشاشی



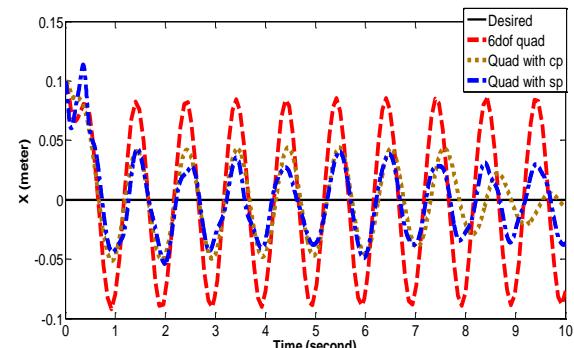
شکل ۱۳. نیروی عملگرهای پایدارساز صلیبی برای پرواز عمودی و حرکت روی مسیر دایره‌ای در شرایط اغتشاشی

نشان داده شده است. در این حالت بیشینه سرعت زاویه‌ای روتورها به ۱۰۰۰ دور بر دقیقه می‌رسد که در محدوده مجاز می‌باشد.



شکل ۱۰. سرعت زاویه‌ای هر یک از روتورها برای پرواز و فرود عمودی در شرایط اغتشاشی

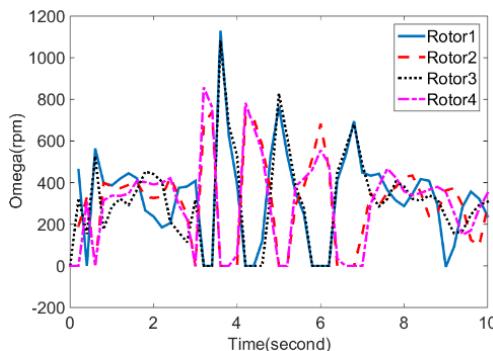
شکل (۱۱) نمودار تغییرات مولفه‌های  $(x, z)$  موقعیت کوادراتور را بر حسب زمان نشان می‌دهد. در این شکل cp معرف پایدارساز صلیبی و sp معرف پایدارساز پاندولی می‌باشد. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که استفاده از پایدارساز منجر به کاهش دامنه نوسانات می‌گردد. شکل (۱۱) نشان می‌دهد که پایدارساز صلیبی عملکرد بهتری در کاهش اثر اغتشاشات در پرواز و فرود عمودی داشته است. دامنه نوسانات در راستای محور  $x$  در حدود ۵۰ درصد (۸ سانتی متر) کاهش می‌یابد (شکل (۱۱)). همچنین ۶ دامنه نوسانات در راستای محور  $z$  نیز به میزان حدود ۳۸ درصد (۶ سانتی متر) کاهش یافته است. در راستای محور  $z$  نیز زمان برخاست سیستم به میزان ۲۰ درصد بهبود یافته است.



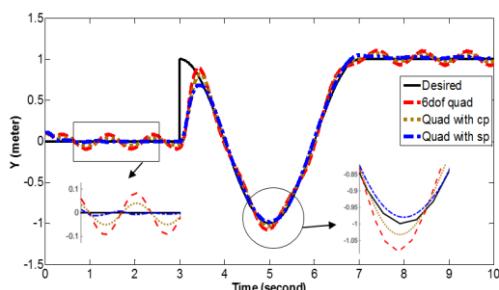
شکل ۱۱.آ. مقایسه مختصه  $X$  مرکز جرم کوادراتور در دستگاه اینرسی برای پرواز و فرود عمودی در شرایط اغتشاشی

است، دامنه اغتشاشات در راستای محور  $x$  در حدود ۴۰ درصد (۴۶سانتی متر) و در راستای محور  $y$  در حدود ۳۳ درصد (۳سانتی متر) کاهش می‌یابد. همچنین در جهت  $z$ ، دامنه نوسانات و زمان برخاست در حدود ۲۰ درصد و فراجهش سیستم در حدود ۱۰ درصد بهبود یافته است.

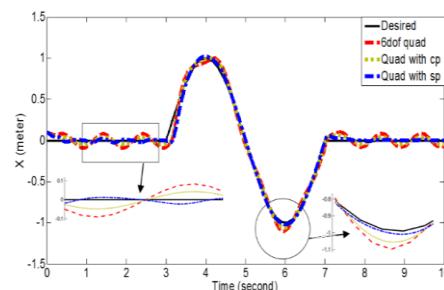
همچنین سرعت زاویه‌ای هر یک از روتورها در شکل (۱۴) نشان داده شده است. شکل (۱۵) نمودار تغییرات مولفه‌های ( $x, z$ ) موقعیت کوادرورتور را بر حسب زمان نشان می‌دهد. نتایج شبیه‌سازی نشان دهنده عملکرد مناسبتر پایدارساز پاندولی در این حالت می‌باشد و استفاده از پایدارساز منجر به کاهش قابل توجه دامنه نوسانات می‌گردد. همانطور که در شکل (۱۵) مشخص



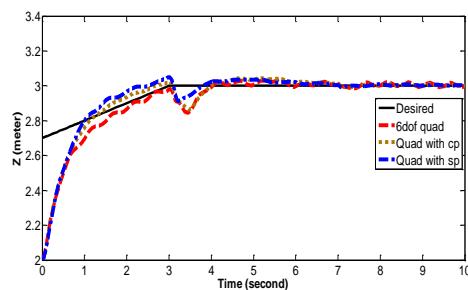
شکل ۱۴. نیروی عملگرهای پایدارساز صلیبی برای پرواز عمودی و حرکت روی مسیر دایره‌ای در شرایط اغتشاشی



شکل ۱۵. ب. مقایسه مختصه  $y$  مرکز جرم کوادرورتور در دستگاه اینرسی در شرایط اغتشاشی



شکل ۱۵. آ. مقایسه مختصه  $x$  مرکز جرم کوادرورتور در دستگاه اینرسی در شرایط اغتشاشی



شکل ۱۵. ج. مقایسه مختصه  $z$  مرکز جرم کوادرورتور در دستگاه اینرسی در شرایط اغتشاشی

سیستم کوادرورتور بدست آمدند و در ادامه پایدارسازها به سیستم اضافه شده و معادلات دینامیک به همراه پایدارسازها بروزرسانی شدند. به منظور بررسی تأثیر استفاده از مکانیزم‌های اضافه شده، فرض گردید که پرنده در معرض یک اغتشاش دو بعدی قرار می‌گیرد و کنترلر PID مناسب برای پرنده و هر یک از پایدارسازها طراحی گردید. نهایتاً با تعریف دو مسیر پروازی، پرواز کوادرورتور به

## ع. نتیجه گیری

در این پژوهش، به بررسی امکان استفاده از مکانیزم‌های ساده پایدارساز به منظور بهبود رفتار پرنده‌های بدون سرنشین در پیمایش مسیر تحت شرایط اغتشاشی بجای استفاده از کنترلرهای غیر خطی پیچیده پرداخته شد. در همین راستا ابتدا دو مکانیزم پایدارساز صلیبی و پاندولی معرفی شدند. سپس معادلات دینامیکی

نشان داد این پایدارساز، اغتشاشات در راستای محور  $x$  را به میزان  $40^\circ$  درصد و در راستای محور  $y$  به میزان  $30^\circ$  درصد کاهش داد و منجر به کاهش زمان برخاست و فرجهش در راستای محور  $z$  گردید. نتایج شبیه‌سازی نشان داد که بجای استفاده از کنترلرهای پیچیده غیرخطی، با تجهیز کوادروتورهای خودگردان به مکانیزم پایدارساز می‌توان عملکرد پرنده در تعقیب مسیر ورودی تحت شرایط اغتشاشی محیطی، مانند باد را بهبود بخشید.

همراه پایدارساز شبیه‌سازی شد. نتایج شبیه‌سازی، عملکرد مطلوب مکانیزم‌های پایدارساز در کاهش اغتشاشات واردہ به سیستم را نشان داد. در مسیر پروازی پرواز و فرود عمودی، پایدارساز صلیبی عملکرد بهتری از خود نشان داد که منجر به کاهش دامنه نوسانات به میزان  $50^\circ$  درصد در راستای محور  $x$  و  $38^\circ$  درصد در راستای محور  $y$  گشته و سبب کاهش زمان برخاست به میزان  $20^\circ$  درصد در راستای محور  $z$  گردید. در مسیر پروازی پرواز عمودی و حرکت روی مسیر دایره‌ای، پایدارساز پاندولی عملکرد بهتری

## ۶. مأخذ

- [1] S. Bouabdallah, Design and control of quadrotors with application to autonomous flying, PhD thesis, Univercity of EPFL, Lausanne, Switzerland, 2004.
- [2] A. Rafi Al Tahtawi, M. Yusuf, Low-cost quadrotor hardware design with PID control system as flight controller, TELKOMNIKA, Vol 17, No 4, pp. 1923-1930, 2019.
- [3] R. Thusoo, S.Jain, PID Control of a Quadrotor, Advances in Communication and Computational Technology, pp. 633-645, 2021
- [4] R. Miranda, L.T.Aguilar, Robust PID control of quadrotors with power reduction analysis, ISA Transactions, Vol 98, pp. 47-62, 2020.
- [5] G. Zhu, S. Wang, L. Sun, Output Feedback Adaptive Dynamic Surface Sliding-Mode Control for Quadrotor UAVs with Tracking Error Constraints, Complexity: Theory and Applications of Complex Cyber-Physical Interactions, pp. 1-23, 2020.
- [6] Jia Z, Yu J, Mei Y, Chen Y, Shen Y, Ai X Integral backstepping sliding mode control for quadrotor helicopter under external uncertain disturbances, Aerospace Science and Technology, Vol 68, pp. 299-307, 2017.
- [7] M. Labbadi and M.Cherkaoui, Robust adaptive backstepping fast terminal sliding mode controller for uncertain quadrotor UAV, Aerospace Science and Technology, Vol 99, pp. 290-304, 2020.
- [8] J. Bell and P.Walker, Actived and passive controlled fluid tank system for ship stabilization, Transactions of Society of Naval Architects and Naval Engineers IMarEST, vol. 74, pp. 150-151, 1996.
- [9] S. Ishizuka, A. Nikami and M. Sato, Control techniques for optical image stabilizing system, Consumer Electronics, IEEE Transactions on, vol. 39, pp. 461-466, Jun 1993.
- [10] P. Suebsaiprom, C. L . Lin, 2-DOF barycenter mechanism for stabilization of fish-robots, Industrial Electronics and Applications (ICIEA), 2013 8th IEEE Conference on, Melbourne, VIC, June 2013.
- [11] M. Wierema, Design, implementation and flight test of indoor navigation and control system for quadrotor UAV, M.S. thesis, Faculty of Aerospace Engineering, Delft University of Technology, Netherlands, 2008.

## پی‌نوشت

- 
- 1 . Unmanned aerial vehicles (UAVs)
  - 2 . Under actuating control system
  - 3 . Quad-rotor
  - 4 . Disturbance
  - 5 . Trajectory tracking
  - 6 . Model Base
  - 7 . Roll
  - 8 . Pitch
  - 9 . Generalized coordinate
  - 10 . Generalized forces
  - 11 . Lateral acceleration
  - 12 . Yaw
  - 13 . Desired trajectory
  - 14 . Vertical takeoff and landing(VTOL)