

تحلیل سینماتیک معکوس، مدل سازی دینامیکی و کنترل یک سکوی سه درجه آزادی ردیاب اهداف هوایی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۵/۲۳

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۸/۱۹

علی اکبر صادقی^۱، احمد رضا ولی^۲، علی خاکی صدیق^۳

۱- دانشجوی دکتری، مجتمع دانشگاهی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

۲- دانشیار، مجتمع دانشگاهی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، vali@mut.ac.ir

۳- استاد، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

چکیده

در این مقاله به معرفی یک سکوی ردیابی اهداف هوایی با قابلیت تعقیب در تمام نقاط فضای سه بعدی تهدید پرداخته شده است. سکوهایی دو درجه آزادی مرسوم که برای ردیابی اهداف هوایی استفاده می شوند، به دلیل وجود تکینگی در فضای کاری، قادر به ردیابی برخی از مسیرهای حرکتی اهداف نیستند. برای رفع مشکل، در این پژوهش استفاده از یک سکوی سه درجه آزادی پیشنهاد شده است. استفاده از درجه آزادی افزونه در سکوی ردیابی باعث کاهش سرعت و شتاب زاویه‌ای مورد نیاز در مفاصل در فرایند ردیابی و مانورپذیری بهتر سکو می شود. چالشی که سکوی افزونه پیشنهاد شده با آن روبروست، وجود بی شمار دسته جواب برای حل مسئله سینماتیک معکوس است. برای حل این چالش، روشی تحلیلی با قابلیت دستیابی به یک دسته جواب یکتا پیشنهاد شده است. در ادامه مدل دینامیکی سکو به روش اویلر-لاگرانژ استخراج و صحت سنجی آن با استفاده از یک نرم افزار مدل سازی انجام شده است. به منظور ارزیابی عملکرد سکوی سه درجه آزادی در ردیابی اهداف با مسیر نامشخص، از دو کنترل کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی و تنظیم کننده مربعی خطی استفاده شده است. با توجه به نتایج شبیه سازی‌ها، کارآمدی درجه آزادی افزونه و سادگی فرایند کنترل برای ردیابی هر مسیر پیچیده حرکتی با استفاده از کنترل کننده‌های مرسوم تأیید شده است.

واژه‌های کلیدی: اهداف هوایی، سکوی ردیاب سه درجه آزادی، تکینگی، سینماتیک معکوس، افزونگی

An analytical solution to the inverse kinematic problem, dynamic modeling, and control of a 3 DOF pedestal for track flying targets

Ali Akbar Sadeghi¹, Ahmad Reza Vali², Ali Khaki Sedigh³

1 PhD Student, Faculty of Electrical and computer, Malek-Ashtar University of Technology, Tehran

2 Associate Professor, Faculty of Electrical and computer, Malek-Ashtar University of Technology, Tehran, vali@mut.ac.ir

3 Professor, Electrical Engineering and computer Department, K. N. Toosi University of Technology, Tehran

Abstract

In this paper, a three DOF (Degree Of Freedom) aerial target tracking pedestal that covers the entirety of the 3D threat space is introduced. The conventional two DOF tracking pedestals cannot track some trajectories due to having singular points in their workspace. The extra DOF in a three DOF tracking pedestal overcomes this problem. Moreover, the redundant DOF reduces the needed joint velocity and acceleration in the tracking process and makes the whole structure more maneuverable. The challenging matter in utilizing such a redundant pedestal is that the Inverse Kinematic Problem (IKP) has infinite sets of solutions. An analytical solution is proposed to handle this problem which results in a single set of solutions. Furthermore, the dynamic model of the pedestal is derived using the Euler-Lagrange method, and the verification is performed using mechanical design software. Finally, to demonstrate the effectiveness of the proposed pedestal in tracking aerial targets with unknown trajectories, a PID controller and an LQR controller are utilized in simulations. The results yield that tracking any complex trajectory is attainable using conventional controllers.

Keywords: Flying Targets, Three DOF trackers, Singularity, Inverse kinematic problem, Redundancy

۷

سال ۱۱- شماره ۱

بهار و تابستان ۱۴۰۱

نشریه علمی دانش و

فناوری هوا فضا



۱. مقدمه

تشخیص و ردیابی خودکار یک هدف هوایی از نظر تاکتیکی و امنیتی اهمیت زیادی دارد. با افزایش تعداد تهدیدات هوایی مانند هواپیماها، موشک‌ها و پرنده‌های بدون سرنشین که در کاربردهای مختلف نظارتی و نظامی به کار گرفته می‌شوند، نیاز به یک سامانه تمام خودکار که بتواند راستای یک شیء پرنده را برای اقدامات مقابله‌ای با آن ردیابی کند، بیش‌ازپیش حس می‌شود [۱،۲]. در ادبیات تجهیزات هوایی به سامانه‌ای که توانایی دنبال کردن مسیر حرکت یک هدف هوایی و قرار دادن راستای آن در خط دید^۱ خود را دارد سکوی ردیاب^۲ گفته می‌شود. سکوهایی ردیاب با دریافت امواج الکترومغناطیسی که از بدنه پرنده ساطع می‌شود، می‌توانند مجری نهایی^۳ خود را در راستای هدف قرار دهند [۳، ۴].

در یک کاربرد ردیابی کافی است، راستای مجری نهایی بر راستای هدف منطبق شود. در واقع اگر بردار موقعیت در فضای کارترین برای هدف در نظر گرفته شود، باید بردار یک‌های پیدا شود که راستای یک‌شده هدف را نشانه رود. در نتیجه؛ می‌توان گفت دو درجه آزادی برای ردیابی یک هدف هوایی که در فضای سه‌بعدی حرکت می‌کند، کافی است [۵]. در ادبیات موضوع، دو نوع سکوی ردیابی دو درجه آزادی مورد بررسی قرار گرفته است. نوع اول سکوهایی دو درجه آزادی سمت-ارتفاع^۴ (Ei/Az) نام دارد. سکوهایی سمت-ارتفاع در فضای کاری خود یک نقطه تکین در اوج آسمان یا خط الرأس^۵ دارد. اگر هدف از یک نقطه تکین در فضای کاری عبور کند، در منحنی متغیرهای مفصلی ناپیوستگی ایجاد می‌شود. به این معنی که محور سمت سکو باید در لحظه، ۱۸۰ درجه چرخش داشته باشد تا

ردیابی ادامه داشته باشد. برای ردیابی این تغییر لحظه‌ای، عملگرها باید توانایی تولید شتاب و سرعت‌های بزرگ زاویه‌ای را در مدت کوتاه داشته باشند که در کاربردهای عملی امکان‌پذیر نیست [۶، ۷]. ساختار دیگری که در ردیابی اهداف استفاده شده است، سکوی XY است، که سکو نیز با دو درجه آزادی توانایی تعقیب اهداف هوایی را دارد. نقطه تکین ساختار XY در افق قرار دارد [۸، ۹]. با این توضیحات می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از یک سکوی دو درجه آزادی محدودیت‌هایی را برای فرایند ردیابی ایجاد می‌کند. به این معنی که یا باید از عبور نکردن هدف هوایی از نقطه تکین هر ساختار مطمئن شد یا عملگرهای بسیار قوی در ساخت سکو به کار برد که توانایی تولید شتاب و سرعت بالا در مدت کم را داشته باشند [۱۰، ۱۱].

در برخی از کاربردها مانند ردیابی ماهواره، با توجه به مشخص بودن گذر ماهواره‌ها و زمان عبور آن‌ها از ناحیه تکین سکو، با پیش‌برنامه‌ریزی^۶ مناسب می‌توان مشکل تکینگی در ردیابی را حل کرد. این نرم‌افزارها با استفاده از اطلاعات مداری ماهواره و مدل ریاضی مدار، موقعیت ماهواره را در هر لحظه تولید می‌کنند. در این حالت خروجی نرم‌افزار یک بردار سه آرایه‌ای شامل؛ سمت، ارتفاع و زمان گذر ماهواره است. این روش به‌صورت کنترل حلقه باز عمل کرده و قادر نیست خطای ناشی از حسگرهای وضعیت و اغتشاشات وارد بر سکو را جبران کند. رویکرد دیگر این است که یک درجه آزادی غیرفعال در پایه سکو در نظر گرفت که با ایجاد انحراف یا چرخش محدود در زوایای سمت یا ارتفاع سکو، از وقوع تکینگی در هنگام ردیابی ماهواره جلوگیری کرد [۱۰]. باید توجه داشت که درجه آزادی غیرفعال، پیش از



شروع فرایند ردیابی با آگاهی از گذر ماهواره به صورت دستی تنظیم می‌شود و در طول فرایند ردیابی ثابت است. رویکرد دیگر این است که به جای ایجاد سرعت و شتاب آنی، یک منحنی زیربهمینه برای مسیر مطلوب تعریف شود که با تحمل درصدی از خطا، از ورود مجری نهایی به نقطهٔ تکینگی جلوگیری شود [۱۱]. این رویکردها در کاربردهای خاص کارایی دارند، ولی اگر مسیر حرکت هدف از پیش معلوم نباشد یا ارتفاع پرواز آن کم باشد، توانایی خود را از دست می‌دهند. در این مقاله رویکرد اضافه کردن یک محور حرکتی به ساختار سکو برای حل مسئله تعقیب اهداف هوایی مانند پهپادها و ریزپرنده‌ها با توجه به مانور و غیر قابل پیش‌بینی بودن مسیر حرکتی این اهداف از دید سکو، پیشنهاد شده است. این درجهٔ آزادی فعال بوده و در تمام فرایند ردیابی با استفاده از مختصات هدف در فضا به صورت خودکار تعیین می‌شود. اضافه کردن درجهٔ آزادی افزونه به ساختار، به طور معمول مزایایی چون کاهش ابعاد ساختار، بهبود عملکرد دینامیکی، بالا بردن ایمنی و قابلیت اطمینان، توانایی اجتناب از موانع در فضای کاری و تحمل عیب را به همراه دارد [۱۲-۱۴]. در کاربرد ردیابی اهداف هوایی، اضافه کردن یک درجهٔ آزادی علاوه بر کمک به اجتناب از رخ دادن تکینگی در فضای کاری، امکان وضع کردن قیود دیگری مثل سرعت و شتاب مفصلی محدود را در اختیار می‌گذارد. باین حال استفاده از یک ساختار افزونه دشواری‌هایی را نیز به همراه دارد. البته باید توجه داشت که در کاربردهای خاص با توجه به نیاز مسئله، چاره‌ای جز پذیرفتن پیچیدگی و هزینه‌های درجهٔ آزادی افزونه برای دستیابی به مؤلفه‌های عملکردی مطلوب وجود ندارد.

ساختار یک سیستم افزونه به لحاظ مکانیکی پیچیده‌تر از یک سیستم بدون افزونگی است. این مسئله موجب افزایش هزینهٔ ساخت و پیچیدگی معادله‌های دینامیکی ساختار و دشواری در محاسبات می‌شود [۱۵، ۱۶]. یکی از مهم‌ترین این دشواری‌ها حل مسئله سینماتیک معکوس است [۱۷]. اغلب در حل مسئله سینماتیک معکوس برای مکانیزم سری افزونه، پاسخ تحلیلی بدیهی وجود ندارد [۱۸]. برای برطرف کردن این مشکل استفاده از روش‌های عددی توصیه می‌شود. در این روش‌ها با در نظر گرفتن یک تابع هزینه که قیودی را به مسئله تحمیل می‌کند، سعی می‌شود پاسخی برای مسئله سینماتیک معکوس پیدا شود [۱۹]. از دیگر روش‌های عددی برای حل مسئله سینماتیک معکوس افزونه می‌توان به روش شبه معکوس ماتریس ژاکوبی^۷ و شبه معکوس ماتریس ژاکوبی توسعه یافته اشاره کرد [۲۰، ۲۱]. روش‌های مبتنی بر کمترین مربعات و الگوریتم‌های فازی نیز از دیگر رویکردهای مورد بحث در ادبیات موضوع هستند [۲۲]. برخی از روش‌ها نیز تمرکز خود را بر روش‌های پیشرفته‌تری مانند استفاده از شبکه‌های لاگرانژی برای حل مسئله سینماتیک معکوس [۲۳]، استفاده از میدان پتانسیل مصنوعی برای اجتناب از نقاط تکین فضای کاری [۲۴] و استفاده از شبکه‌های عصبی چندلایه با مقداردهی اولیهٔ فازی [۲۵] قرار داده‌اند. حل مسئله سینماتیک معکوس با روش‌های عددی محدودیت‌هایی را به همراه دارد. برای نمونه ممکن است با تعریف نامناسب تابع هزینه، کماکان از نقاط تکین عبور شود. از سوی دیگر ممکن است حل مسئله سینماتیک معکوس با روش‌های عددی مسیر همواری تولید نکند،





در نتیجه نیاز به کنترل کننده های پیشرفته برای تعقیب مسیر تولید شده ضروری به نظر می رسد. از جمله کنترل کننده های پیشنهاد شده در ادبیات موضوع می توان به طراحی یک کنترل کننده ردیابی مقاوم برای یک فضاپیما در حضور اشباع ورودی کنترل و عدم قطعیت پارامترها [۲۶]، طراحی یک کنترل کننده فازی برای یک آنتن ردیاب ماهواره نصب شده روی کشتی [۲۷]، کنترل وضعیت یک ماهواره با استفاده از کنترل کننده یادگیری تکراری برای بهبود دقت ردیابی مسیر [۲۸]، استفاده از کنترل کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی^۸ برای یک سامانه ردیابی خودکار ماهواره ای با روش تنظیم زیگلر-نیکولز برای به دست آوردن بهره ها و استفاده از رویکردی فازی برای تنظیم پارامترهای برخت کنترل کننده [۲۹] و طراحی یک کنترل کننده غیرخطی مد لغزشی برای کنترل ماهواره [۳۰] اشاره کرد. در مقابل در حالتی که مسئله سینماتیک معکوس حالت بسته داشته باشد، می توان از ساختارهای ساده تر کنترلی استفاده نمود. در مرجع [۳۱] کارایی یک الگوریتم مقابله با اغتشاش به کمک حلقه کنترلی ساده با کنترل کننده تناسبی-مشتقی-انتگرالی نشان داده شده است. از دیگر پژوهش های این چنینی می توان به مرجع [۳۲] اشاره کرد که در آن روش حل سینماتیک معکوسی برای اجتناب از برخورد با موانع محیطی ارائه شده و کارایی آن به کمک یک تنظیم کننده مربعی خطی بررسی شده است. با توجه به محاسبات تکراری در حل مسئله، ممکن است حلقه کنترلی به صورت بلادرنگ بسته نشود. یکی از قابلیت هایی که در کنار ردیابی مناسب می توان برای ساختارهای افزونه در نظر

گرفت قابلیت تحمل خطاست. طراحی مقاوم نسبت به خطا خود را در طراحی ساختار، محاسبه مسیر و الگوریتم کنترلی نشان خواهد داد [۱۵]، [۳۳].

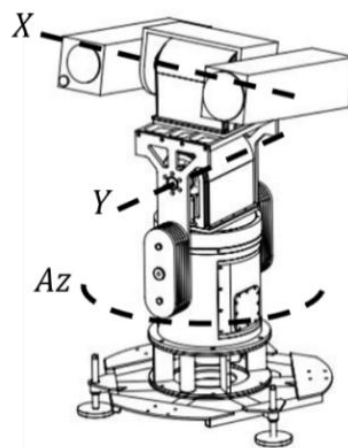
در این پژوهش سه نوآوری و مشارکت عمده انجام می شود. الف- با استفاده از مدل سه درجه آزادی پیشنهادی برای سکوی ردیابی، تکینگی فضای کاری که در مدل های پیشین وجود داشت، کاملاً حذف می شود؛ ب- روش نوین تحلیلی برای حل مسئله سینماتیک معکوس مکانیزم افزونه که در نهایت علیرغم پیچیدگی مسئله به یک دسته جواب یکتا منتهی شده، پیشنهاد و اجرا می شود؛ ج- استفاده از مدل سه درجه آزادی افزونه در سکوی پیشنهادی موجب کاهش سرعت و شتاب زاویه ای مورد نیاز در مفاصل در فرایند ردیابی و بهبود مانور پذیری می شود.

در این مقاله نخست ساختار ردیاب سه درجه آزادی پیشنهادی برای ردیابی اهداف هوایی معرفی می شود. در ادامه تحلیل سینماتیک و سینماتیک معکوس برای این ساختار ارائه خواهد شد. برای حل چالش بی شمار بودن دسته جواب های سینماتیک معکوس این سکو، از روشی تحلیلی استفاده می شود. سپس، مدل دینامیکی سکو به کمک روش اوپلر-لاگرانژ استخراج شده و به منظور صحت سنجی مدل به دست آمده از نرم افزار ادمز^۹ استفاده می شود. در ادامه کنترل سکو برای ردیابی یک مسیر دلخواه با استفاده از دو کنترل کننده ۱- تناسبی-انتگرالی-مشتقی (PID) و ۲- تنظیم کننده مربعی خطی^{۱۰} (LQR) انجام و با یکدیگر مقایسه خواهند شد.

۲. ساختار سکوی پیشنهادی

سکوی سه درجه آزادی پیشنهادی در شکل

(۱) نمایش داده شده است. افزودن یک درجه آزادی به ساختار سکو به عنوان راهکار رفع مشکل تکنیکی در ردیابی اهداف هوایی نسبت به ساختارهای دو درجه آزادی مرسوم XY و سمت-ارتفاع (E/Az) در طراحی این سکو لحاظ شده است. با توجه به درجات آزادی در نظر گرفته شده برای این سکو، ساختار آن به صورت XY/Az نام گذاری می شود.



شکل ۱. نمایی از سکوی سه درجه آزادی پیشنهادی

در این مکانیزم حرکت فراز^{۱۱} با دوران حول محور X، حرکت چرخش^{۱۲} با دوران حول محور Y و حرکت سمت^{۱۳} با دوران حول محور Az انجام می شود. همان طور که توضیح داده شد، درجه آزادی افزونه با هدف ایجاد مانورپذیری در تمامی نقاط فضای کاری و کاهش گشتاور و سرعت موردنیاز در مفاصل به ساختار اضافه شده است. در شکل (۱) نشان داده شده است که سکوی پیشنهادی یک مکانیزم سری با توزیع متقارن جرم در بازوها نسبت به محل قرارگیری مفصل هاست. با استفاده از وزنه های تعادل^{۱۴} متناسب با بار مجری نهایی در محور سازه، مرکز جرم بازوها در نزدیکی محور چرخش عملگرها قرار گرفته است تا گشتاور کمتر و یکنواختی به

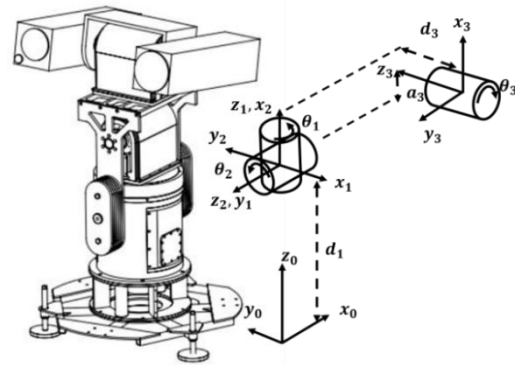
عملگرها تحمیل شود. با این رویکرد می توان در عمل از کنترل کننده های ساده تری برای فرایند کنترل سکو استفاده کرد. با توجه به اینکه این سکو می تواند در تنظیم راستای تجهیزات دیگر مانند رادار، دیش های مخابراتی و سامانه های ردیاب الکترواپتیکی برای تعقیب اجسام پرنده استفاده شود، این ملاحظات، کارایی سکو را در حضور بارهای سنگین تضمین می کند.

در این ردیاب، برای دنبال کردن هدف و اعلام موقعیت آن از دو دوربین استفاده شده است. یکی از این دوربین ها مرئی و دیگری می تواند دید در شب باشد و با توجه به شرایط، در هر لحظه ممکن است، یکی از آن ها فعال باشد. در ادامه به بررسی مدل سینماتیکی و سینماتیک معکوس این سکو پرداخته می شود.

۲-۱. تحلیل سینماتیکی سکوی سه درجه آزادی

معادله های سینماتیکی توصیف کننده هندسه حاکم بر حرکت در یک مکانیزم هستند. در این بخش به تحلیل سینماتیکی مکانیزم سه درجه آزادی XY/Az پرداخته می شود. یکی از روش های مطرح و کارا برای تحلیل سینماتیک یک ساختار، روش دناویت-هارتنبگ^{۱۵} است. در این پژوهش از روش دناویت-هارتنبگ اصلاح شده به منظور استخراج معادله های سینماتیکی سکوی دارای افزونگی XY/Az استفاده شده است [۳۴]. با استفاده از این روش، دستگاه های مختصات مربوط به هر درجه آزادی مطابق شکل (۲) در نظر گرفته شده است. زوایای $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ به ترتیب دوران حول محورهای حرکتی سمت، چرخش و فراز سکو هستند. در این شکل با توجه به اینکه در هر لحظه تنها یکی از دوربین ها فعال

هستند، بدون از دست دادن کلیت، مسئله تنها با در نظر گرفتن یکی از دوربین‌ها حل شده است. پارامترهای دناویت-هارتنبِرج به صورت جدول (۱) برای این سکو به دست خواهند آمد [۳۴].



شکل ۲. چهارچوب قاب‌های سکو بر اساس روش

دناویت-هارتنبِرج

جدول ۱. پارامترهای دناویت-هارتنبِرج سکوی

پیشنهادی

a_i	α_i	d	θ_i	مفصل
m	Rad	m	Rad	
0	0	d_1	$\theta_1 - \frac{\pi}{2}$	۱
0	$\frac{\pi}{2}$	0	$\theta_2 + \frac{\pi}{2}$	۲
a_3	$-\frac{\pi}{2}$	$-d_3$	θ_3	۳

برای محاسبه معادله‌های سینماتیک مستقیم سکو، لازم است ماتریس‌های دوران و انتقال بین هر دو دستگاه مختصات متوالی محاسبه شود و در ماتریس تبدیل قرار گیرد. ماتریس تبدیل نهایی از ضرب ماتریس‌های تبدیل متوالی به دست خواهد آمد [۳۴].

(۱)

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} R_i^{i-1} & O_i^{i-1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_i \\ s\theta_i c\alpha_i & c\theta_i c\alpha_i & -s\alpha_i & -d_i s\alpha_i \\ s\theta_i s\alpha_i & c\theta_i s\alpha_i & c\alpha_i & d_i c\alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

در رابطه (۱)، R_i^{i-1} ماتریس دوران^{۱۶} و O_i^{i-1}

بردار انتقال^{۱۷} هستند. عبارت‌های $s\theta_i$ و $c\theta_i$ به ترتیب کسینوس و سینوس زاویه θ_i را نشان می‌دهند. متغیرهای α_i, d_i, θ_i و a_i نیز پارامترهای ثابت دناویت-هارتنبِرج هستند که مشخصات طولی و جهت‌گیری ساختار سکوی پیشنهادی را نشان می‌دهند. این عوامل در جدول (۱) ارائه شده‌اند.

با استفاده از رابطه (۱)، جاگذاری مقادیر پارامترهای هر مفصل از جدول (۱) و خاصیت ضربی ماتریس انتقال، ماتریس انتقال کلی به صورت رابطه (۲) به دست می‌آید.

$$T_3^0 = T_1^0 T_2^1 T_3^2 = \begin{bmatrix} R_3^0 & O_3^0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

درایه‌های ماتریس T_3^0 به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} T_{11} &= -s\theta_1 s\theta_2 c\theta_3 + c\theta_1 s\theta_3 \\ T_{12} &= s\theta_1 s\theta_2 s\theta_3 - c\theta_1 c\theta_3 \\ T_{13} &= s\theta_1 c\theta_2 \\ T_{14} &= -a_3 s\theta_1 s\theta_2 - d_3 s\theta_1 s\theta_2 \\ T_{21} &= -c\theta_1 s\theta_2 c\theta_3 - s\theta_1 s\theta_3 \\ T_{22} &= c\theta_1 s\theta_2 s\theta_3 - s\theta_1 c\theta_3 \\ T_{23} &= c\theta_1 c\theta_2 \\ T_{24} &= -a_3 c\theta_1 s\theta_2 - d_3 c\theta_1 c\theta_2 \\ T_{31} &= c\theta_2 c\theta_3 \\ T_{32} &= -c\theta_2 s\theta_3 \\ T_{33} &= s\theta_2 \\ T_{34} &= a_3 c\theta_2 - d_3 s\theta_2 + d_1 \end{aligned} \quad (۳)$$

با استفاده از رابطه (۲)، ماتریس دوران و ماتریس انتقال کلی از رابطه (۴) به دست می‌آیند.



همان‌طور که در شکل (۲) نشان داده شده است، خط دید دوربین منطبق بر محور y فرض شده است. از آنجاکه لازم است، این خط دید یعنی بردار $P^1 = [0 \ 1 \ 0]^T$ همان بردار P باشد، زاویه مجری نهایی پس از حرکت زوایای سکو با استفاده از رابطه (۴) به صورت رابطه (۵) به دست می‌آید.

$$P = R_3^0 P^1 = \begin{bmatrix} -c\theta_1 s\theta_2 c\theta_3 - s\theta_1 s\theta_3 \\ c\theta_1 s\theta_2 s\theta_3 - s\theta_1 c\theta_3 \\ c\theta_1 c\theta_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

برای حل مسئله کافی است تنها راستای بردار P مدنظر قرار گیرد. از این‌رو در رابطه (۶) بردار P به صورت نرمال شده در نظر گرفته می‌شود.

$$P = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix}, \quad P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 = 1 \quad (6)$$

در رابطه (۶) P_x, P_y, P_z مقادیر نرمال شده مکان هدف در فضای کارتزین هستند. از این معادله‌ها به منظور استخراج سینماتیک معکوس استفاده می‌شود.

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c\theta_1 s\theta_2 c\theta_3 - s\theta_1 s\theta_3 \\ c\theta_1 s\theta_2 s\theta_3 - s\theta_1 c\theta_3 \\ c\theta_1 c\theta_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

با توجه به وابستگی سطرهای بردار P در رابطه (۷) می‌توان نشان داد که این معادله بی‌نهایت جواب دارد؛ یعنی برای ردیابی راستای هدف، زوایای مفصلی سکو دسته پاسخی متعددی را می‌توانند اختیار نمایند. با توجه به رویکرد حل مسئله سینماتیک معکوس، یکی از این دسته جواب‌ها انتخاب می‌شوند. برای مثال برای محاسبه پاسخی مسئله می‌توان یکی از زوایا را ثابت فرض کرد و دو زاویه دیگر را برحسب مقدار معلوم، محاسبه نمود. با فرض مشخص بودن زاویه θ_1 ، دو زاویه دیگر به منظور ردیابی هدف به صورت روابط (۸) قابل محاسبه است.

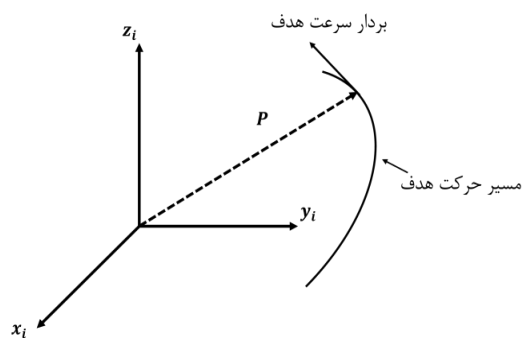
$$R_3^0 = \begin{bmatrix} -s\theta_1 s\theta_2 c\theta_3 + c\theta_1 s\theta_3 & s\theta_1 s\theta_2 s\theta_3 - c\theta_1 c\theta_3 & s\theta_1 c\theta_2 \\ -c\theta_1 s\theta_2 c\theta_3 - s\theta_1 s\theta_3 & c\theta_1 s\theta_2 s\theta_3 - s\theta_1 c\theta_3 & c\theta_1 c\theta_2 \\ c\theta_2 c\theta_3 & -c\theta_2 s\theta_3 & s\theta_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$O_3^0 = \begin{bmatrix} -a_3 s\theta_1 s\theta_2 - d_3 s\theta_1 s\theta_2 \\ -a_3 c\theta_1 s\theta_2 - d_3 c\theta_1 c\theta_2 \\ a_3 c\theta_2 - d_3 s\theta_2 + d_1 \end{bmatrix}$$

این ماتریس‌ها موقعیت و جهت‌گیری مجری نهایی نسبت به چهارچوب مرجع $\{0\}$ را نشان می‌دهند. در رابطه (۴) پارامترهای سکوی سه درجه آزادی بر اساس مدل طراحی شده در محیط نرم‌افزار سالیدورکس^{۱۸} به مقدار $d_1 = 1/30$ ، $d_3 = 0/35$ و $a_3 = 1/45$ متر جایگذاری می‌شوند.

۲-۲. سینماتیک معکوس سکوی پیشنهادی

در بخش قبل روابطی برای گذر از فضای مفصلی به فضای دکارتی به دست آمد. مشکلی که بیشتر در سکوهایی با ساختار سری مطرح می‌شود، حل مسئله سینماتیک معکوس است. از آنجاکه ساختار سکو دارای افزونگی است، نشان داده می‌شود که مانند بسیاری از مکانیزم‌های افزونه، تعداد پاسخ‌های این مسئله نامحدود است [۳۴]. مطابق شکل (۳) اگر فرض شود بردار موقعیت هدف در فضا، در دستگاه مختصات سکوی ردیاب با بردار P نشان داده شود، در مسئله سینماتیک معکوس، مطلوب به دست آوردن زاویه‌های $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ به نحوی است که بردار P همواره در راستای خط دید مجری نهایی قرار گیرد.



شکل ۳. خط دید دوربین و مسیر حرکت هدف





$$\theta_2 = \cos^{-1}\left(\frac{P_z}{c\theta_1}\right)$$

$$\theta_3 = \text{atan2}(P_x c\theta_1 s\theta_2 - P_y s\theta_1, P_y c\theta_1 s\theta_2 - P_x s\theta_1) \quad (8)$$

همان طور که نشان داده شد، در مکانیزم پیشنهادی امکان تغییر هر سه زاویه مفصلی وجود دارد و برای ردیابی راستای هدف در فضای کارترزین، تغییر دو زاویه در فضای مفصلی کافی است. در حقیقت با ایجاد افزونگی در محورهای حرکتی سکو و انتخاب زوایای حرکتی دلخواه برای هر یک از محورها، سرعت‌ها در دو محور دیگر هموارتر شده و تا حد قابل قبولی کاهش می‌یابند. با این کار از تکینگی معادله‌های حرکتی سکو به علت محدودیت سینماتیکی در هدف-گیری اهداف افقی و اهداف بالای سر جلوگیری می‌شود که تأثیر قابل ملاحظه‌ای در مسئله کنترل و ردیابی سکو خواهد داشت. در ادامه یک روش تحلیلی مبتنی بر فرمول چرخش رودریگز برای حل مسئله سینماتیک معکوس این سکو پیشنهاد خواهد شد.

۳. حل مسئله سینماتیک معکوس

در این بخش به حل مسئله سینماتیک معکوس به کمک رابطه چرخش رودریگز پرداخته می‌شود [۳۵]. مسئله ردیابی راستای هدف می‌تواند به مسئله یافتن تبدیل بین بردار یکه‌ای، که راستای فعلی مجری نهایی سکو را نشان می‌دهد و بردار یکه‌ای که به موقعیت هدف اشاره می‌کند تبدیل شود. به این منظور فرض می‌شود در صورت انجام شدن فرایند ردیابی، هدف هوایی نسبت به مجری نهایی دارای بردار انتقال $P = [0 \ k \ 0]^T$ باشد. به بیان دیگر چون دوربین در راستای محور y قرار گرفته است، مطلوب است که هدف با فاصله k از مجری نهایی

و در راستای دوربین قرار گیرد. از آنجاکه در مسئله ردیابی تنها راستای هدف اهمیت دارد، می‌توان به جای بردار P ، نرمالیزه شده آن را در نظر گرفت:

$$P_n = \frac{P}{\|P\|} = [0 \ 1 \ 0]^T \quad (9)$$

اگر فرض شود موقعیت هدف در فضای کاری به صورت $M = [X \ Y \ Z]^T$ نشان داده می‌شود و بردار یکه‌ای که به آن اشاره می‌کند به صورت $M_n = [x \ y \ z]^T$ محاسبه شود، مطلوب است؛ یافتن ماتریس تبدیل \mathfrak{R} به طوری که مطابق رابطه (۱۰) بردار P_n را بر M_n منطبق کند.

$$M_n = \mathfrak{R}P_n \quad (10)$$

اگر زاویه بین P_n و M_n با θ نشان داده شود، نسبت‌های مثلثاتی این زاویه به صورت زیر قابل محاسبه هستند:

$$\cos\theta = P_n \cdot M_n \quad (11)$$

$$\sin\theta = \|P_n \times M_n\|$$

با داشتن این روابط و در نظر داشتن این نکته که دوران در فضای دوبعدی با زاویه θ به صورت زیر انجام می‌شود:

$$G = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

می‌توان دورانی که این دو بردار را بر هم منطبق می‌کند به صورت تلفیقی از ضرب داخلی و خارجی آن‌ها نوشت:

$$G = \begin{bmatrix} P_n \cdot M_n & -\|P_n \times M_n\| & 0 \\ \|P_n \times M_n\| & P_n \cdot M_n & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

بردار M_n را می‌توان به دو مولفه u و v که تصویر آن روی P_n و یک بردار عمود بر آن است، تجزیه کرد.

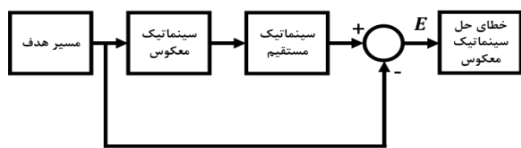
$$u = \frac{(P_n \cdot M_n)P_n}{\|(P_n \cdot M_n)P_n\|}$$

$$v = \frac{M_n - (P_n \cdot M_n)P_n}{\|M_n - (P_n \cdot M_n)P_n\|} \quad (14)$$

هدف محاسبه نمود.

۳-۱. راستی آزمایی حل مسئله سینماتیک معکوس

در این بخش به راستی آزمایی حل سینماتیک معکوس مسئله به کمک مسیر تولیدشده با حل تحلیلی بخش ۳ پرداخته می‌شود. در راستی آزمایی حل سینماتیک معکوس می‌توان از یک مسیر دلخواه استفاده کرد. این مسیر در اختیار بلوک معادله‌های سینماتیک معکوس قرار می‌گیرد و متغیرهای مفصلی برای ردیابی آن به دست می‌آیند. پس از آن با استفاده از معادله‌های سینماتیک مستقیم، پاسخ به دست آمده به متغیرهای فضای کاری تبدیل و با مسیر دلخواه مقایسه می‌شود. شکل (۴) روال بررسی صحت پاسخ مسئله سینماتیک معکوس را نشان می‌دهد.



شکل ۴. روال راستی آزمایی حل سینماتیک معکوس

مسیری که در این بخش در نظر گرفته شده، یک مسیر دلخواه به صورت شکل (۵) است. در این مسیر هدف در مدت ۱۰۰ ثانیه از روبه‌روی ردیاب حرکت خود را شروع می‌کند و با حرکت به سمت آن دو بار از بالای سر و افق دید ردیاب عبور خواهد کرد. این مسیر برای سکوه‌های معمول دو درجه آزادی به دلیل عبور هدف از افق و بالای سر سکو قابل ردیابی نیست.

در نهایت با اعمال مسیر مشخص شده در شکل (۵) و پیاده‌سازی روند راستی آزمایی مشخص شده در شکل (۴)، می‌توان نمودار خطای حل مسئله سینماتیک معکوس را به صورت شکل

برای تشکیل پایه نرمال متعامد فضای سه‌بعدی می‌توان بردار w را به صورت ضرب خارجی دو بردار u و v تعریف کرد.

$$w = u \times v \quad (15)$$

با داشتن این سه بردار ماتریس F به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(16)$$

$$F = [u \quad v \quad w]^{-1} = \left[P_n \quad \frac{M_n - (P_n \cdot M_n)P_n}{\|M_n - (P_n \cdot M_n)P_n\|} \quad M_n \times P_n \right]^{-1}$$

توجه شود که با توجه به نرمال بودن بردار u می‌توان این بردار را با P_n جایگزین کرد. در صورت هم‌راستا بودن بردارهای u و v فرایند ردیابی محقق شده و نیازی به محاسبه رابطه (۱۶) وجود ندارد. در نتیجه ماتریس F همواره معکوس پذیر است. اکنون با داشتن ماتریس G و F می‌توان ماتریس \mathfrak{R} را به صورت رابطه (۱۷) به دست آورد.

$$\mathfrak{R} = F^{-1}GF = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (17)$$

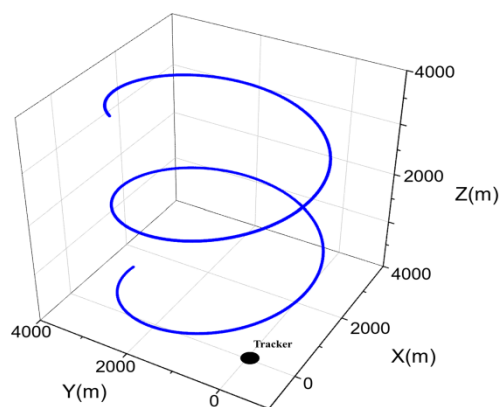
نکته قابل ذکر این است که تمامی درایه‌های ماتریس G و F نرمال هستند، در نتیجه می‌توان گفت $\|\mathfrak{R}\| = 1$. حال اگر ماتریس دوران سیستم را که در رابطه (۴) معرفی شده با ماتریس \mathfrak{R} برابر قرار دهیم می‌توان مقادیر مجهول برای زوایا را به دست آورد. با توجه به درایه‌های ستون اول و سطر سوم در رابطه (۴) داریم:

$$\begin{aligned} \theta_2 &= \text{atan2}(r_{33}, \sqrt{r_{13}^2 + r_{23}^2}) \\ \theta_1 &= \text{atan2}\left(\frac{r_{13}}{\cos\theta_2}, \frac{r_{23}}{\cos\theta_2}\right) \\ \theta_3 &= \text{atan2}\left(\frac{-r_{32}}{\cos\theta_2}, \frac{r_{31}}{\cos\theta_2}\right) \end{aligned} \quad (18)$$

با توجه به این که ماتریس \mathfrak{R} یک ماتریس متعامد منظم^{۱۹} است با استفاده از این رابطه، می‌توان زوایای مفصلی را با معلوم بودن مختصات

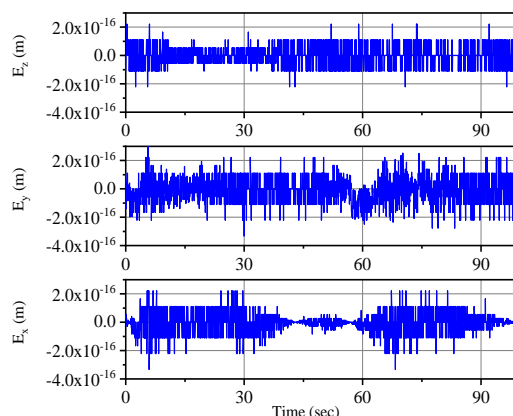


(۶) به دست آورد.



شکل ۵. مسیر در نظر گرفته شده برای حرکت هدف

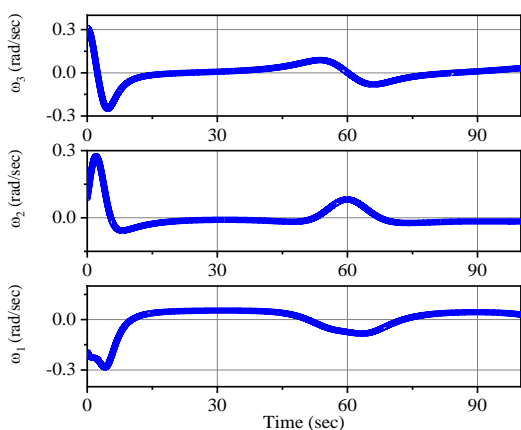
مشاهده می‌شود که فرایند حل مسئله سینماتیک معکوس به کمک رابطه تحلیلی پیشنهادی به خوبی انجام می‌شود.



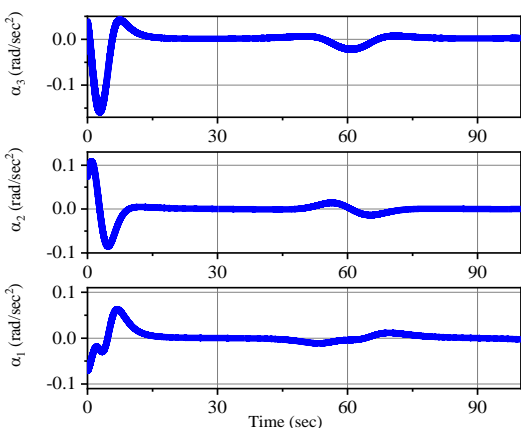
شکل ۶. خطای حل مسئله سینماتیک معکوس

خطای بین موقعیت‌های محاسبه شده در فضای کاری و مسیر مشخص شده، از مرتبه 10^{-16} هستند که مربوط به انجام محاسبات عددی در نرم‌افزار متلب است. اگر سکو در یک فرایند ردیابی بخواهد مسیر هدف در شکل (۵) را تعقیب کند، مطلوب است که در این فرایند مقدار سرعت و شتاب زاویه‌ای در مفاصل یک منحنی هموار را دنبال کند. در شکل (۷) و (۸) سرعت و شتاب

زاویه‌ای مفاصل سکو در فرایند تعقیب قابل مشاهده است. برای سهولت در نام‌گذاری، مطابق شکل (۲) درجات آزادی از پایین به بالا با اعداد ۱ تا ۳ مشخص شده‌اند. با توجه به شکل‌های (۷) و (۸) در هیچ‌یک از درجات آزادی، تغییرات ناگهانی سرعت یا شتاب رخ نمی‌دهد. در نتیجه دامنه و بسامد نوسانات سرعت و شتاب مورد نیاز در محدوده کاری بسیاری از عملگرهایی که در کاربردهای عملی به کار می‌روند قرار می‌گیرد.



شکل ۷. سرعت زاویه‌ای مفاصل سکو



شکل ۸. شتاب زاویه‌ای مفاصل سکو

۴. استخراج و راستی‌آزمایی معادله‌های دینامیکی سکو

به منظور مدل‌سازی دینامیک سکو، نیاز است



تا معادله‌های سینماتیکی تمام بازوهای سکو بررسی شوند. بدین منظور، با استفاده از معیار دناویت-هارتنببرگ معرفی شده در بخش تحلیل سینماتیکی، موقعیت و ماتریس دوران هر لینک استخراج می‌شود. پس از آن ماتریس ژاکوبی هر بازو، که از دو بخش ماتریس ژاکوبی خطی و زاویه‌ای تشکیل شده است، به صورت زیر استخراج می‌شود [۳۴]:

$$J_i = \begin{bmatrix} J_{v_i}^{(j)} \\ J_{\omega_i}^{(j)} \end{bmatrix} = [J_i^{(1)} \quad J_i^{(2)} \quad \dots \quad J_i^{(i)} \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0] \quad (19)$$

پس می‌توان نشان داد که ستون j ام ماتریس ژاکوبی لینک i ام ربات سری که فقط از مفاصل دورانی تشکیل شده است، به صورت زیر قابل استخراج است [۳۴]:

$$J_{v_i}^{(j)} = \hat{z}_j \times {}^j p_{c_i} \quad J_{\omega_j}^{(i)} = \hat{z}_j \quad (20)$$

در این فرمول‌بندی، ${}^j p_{c_i}$ بیانگر بردار موقعیت مرکز جرم لینک i نسبت به دستگاه مختصات z و $\hat{z}_i = {}^0 R_i [0 \quad 0 \quad 0]^T$ بیانگر بردار یکه راستای هر مفصل است.

افزون بر این، می‌توان نشان داد که دینامیک صریح بازوهای رباتیکی سری، به صورت زیر قابل فرمول‌بندی است [۱۸، ۳۴]:

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g(\theta) = \tau + \tau_d \quad (21)$$

که در اینجا، n بیانگر تعداد متغیرهای مفصلی محرک سکو، $\theta \in R^n$ بیانگر متغیرهای مفصلی محرک، $M(\theta) \in R^{n \times n}$ بیانگر ماتریس جرمی سکو، $C(\theta, \dot{\theta}) \in R^{n \times n}$ بیانگر ماتریس شتاب‌های کوریولیس و مرکز‌گرایی، $g(\theta) \in R^n$ بیانگر بردار وزن سکو، $\tau \in R^n$ نشان‌دهنده بردار نیروهای عمومی محرک و $\tau_d \in R^n$ بیانگر

نیروهای عمومی اغتشاشی وارده به مجری نهایی سکو است. همان‌طور که در [۱۸] نشان داده شده است، بخش‌های مختلف دینامیک یک ربات سری، با استفاده از فرمول بندی اوپلر-لاگرانژ، به صورت زیر قابل استخراج است:

$$M(\theta) = \sum_{i=1}^n (J_{v_i}^T m_i J_{v_i} + J_{\omega_i}^T {}^0 I_{G_i} J_{\omega_i}) \quad (22)$$

$$g(\theta) = - \sum_{i=1}^n (m_i g_0^T J_{v_i})$$

در این فرمول‌بندی، ${}^0 I_{G_i} = {}^0 R_i {}^i I_{G_i} {}^0 R_i^T$ بیانگر نگاشت ماتریس ممان اینرسی هر لینک نسبت به دستگاه مختصات ${}^i I_{G_i}$ ، به دستگاه مختصات پایه و $g_0 = [0, 0, -9.81]^T$ بیانگر بردار گرانش زمین است. افزون بر این، هر درایه ماتریس شتاب‌های کوریولیس و مرکز‌گرا به صورت زیر قابل استخراج است:

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^n c_{ijk} \dot{\theta}_k \quad (23)$$

$$c_{ijk} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial M_{ij}}{\partial \theta_k} + \frac{\partial M_{ik}}{\partial \theta_j} - \frac{\partial M_{jk}}{\partial \theta_i} \right)$$

به منظور استخراج نمادین^{۲۰} بخش‌های مختلف دینامیک سکو، از نرم‌افزار محاسبه نمادین میپیل^{۲۱} استفاده می‌شود. سپس با استفاده از بخش تولید کد^{۲۲}، خروجی متلب استخراج می‌شود. به دلیل پیچیده بودن محاسبه بخش‌های مختلف دینامیک سکو، صحت‌سنجی دینامیک اهمیت ویژه‌ای دارد. به این منظور، مدل رایانه‌ای طراحی شده^{۲۳} از سکو در نرم‌افزار تحلیل دینامیکی ادمز مدل‌سازی شده و نتایج تحلیل دینامیکی، با استفاده از این نرم‌افزار صحت‌سنجی می‌شود. نمایی از سکوی سه درجه آزادی در نرم‌افزار ادمز، در شکل (۹) دیده می‌شود.

به منظور صحت‌سنجی سکو، مسیر دلخواه زیر

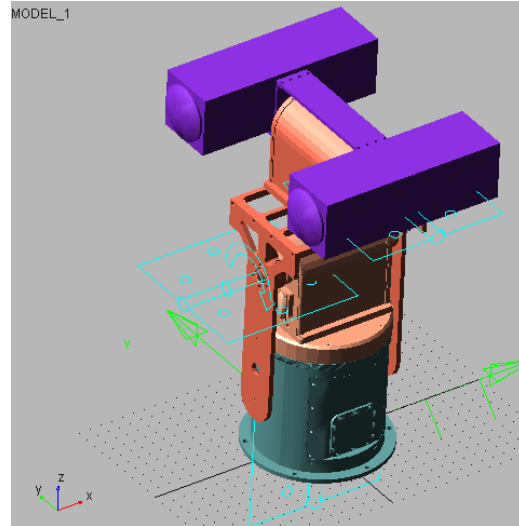


برای سکو در نظر گرفته می‌شود:

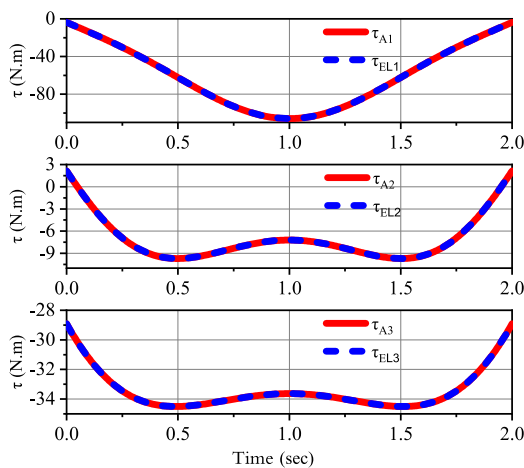
$$\begin{aligned}\theta_1 &= \frac{\pi}{6} \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right) \\ \theta_2 &= \frac{\pi}{8} \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right) \\ \theta_3 &= \frac{\pi}{6} \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right)\end{aligned}\quad (24)$$

سکو اعمال می‌شود و گشتاور مفصل‌های محرک سکو مورد مقایسه قرار می‌گیرد. نتیجه در شکل (۱۰) و اختلاف گشتاور دو مدل در شکل (۱۱) نشان داده شده است. زیرنویس EL برای گشتاور به‌دست‌آمده از روش اویلر-لاگرانژ و زیرنویس A برای گشتاور حاصل از مدل ادمز استفاده شده است.

همان‌طور که از شکل (۱۰) و (۱۱) مشخص است، مدل دینامیکی سکو با دقت تقریبی 10^{-6} صحت‌سنجی شده‌اند، که نشان‌دهنده درستی مدل دینامیکی سکو است. از این مدل در بخش بعد برای شبیه‌سازی کنترل سکو استفاده می‌شود.



شکل ۹. نمایی از مدل سکو در نرم‌افزار ادمز



شکل ۱۰. صحت‌سنجی دینامیک سکو با استفاده از

نرم‌افزار ادمز

۵. کنترل‌کننده سکو

همان‌طور که در بخش طراحی ساختار سکوی پیشنهادی بیان شد، با استفاده از وزنه‌های تعادل متناسب با بار مجری نهایی در محور سازه، مرکز جرم بازوها در نزدیکی محور چرخش عملگرها قرار گرفته است تا گشتاور کمتر و یکنواختی به عملگرها تحمیل شود. با این کار می‌توان از پیچیدگی در ساختار کنترل‌کننده اجتناب کرد.

با توجه به طراحی انجام‌شده، مقادیر واقعی ثابت‌های جرمی سکو به‌صورت جدول (۲) به دست آمده است.

جدول ۲. مشخصات جرمی سکو

بازو	جرم Kg	مرکز جرم m	ماتریس اینرسی $\text{Kg}\times\text{m}^2$
اول	110.8	[0 -0.21 0.0]	$\begin{bmatrix} 5.90 & 0 & 0 \\ 0 & 3.05 & 0.31 \\ 0 & 0 & 4.50 \end{bmatrix}$
دوم	132.2	[0.53 0 0.01]	$\begin{bmatrix} 16.48 & 0 & 0 \\ 0 & 32.36 & 43 \\ 0.99 & 0 & 43 \end{bmatrix}$
سوم	45.41	[0.01 0.06 0]	$\begin{bmatrix} 8.13 & 0.05 & 0 \\ 0.05 & 32.36 & 0 \\ 0 & 0 & 5.93 \end{bmatrix}$

سپس مسیر دلخواه به مدل دینامیکی کد نویسی شده سکو در نرم‌افزار متلب و مدل ادمز



ورودی سیستم به صورت رابطه (۲۶) به دست می‌آیند.

(۲۶)

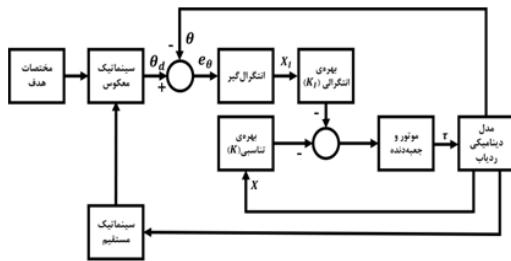
$$A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{\partial M^{-1}(CX_2 + G)}{\partial X_1} & -\frac{\partial M^{-1}(CX_2 + G)}{\partial X_2} \end{bmatrix}_{X_1=X_{1e}, X_2=0}$$

$$B(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix}_{X_1=X_{1e}}$$

در این رابطه زیرنویس e (.) نشان دهنده مقدار مربوط به نقطه تعادلی است که خطی سازی در آن انجام شده است. ماتریس خروجی سیستم به صورت رابطه (۲۷) تعریف می‌شود.

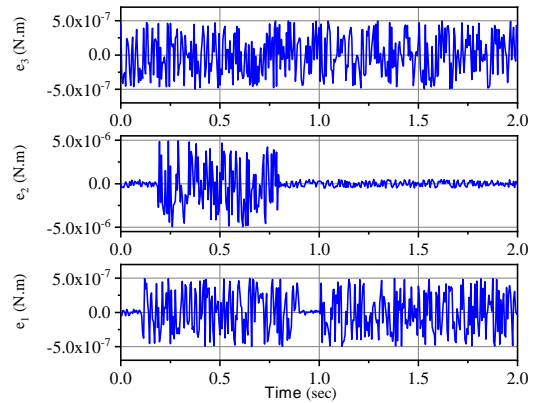
$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \theta_d \quad (27)$$

در این رابطه θ_d نشان دهنده ورودی مرجع است. حلقه کنترلی پیشنهادی به صورت شکل (۱۲) خواهد بود.



شکل ۱۲. حلقه کنترل بهینه سکو

در این حلقه ابتدا موقعیت هدف به کمک دوربین اندازه گیری شده و وارد بلوک سینماتیک معکوس می‌شود. پس از استخراج متغیرهای مفصلی مورد نیاز برای تعقیب موقعیت هدف (θ_d) ، مقدار آن با مقدار فعلی مقایسه شده و در اختیار انتگرال گیر قرار می‌گیرد. مطابق با طراحی‌های مکانیکی صورت گرفته برای این سکو، در این بخش مدل موتور و جعبه دنده مناسب برای سیستم نیز در شبیه سازی لحاظ می‌شود. لازم به بیان است که بلوک مدل ردیاب، به کمک مدل دینامیکی بخش قبل ساخته شده است. مدل در



شکل ۱۱. دقت صحت سنجی دینامیک سکو با استفاده از نرم افزار ادمز

از این رو؛ در این بخش از دو کنترل کننده تناسبی-انتگرالی- مشتقی و تنظیم کننده مربعی خطی برای کنترل سکوی پیشنهادی برای مسیر داده شده در شکل (۴) مورداستفاده قرار می‌گیرد. در ادامه، طراحی این کنترل کننده‌ها بررسی می‌شود.

۵-۱. طراحی تنظیم کننده مربعی خطی

تنظیم کننده مربعی خطی (LQR) یکی از پرکاربردترین انواع کنترل بهینه در ردیابی سیگنال مرجع است [۳۶]. به منظور طراحی این کنترل کننده لازم است نخست معادله‌های دینامیکی سامانه به کمک بسط سری تیلور به حالت خطی تبدیل شود. معادله‌های دینامیکی سیستم در حالت کلی به صورت رابطه (۲۱) نوشته می‌شوند. متغیرهای زیر برای کمک به خطی سازی تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \dot{X}_1 = X_2 \\ \dot{X}_2 &= M^{-1}(\tau - CX_2 - G) \end{aligned} \quad (25)$$

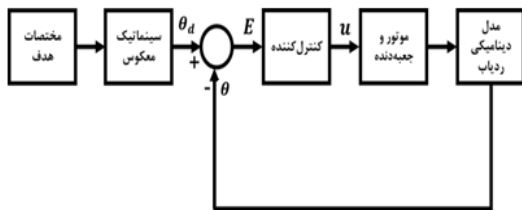
در این رابطه X_1 متغیرهای حالت مربوط به موقعیت و X_2 متغیرهای حالت مربوط به سرعت زاویه‌ای را نشان می‌دهند. بردار حالت کلی سیستم به صورت $X = [X_1 \ X_2]$ تعریف می‌شود. با این تعاریف ماتریس‌های حالت و



توجه می‌شود که مقادیر ویژه بزرگ‌تر برای \bar{Q} به معنی تلاش برای حداقل تغییر در حالت‌های سیستم و مقادیر کوچک برای \bar{R} به معنی ایجاد محدودیت کمتر برای تلاش کنترلی بزرگ است. این اعداد با آزمون و خطا به دست آمده‌اند.

۲-۵. طراحی کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی

در این بخش یک کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی برای کنترل سکوی پیشنهادی طراحی شده است. حلقه کنترل بسته شده به صورت شکل (۱۳) است.



شکل ۱۳. حلقه کنترل تناسبی-انتگرالی-مشتقی سکوی

در حلقه شکل (۱۳)، پس از استخراج متغیرهای مفصلی موردنیاز تعقیب موقعیت هدف (θ_d) ، با مقایسه موقعیت مفصلی هدف و موقعیت مفصلی فعلی، سیگنال خطا (E) تولید شده و به بلوک کنترل‌کننده ارسال می‌شود. فرمان کنترل (u) به وسیله بخش موتورها و جعبه‌دنده به مدل دینامیکی سکوی ردیاب اعمال می‌شود.

برای کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی نیز رابطه زیر در نظر گرفته شده است.

$$G_c = P + \frac{I}{s} + D \frac{N}{1 + \frac{N}{s}} \quad (33)$$

ضرایب این کنترل‌کننده با استفاده از روش زیگلر-نیکولز برای داشتن یک حلقه کنترلی مقاوم به صورت جدول (۳) تنظیم شده‌اند [۳۷].

نظر گرفته شده برای موتورها به صورت رابطه (۲۸) تعریف شده است. این رابطه با توجه به طراحی‌های انجام‌شده بر اساس عوامل سروموتور AC مدل APM-SC05D شرکت مکاپیون^{۲۴} به دست آمده است.

$$G_{motor} = \frac{79.51s + 159.41}{s^2 + 47.49s + 117.17} \quad (28)$$

برای جعبه‌دنده‌ها ضریب تبدیل ۳ در نظر گرفته شده و حداکثر گشتاور تولیدی موتورها ۳ نیوتون متر است.

باید توجه داشت که در این حلقه در حقیقت معادله‌های دینامیکی سیستم را افزوده^{۲۵} کرده‌ایم، به این معنی که علاوه بر خود حالات، انتگرال آن‌ها را نیز به بردار حالت افزوده‌ایم. معادله‌های فعلی سیستم به صورت زیر هستند:

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} \dot{X} \\ X_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ X_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \tau + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \theta_d \quad (29)$$

به عنوان تابع هزینه با فرض $\bar{Q} = \bar{Q}^T > 0$ و $\bar{R} = \bar{R}^T > 0$ رابطه (۳۰) در نظر گرفته می‌شود:

$$J = \int_0^{\infty} (\bar{X}^T \bar{Q} \bar{X} + u^T \bar{R} u) dt \quad (30)$$

اکنون یک کنترل‌کننده پس‌خور به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tau = -[K \quad K_I] \begin{bmatrix} X \\ X_I \end{bmatrix} = -\bar{K} \bar{X} \quad (31)$$

$$\bar{K} = -\bar{R}^{-1} [B^T \quad 0] \bar{P}$$

در این رابطه \bar{K} بهره پس‌خور است که از کمینه‌کردن رابطه (۳۰) به دست می‌آید. مقادیر در نظر گرفته شده برای ماتریس‌های قطری \bar{Q} و \bar{R} به صورت زیر هستند:

$$\bar{Q} = 100 \times \text{diag}(1, 10, 1, 2, 20, 2, 10, 100, 8) \quad (32)$$

$$\bar{R} = 0.25 \times \text{diag}(1, 1, 1)$$

در انتخاب این مقادیر ویژه به این مسئله



جدول ۳. ضرایب کنترل کننده تناسبی-انتگرالی-

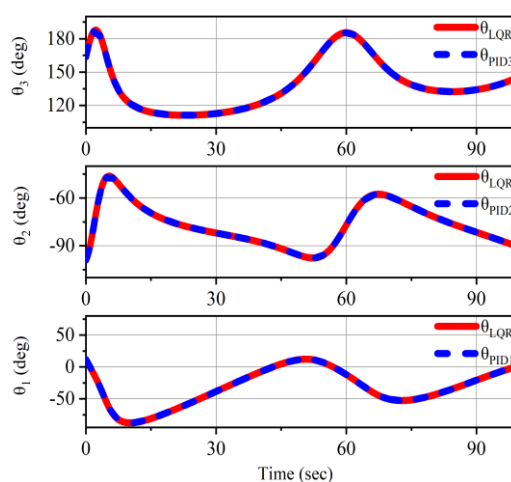
مشتقی

درجه آزادی	ضریب تناسبی	ضریب انتگرالی	ضریب مشتقی	ضریب فیلتر
	P	I	D	N
۱	۱۵۰۰	۱۸۰	۵۰	۱۰۰۰
۲	۲۲۰۰	۳۲۰	۱۰۰	۱۰۰۰
۳	۶۰۰	۱۰۰	۶۰	۱۰۰۰

۳-۵. نتایج شبیه سازی

در این بخش عملکرد دو کنترل کننده تنظیم کننده مربعی خطی (LQR) و تناسبی-انتگرالی-مشتقی برای کنترل سکو با یکدیگر مقایسه می شوند. در این شبیه سازی، هدف مسیر تعریف شده در شکل (۴) را طی می کند.

در شکل (۱۴) مسیر طی شده برای متغیرهای فضای مفصلی در دو حلقه کنترل مذکور مشاهده می شود. همان طور که نشان داده شده، متغیرهای فضای مفصلی مسیری هموار و پیوسته را طی خواهند کرد.

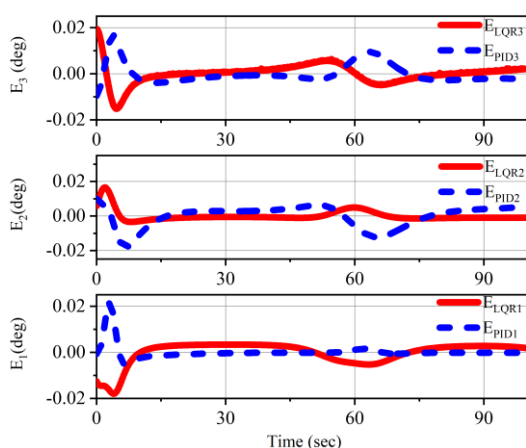


شکل ۱۴. مسیر طی شده به وسیله متغیرهای فضای مفصلی سکو برای دو کنترل کننده طراحی شده

لازم به ذکر است در شکل های این بخش، زیرنویس $(.)_i, i = 1, 2, 3$ نشان دهنده درجه

آزادی مربوطه است، برای مثال عبارت θ_{LQR1} زاویه طی شده با درجه آزادی اول تحت کنترل تنظیم کننده مربعی خطی را نشان می دهد.

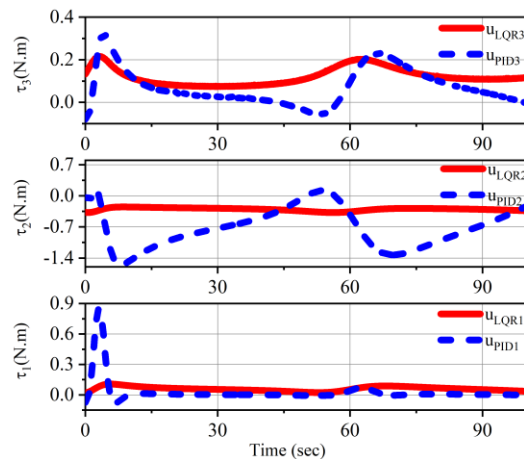
برای مقایسه بهتر عملکرد دو کنترل کننده طراحی شده برای ردیابی مسیر هدف شکل (۴)، نمودار خطای ردیابی برای این مسیر به صورت شکل (۱۵) رسم شده است. مشاهده می شود که خطای ردیابی در هر دو حالت قابل قبول است.



شکل ۱۵. خطای ردیابی هدف توسط سکو

در شکل (۱۶) مشاهده می شود که تلاش کنترلی یا گشتاور تولیدی به وسیله عملگرها از محدوده مشخص شده فراتر نمی رود. گشتاور مورد نیاز در بیشترین حالت کمتر از ۱.۵ نیوتن متر خواهد بود. این مقدار با توجه به ابعاد سکو در محدوده مناسبی قرار دارد. کم بودن گشتاور مورد نیاز، مناسب بودن روش تحلیلی محاسبه سینماتیک معکوس و کارایی وزنه های تعادل در کنترل بهتر ساختار را تأیید می کند. همچنین تلاش کنترلی برای تنظیم کننده مربعی خطی در بیشتر لحظات کمتر از کنترل کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی است؛ اما این اختلاف چندان چشمگیر نیست. تلاش کنترلی در هر دو حلقه کنترلی به لحاظ بسامد تغییرات در محدوده قابل قبول برای کاربردهای عملی قرار دارد.





شکل ۱۶. تلاش کنترلی مورد نیاز برای ردیابی هدف

در مجموع می توان گفت تنظیم کننده مربعی خطی تا حدودی بهتر از کنترل کننده تناسبی-انتگرالی- مشتقی فرایند ردیابی را انجام می دهد. اما در مقابل نیاز به شناختن دقیق مدل، خطی سازی و طراحی حساس تر نسبت به کنترل کننده تناسبی-انتگرالی- مشتقی دارد. از این رو با توجه به اختلاف اندک عملکرد دو حلقه کنترلی، برای استفاده در کاربردهای عملی پیشنهاد می شود از کنترل کننده تناسبی-انتگرالی- مشتقی استفاده شود.

۶. نتیجه گیری

در این مقاله یک سکوی سه درجه آزادی برای ردیابی اهداف هوایی با مسیر نامشخص پیشنهاد شده است. در ساختار پیشنهادی ضعف سکوهای دو درجه آزادی مرسوم برطرف شده است. درجه آزادی افزونه در سکوی سه درجه آزادی پیشنهادی، تضمین می کند که می توان ردیابی هر مسیر دلخواه را بدون مواجهه با تکینگی انجام داد. مسئله سینماتیک معکوس این ساختار افزونه با استفاده از یک روش تحلیلی حل شد. همچنین عملکرد مدل دینامیکی سکوی پیشنهاد شده با مدل ساخته شده در نرم افزار ادمز

مقایسه و راستی آزمایی شد. در بخش کنترل با مقایسه فرایند ردیابی صورت گرفته با یک کنترل کننده بهینه و یک کنترل کننده تناسبی-انتگرالی- مشتقی مشخص شد که در هر دو حالت فرایند ردیابی به خوبی انجام می شود. در استفاده از تنظیم کننده مربعی خطی، ردیابی بهتر صورت می پذیرد؛ ولی فرایند طراحی پیچیده تر خواهد بود. از این رو اگر ضرایب کنترل کننده تناسبی-انتگرالی- مشتقی به خوبی تنظیم شود، چهارچوب بهتری برای استفاده در کاربردهای عملی فراهم می کند چرا که به لحاظ عملکرد ضعیف تر نیست ولی به لحاظ سهولت طراحی و استفاده به مراتب مناسب تر است. لازم به ذکر است که کنترل مناسب سکو به کمک کنترل کننده های ساده خطی به این دلیل به خوبی انجام پذیر است که در روند طراحی آن ملاحظات مکانیکی مناسب در نظر گرفته شده و در محاسبه مسیر به کمک الگوریتم تحلیلی پیشنهادی، یک مسیر هموار برای تعقیب به دست می آید.

۷. ماخذ

- [1] P. Seongjoon, T. K. Hyeong, L. Sangmin, J. Hyeontae, Survey on Anti-Drone Systems: Components, Designs, and Challenges, *IEEE Access* 9, 2021.
- [2] W. Gawronsk, Modeling and control of antennas and telescopes, *Springer Science & Business Media*, 2008.
- [3] J. Jongtack, Avss: Airborne video surveillance system, *Sensors* 18, no. 6, p. 1939, 2018.
- [4] J. W. Cutler, C. A. Kitts, Mercury: A satellite ground station control system, *IEEE Aerospace Conference. Proceedings*. Vol. 2, pp. 51-58, 1999.
- [5] B. L. Stevens, F. L. Lewis, E. N. Johnson, Aircraft control and simulation: dynamics, controls design, and autonomous systems, John Wiley &

- Maciejewski, Fundamental limitations on designing optimally fault-tolerant redundant manipulators, *IEEE Transactions on Robotics*. 24.5, 2008.
- [16] M. W. Pryor, T. Delber, Complex task completion with redundant serial manipulators, MS thesis. *University of Texas at Austin*. 1999.
- [17] A. Colome, Smooth inverse kinematics algorithms for serial redundant robots, Diss. Master Thesis. Barcelona: *Institute de Robotica i Informatica Industrial (IRI)*. 2011.
- [18] M. W. Spong, S. Hutchinson, M. Vidyasagar, Robot modeling and control, New York: Wiley, 2006.
- [19] T. Fei, X. Chen, J. Xu, Inverse Kinematic Control Method of Redundant Manipulators with Joint Limits Constraints, In *2018 37th Chinese Control Conference (CCC)*. pp. 3893-3898, 2018.
- [20] S. R. Buss, Introduction to inverse kinematics with jacobian transpose, pseudoinverse and damped least squares methods, *IEEE Journal of Robotics and Automation*. 17(1-19):16, 2011.
- [21] M. Benzaoui, H. Chekireb, M. Tadjine, Redundant robot manipulator control with obstacle avoidance using extended jacobian method, In *18th Mediterranean Conference on Control and Automation*. pp. 371-376. 2010.
- [22] S. W. Kim, J. J. Lee, M. Sugisaka, Inverse kinematics solution based on fuzzy logic for redundant manipulators, *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Vol. 2, pp. 904-910, 1993.
- [23] J. Wang, H. Qingni, J. Danchi, A Lagrangian network for kinematic control of redundant robot manipulators, *IEEE Transactions on Neural Networks*. 10.5, 1999.
- [24] A. Muller, Collision avoiding continuation method for the inverse kinematics of redundant manipulators, *IEEE International Conference on Robotics and Automation, Proceedings. ICRA'04*. Sons; 2015.
- [6] J. C. Russell, A control system and application program interface (API) for an elevation over azimuth tracking pedestal, *Department of Electrical Engineering, University of Cape Town*. 2008.
- [7] H. Fathabadi, Novel high accurate sensorless dual-axis solar tracking system controlled by maximum power point tracking unit of photovoltaic systems, *Applied Energy*, 2016.
- [8] A. Taheri, M. A. Shoorehdeli, H. Bahrami, M. H. Fatehi, Implementation and control of X-Y pedestal using dual-drive technique and feedback error learning for leo satellite tracking, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 22(4):1646-57, 2013.
- [9] A. J. Rolinski, D. J. Carlson, R. J. Coates, The XY antenna mount for data acquisition from satellites, *IRE Transactions on Space Electronics and Telemetry*. 159-63, 1962.
- [10] S. Safari, A survey on different methods of satellite tracking, *M. Sc. Thesis, Malek-Ashtar university, 1390*. (in Farsi فارسی).
- [11] M. Nasirian, pedestals for tracking objects in space, *lab report, Malek-Ashtar university, 1395*. (in Farsi فارسی).
- [12] T. A. Johansen, T. I. Fossen, Control allocation—a survey. *Automatica*. 49(5):1087-103, 2013.
- [13] I. Zaplana, L. Basanez, A novel closed-form solution for the inverse kinematics of redundant manipulators through workspace analysis, *Mechanism and machine theory* 121, 2018.
- [14] G. Ducard, M. D. Hua, Discussion and practical aspects on control allocation for a multi-rotor helicopter, *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. 38(1/C22):95-100, 2011.
- [15] R. Roberts, G. Rodney, A. A.



manipulator, *IEEE transactions on industrial informatics* 16.12, 2019.

[34] J. J. Craig, Introduction to robotics: mechanics and control, 3/E. *Pearson Education India*, 2009.

[35] H. Cheng, K. C. Gupta, An historical note on finite rotations, 1989.

[36] L. Syrmos, D. Vrabie, L. Lewis, Optimal control, *John Wiley & Sons*, 2012.

[37] K. J. Åström, T. Hägglund, Revisiting the Ziegler–Nichols step response method for PID control, *Journal of process control*. 1;14(6):635-50, 2004.

پی نوشت

1. Line of sight
2. Tracker
3. End Effector
4. Elevation over Azimuth (El/Az)
5. Zenith
6. Pre-programming
7. Jacobean Pseudo Inverse (JPI)
8. Fuzzy Proportional-Integrator-Derivative (PID) controller
9. Adams
10. Linear Quadratic Regulator (LQR)
11. Pitch
12. Roll
13. Azimuth
14. Counter-weight
15. Denavit -Hartenberg
16. Rotation Matrix
17. Translation Vector
18. Solidworks
19. Orthonormal
20. Symbolic
21. Maple
22. Code Generation
23. Computer-Aided Design (CAD)
24. Mecapion
25. Augmented

2004. Vol. 2. IEEE, 2004.

[25] T. H. M. Farrokhi, Real-time inverse kinematics of redundant manipulators using neural networks and quadratic programming: a Lyapunov-based approach, *Robotics and Autonomous Systems*. 62.6: 766-781, 2014.

[26] J. D. Boskovic, S. M. Li, R. K. Mehra, Robust tracking control design for spacecraft under control input saturation, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 27(4):627-33, 2004.

[27] H. C. Tseng, D. W. Teo, Ship-mounted satellite tracking antenna with fuzzy logic control, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 34(2):639-45, 1998.

[28] B. Wu, D. Wang, E. K. Poh, High precision satellite attitude tracking control via iterative learning control, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 38(3):528-34, 2015.

[29] T. Van Hoi, N. X. Truong, B. G. Duong, Satellite tracking control system using Fuzzy PID controller, *VNU Journal of Science: Mathematics-Physics*. 15;31(1), 2015.

[30] H. H. Yeh, E. Nelson, A. Sparks, Nonlinear tracking control for satellite formations, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 25(2):376-86, 2002.

[31] A. Mahmoud, R. Fareh, Tracking control of serial robot manipulator using active disturbance rejection control, *Advances in Science and Engineering Technology International Conferences (ASET), IEEE*, 2019.

[32] A. Kheirredine, Y. M. Ben Ali, Bio-inspired Approach for Inverse Kinematics of 6-DOF Robot Manipulator with Obstacle Avoidance, *International Conference on Pattern Analysis and Intelligent Systems (PAIS). IEEE*, 2018.

[33] Z. Li, fault-tolerant method for motion planning of industrial redundant

