

# ارزیابی عددی ارتعاشات انتقالی در پایداری ماهواره با بوم گرادیان تلسکوپی و تعیین پارامترهای هندسی طراحی با الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۶/۱

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۷/۱۰

فرهاد فرهنگ لاله<sup>۱\*</sup>، عادل پورتقی مرزروود<sup>۲</sup>، عقیل یوسفی کوما<sup>۳</sup>

۱. کارشناس پژوهشی، پژوهشگاه فضایی ایران، پژوهشکده رانشگرهای فضایی، ایران تبریز f.farhang@isrc.ac.ir

۲. کارشناس پژوهشی، پژوهشگاه فضایی ایران، پژوهشکده رانشگرهای فضایی، ایران تبریز

۳. استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران

## چکیده

تعیین مشخصات هندسی بوم تلسکوپی برای پایداری ماهواره و کاهش ارتعاشات انتقالی آن از موضوعات بسیار مهمی است که برای طراحی یک بوم پایدارساز ماهواره باید مورد توجه قرار گیرد. در این پژوهش، با توجه به نسبت بالای جرم ماهواره به بوم، بوم به صورت یک تیر یکسرگیردار با روش المان محدود مدل‌سازی شده و جابه‌جایی اولیه‌ای متناسب با شکل مود اول آن در نظر گرفته شده است. نیرو و گشتاورهای تکیه‌گاهی تیر با استفاده از روش حل دینامیکی نیومارک برای مدل المان محدود محاسبه شده است، با این مقادیر زوایای اولیه ماهواره مورد ارزیابی قرار گرفته که در این پژوهش جابه‌جایی بحرانی تیر که تغییرات جانبی آن می‌باشد، بررسی شده است. برای پایداری، طول بوم باید افزایش پیدا کند در حالی که برای کاهش ارتعاشات ماهواره طول کوتاه مورد نظر است. با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه، تعارض طول برای دستیابی به مشخصات هندسی مناسب حل شده است. نتایج نشان می‌دهد که پایداری و ارتعاشات انتقالی از تیر به ماهواره بسیار مهم است و انتخاب درست هندسه بر این دو موضوع اثر بسزایی دارد.

واژه‌های کلیدی: بهینه‌سازی چندهدفه، تحلیل ارتعاشات، دینامیک ماهواره، پایداری ماهواره، بوم تلسکوپی.

۲۰۵

سال دهم - شماره ۱

بهار و تابستان ۱۴۰۰

نشریه علمی

دانش و فناوری هوافضا



ارزیابی عددی ارتعاشات انتقالی در پایداری ماهواره با بوم گرادیان تلسکوپی و تعیین پارامترهای هندسی طراحی با الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات

## Numerical evaluation of transmission vibrations in satellite stability using telescopic gradient boom and determination of geometric design parameters using particle swarm optimization algorithm

Farhad Farhgang laleh<sup>1</sup>, Adel Pourtaghi Marzrood<sup>2</sup>, Aghil Yousefi Koma<sup>3</sup>

1,2. Iranian Space Research Center/Space Thrusters Research Institute, Tabriz, F.Farhang@isrc.ac.ir

3. Faculty of Mechanical Engineering of Tehran university, Tehran

### Abstract

Determining the geometrical characteristics of the telescopic booms for the stability of the satellite and reducing its transmission vibrations is one of the most important issues that should be considered for designing a satellite stabilization booms. In this study, due to the high ratio of satellite mass to the booms, the booms is modeled as a cantilever beam with finite element method and the initial displacement in accordance with the shape of the first mode is considered for it. The supports forces and torques were calculated using the Newmark dynamic solution method for the finite element model. With these values, the Eulerian angles of the satellite have been evaluated. In this study, the critical displacement of the beam, which is its lateral displacement, has been investigated. For stability, the length of the booms should be increased, while for decreasing the vibrations of the satellite, a short length is desired. Using multi-objective optimization algorithm, the conflict has been resolved to achieve the appropriate geometry. The results show that the stability and vibrations transmitted from the beam to the satellite are very important and the correct choice of geometry has a good effect on these two issues.

**Keywords:** Multi-objective Optimization, Vibration Analysis, Satellite Dynamics, Satellite Stability, Telescopic Booms.

## ۱. مقدمه

که با استقرار بوم‌ها می‌چرخد. هنگامی که بوم روی قرقره پیچیده می‌شود، بوم‌ها باید در چندین لایه در طول و عرض قرقره پیچیده شوند، این روند سیم‌پیچی غیرقابل پیش‌بینی بوده و تأثیر مستقیمی بر پویایی استقرار در مورد باز شدن فعال و غیرفعال دارد [۳۱].

باتوجه به اهمیت ارتعاشات بوم در ماهواره و به‌طور کلی مسائل مشابه، تحقیقات گسترده‌ای بر رفتار دینامیکی تیر متصل به یک جرم سنگین‌تر صورت گرفته است. در [۱۱، ۱۲] درباره پارامترهای طراحی سازه بازشونده ماهواره تحقیقاتی صورت گرفته است. در [۱۳] نیز یک حل تحلیلی تقریبی برای دینامیک بوم متصل به فضاپیما با در نظر گرفتن شکل مودهای مشخص ارائه شده است. حل تحلیلی برای دینامیک تیرها با طول ثابت تحت تحریک پایه توسط [۱۴] توسعه پیدا کرد. در [۱۵] با در نظر گرفتن توابع شکل متغیر با زمان، معادلات حرکت به صورت معادله دیفرانسیل معمولی با ضرایب متغیر به دست آمده است. در [۱۶] فرایند باز شدن یک بوم قابل توسعه منعطف بررسی شده است. در این پژوهش، برای تعیین ارتعاشات ناشی از حرارت، یک المان تیر دینامیکی-حرارتی بر اساس مختصات ندال مطلق در نظر گرفته شده است که توانایی توصیف جابه‌جایی‌های بزرگ، چرخش و جابه‌جایی جسم منعطف را دارد. در [۱۷] روشی برای پایداری گرادیان جاذبه سه محوره ماهواره در مدار دایره‌ای ارائه شده که در آن تنها از یک عملگر استفاده می‌شود. در این پژوهش ماهواره‌ای با طول متغیر بوم، متشکل از دو جسم صلب شامل بدنه اصلی و جرم متصل به انتهای بوم در نظر گرفته می‌شود که در راستای بوم نسبت به هم امکان حرکت را دارند. پایداری ماهواره مجهز به بوم در شرایط مختلف ارزیابی شده است.

پایداری و کنترل سطح ارتفاع ماهواره، از مسائلی است که در طراحی ماهواره بسیار مهم است [۱]. برای پایداری ماهواره در فضا مکانیزم‌های مختلفی وجود دارد که شامل استفاده از چرخ‌های عکس‌العملی، تراسترها و ترکیبی از مکانیزم‌ها می‌باشد [۲، ۶]. در مواردی دیگر از بوم گرادیان برای رفع مشکل کنترل ارتفاع ماهواره‌های مکعبی در مدارهای پایین زمین تنها با استفاده از گشتاورهای محیطی استفاده شده است [۳۰]. یکی از مکانیزم‌های پایداری برای ماهواره‌های ارتفاع پایین استفاده از بوم تلسکوپی است [۷]. بوم تلسکوپی با ایجاد یک ممانتوم به ماهواره کمک می‌کند که متناسب با اهداف ارسالی خود، در یک موقعیت مشخص نسبت به زمین قرار گیرد و وظایف مخابراتی را به درستی انجام دهد. زمانی که یک ماهواره به فضا پرتاب می‌شود، هنگام جدایش ماهواره از پرتابگر، ماهواره یک دوره گذار را برای رسیدن به پایداری طی می‌کند. هم‌زمان با طی کردن دوره گذار، بوم برای پایداری ماهواره شروع به باز شدن می‌کند. در شروع باز شدن بوم، یک جابه‌جایی اولیه روی آن ایجاد می‌شود که متناسب با شکل مود اول تیر است و ارتعاشات آزاد آن را می‌سازد. پژوهشگران زیادی درباره انواع مکانیزم‌های بوم گرادیان تحقیق کرده‌اند تا بتوانند بوم با مشخصات هندسی مناسب را برای یک ماهواره مشخص طراحی کنند و بسازند به گونه‌ای که هم بتواند پایداری ماهواره را تضمین کند و هم با یک وزن محدود، ارتعاشات منتقله بوم به ماهواره در شرایط گذار را کاهش دهد. [۸، ۱۰]

یکی از مکانیزم‌های دیگر موجود در بوم‌های گرادیان جاذبه، مکانیزم بوم سیمی است. به‌طور کلی، سیم بوم‌ها در اطراف یک قرقره معمولی پیچیده می‌شود



این پژوهش با مدل کردن بوم تلسکوپی به صورت یک تیر یکسرگیردار و با در نظر گرفتن جابه‌جایی اولیه تیر متناظر با رفتار شکل مد اول، قصد دارد هندسه مناسب برای بوم را طوری انتخاب کند تا هم پایداری ماهواره تضمین شود و هم ارتعاشات منتقل شده به ماهواره کاهش یابد. برای در نظر گرفتن شرایط اولیه متناسب، فرمولی وابسته به مشخصات دینامیکی تیر تعیین و به کار گرفته شده است. برای مدل‌سازی تیر، از روش المان محدود استفاده شده و برای حل این معادلات در حوزه زمان از روش دینامیکی نیومارک بهره گرفته شده است. با محاسبه نیرو و گشتاور تکیه‌گاهی و اعمال آن در معادلات دینامیکی اوپلری ماهواره، ارتعاشات ماهواره به دست می‌آید. برای دستیابی به هندسه مناسب برای حل چالش ارتعاشات و پایداری، از الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه اجتماع ذرات استفاده شده است تا در مقابله با دو هدف مطلوب، هندسه مناسب را محاسبه کند. نوآوری‌های مقاله به‌طور خلاصه در زیر اشاره شده است:

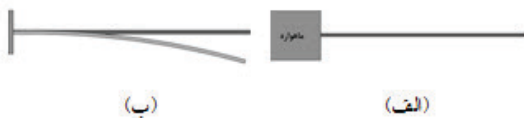
- ارائه مدلی مناسب برای تنظیم شرایط اولیه یکسان برای بوم با طول‌های مختلف؛
- ارائه مدل ساده پاندول معکوس برای معیار پایداری ماهواره؛
- استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه اجتماع ذرات برای تعیین مشخصات هندسی بوم تلسکوپی.

## ۲. مدل‌سازی

در این بخش چگونگی مدل‌سازی، معادلات دینامیکی و پایداری آن مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

### ۲-۱. مدل‌سازی بوم تلسکوپی

با توجه به بالا بودن جرم ماهواره نسبت به بوم (جرم ماهواره ۱۰۰ کیلوگرم و جرم تیر کمتر از ۲۰ درصد تیر در نظر گرفته شده است)، می‌توان بوم را به‌عنوان یک تیر یکسرگیردار در نظر گرفت [۱۵]، شکل ۱ شماتیک آن را نشان می‌دهد.



شکل ۱ الف) اتصال بوم به ماهواره ب) شماتیک مدل بوم گرادیان به صورت تیر یکسرگیردار با جابه‌جایی اولیه

بنابراین مسئله بوم تلسکوپی ماهواره را می‌توان با یک مسئله تیر یکسرگیردار معادل‌سازی کرد و معادلات و حل مسئله را روی آن اجرا کرد. با توجه به تغییرات کوچک جابه‌جایی در تیر معادل، همچنین بالا بودن ابعاد هندسی تیر و بالا بودن ضریب لاغری، فرضیات اوپلر-برنولی برای مسئله حاکم می‌باشد. معادله یک سیستم دینامیکی در حالت کلی به صورت رابطه (۱) می‌باشد [۱۸]

(۱)

$$[M] \{X\} + [C] \{\dot{X}\} + [K] \{X\} = \{F(t)\}$$

در رابطه (۱)، [M] ماتریس جرمی، [C] ماتریس میرایی، [K] ماتریس سفتی، {X} بردار جابه‌جایی و {F(t)} بردار نیروی اعمالی در هر لحظه از زمان است. با توجه به ناچیز بودن نیروهای وارده به بوم مثل نیروی ناشی از میدان مغناطیسی در فضا، می‌توان از آن‌ها صرف نظر کرد [۱۹].

$$\{F(t)\} = 0 \quad (۲)$$

همان‌طور که در مقدمه نیز به آن اشاره شد، تیر در





ابتدای باز شدن، تحت یک جابه‌جایی اولیه قرار می‌گیرد که متناسب با شکل مود اول تیر فرض می‌شود و این جابه‌جایی اولیه به مشخصات هندسی تیر بستگی دارد. شکل مود اول تیر اوپلر-برنولی به صورت رابطه (۳) می‌باشد [۱۵]:

$$X_{1^{st} \text{ mode shape}} = (\cosh(\lambda_i x) - \cos(\lambda_i x)) - \left( \frac{\cosh(\lambda_i) + \cos(\lambda_i)}{\sinh(\lambda_i) + \sin(\lambda_i)} \right) [\sinh(\lambda_i x) - \sin(\lambda_i x)] \quad (3)$$

با توجه به ضرورت تعیین شرایط یکسان برای تیر با طول‌های مختلف، برای بررسی ارتعاشات و پایداری، باید مدلی ارائه شود که این شرایط اولیه را متناسب با تغییر هندسه تیر در نظر بگیرد. بنابراین شرایط اولیه برای تیر با طول‌های مختلف به صورت ضریبی ارائه شده که این ضریب به مشخصات دینامیکی شامل اینرسی و سختی تیر بستگی دارد.

(۴)

$$\dot{X}(0) = 0, X(0) = X_{init}(M, K) * X_{1^{st} \text{ mode shape}}$$

در رابطه (۴)،  $M$  جرم،  $K$  سختی تیر،  $X_{init}$  ضریب تناسب شرایط اولیه برای تیر با طول مختلف،  $X(0)$  و  $\dot{X}(0)$  به ترتیب جابه‌جایی و سرعت اولیه را نشان می‌دهد.

برای اعمال شرایط اولیه یکسان برای تیر با طول‌های مختلف، باید نسبتی بین جابه‌جایی اولیه و مشخصات دینامیکی مشخص گردد. برای تعیین یک نسبت مناسب، در این مقاله از معادله دینامیکی یک تیر به صورت یک درجه آزادی استفاده می‌شود. معادله دینامیکی ساده برای یک تیر به صورت رابطه (۵) در

نظر گرفته می‌شود:

$$M \ddot{X} + KX = 0 \quad (5)$$

با در نظر گرفتن نسبت شتاب به جابه‌جایی برای تیر، رابطه (۶) به دست می‌آید:

$$\frac{\ddot{X}}{X} = -\frac{M}{K} = \frac{\rho AL}{kEI} \propto L^4 \quad (6)$$

با فرض ثابت بودن جنس و سطح مقطع برای یک تیر، می‌توان نسبت شرایط اولیه مورد نظر برای هر تیر را با رابطه توان چهارم طول در نظر گرفت. بنابراین جابه‌جایی اولیه اعمالی برای هر تیر با توان چهارم طول ضرب می‌شود. برای سادگی تحلیل و امکان بررسی مناسب ماکزیمم جابه‌جایی، از اثرات میرایی بر رفتار تیر صرف نظر شده است ( $[C]=0$ ). در این پژوهش مدل سازی تیر با استفاده از روش المان محدود انجام شده که ماتریس‌های جرمی و سختی هر المان در رابطه ۷ آمده است [۲۰]:

$$M_e = \left( \frac{\rho A l_e}{420} \right) \begin{bmatrix} 156 & 22l_e & 54 & -13l_e \\ & 4l_e^2 & 13l_e & -3l_e^2 \\ & & 156 & -22l_e \\ \text{sym.} & & & 4l_e^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$K_e = \left( \frac{EI}{l_e^3} \right) \begin{bmatrix} 12 & 6l_e & -12 & 6l_e \\ & 4l_e^2 & -6l_e & 2l_e^2 \\ & & 12 & -6l_e \\ \text{sym.} & & & 4l_e^2 \end{bmatrix}$$

با محاسبه ماتریس کلی سختی و جرمی و اعمال شرایط مرزی (جابه‌جایی انتهایی صفر و جابه‌جایی آزاد محل اتصال وزنه) و اولیه، می‌توان با روش دینامیکی نیومارک، پاسخ رفتاری تیر را به دست آورد. یکی از محبوب‌ترین روش‌ها برای حل معادلات دینامیکی در حوزه زمان، روش‌های مبتنی بر خانواده

نیومارک است. این روش بر اساس رابطه‌های (۸) و (۹) می‌باشد [۲۱]:

(۸)

$$\dot{X}_{t+\Delta t} = \dot{X}_t + \Delta t \left[ (1-\gamma)\ddot{X}_t + \gamma\ddot{X}_{t+\Delta t} \right]$$

$$X_{t+\Delta t} = X_t + \Delta t \dot{X}_t + (\Delta t)^2 \quad (۹)$$

$$\left[ \left( \frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{X}_t + \beta \ddot{X}_{t+\Delta t} \right]$$

در رابطه‌های (۸) و (۹)،  $\beta$  و  $\gamma$  پایداری و دقت الگوریتم را مشخص می‌کنند. برای  $\beta=1/6$  و  $\gamma=1/2$  رابطه‌های (۸) و (۹) متناظر با روش شتاب خطی است. نیومارک روشی را پیشنهاد داده که با در نظر گرفتن شتاب ثابت در یک بازه زمانی  $\Delta t$ ، به صورت غیر مشروط پایدار است که این روش با میانگین شتاب‌ها در انتهای هر گام زمانی با در نظر گرفتن  $\beta=1/4$  و  $\gamma=1/2$  برابر است. این ضرایب با استفاده از الگوریتم ارائه شده در پژوهش مرجع [۲۲] استخراج شده‌اند. برای حل جابه‌جایی، سرعت و شتاب در گام  $t+\Delta t$ ، معادله‌های تعادل حرکت نیز باید در نظر گرفته شود:

(۱۰)

$$M \ddot{X}_{t+\Delta t} + C \dot{X}_{t+\Delta t} + K X_{t+\Delta t} = R_{t+\Delta t}$$

برای اجرای این روش، باید گام‌های زیر انجام شود:

- تعیین ماتریس‌های  $M$ ،  $K$  و  $C$  با استفاده از مشخصات هندسی و دینامیکی مسئله؛
- تعیین شرایط اولیه جابه‌جایی، سرعت و شتاب تیر؛

- انتخاب گام زمانی ( $\Delta t$ ) و پارامترهای نیومارک ( $\beta$  و  $\gamma$ ) و تعیین ثوابت انتگرال به صورت رابطه

(۱۱): [۲۲]

$$a_0 = \frac{1}{\gamma \Delta t^2}, \quad a_1 = \frac{\beta}{\gamma \Delta t}, \quad a_2 = \frac{1}{\gamma \Delta t}, \quad (۱۱)$$

$$a_3 = \frac{1}{2\gamma} - 1, \quad a_4 = \frac{\beta}{\gamma} - 1$$

$$a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\beta}{\gamma} - 2 \right);$$

$$a_6 = \Delta t (1 - \beta), \quad a_7 = \Delta t \beta$$

● تشکیل ماتریس سختی مؤثر در روش نیومارک.

$$\hat{K} = K + a_0 M + a_1 C \quad (۱۲)$$

بعد از محاسبات اولیه برای استفاده از روش نیومارک، باید الگوریتم اجرایی در هر گام زمانی نیز تعیین شود که مراحل آن در زیر اشاره شده است. محاسبه بار مؤثر در لحظه  $t+\Delta t$

$$\hat{R}_{t+\Delta t} = R_{t+\Delta t} + \quad (۱۳)$$

$$M \left( a_0 X_t + a_2 \dot{X}_t + a_3 \ddot{X}_t \right) +$$

$$C \left( a_1 X_t + a_4 \dot{X}_t + a_5 \ddot{X}_t \right)$$

محاسبه جابه‌جایی در لحظه  $t+\Delta t$

$$\hat{X}_{t+\Delta t} = \hat{K}^{-1} \hat{R}_{t+\Delta t} \quad (۱۴)$$

محاسبه سرعت و شتاب در لحظه  $t+\Delta t$

$$\dot{X}_{t+\Delta t} = a_0 (X_{t+\Delta t} - X_t) - a_2 \dot{X}_t - a_3 \ddot{X}_t \quad (۱۵)$$

$$\ddot{X}_{t+\Delta t} = \ddot{X}_t + a_6 \dot{X}_t + a_7 \ddot{X}_{t+\Delta t} \quad (۱۶)$$

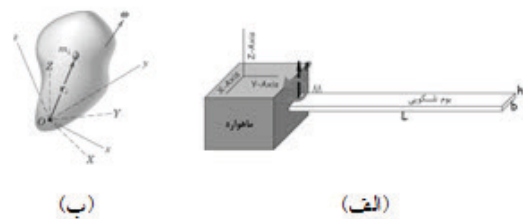
با تکرار این سه مرحله در هر گام زمانی، همه پارامترهای معادله شامل جابه‌جایی، سرعت و شتاب به



دست می آید و با استفاده از این مشخصات می توان نیرو و گشتاور تکیه گاهی را برای اعمال به معادلات اویلری ماهواره به دست آورد.

### ۲-۲. معادلات دینامیکی اویلری ماهواره

برای محاسبه گشتاور انتقالی از بوم تلسکوپی به ماهواره و تعیین زوایای اویلری ماهواره، باید از دینامیک سه بعدی استفاده شود که تصویر آن در شکل ۲ نشان داده شده است.

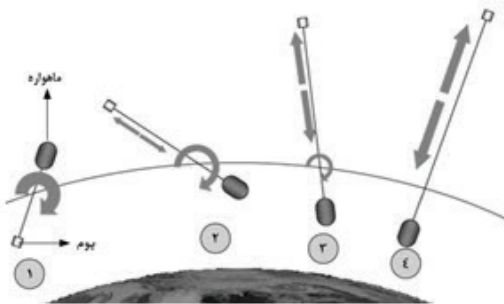


شکل ۲ الف) نمایش سه بعدی اتصال تیر به ماهواره و نمایش نیرو و گشتاور اعمالی شماتیک ب) دینامیک سه بعدی یک جسم در فضا

ماهواره حول هر محور،  $I_{jj}$  ممان اینرسی ماهواره حول محورها،  $\omega_j$  سرعت زاویه ای ماهواره و  $\dot{\omega}_j$  شتاب زاویه ای ماهواره حول هر محور را نشان می دهد. اثر اینرسی بوم تنها حول محور X در نظر گرفته می شود زیرا حول محورهای دیگر ناچیز می باشد و می توان از آن صرف نظر کرد.

### ۲-۳. پایداری ماهواره

زمانی که ماهواره در مدار قرار می گیرد، بوم برای پایداری باز می شود تا با ایجاد گشتاور، بتواند جلوی چرخش ماهواره را بگیرد و ماهواره در راستای معینی که برای آن در نظر گرفته شده، ثابت شود. شکل ۳ این مطلب را به خوبی نشان می دهد.



شکل ۳ فرایند نقش پایدارساز بوم در ماهواره [۲۴]

همان طور که در شکل ۳ مشخص است، بوم با ایجاد یک گشتاور، در مقابل گشتاور ایجاد ناشی از وزن ماهواره قرار می گیرد و با باز شدن کامل باعث غلبه بر گشتاور ماهواره و قرارگیری درست آن می شود. هر چه طول افزایش پیدا کند، پایداری افزایش می یابد اما افزایش طول به افزایش نوسانات انتقالی به ماهواره نیز منجر می شود که با الگوریتم بهینه سازی چندهدفه باید این تعارض ها مدیریت شود. با توجه به مطالب ارائه شده، می توان پایداری ماهواره را به صورت یک پاندول

همان طور که در تصویر (الف) شکل ۲ دیده می شود، اثر ارتعاشات تیر در قالب یک نیرو با یک بازوی گشتاوری نسبت به مرکز جرم و یک گشتاور به ماهواره اعمال می شود. طبق تصویر (ب) شکل ۲، فرض شده که محور مختصات محلی و کلی بر هم منطبق باشند، با این فرض اینرسی های ضربی صفر می شوند و تنها اینرسی های اصلی حول محورها برقرار می باشند. با این فرض، معادلات دینامیکی ماهواره به صورت رابطه (۱۷) نمایش داده می شود [۲۳]:

$$(۱۷)$$

$$\sum M_x = I_{xx} \dot{\omega}_x - (I_{yy} - I_{zz}) \omega_y \omega_z$$

$$\sum M_y = I_{yy} \dot{\omega}_y - (I_{zz} - I_{xx}) \omega_z \omega_x$$

$$\sum M_z = I_{zz} \dot{\omega}_z - (I_{xx} - I_{yy}) \omega_x \omega_y$$

در رابطه (۱۷)،  $\sum M_j$  کل گشتاور وارده به



معکوس در نظر گرفت که در آن با افزایش اینرسی، پایداری افزایش می‌یابد.

### ۳. بهینه‌سازی چندهدفه اجتماع ذرات

#### ۳-۱. توابع هدف مسئله

در مسائل بهینه‌سازی، گام اول تعیین توابع هدف است. در این مسئله دو تابع هدف وجود دارند که در تعارض با یکدیگر هستند. تابع هدف اول، به ارتعاشات انتقالی از بوم به ماهواره بستگی دارد که به صورت سرعت زاویه‌ای در معادله دینامیکی ماهواره ظاهر می‌شود. سرعت زاویه‌ای مطلوب با کاهش طول بوم، کاهش و بهبود می‌یابد، بنابراین برای رسیدن به سرعت زاویه‌ای کمینه ماهواره، اندازه ماکزیمم سرعت‌های زاویه‌ای باید به‌عنوان تابع هدف در نظر گرفته شود. با توجه به وجود گشتاور در راستای  $x$  و صفر بودن ممان اینرسی‌های ضربی، تنها مقدار موجود سرعت زاویه‌ای در این راستاست. بنابراین تابع هدف اول به صورت رابطه (۱۸) در نظر گرفته می‌شود:

$$f_1 = \max \left( \left| \omega_z(t_0 : t_{end}) \right| \right) \quad (18)$$

تابع هدف دوم، به پایداری بوم مربوط می‌شود که مطابق با مباحث مطرح شده در بخش قبل می‌تواند به‌عنوان یک پاندول معکوس در نظر گرفته شود. برای افزایش پایداری ماهواره، باید طول بوم افزایش یابد که این خواسته در تضاد با تابع هدف اول است. با توجه به قید جرم ثابت برای بوم در تعیین مشخصات هندسی، تنها اثر طول روی اینرسی به‌عنوان تابع هدف در نظر گرفته می‌شود که در رابطه (۱۹) آمده است:

$$f_2 = \frac{1}{L^2} \quad (19)$$

با توجه به اینکه تابع هدف دوم، به دنبال طول بیشینه است باید معکوس آن کمینه شود. بنابراین تابع هدف دوم این‌گونه در نظر گرفته شده است.

#### ۳-۲. بهینه‌سازی چندهدفه اجتماع ذرات

فرم ریاضی توصیف مسائل بهینه‌سازی چندهدفه به صورت رابطه (۲۰) می‌باشد [۲۵]

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } F(\vec{x}) = \\ & [f_1(\vec{x}), f_2(\vec{x}), \dots, f_k(\vec{x})]^T \\ & \text{Subject to: } \begin{cases} \vec{g}(\vec{x}) \leq 0 \\ \vec{h}(\vec{x}) = 0 \end{cases} \\ & \vec{x} \in \mathcal{X}^n, \vec{f}(\vec{x}) \in \mathcal{R}^k, \vec{g}(\vec{x}) \\ & \in \mathcal{R}^m \text{ and } \vec{h}(\vec{x}) \in \mathcal{R}^q \\ & X = \{ \vec{x} \mid g_m(\vec{x}) \leq 0, m = 1, 2, 3, \dots, m \} \\ & \{ h_q(\vec{x}) = 0, q = 1, 2, 3, \dots, q \} \\ & S = \{ F(\vec{x}) \mid \vec{x} \in X \} \end{aligned}$$

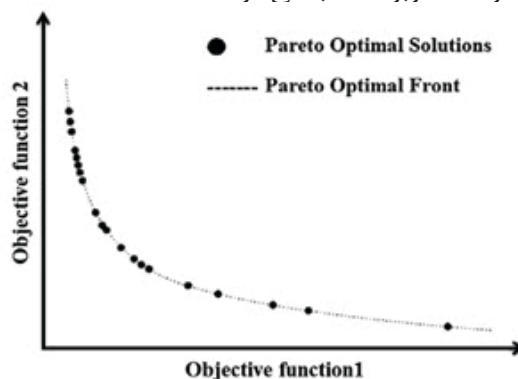
در رابطه (۲۰)،  $\vec{x} \in R^n$  بردار متغیرهای طراحی و  $n$  تعداد متغیرهای تصمیم می‌باشد.  $k \geq 2$  تعداد توابع هدف و  $\vec{f} \in R^k$  بردارهای آن را نشان می‌دهد. همچنین،  $m, \vec{g}(\vec{x})$  تعداد قیود نامساوی و بردارشان و  $q, \vec{h}(\vec{x})$  تعداد قیود مساوی و بردارشان را نشان می‌دهد. در نهایت  $X$  و  $S$  به ترتیب فضاهای معیار و تصمیم‌گیری ممکن را نشان می‌دهند. یکی از محبوب‌ترین روش‌های بهینه‌سازی چندهدفه، توسط [۲۶] پیشنهاد شده که یک حل غیر غالب یا جبهه پرتو از پاسخ‌های ممکن است. شکل ۴ یک نمودار از جبهه پرتو را نشان می‌دهد.

همه نقاط نشان داده شده در شکل می‌تواند جواب بهینه‌ای برای مسئله چندهدفه باشد. انتخاب معیار





درست در این پژوهش با توجه به قیود هندسی مسئله و توسط کاربر انتخاب می‌شود.



شکل ۴ نمونه‌ای از جبهه پرتو یک مسئله بهینه‌سازی دو هدفه [۲۷]

الگوریتم اجتماع ذرات، یک روش بهینه‌سازی آماری مبتنی بر جمعیت ذرات است که توسط [۲۸] توسعه پیدا کرده است. این روش، ابتدا با یک جمعیت اولیه که به صورت اتفاقی انتخاب می‌شوند، شروع کرده و با جستجو کردن، ذرات بهینه با به‌روزرسانی نسلی انتخاب می‌شوند. در هر نسل، هر ذره با دو مقدار به‌روزرسانی می‌شود که مقدار اول بهترین تجربه شخصی ذره و مقدار دوم، بهترین تجربه شخصی ذرات دیگر است. بعد از پیدا کردن دو مقدار مناسب، موقعیت و سرعت ذره به‌روزرسانی می‌شود [۲۹]. موقعیت هر ذره در هر لحظه، از مجموع موقعیت لحظه قبل و سرعت ذره در همان لحظه به دست می‌آید که در رابطه (۲۱) آمده است:

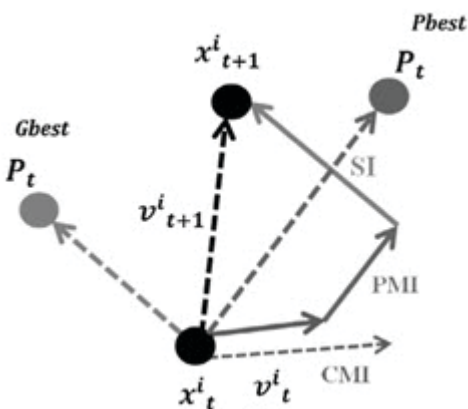
$$x_i(t) = x_i(t-1) + v_i(t) \quad (21)$$

در رابطه (۲۱)،  $x_i$  موقعیت هر ذره و  $v_i$  سرعت هر ذره می‌باشد. بردار سرعت به صورت رابطه (۲۲) تعریف می‌شود:

$$v_i(t) = w v_i(t-1) + C_1 r_1 [Pbest - x_i(t)] + C_2 r_2 [Gbest - x_i(t)] \quad (22)$$

در رابطه (۲۲)،  $w$  وزن اینرسی به منظور کنترل

اثر سرعت قبلی ذره روی وضعیت همان لحظه است.  $C_1$  ضریب یادگیری شناختی است که نشان‌دهنده جاذبه‌ای است که ذرات نسبت به موفقیت خودشان دارند.  $C_2$  ضریب یادگیری اجتماعی نشان‌دهنده جاذبه ذرات نسبت به موفقیت همسایگانش است.  $C_1$  و  $C_2$  معمولاً به عنوان ضرایب ثابت مثبت تعیین می‌شوند.  $r_1, r_2 \in [0, 1]$  دو توالی مستقل از اعداد اتفاقی هستند که برای ممانعت از مهاجرت به فضای حداقل محلی و دادن اجازه انحراف اندک برای جستجو در فضای بزرگ‌تر به ذره‌ها استفاده می‌شود.  $Pbest$  و  $Gbest$  بهترین تجربه‌های شخصی و جمعی است. شکل ۵ سرعت و موقعیت به‌روزرسانی شده در الگوریتم اجتماع ذرات را نشان می‌دهد.

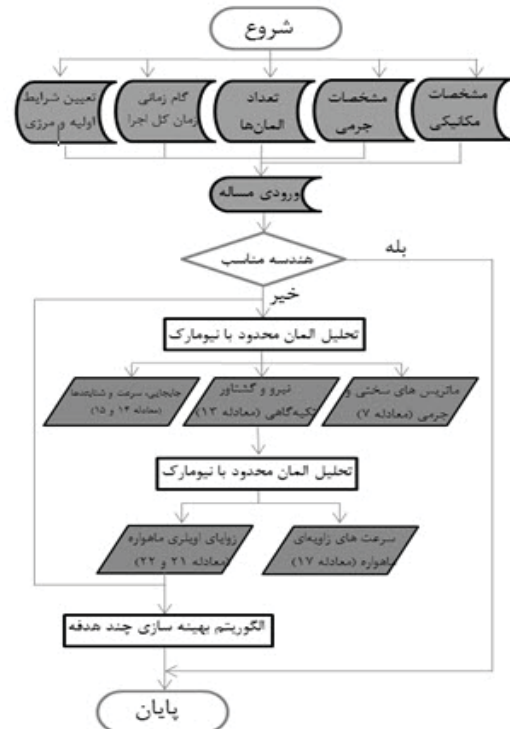


شکل ۵ فرایند به‌روزرسانی سرعت و موقعیت ذرات در الگوریتم اجتماع ذرات [۲۹]

در این الگوریتم، رهبری که هر ذره برای به‌روزرسانی استفاده می‌کند به طور کامل بر توپولوژی همسایه‌های مجاور غالب است و آن‌ها را در بر می‌گیرد. در الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات چندهدفه، هر ذره مجموعه‌ای از رهبران مختلف را دارد که تنها یکی از آن‌ها می‌تواند برای به‌روزرسانی موقعیت ذره استفاده شود. مجموعه‌ای از رهبران در یک آرشو خارجی نگهداری می‌شود تا محتوای آن به عنوان خروجی نهایی



الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات چندهدفه به فرم نمودار بهینه پرتو گزارش شود. الگوریتم استفاده شده برای دستیابی به اهداف مقاله در شکل ۶ نشان داده شده است.



شکل ۶ فلوجارت بهینه‌سازی هندسه بوم تلسکوپی ماهواره با استفاده از اجتماع ذرات دو هدفه

#### ۴. مثال عددی و بررسی نتایج

در این پژوهش، جنس تیر آلومینیوم در نظر گرفته شده است. ورودی‌های مسئله شامل مشخصات مکانیکی و پارامترهای تحلیل المان محدود در جدول ۱ آمده است:

جدول ۱ ورودی‌های مسئله

مشخصه	مقدار
مدول الاستیسیته (پاسکال)	$68e9 (Pa)$
چگالی (کیلوگرم بر متر مکعب)	$2400 (Kg/m^3)$
تعداد المان‌ها	30
گام زمانی (ثانیه)	$0.01 (s)$
کل زمان تحلیل (ثانیه)	$200 (s)$
ضرایب نیومارک	$\gamma = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{4}$
جرم کل ماهواره (کیلوگرم)	$100 (Kg)$
ممان ای نرسی‌های ماهواره (کیلوگرم در مترمربع)	$I_{xx} = 0.58, I_{yy} = 0.4, I_{zz} = 0.004 (Kg.m^2)$

برای شرایط اولیه، همان‌طور که در بخش‌های قبل نیز به آن اشاره شد، یک جابه‌جایی اولیه متناسب با طول تیر برای تیر در نظر گرفته شده است. شرایط مرزی لحاظ شده برای تیر نیز، به صورت تیر یکسرگیردار است. این مشخصات، ورودی کد تحلیل المان محدود تیر و سیمولینک معادلات دینامیکی ماهواره می‌باشد. برای تعیین هندسه مناسب با استفاده از الگوریتم چندهدفه اجتماع ذرات، برای هر یک از پارامترهای محدوده‌ای در نظر گرفته شده تا پارامترهای به دست آمده منطقی و معقول باشد و محدودیت‌های طراحی را نیز بتواند در نظر بگیرد. این محدودیت‌ها و قیود الگوریتم بهینه‌سازی دو هدفه اجتماع ذرات در جدول ۲ نشان داده شده است.

جدول ۲ قیود و محدوده پارامترهای مسئله بهینه‌سازی

نمایش ریاضی	نوع قید
$I_{beam\ mass} \leq 0.2 M_{satellite}$	حداکثر جرم تیر
$5 \leq I_{thickness} \leq 70$	محدوده ضخامت تیر (میلی‌متر)
$9 \leq I_{width} \leq 90$	محدوده پهنای تیر (میلی‌متر)
$4 \leq I_{length} \leq 15$	محدوده طول تیر (متر)

با توجه به قید ثابت بودن جرم بوم، با تعیین تنها دو پارامتر، پارامتر سوم هندسه نیز مشخص می‌شود. در این مسئله دو پارامتر ضخامت و پهنای تیر به عنوان پارامترهای مجهول الگوریتم بهینه‌سازی در نظر گرفته شده که با تعیین آن‌ها طول تیر نیز مشخص می‌شود. هر سه پارامتر در توابع هدف تعیین شده، نقش تعیین‌کننده‌ای دارند. به عبارت دیگر طول تابعی از پهنای و ضخامت تیر می‌باشد که این موضوع در رابطه (۲۳) نشان داده شده است.



همه پاسخ‌های شکل ۷، جواب‌های مناسب الگوریتم بهینه‌سازی دوهدفه هستند که طراح با توجه به قیود هندسی و طراحی مسئله، یکی از آن‌ها را به عنوان نقطه بهینه موردنظر خود انتخاب می‌کند. در این مسئله، مطلوب این است که حداکثر سرعت زاویه‌ای ماهواره که تابع هدف اول می‌باشد، کوچک‌تر از ۶ درجه بر ثانیه و طول بوم در بازه اشاره شده در جدول ۲ باشد. بنابراین خطی به موازات محورهای افقی و عمودی کشیده شده است. نقطه‌ای که در سمت چپ خط عمودی و بالای خط افقی قرار می‌گیرد و کمترین فاصله را با این دو خط دارد، جواب مسئله است که در شکل ۷ نشان داده شده است. سمت چپ خط عمودی مربوط به نقاطی است که به ازای آن‌ها سرعت زاویه‌ای اعمالی کوچک‌تر از حداکثر میزان تعیین شده باشد. زیر خط افقی منجر به خارج شدن اندازه طول از محدوده در نظر گرفته شده می‌شود، بنابراین مقادیر بالای خط مورد نظر است. نتایج ناشی از الگوریتم بهینه‌سازی در جدول ۴ آمده است:

جدول ۴ نتایج الگوریتم بهینه‌سازی

مقدار	عنوان
$f_1 = 5.519$	تابع هدف اول
$f_2 = 0.00476$	تابع هدف دوم
$b = 0.0867 (m)$	پهنای تیر
$h = 0.00591 (m)$	ضخامت تیر
$L = \frac{m_{boom}}{\rho bh} = 14.51 (m)$	طول تیر

با توجه به نقطه بهینه انتخاب شده، تغییر زاویه و سرعت زاویه‌ای ماهواره در شکل ۸ نشان داده شده است.

$$m_{boom} = constant \rightarrow pbhL = constant$$

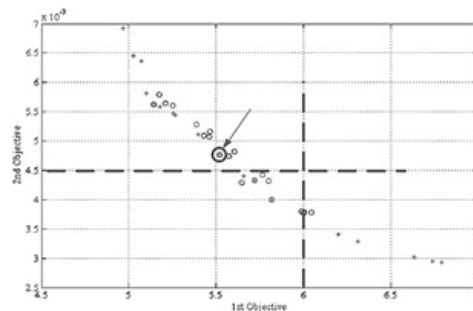
$$bhL = constant \rightarrow L = \frac{constant}{bh}$$

با توجه به مطالب اشاره شده، با استفاده از جبهه پرتو الگوریتم بهینه‌سازی و قید طول، می‌توان نقطه بهینه مطلوب را انتخاب کرد به طوری که در محدوده هندسه دلخواه نیز قرار گیرد. پارامترهای الگوریتم بهینه‌سازی دوهدفه اجتماع ذرات در جدول ۳ نشان داده شده است.

جدول ۳ پارامترهای الگوریتم بهینه‌سازی دوهدفه اجتماع ذرات

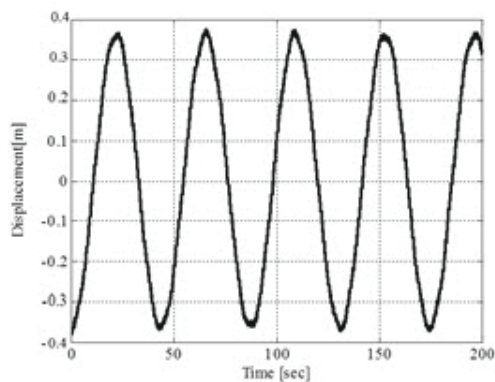
مقدار	مشخصه
MaxIt=۵۰	حداکثر تعداد تکرار الگوریتم
nPop=۵۰;	اندازه جمعیت
nRep=۵۰;	اندازه مخزن
w=۰.۵	وزن اینرسی
wdamp=۰.۹۹;	نرخ میرایی وزن اینرسی
c1=۱;	ضریب یادگیری شخصی
c2=۲;	ضریب یادگیری جمعی
nGrid=۵;	تعداد شبکه‌بندی در دیمانسیون
alpha=۰.۱;	نرخ تورم
beta=۲;	فشار انتخاب رهبر
gamma=۲;	فشار انتخاب حذف
mu=۰.۱;	نرخ جهش

با اعمال ورودی‌های مختلف، نتیجه جبهه پرتو مربوط به مسئله مطرح شده در شکل ۷ نشان داده شده است.

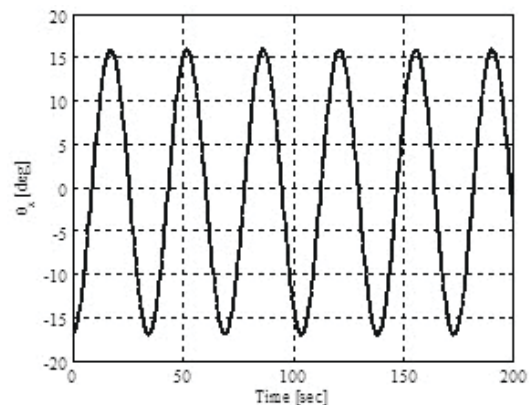


شکل ۷ نمودار جبهه پرتو الگوریتم بهینه‌سازی دوهدفه اجتماع ذرات

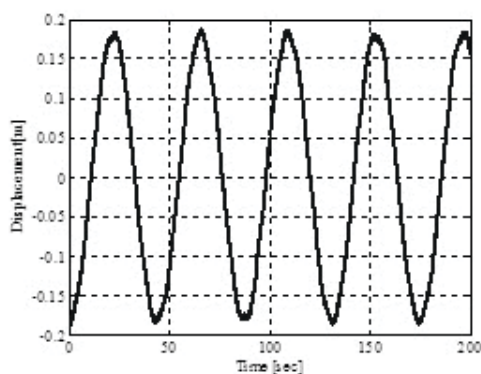




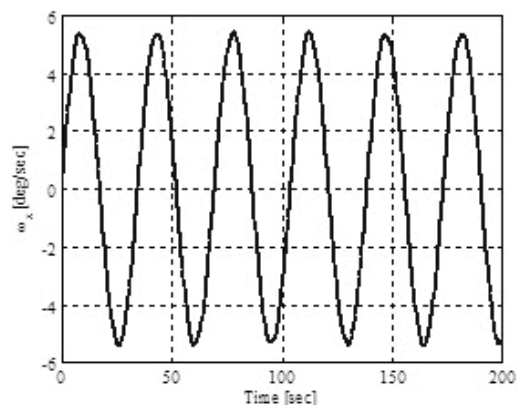
(الف)



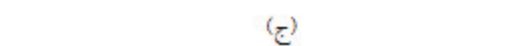
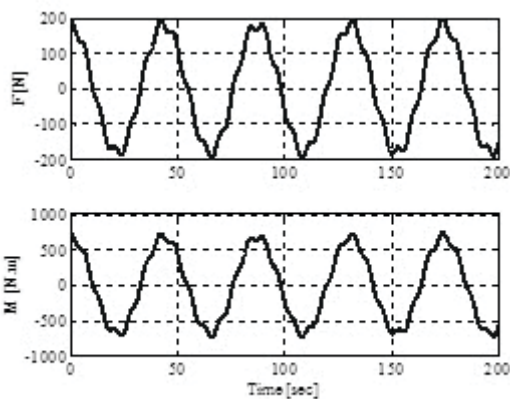
(الف)



(ب)



(ب)



(ج)

شکل ۹ الف) جابه‌جایی انتهای تیر یک‌سرگیردار (ب) جابه‌جایی وسط تیر یک‌سرگیردار (ج) نیرو و گشتاور تکیه‌گاهی

## ۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله از الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه برای تعیین مشخصات هندسی مناسب برای بوم تلسکوپی استفاده شد. افزایش طول بوم گرادیان باعث بهبود

شکل ۸ الف) تغییر زاویه ماهواره ناشی از جابه‌جایی اولیه (ب) تغییرات سرعت زاویه‌ای ماهواره

با انتخاب طول بهینه برای بوم طراحی شده، ماهواره بر اثر جابه‌جایی اولیه اعمال شده از طرف بوم در بازه ۱۶ تا ۱۶- درجه دوران می‌کند. همچنین سرعت زاویه‌ای ایجادشده در ماهواره برابر ۵/۵ درجه بر ثانیه است.

جابه‌جایی و نیرو و گشتاور تکیه‌گاهی تیر در شکل ۹ نشان داده شده است. در نمودارهای منته‌حداکثر جابه‌جایی ایجادشده در وسط تیر ۰/۱۸ m و در انتهای تیر برابر ۰/۳۹ m استخراج شده است. حداکثر نیرو و گشتاور ایجادشده در تکیه‌گاه به ترتیب تقریباً ۲۰۰ نیوتن و ۷۵۰ نیوتن متر است.

نتایج به‌دست‌آمده ناشی از تعیین پارامترهای بهینه‌شده است.

- ic linear systems by bounded controls with applications to spacecraft magnetic attitude control, *Automatica*, vol. 60, pp. 145-154, 2015.
- [3] M. Y. Ovchinnikov, D. Roldugin, V. Penkov, S. Tkachev, and Y. Mashtakov, Fully magnetic sliding mode control for acquiring three-axis attitude, *Acta Astronautica*, vol. 121, pp. 59-62, 2016.
- [4] T. Inamori, K. Otsuki, Y. Sugawara, P. Saisutjarit, and S. Nakasuka, Three-axis attitude control by two-step rotations using only magnetic torquers in a low Earth orbit near the magnetic equator, *Acta Astronautica*, vol. 128, pp. 696-706, 2016.
- [5] N. Suhadis, M. Salleh, and P. Rajendran, Magnetic attitude control torque generation of a gravity gradient stabilized satellite, in *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2018, vol. 370, no. 1, p. 012032: IOP Publishing.
- [6] Y. Wang and S. Xu, Attitude stability of a spacecraft on a stationary orbit around an asteroid subjected to gravity gradient torque, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, vol. 115, no. 4, pp. 333-352, 2013.
- [7] K. Zhou, H. Huang, X. Wang, and L. Sun, Magnetic attitude control for Earth-pointing satellites in the presence of gravity gradient, *Aerospace Science and Technology*, vol. 60, pp. 115-123, 2017.
- [8] Luke Thirkell, Hibbert Hendrik Willem-Jordaan, Considerations in the design and deployment of flexible booms for a solar sail, *Advances in Space Research*, Volume 67, Issue 9, 1 May 2021, Pages 2716-2726
- [9] Taher Zouaghi, Gravity: Geoscience Applications, Industrial Technology and Quantum Aspect, *InTech*, first edition, 2018.
- [10] J. Wei, H. Tan, W. Wang, and X. Cao, Deployable dynamic analysis and on-orbit experiment for inflatable gravity-gradient boom, *Advances in Space Research*, vol. 55, no. 2, pp. 639-646, 2015.
- [11] F. Hakkak and S. Khoddam, On calculation of preliminary design parameters

وضعیت پایداری می‌شود اما از طرفی طول زیاد به افزایش دامنه ارتعاشات آزاد بوم و به تبع آن ارتعاشات ماهواره منجر می‌گردد. تعیین هندسه مناسب برای حل این چالش، خاستگاه این مقاله بود که با تعریف دو تابع هدف با گرایش متضاد انجام شده است. با لحاظ محدودیت‌های طراحی، برای هر یک از پارامترها یک محدوده در نظر گرفته شده است. این مقاله نحوه تعیین هندسه مناسب با روش بهینه‌سازی چندهدفه را نشان می‌دهد که نتایج آن می‌تواند با در نظر گرفتن قیود هندسی طراح، بسیار کاربردی باشد. همچنین برای تناسب شرایط اولیه هر تیر، فرمولی متناسب با تغییر مشخصات هندسی تیر ارائه شد تا تعیین ماکزیمم سرعت زاویه‌ای با شرایطی متناسب در نظر گرفته شود. حاصل کار تابع بهینه‌سازی صورت گرفته برای تابع هدف اول و دوم از نظر عددی به ترتیب برابر  $5/519$  و  $0/00476$  است که از طول بوم  $14/51$  متر تعیین شده است. همچنین دامنه دوران ایجاد شده در ماهواره بر اثر طول بوم بهینه و جابه‌جایی اولیه ایجاد شده در حین باز شدن برابر  $16$  درجه و سرعت زاویه‌ای نیز برابر  $5/5$  درجه در ثانیه محاسبه شده است. در شرایط بهینه اعمال شده جابه‌جایی وسط و انتهای تیر به ترتیب برابر  $0/18$  و  $0/39$  متر محاسبه شده و حداکثر نیرو و گشتاور ایجاد شده در تکیه‌گاه به ترتیب تقریباً برابر  $200$  نیوتن و  $750$  نیوتن متر است.

## ۵. مآخذ

- [1] Y. Acar and C. Yavuzylmaz, Three Axis Attitude Control of RASAT by Magnetic Torquers, in *Proceedings of the World Congress on Engineering*, 2018, vol. 1.
- [2] B. Zhou, Global stabilization of period-



ical Modelling, vol. 46, pp. 365-381, 2017/06/01/ 2017.

- [20] D. L. Logan, A first course in the finite element method. Cengage Learning, 2011.
- [21] TingYan, Sritawat Kitipornchai, JieY-ang Xiao QiaoHe, Dynamic behaviour of edge-cracked shear deformable functionally graded beams on an elastic foundation under a moving load, Composite Structures, Volume 93, Issue 11, October 2011, Pages 2992-3001
- [22] Shuenn-Yih Chang, Studies of newmark method for solving nonlinear systems : (I) basic analysis, Journal of the Chinese Institute of Engineers, Vol. 27, No. 5, pp. 651-662 (2004)
- [23] Euler Equations (2010). Available: [www.real-world-physics-problems.com/euler-equations.html](http://www.real-world-physics-problems.com/euler-equations.html)
- [24] J. Goff. (2010). Variable Gravity Research Facility (xGRF). Available: [selenianboondocks.com/2010/11/variable-gravity-research-facility-xgrf/](http://selenianboondocks.com/2010/11/variable-gravity-research-facility-xgrf/)
- [25] H. Taghdisian, M. R. Pishvaie, and F. Farhadi, Multi-objective optimization approach for green design of methanol plant based on CO<sub>2</sub>-efficiency indicator, Journal of cleaner production, vol. 103, pp. 640-650, 2015.
- [26] V. Machairas, A. Tsangrassoulis, and K. Axarli, Algorithms for optimization of building design: A review, Renewable and Sustainable Energy Reviews, vol. 31, pp. 101-112, 2014.
- [27] B. C. Cheung, R. Carriveau, and D. S. Ting, Multi-objective optimization of an underwater compressed air energy storage system using genetic algorithm, Energy, vol. 74, pp. 396-404, 2014.
- [28] AiminZhou, Bo-YangQu, HuiLi, ShihengZhao, Ponnuthurai Nagaratnam Suganthan, QingfuZhang, Multiobjective evolutionary algorithms: A survey of the state of the art, Swarm and Evolutionary Computation Volume 1, Issue 1, March 2011, Pages 32-49
- [29] N. Delgarm, B. Sajadi, F. Kowsary, and S. Delgarm, Multi-objective optimization of the building energy performance: A simulation-based approach by means of particle swarm optimization (PSO), for lenticular booms, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, vol. 221, no. 3, pp. 377-384, 2007.
- [12] S. Walker and G. Aglietti, A study of tape spring fold curvature for space deployable structures, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, vol. 221, no. 3, pp. 313-325, 2007.
- [13] XiaodongFenga, Mohammad S.Miahb, Yaowen Ou, Dynamic behavior and vibration mitigation of a spatial tensegrity beam, Engineering Structures Volume 171, 15 September 2018, Pages 1007-1016.
- [14] M.I. Friswell, O. Bilgen, S.F. Ali, G. Litak, S. Adhikari, The effect of noise on the response of a vertical cantilever beam energy harvester, International journal of non-linear mechanics, Journal of applied Mathematics and Mechanic, 20 May 2014.
- [15] P. B. Ghaleh, A. Khayyat, Y. Farjami, and A. Abedian, Approximate analytical solutions of an axially moving spacecraft appendage subjected to tip mass, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, vol. 228, no. 9, pp. 1487-1497, 2014.
- [16] Z. Shen, H. Li, X. Liu, and G. Hu, Thermal shock induced dynamics of a spacecraft with a flexible deploying boom, Acta Astronautica, vol. 141, pp. 123-131, 2017.
- [17] M. Mohammadi Moghadam and S. Farsi, Gravity gradient attitude stabilization of a satellite with varying-length boom in circular orbit, (in eng), Modares Mechanical Engineering, vol. 15, no. 5, pp. 329-340, 2015.
- [18] P. B. Ghaleh and S. Malaek, On dynamic stiffness of spacecraft flexible appendages in deployment phase, Aerospace Science and Technology, vol. 47, pp. 1-9, 2015.
- [19] M. Navabi and M. Barati, Mathematical modeling and simulation of the earth's magnetic field: A comparative study of the models on the spacecraft attitude control application, Applied Mathemat-



Applied Energy, vol. 170, pp. 293-303, 2016.

- [30] Shota Kikuchi, Yuichi Tsuda, Makoto Yoshikawa and Jun, ichiro Kawaguchi, "Stability Analysis of Coupled Orbit-Attitude Dynamics Around Asteroids Using Finite-Time Lyapunov Exponents, Journal of guidance, control, and dynamic, 4 Mar 2019.
- [31] L. Hibbert, H. W. Jordaan, Considerations in the design and deployment of flexible booms for a solar sail, Advances in Space Research, 2020.01.019

۲۱۸

سال دهم - شماره ۱

بهار و تابستان ۱۴۰۰

نشریه علمی  
دانش و فناوری هوافضا



الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات  
گرا دیان تلسکوپی و تعیین پارامترهای هندسی طراحی با  
ارزیابی عددی ارتعاشات انتقالی در پایداری ماهواره با بوم