

# شناسایی و تخمین ضرایب آیرودینامیکی هواپیما با استفاده از فیلتر توسعه یافته

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۱/۲۸

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۴/۲۷

میرابوالفضل مختاری<sup>۱</sup>

۱- استادیار، گروه خلبانی، دانشگاه افسری امام علی (ع)، تهران، S.abolfazl.mokhtari@aut.ac.ir

## چکیده

فیلتر کالمن توسعه یافته (EKF) الگوریتمی پرکاربرد برای شناسایی پارامتر بازگشتی و مبتنی بر تقریب مرتبه اول دینامیک سیستم است. اخیراً فیلتر کالمن بدون بو (UKF) به عنوان راه حل نظری بهتری برای فیلتر کالمن توسعه یافته در رشته فیلترینگ غیرخطی پیشنهاد شده است و در مسائل هدایت، تخمین پارامتر و تخمین دوگانه توجه زیادی به خود جلب کرده است. استفاده از فیلتر کالمن بدون بو (UKFaug) به عنوان ابزار تخمین پارامتر بازگشتی برای مدل سازی آیرودینامیکی نسبتاً بدون بررسی باقی مانده است از این رو در این مقاله ضمن استفاده از این الگوریتم، عملکرد سه الگوریتم تخمین پارامتر بازگشتی برای تخمین پارامتر آیرودینامیکی از داده های پرواز یک هواپیما با بال ثابت با هم مقایسه شده است. نتایج نشان دهنده این است که عملکرد هر سه الگوریتم تا حدودی شبیه به هم بوده است ولی فیلتر کالمن بدون بو در برخی موارد عملکرد بهتری در مقایسه با دو روش دیگر از خود نشان می دهد. مقایسه صورت گرفته کمک می کند تا با توجه به شرایط مختلف بتوان بهترین و کم هزینه ترین روش را انتخاب کرد.

واژه های کلیدی: شناسایی سیستم، فیلترینگ کالمن، تخمین پارامتر بازگشتی، فیلتر غیرخطی، تکنیک های تخمین

## Aerodynamic parameter estimation from flight data applying extended and unscented kalman filter

Abolfazl Mokhtari<sup>1</sup>

1- Assistant professor, Flight and Engineering Department, Imam Ali University Tehran, s.abolfazl.mokhtari@aut.ac.ir

### Abstract

Aerodynamic parameter estimation is an integral part of aerospace system design and life cycle process. Recent advances in computational power have allowed the use of online parameter estimation techniques in varied applications such as reconfigurable or adaptive control, system health monitoring, and fault tolerant control. The combined problem of state and parameter identification leads to a nonlinear filtering problem; furthermore, many aerospace systems are characterized by nonlinear models as well as noisy and biased sensor measurements. Extended Kalman filter (EKF) is a commonly used algorithm for recursive parameter identification due to its excellent filtering properties and is based on a first order approximation of the system dynamics. Recently, the unscented Kalman filter (UKF) has been proposed as a theoretically better alternative to the EKF in the field of nonlinear filtering and has received great attention in navigation, parameter estimation, and dual estimation problems. However, the use of UKF as a recursive parameter estimation tool for aerodynamic modeling is relatively unexplored. In this paper we compare the performance of three recursive parameter estimation algorithms for aerodynamic parameter estimation of two aircraft from real flight data.

**Keywords:** system identification, kalman filtering, recursive parameter estimation, unscented filter, estimation technique.

۹۷

سال ۱۲ - شماره ۱

بهار و تابستان ۱۴۰۲

نشریه علمی

دانش و فناوری هوافضا



## ۱. مقدمه

تکنیک‌های تخمین پارامتر و شناسایی سیستم به مهندسان امکان می‌دهند که با استفاده از داده‌های اندازه‌گیری شده، مدلی ریاضیاتی از سیستم را تشکیل دهد. صنعت هوافضا تأکید زیادی بر روی شناسایی سیستم در طرح‌های گوناگون پرواز کرده است، زیرا مدل‌های ریاضیات به دست آمده، در طراحی سیستم و فرایند مدیریت، به‌ویژه برای هدف توسعه محیط‌های شبیه‌سازی حرفه‌ای و طراحی سیستم‌های کنترل مفید هستند. می‌توان تکنیک‌های شبیه‌سازی سیستم را تقریباً به دو گروه دسته‌بندی کرد: تکنیک‌های آفلاین و تکنیک‌های آنلاین [۱]. تکنیک‌های شناسایی سیستم آفلاین معمولاً وابسته به روش‌های تکراری هستند که این مزیت را دارند که از مجموعه کاملی از داده‌های موجود برای پردازش استفاده کنند، حال آنکه تکنیک‌های شناسایی سیستم آنلاین یا بازگشتی باید از داده‌های موجود استفاده کنند. شناسایی سیستم بازگشتی ابزار ارزشمندی در طراحی قوانین کنترل تطبیقی [۲، ۳، ۴]، الگوریتم‌های نظارت بر سلامتی و طراحی سیستم‌های تحمل‌پذیر خطا [۵] هستند. وجود قدرت محاسباتی روی دستگاه‌ها نشانگر ظهور برنامه‌هایی است که از الگوریتم‌های شناسایی پارامتر بازگشتی استفاده می‌کنند.

تکنیک‌های شناسایی سیستم بازگشتی داده‌های پرواز را که با حسگرهای نصب‌شده روی هواپیما اندازه‌گیری می‌شود به‌عنوان ورودی گرفته و ضرایب آیرودینامیکی موردنیاز را به‌طور آنی تخمین می‌زند. داده‌های اندازه‌گیری پرواز ممکن است میزان قابل‌ملاحظه‌ای از نویز در خود داشته باشند، به‌علاوه ممکن است بایاس‌ها و

حالت‌های ناشناخته‌ای در مدل سیستم وجود داشته باشند که باید آن‌ها را تخمین زد؛ بنابراین تکنیک‌های فیلترینگ معمولاً به کار می‌روند. نکته‌ای که برای همه روش‌های فیلترینگ تصادفی مهم است، یک روال بیزی دومرحله‌ای [۶] شامل پیش‌بینی یا به‌روزرسانی زمانی و اصلاح یا به‌روزرسانی اندازه‌گیری است. فیلتر کالمن [۷] که توزیع گاوسی را برای عدم قطعیت‌های موجود در دینامیک سیستم فرض می‌کند و ابتدا دو مؤلفه از بردار حالت (میانگین و کوواریانس) را در قاعده به‌روزرسانی به کار می‌گیرد، یک تخمین‌زننده خطی یک رشته بهینه است که برای اجزای بازگشتی بسیار مناسب است؛ اما بیشتر سیستم‌های هوافضا غیرخطی هستند، به‌علاوه روش تخمین پارامتر در تقویت حالت، مسئله فیلترینگ را غیرخطی می‌کند و بنابراین باید تکنیک‌های فیلترینگ را به کار برد.

رایج‌ترین تکنیک فیلترینگ غیرخطی در صنعت هوافضا، فیلتر کالمن پیشرفته است که خطی‌سازی هم‌زمان را در هر گام زمانی به کار می‌برد تا غیرخطی بودن را تقریب بزند. هنگام سروکار داشتن با غیرخطی‌های چشمگیر و نمایش واگرایی در موارد حاد، سخت بتوان فیلتر کالمن توسعه‌یافته را تنظیم کرد و به کار برد؛ اما برخلاف عیب و نقص‌های نظری، فیلتر کالمن توسعه‌یافته کاربرد موفقیت‌آمیزی در مسائل گوناگون تخمین پارامتر آیرودینامیکی هواپیما داشته است [۸، ۹، ۱۰، ۱۱ و ۱۲]. مسائل مربوط به فیلتر کالمن توسعه‌یافته به‌تقریب حاصل از خطی‌سازی نسبت داده می‌شوند [۱۳]. فیلتر کالمن توسعه‌یافته، میانگین و کوواریانس را با استفاده از تقریب مرتبه اول دینامیک سیستم تقریب می‌زند.



فیلتر کالمن بدون بو با استفاده از مجموعه‌ای از نقاط نمونه به‌دقت انتخاب شده (که نقاط سیگما نیز نامیده می‌شوند)، توزیع احتمال متغیر تصادفی را تقریب می‌زند و این عیب را برطرف می‌کند تا مجموعه‌های پارامتری نقاط سیگما در تبدیل غیرخطی منتشر شوند و میانگین و کوواریانس متغیرهای تبدیل‌شده برای تقریب زدن میانگین و کوواریانس فضای نمونه به کار رود.

اجراهای مناسب فیلتر کالمن بدون بو دست‌کم برای مرتبه دوم دقیق هستند و به محاسبه ماتریس‌های ژاکوبین و هسین نیازی ندارند. ادعا می‌شود که از لحاظ پیچیدگی محاسباتی، فیلتر کالمن بدون بو با فیلتر کالمن توسعه‌یافته قابل‌مقایسه است [۱۴، ۱۵].

فیلتر کالمن بدون بو مبتنی بر مفهوم تبدیل‌های بدون بو (UT) است، مفهومی که جولیر و اولمان [۱۵] مطرح کردند. در منبع [۱۶]، جولیر و اولمان امکان‌پذیری و مزایای استفاده از تبدیل بدون بو برای فیلترینگ بازگشتی در فیلتر کالمن بدون بو را برای مسائل فیلترینگ غیرخطی مرتبه بالا مانند ردیابی وسیله نقلیه بازگشتی نشان می‌دهند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که محصولات فیلتر کالمن بدون بو تخمین‌های منسجمی تولید می‌کند، حال آنکه فیلتر کالمن توسعه‌یافته معمولاً تخمین‌هایی نامنجم تولید می‌کند. وندل و همکارانش [۱۷] عملکرد فیلتر کالمن نقطه سیگما و عملکرد فیلتر کالمن توسعه‌یافته را برای مسئله غیرخطی ادغام جی‌پی‌اس/سیستم هدایت ساکن وابسته به هم مقایسه کردند. آن‌ها اعلام نمودند که به خاطر غیرخطی‌های ملایم در اجرای معادله‌های هدایت GPS/INS، هم فیلتر کالمن توسعه‌یافته و هم

فیلتر کالمن نقطه سیگما عملکرد مشابهی برای کاربردهای عملی دارند و توصیه می‌کنند که اصلاح سیستم‌های هدایت مبتنی بر فیلتر کالمن توسعه‌یافته ممکن است به بهبود چشمگیر عملکرد منجر نشود. کراسیدیس و مارکلی [۱۸] فیلتر کالمن بدون بو را برای مسائل تخمین ارتفاع هواپیما در نظر گرفتند و بیان کردند که در شرایط واقعی، به‌ویژه وقتی که خطاهای بزرگ راه‌اندازی وجود داشته باشند، اجرای فیلتر کالمن بدون بو آن‌ها فیلتر کالمن توسعه‌یافته را به‌طور منسجمی اجرا می‌کند. برانک و کمپل [۱۹] فیلتر عالی و قوی جذر نقطه سیگما را استخراج کردند و به این نکته اشاره کردند که فیلتر کالمن نقطه سیگما برای اجرای آن‌لاین مناسب‌تر است. برانک از فیلتر کالمن نقطه سیگما برای تخمین پارامتر با وجود خطای ۵۰٪ پایدارکننده نیز استفاده کرده است. بسط این موضوع به مسئله تخمین پارامتر برای انتخاب وزن‌های شبکه‌های عصبی در [۲۰، ۲۱] منجر شد، محققان بر این باور بودند که فیلتر کالمن بدون بو به‌طور منسجمی فیلتر کالمن توسعه‌یافته را با سطح پیچیدگی مشابهی اجرا می‌کند.

دینامیک غیرخطی وسایل نقلیه هوافضا و وجود نویز قابل‌ملاحظه و بایاس‌ها در اندازه‌گیری‌ها، نیاز اجتناب‌ناپذیر به الگوریتم فیلترینگ غیرخطی را نشان می‌دهد. به‌طور سنتی، فیلتر کالمن توسعه‌یافته برای اهداف تخمین پارامتر بازگشتی به کار رفته است. در این مقاله، سه الگوریتم فیلترینگ غیرخطی بازگشتی در تخمین پارامتر آیرودینامیکی از داده‌های پرواز واقعی مقایسه می‌شود. الگوریتم‌هایی موردنظر عبارت‌اند از فیلتر کالمن توسعه‌یافته، نسخه ساده‌شده فیلتر کالمن بدون بو که نویز سفید





افزایشی را به خود می‌گیرد و نسخه کامل فیلتر کالمن بدون بو (که فیلتر کالمن بدون بو تقویت شده نیز نامیده می‌شود) که به صورت کلی، برای ورود غیرخطی نویز به درون سیستم به کار می‌رود. امکان‌پذیری و مزایای ممکن استفاده از فیلتر کالمن بدون بو برای شناسایی سیستم هواپیما از داده‌های پرواز واقعی تحلیل می‌شود و در انتها نتایج راه‌اندازی تخمین پارامتر فیلتر کالمن بدون بو با نتایج راه‌اندازی تخمین بازگشتی فیلتر کالمن توسعه‌یافته و راه‌اندازی تخمین آفلاین برای هواپیمای با بال ثابت مقایسه می‌شود.

## ۲. تخمین پارامتر بازگشتی برای هواپیما

تخمین پارامترها در رهیافت فیلترینگ روالی غیرمستقیم شامل تبدیل مسئله تخمین پارامتر به مسئله تخمین حالت است. این کار با تقویت بردار حالت سیستم انجام می‌شود، یعنی از این طریق که به طور مصنوعی، پارامترهای مجهول را به عنوان متغیرهای حالت اضافی تعریف می‌کنیم. این فرمول‌بندی مسئله را عملاً غیرخطی می‌کند، حالا چه مدل تخمین خطی را به کار ببریم یا نه. این غیرخطی بودن خودش را در نتایج حالت نشان می‌دهد. برای اینکه بتوان به اندازه کافی به واقعیت نزدیک شد، یک مدل تخمین پیوسته به کار می‌رود، درحالی‌که برای آسان کردن کاربرد واقعی، اندازه‌گیری‌ها در گام‌های زمانی گسسته ثبت می‌شوند و یک اجرای گسسته از مدل تخمین پیوسته به کار می‌رود. چنین رهیافتی که مدل تخمین پیوسته را برای پیش‌بینی یک الگوریتم فیلترینگ گسسته استفاده می‌کند، مسئله فیلترینگ پیوسته-گسسته نامیده می‌شود. دینامیک سیستم خودش را به شکل فضای حالت

به همراه معادله اندازه‌گیری گسسته در معادله (۱) نشان می‌دهد:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f[x(t), u(t), \beta] + Fw(t), \quad x(t_0) = x_0 \\ y(t) &= g[x(t), u(t), \beta] \\ z(k) &= y(k) + Gv(k), \quad k = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن،  $x$  بردار حالت با مقدار اولیه  $x_0$  در زمان  $t_0$ ،  $u$  بردار ورودی،  $y$  بردار مشاهده،  $\theta$  بردار پارامترهای مجهول سیستم،  $f$  و  $g$  توابع غیرخطی عمومی با مقدار حقیقی،  $z$  برداری اندازه‌گیری نمونه‌برداری شده در  $N$  گام زمانی گسسته با زمان نمونه‌برداری ثابت  $\Delta t$  و  $k$  شاخص زمانی گسسته است. فرض می‌شود که بردار نویز اندازه‌گیری  $v$  یک رشته از نویز سفید گاوسی با میانگین صفر است. ماتریس‌های  $F$  و  $G$  نشانگر ماتریس‌های حالت افزایشی و نویز اندازه‌گیری هستند و در طی زمان ثابت در نظر گرفته می‌شوند.

بردار پارامتر مجهول  $\theta$  شامل پارامترهای سیستم  $\beta$ ، بایاس‌های اندازه‌گیری  $\Delta z$  و تخمین‌های دقیقی است که به صورت بایاس‌های ورودی  $\Delta u$  فرمول‌بندی و در معادله (۲) نشان داده می‌شوند. با توجه به احتمال وابستگی خطی یا همبستگی بالا ممکن نیست که بتوان همه مؤلفه‌های  $\Delta z$  و  $\Delta u$  را تخمین زد [۱۲].

$$\theta^T = \{\beta^T; \Delta z^T; \Delta u^T\} \quad (2)$$

پارامترهای ثابت سیستم  $\theta$  به صورت خروجی آن سیستم دینامیکی کمکی در نظر گرفته می‌شود که در معادله (۳) نشان داده شده است:

$$\dot{\theta} = 0 \quad (3)$$

پس بردار حالت تقویت‌شده در معادله (۴) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$X_a = \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

سیستم توسعه یافته در معادله (۵) به صورت زیر ارائه می شود:

$$\begin{aligned} \dot{x}_a(t) &= f_a[x_a(t), u(t)] + F_a W_a(t) \\ &= \begin{bmatrix} f[x(t), u(t), \beta] \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(t) \\ 0 \end{bmatrix} \\ y(t) &= g_a[x_a(t), u(t)] \end{aligned} \quad (5)$$

$$z(k) = y(k) + Gv(k)$$

در اینجا، متغیرهای تقویت شده با اندیس «a» مشخص می شوند. سه الگوریتم در نظر گرفته شده، در این بخش توضیح داده می شوند.

### ۳. فیلتر کالمن توسعه یافته

برای سیستم تقویت شده معادله (۵)، فیلتر کالمن توسعه یافته شامل برون یابی (پیش بینی) و مرحله به روزرسانی، در زیر به طور خلاصه بیان می شود [۲۲، ۱۰]. در زیر، از علامت «مد» (~) و کلاهک (^) استفاده می شود تا به ترتیب متغیرهای پیش بینی شده و اصلاح شده را نشان دهد.

برون یابی:

$$\begin{aligned} \bar{X}_a(k) &= \bar{X}_a(k-1) \\ &+ \int_{t(k-1)}^{t(k)} f_a[\bar{x}_a(t), \bar{u}(t)] dt \end{aligned} \quad (6)$$

$$\bar{p}_a(k) \approx \varphi_a(k) \bar{p}_a(k-1) \varphi_a^T(k) + \Delta t F_a F_a^T \quad (7)$$

با شرایط اولیه:

$$\bar{X}_a(1) = X_{a0}, \quad \bar{p}_a(1) = p_{a0} \quad (8)$$

متغیر  $\bar{\alpha}$  نشانگر میانگین یا مقادیر برون یابی شده ورودی های بین نقاط  $k-1$  و  $k$  است و  $\varphi_a = e^{A_c \Delta t}$  نشانگر ماتریس انتقال حالت زمانی گسسته از سیستم تقویت شده با معادله زیر است:

$$A_a(k) = \left. \frac{\partial f_a}{\partial x_a} \right|_{x_a = \bar{x}_a(k-1)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial \theta} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

معادله (۹) نشان دهنده فرایند خطی سازی برای ماتریس حالت است. می توان با استفاده از اجرای فرمول تفاضل مرکزی برای بهترین تخمین حالت در هر گام زمانی گسسته [۲۲، ۱۰]، خطی سازی را انجام داد. به روزرسانی:

$$\begin{aligned} \bar{y}(k) &= g_a[\bar{x}_a(k), u(k)] \\ k_a(k) &= \bar{p}_a C_a^T(k) [C_a(k) \bar{p}_a(k) C_a^T(k) + G G^T]^{-1} \\ \hat{x}_a(k) &= \bar{x}_a(k) + k_a(k) [z(k) - \bar{y}(k)] \\ \hat{p}_a(k) &= [1 - k_a(k) C_a(k)] \bar{p}_a(k) = [1 - k_a(k) C_a(k) C_a^T(k)]^{-1} \\ &+ k_a(k) C_a(k) \bar{p}_a(k) [1 - k_a(k) C_a(k) C_a^T(k)]^T + [k_a(k) G G^T k_a^T(k)] \end{aligned} \quad (10)$$

که در آن،  $C_a(k)$  ماتریس اندازه گیری خطی است که در معادله (۱۱) نشان داده می شود، سپس می توان خطی سازی را با استفاده از فرمول تفاضل مرکزی انجام داد.

$$C_a(k) = \left. \frac{\partial g_a}{\partial x_a} \right|_{x_a = \hat{x}_a(k)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial \theta} \end{bmatrix}_{x_a = \hat{x}_a(k)} \quad (11)$$

الگوریتم رانگ کوتا را در معادله (۶) ادغام کرده، سپس می توان با استفاده از تقریب پاده [۲۲] یا بسط سری تیلور، ماتریس انتقال حالت  $\varphi_a$  را تقریب زد. نشانگر اطمینان در تخمین حالت های اولیه است و باید از پیش مشخص شود. بدون دانش اولیه از متغیرهای پارامتر، معمولاً مقادیر بالا برای ماتریس  $p_a(0)$  [۱۰] فرض می شوند.

مقدار  $FF^T$  و  $GG^T$  یعنی ماتریس های کوواریانس نویز اندازه گیری باید از پیش مشخص شوند. می توان ماتریس کوواریانس نویز اندازه گیری  $GG^T$  را با استفاده از اندازه گیری های آزمایشگاهی حسگرها تنظیم کرد تا مطمئن شد که نویز به خوبی فیلتر می شود؛ اما تعیین ماتریس کوواریانس نویز فرایند  $FF^T$  دشوار است و اگر





روش دیگری پیدا نشود، روش آزمایش و خطا به کار برده می‌شود. در این مقاله مسئله فیلترینگ تطبیقی در نظر گرفته نمی‌شود که این مسئله می‌کوشد با ویژگی‌های مجهول نویز تطبیق یابد [۱۳].

انتشار ماتریس کوواریانس  $p$  در معادله (۷) یک تقریب خطی برای  $\Delta t$  کوچک است. این عبارت‌های مرتبه بالاتر بسط سری تیلور را برای انتشار ماتریس کوواریانس نادیده می‌گیرند. این عبارت‌های نادیده گرفته شده شاید حاوی اثرات مرتبه بالاتری باشند که بر عملکرد فیلتر تأثیر می‌گذارند [۱۶]. این امر از فیلتر کالمن توسعه یافته، یک تقریب غیربهمینه از فیلتر کالمن توسعه یافته بر اساس تقریب مرتبه اول سیستم دینامیکی غیرخودکار می‌سازد. اگر سیستم مورد ملاحظه نزدیک به خطی باشد، فیلتر کالمن توسعه یافته عملکرد بهتری از خودش نشان می‌دهد، حال آنکه غیرخطی‌های قوی سیستم و مقادیر نادرست آمار نویز ممکن است به تخمین‌های بایاسی یا در بدترین حالت، به واگرایی منجر شوند [۲۳].

#### ۴. فیلتر کالمن بدون بو (نمونه تقویت شده)

تکنیک‌های گوناگونی برای رسیدگی به بی‌دقتی‌های ناشی از تقریب مرتبه اول اساسی موجود در اجرای فیلتر کالمن توسعه یافته پیشنهاد شده‌اند. کاربرد ترکیبی پیوسته-گسسته که از مدل غیرخطی برای انتشار حالت‌های سیستم استفاده می‌کند و مدل خطی را برای انتشار کوواریانس خطا به کار می‌برد، به نحوی

مشکل را کاهش می‌دهد، اما مسئله اساسی در نظر نگرفتن تبدیل‌های غیرخطی است که متغیر تصادفی دچار آن می‌شود و بر دقت تأثیر می‌گذارد.

تکنیک‌های دیگری مانند فیلتر کالمن تکراری یا فیلترهای مرتبه دوم یا مرتبه بالاتر ممکن هستند و به خوبی کاهش خطای تخمین را در زمینه‌های کاربردی ویژه نشان می‌دهند، اما این‌ها در عمل بیشتر هستند.

جولیر و اولمان [۱۵، ۱۶] مفهوم تبدیل‌های بدون بو را برای اولین بار مطرح کرده و آن را به مسئله تخمین بازگشتی تعمیم دادند. فیلتر نهایی، فیلتر کالمن بدون بو نامیده می‌شود.

فیلتر کالمن بدون بو بر اساس این ایده است که بتوان توزیع احتمالی را آسان‌تر از تبدیل غیرخطی دلبخواهی تقریب زد [۱۶]. الگوریتم واقعی مبتنی بر انتشار دقیق مجموعه متناهی انتخاب شده از نقاط، به نام نقاط سیگما، در پویایی غیرخطی سیستم و سپس تقریب زدن دو مؤلفه نخست توزیع (میانگین و کوواریانس) به روشی مناسب انجام می‌شود.

مانند محاسبه‌های میانگین و کوواریانس نمونه وزن دار [۱۶، ۲۰]. مشکل در فیلتر کالمن توسعه یافته این است که نتایج انتشار میانگین و کوواریانس در تقریب‌های خطی تبدیل غیرخطی در فیلتر کالمن بدون بو حذف می‌شوند و این به لحاظ نظری به عملکرد بهتر فیلتر کالمن بدون بو منجر می‌شود. بنابراین، به کار بردن فیلتر کالمن بدون بو به محاسبه ماتریس‌های ژاکوبین و هسین نیازی ندارد که این نه تنها موجب سهولت چشمگیر در اجرا می‌شود، بلکه فیلتر کالمن بدون

$$\sum_{i=1}^n W_i X_i \approx \bar{X} \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^n W_i^m (X_i - \bar{X})(X_i - \bar{X})^T \approx p_{xx}$$

که اینجا وزن‌های  $W$  به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$w_0^m = \frac{\lambda}{n_a + \lambda}$$

$$w_0^c = \frac{\lambda}{n_a + \lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta) \quad (13)$$

$$w_i^m = w_i^c = \frac{1}{2(n_a + \lambda)}$$

$$i = 1, \dots, 2n_a$$

که اینجا اندیس «0» متناظر با حالت‌های تخمین زده شده و  $i = 1, \dots, 2n_a$  نقاط سیگما هستند؛ اندیس «m» و «c» به ترتیب وزن‌های محاسبه میانگین و کوواریانس را نشان می‌دهند. از ثابت  $\beta$  استفاده می‌شود تا دانش پیشین توزیع  $x$  را در محاسبه وزن‌های کوواریانس‌های  $w_0^c$  ادغام کرد؛ مقدار بهینه برابر با  $2\beta$  در توزیع گاوسی است. پارامترهای مقیاس را می‌توان برای تطبیق مسئله خاصی تنظیم کرد؛ برخی رهنمودها برای انتخاب آن‌ها در [۱۶] ارائه می‌شوند.

برای نشان دادن روال کار فیلتر کالمن بدون بو، نمایش زمانی گسسته در نظر گرفته می‌شود که به طور گسترده برای کاربردهای فیلتر کالمن بدون بو به کار می‌رود. مدل فضای حالت غیرخطی زمان گسسته به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$x_{k+1} = f_d(x_k, \theta_k, u_k, w_k) \quad (14)$$

$$y_k = g_d(x_k, \theta_k, u_k, v_k) \quad (15)$$

بو را برای کاربردهای واقعی و مربوط به توابع غیرتفاضلی مناسب می‌سازد. می‌توان دقت فیلتر کالمن بدون بو را با دقت فیلتر کالمن توسعه‌یافته مرتبه دوم مقایسه کرد، مرتبه محاسباتی این با مرتبه محاسباتی فیلتر کالمن توسعه‌یافته قابل مقایسه است [۱۶، ۲۰].

الگوریتم فیلتر کالمن بدون بو به تعریف  $2n_a + a$  نقطه سیگما نیاز دارد که اینجا  $n_a$  تعداد کل حالت‌هایی است که باید تخمین زده شوند و شامل حالت‌های تقویت‌شده سیستم با پارامترهای مجهول سیستم و نیز توزیع‌های نويز فرایند و اندازه‌گیری است. هر نقطه سیگما شامل یک بردار است، یکی از بردارهای سیگما، مقدار مورد انتظار بردار حالت تقویت‌شده جذر ماتریس  $(yp) \pm$  برای  $i = 1, \dots, n$  است، که اینجا  $p$  ماتریس کوواریانس بردار حالت تقویت‌شده  $x_a$  است و  $y = \alpha^2(n_a + k) - n_a$  و  $\lambda = \alpha^2(\sqrt{n_a} + k) - n_a$  پارامترهای مقیاس‌بندی هستند. ثابت  $\alpha$  سرعت نقاط سیگما حول  $x_a$  را تعیین می‌کند و معمولاً مقادیر مثبت کوچک کمتر از یک (معمولاً در محدوده ۰,۰۰۱ تا ۱) فرض می‌شود، حال آنکه  $k$  پارامتر مقیاس‌بندی ثانویه است که معمولاً صفر یا  $3 - n$  فرض می‌شود. وقتی  $k$  صفر فرض شود، نقاط سیگما و وزن‌هایشان مستقیماً به بعد بردار حالت ( $n$ ) مربوط می‌شوند، وقتی  $k = 3 - n$  فرض شود، اطلاعات مؤلفه مرتبه چهارم عمدتاً در یک حالت گاوسی درست محاسبه می‌شود [۱۶]. میانگین و کوواریانس وزن‌دار نقاط سیگما به روش زیر محاسبه می‌شوند:







که  $x_k$  برابر با بردار حالت  $(n_x \times 1)$ ،  $\theta_k$  برابر با بردار پارامترهای مجهول  $(n_q \times 1)$ ،  $u_k$  بردار ورودی‌های برون‌زاد  $(n_u \times 1)$ ،  $y_k$  بردار خروجی مدل  $(n_y \times 1)$ ،  $f_d$  و  $g_d$  توابع حالت متناظر و خروجی هستند. در یک مورد کلی، نویز فرایند  $w_k$  و نویز اندازه‌گیری  $v_k$  قرار است به‌طور خطی وارد مدل شوند، چنانکه معادله‌های (۱۴) و (۱۵) نشان می‌دهند و به ترتیب برابر با بردارهای اندازه  $(n_w \times 1)$  و  $(n_v \times 1)$  هستند. بردار اندازه‌گیری از روی  $z_k$  تعیین می‌شود. بردار حالت تقویت‌شده اندازه  $(n_c \times 1)$  به‌صورت زیر داده می‌شود:

$$x_k^a = [x_k^T \theta_k^T w_k^T v_k^T]^T \quad (16)$$

که اینجا اندیس «a» نشانگر بردار حالت تقویت‌شده است، داریم  $n_a = n_{xp} + n_w + n_v$  و  $n_{xp} = n_x + n_q$ . مواردی را در نظر گرفته که در آن‌ها  $n_w = n_{xp}$  و  $n_v = n_y$ . فرض می‌شود که فرایندهای نویز  $w_k$  و  $v_k$  دارای میانگین صفر هستند و به ترتیب ماتریس‌های کوواریانس  $Q$  و  $R$  را دارند. مقادیر آغازین برای بردار حالت تقویت‌شده و کوواریانس آن به‌صورت زیر داده می‌شوند:

$$\begin{aligned} \hat{x}_0^a &= E\{x_0^a\} \\ &= E\{\{\hat{x}_0^T \theta^T w_0^T v_0^T\}\} \\ &= [\hat{x}_0^T \theta^T 0 \ 0] \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} p_0^a &= E\{(x_0^a - \hat{x}_0^a)(x_0^a - \hat{x}_0^a)^T\} \\ &= \begin{bmatrix} p_{x0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_{\theta 0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

با دنبال کردن رهنمودهای بحث شده در زیر، ثابت‌های  $\alpha$  و  $\beta$  پارامترهای مقیاس‌بندی  $k$ ،  $y$  و  $\lambda$  را انتخاب می‌کنیم و مجموعه وزن‌های  $w_i^m$

$w_i^c$  برای  $i = 1, \dots, n_a$  محاسبه می‌شود. الگوریتم تخمین بازگشتی فیلتر کالمن بدون بو راه‌حل بیزی استاندارد را برای مسئله فیلترینگ پیوسته-گسسته دنبال می‌کند که این شامل مرحله پیش‌بینی و به‌روزرسانی است [۶]. مرحله پیش‌بینی چگالی احتمالی را در گام زمانی  $t_k$  پیش‌بینی می‌کند و مرحله اندازه‌گیری چگالی احتمال پسین را از چگالی احتمال پیش‌بینی شده از گام پیش‌بینی و اندازه‌گیری  $y$  در زمان  $t_k$  محاسبه می‌کند.

می‌توان الگوریتم فیلتر کالمن بدون بو را به‌صورت پنج گام زیر به‌طور خلاصه بیان کرد [۱۴]:

- نقطه زمان گسسته  $k=1$  را فرض کنیم و بردار حالت تقویت‌شده  $\hat{x}_k^a$  و ماتریس کوواریانس  $\hat{p}_k^a$  برای مقادیر اولیه به ترتیب طبق معادله (۱۷) و (۱۸) ساخته می‌شود.
- نقاط سیگمای  $(2n_a + 1)$  را محاسبه کرده.
- پیش‌بینی (به‌روزرسانی زمانی):

$$\hat{X}_{k+1}^a = f_d[\hat{x}_k^x, u_k, \hat{x}_k^w] \quad (19)$$

$$\tilde{X}_{k+1}^a = \sum_{i=0}^{2n_a} w_i^m \hat{X}_{i,k+1}^a \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{k+1} &= \sum_{i=0}^{2n_a} w_i^c [\tilde{x}_{i,k+1}^x \\ &\quad - \tilde{x}_{k+1}][\tilde{x}_{i,k+1}^x \\ &\quad - \tilde{x}_{k+1}]^T \end{aligned} \quad (21)$$

به‌روزرسانی اندازه‌گیری:

$$y_{k+1} = g_d[\tilde{x}_{k+1}^x, u_{k+1}, \tilde{x}_{k+1}^v] \quad (22)$$



$$\begin{aligned} \tilde{x}_{k+1}^a &= \hat{x}_k^a + \int_{t_k}^{t_{k+1}} f[x^a(k)\bar{u}(k)]dt \end{aligned} \quad (29)$$

### ۵. فیلتر کالمن (مورد ساده شده)

برای نمایش پیوسته دینامیک سیستم غیرخطی با نویز افزایش معادله (۱)، گام‌های فیلتر کالمن بدون بو بسیار شبیه به معادله‌های (۱۹) تا (۲۸) هستند، اما دو اصلاح زیر وجود دارد:

- انتشار نقاط سیگما در ادغام عددی؛
- ساده‌سازی حاصل از توزیع‌های نویز افزایشی.

نظیر مورد فیلتر کالمن توسعه یافته یا فیلتر کالمن بدون بو تقویت شده، از روش‌های ادغام عددی معادله (۲۹) برای انتشار نقاط سیگما در معادله‌های غیرخطی پیوسته به جای معادله (۱۹) استفاده می‌شود. برای توزیع‌های نویز افزایشی با میانگین صفر، تقویت بردار حالات در بردارهای نویز لازم نیست. لذا بردار حالت تقویت شده نظیر حالت فیلتر کالمن توسعه یافته، به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$x_k^a = [x_k^T \theta_k^T]^T \quad (30)$$

سپس ماتریس کوواریانس اولیه  $p_0^a$  تنها متناظر با ماتریس کوواریانس حالت‌ها و پارامترهای سیستم است و تعداد کل حالت‌هایی که باید تخمین زده شوند برابر با  $n_a = n_{xp}$  است. کوواریانس‌های نویز مربوطه  $Q$  و  $R$  تنها به سمت راست معادله‌های (۲۱) و (۲۴) افزوده می‌شوند:

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{k+1} &= \sum_{i=0}^{2n_a} w_i^c [\tilde{x}_{i,k+1}^x - \tilde{x}_{k+1}] [\tilde{x}_{i,k+1}^x \\ &\quad - \tilde{x}_{k+1}]^T + Q \end{aligned} \quad (31)$$

$$\tilde{y}_{k+1} = \sum_{i=0}^{2n_0} w_i^m y_{i,k+1} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{\tilde{y}\tilde{y}_{k+1}} &= \sum_{i=0}^{2n_a} w_i^c [y_{i,k+1} \\ &\quad - \tilde{y}_{k+1}] [y_{i,k+1} \\ &\quad - \tilde{y}_{k+1}]^T \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{\tilde{x}\tilde{y}_{k+1}} &= \sum_{i=0}^{2n_a} w_i^c [\tilde{x}_{i,k+1}^x \\ &\quad - \tilde{x}_{k+1}] [y_{i,k+1} \\ &\quad - \tilde{y}_{k+1}]^T \end{aligned} \quad (25)$$

$$k_{k+1} = \tilde{p}_{\tilde{x}\tilde{y}_{k+1}} \tilde{p}_{\tilde{y}\tilde{y}_{k+1}}^{-1} \quad (26)$$

$$\hat{x}_{k+1} = \tilde{x}_{k+1} + k_{k+1} (z_{k+1} - \tilde{y}_{k+1}) \quad (27)$$

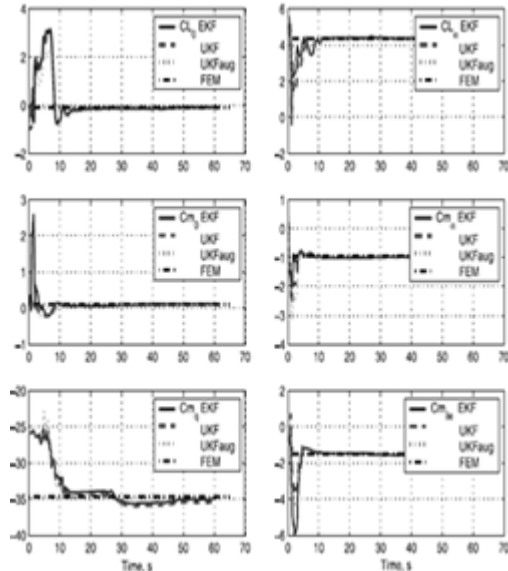
$$\begin{aligned} \hat{p}_{k+1} &= \tilde{p}_{k+1} - k_{k+1} \tilde{p}_{\tilde{y}\tilde{y}_{k+1}} k_{k+1}^T \end{aligned} \quad (28)$$

- افزایش  $k$  و بازگشت به گام دوم برای ادامه نقطه زمانی بعدی.

در معادله‌های (۱۹) تا (۲۸)،  $\chi^a = [(\chi^x)^T (\chi^w)^T (\chi^v)^T]^T$  نشانگر نقاط سیگما هستند،  $\chi^x$  متناظر با حالت‌های سیستم و پارامترهای مجهول است. علامت مد «~» مقادیر پیش‌بینی شده و علامت کلاهک «^» مقادیر اصلاح شده هستند. الگوریتم فیلتر کالمن بدون بو ارائه شده برای مورد زمان گسسته عمومی از نویزی است که به طور غیرخطی وارد دینامیک سیستم می‌شود و به آن حالت تقویت شده می‌گویند [۲۴]. از یک مدل تخمین پیوسته استفاده می‌شود، زیرا دینامیک هواپیما طبیعتاً در طی زمان تحول پیدا می‌کند. بنابراین، مشابه با اجرای فیلتر کالمن توسعه یافته ارائه شده، از روش‌های عددی استفاده می‌شود تا نقاط سیگما را در معادله‌های غیرخطی پیوسته به جای معادله (۱۹) انتشار داده شود:



$$\begin{aligned}
 C_D &= C_{D0} + C_{DV} \frac{V}{V_0} + C_{L\alpha} \alpha \\
 C_L &= C_{L0} + C_{LV} \frac{V}{V_0} + C_{L\alpha} \alpha \\
 C_m &= C_{m0} + C_{mV} \frac{V}{V_0} + C_{m\alpha} \alpha + C_{mq} \frac{q\bar{c}}{2V_0} \\
 &\quad + C_{m\delta e} \delta_e
 \end{aligned}
 \tag{34}$$



شکل ۱. عملکرد روش‌های تخمین پارامتر بازگشتی برای

شناسایی پارامتر

معادله‌های مشاهده:

$$\begin{aligned}
 V_m &= V \\
 \alpha_m &= \alpha \\
 \theta_m &= \theta' \\
 q_m &= q \\
 \dot{q} &= \frac{\bar{q}S\bar{c}}{I_y} C_m + \frac{F_e}{I_y} (\tau_{tx} \sin\sigma T \\
 &\quad + \tau_{tz} \cos\sigma T) \\
 a_{xm} &= \frac{\bar{q}S}{m} C_X + \frac{F_e}{m} \cos\sigma T \\
 a_{zm} &= \frac{\bar{q}S}{m} C_Z + \frac{F_e}{m} \sin\sigma T
 \end{aligned}
 \tag{35}$$

که اینجا ضرایب نیروی طولی و عمودی  $C_X$  و  $C_Z$  به صورت زیر داده می‌شوند:

$$\begin{aligned}
 C_X &= C_L \sin\alpha - C_D \cos\alpha \\
 C_Z &= -C_L \cos\alpha - C_D \sin\alpha
 \end{aligned}
 \tag{36}$$

در رابطه بالا  $V$  سرعت واقعی هوا،  $\alpha$  زاویه حمله،  $\theta'$  ارتفاع نوسان،  $q$  سرعت نوسان،  $\delta_e$  انحراف بالابر،  $F_e$  پیشرانش،  $\sigma T$  زاویه میل موتورها،  $\bar{q} = (0.5 \times \rho V^2)$  فشار دینامیکی،  $m$

$$\begin{aligned}
 \tilde{p}_{\tilde{y}\tilde{y}_{k+1}} &= \sum_{i=0}^{2n_a} w_i^e [y_{i,k+1} \\
 &\quad - \tilde{y}_{k+1}] [y_{i,k+1} \\
 &\quad - \tilde{y}_{k+1}]^T + R
 \end{aligned}
 \tag{32}$$

اندازه کاهش یافته بردار حالت و نقاط سیگما به کاهش بار محاسباتی منجر می‌شود. با مقایسه گام‌های فیلتر کالمن بدون بو در بالا و گام‌های فیلتر کالمن توسعه یافته در بخش قبلی، مشاهده می‌شود که تغییرات اصلی مربوط به محاسبه میانگین و کوواریانس‌های حالت‌ها و خروجی‌ها هستند؛ حال آنکه به روزرسانی اندازه‌گیری اساساً مشابه است. همچنین واضح است که تقریب‌های مرتبه اول و دوم دینامیک سیستم لازم نیستند.

## ۶. روش‌های تخمین پارامتر بازگشتی برای شناسایی پارامتر آیرودینامیکی هواپیمای بال ثابت

ضرایب مؤلفه برآ، پَسار و نوسانی تحقیقی هواپیمای بال ثابت تخمین زده می‌شود. آزمایش‌های پرواز برای ترغیب حرکت طولی در ورودی بالابر چندگامی انجام شده‌اند که این ورودی به حرکت کوتاه مدت و ورودی پالس به حرکت منجر شد. مدل زیر برای تخمین مشتقات غیرخطی به کار می‌رود.

معادله‌های حالت سیستم:

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= -\frac{\bar{q}S}{m} C_D + g \sin(\alpha - \theta') + \frac{F_e}{m} \cos(\alpha + \sigma T) \\
 \dot{\alpha} &= -\frac{\bar{q}S}{mV} C_L + q + \frac{g}{V} \cos(\alpha - \theta') \\
 &\quad - \frac{F_e}{mV} \sin(\alpha + \sigma T) \\
 \dot{\theta}' &= q \\
 \dot{q} &= \frac{\bar{q}S\bar{c}}{I_y} C_m + \frac{F_e}{I_y} (\tau_{tx} \sin\sigma T + \tau_{tz} \cos\sigma T)
 \end{aligned}
 \tag{33}$$

که اینجا، ضرایب مؤلفه برآ، پَسار و نوسانی به صورت زیر مدل سازی می‌شوند:



جرم،  $S$  مساحت بال،  $\bar{c}$  وتر بال،  $I_y$  گشتاور اینرسی و  $\rho$  چگالی هواست. اندیس  $m$  در سمت راست معادله (۳۵) نشانگر کمیت‌های اندازه‌گیری شده است. این معادلات سیستم در چارچوب متغیرهای محوره‌های پایداری  $(V, \alpha)$  نه‌تنها غیرخطی‌های مثلثاتی و ضربی را در خود دارند، بلکه فشار دینامیکی  $(0.5 \times \rho V^2)$  را دارند، که این همه مشتقات آیرودینامیکی را ضرب می‌کند و یک متغیر غیرخطی اضافی وارد کار می‌کند. به‌علاوه عکس متغیر حالت  $V$  به ایجاد متغیرهای غیرخطی اضافی در معادله حالت برای  $\alpha$  منجر می‌شود. بردار متغیر مجهول  $\theta$  شامل مشتقات بدون بعد به‌صورت زیر داده می‌شود:

$$\theta = \begin{bmatrix} C_{D0} & C_{DV} & C_{D\alpha} & C_{L0} & C_{LV} & C_{L\alpha} \\ C_{m0} & C_{mV} & C_{m\alpha} & C_{mq} & C_{m\delta_e} \end{bmatrix}^T \quad (37)$$

تعدادی مقادیر منطقی با توجه به داده‌های موجود برای چند سری هواپیما با بال ثابت در نظر گرفته؛ زاویه حمله با استفاده از تکنیک‌های بازسازی مسیر پرواز تنظیم شده است [۱]. پیشرانس قبل از تخمین پارامتر محاسبه شده و در فرایند تخمین به‌صورت متغیر ورودی به کار رفته است.

جدول ۱ مقادیر عددی تخمین پارامترها با روش‌های مختلف را مقایسه می‌کند. همه مقادیر عددی سازگاری خوبی با هم دارند. پارامترهای طراحی برای اجرای فیلتر کالمن بدون بو به‌صورت زیر هستند،  $\alpha$  مقدار مثبت کوچک در محدوده  $0.001$  تا  $1$  است،  $k=0$  یا  $k=3-ne$  و  $\beta = 2$  است.

شکل ۱ عملکرد سه روش تخمین پارامتر آیرودینامیکی را با هدف تخمین پارامتر

آیرودینامیکی مقایسه می‌کند. به‌وضوح می‌توان دید که تخمین‌های پارامتری همه این روش‌ها بسیار به هم نزدیک هستند. به‌علاوه، هماهنگی خوبی میان روش تخمین پارامتر بازگشتی و روش تخمین پارامترهای خطای فیلتر آفلاین (FEM) دیده می‌شود. عملکرد خوب همه روش‌ها و سازگاری نزدیک ممکن است به طور عمده به مدل ریاضیاتی دقیق سیستم مورد ملاحظه نسبت داده شود.

جدول ۱. مقایسه تخمین پارامترها برای هواپیما با بال

ثابت

پارامتر	روش خطای فیلتر	روش‌های RPE		
		فیلتر کالمن بدون بو تقویت شده	فیلتر کالمن بدون بو	فیلتر کالمن توسعه یافته
$C_{D0}$	۰.۱۲۳ (۲.۴۵)	۰.۱۲۳ (۲.۶۴)	۰.۱۲۴ (۲.۵۰)	۰.۱۲۴ (۲.۵۵)
$C_{DV}$	-۰.۰۶۴۵ (۳.۹۵)	-	-۰.۰۶۵۲ (۴.۰۱)	-۰.۰۶۵۳ (۴.۰۱)
$C_{D\alpha}$	۰.۳۲۰ (۲.۲۶)	۳۱۹. (۲.۴۰)	۰.۳۱۹ (۲.۳۳)	۰.۳۱۶ (۲.۳۷)
$C_{L0}$	-۰.۰۹۲۹ (۲۱.۱)	-۰.۰۸۷ (۲۲.۹)	-۰.۰۸۵۳ (۲.۳۳)	-۰.۰۹۹ (۲۰.۰)
$C_{LV}$	۰.۱۴۹ (۱۱.۱)	۰.۱۴۷ (۱۱.۴)	۰.۱۴۴ (۱۱.۷)	۰.۱۵۷ (۱۰.۶)
$C_{L\alpha}$	۴.۳۲۸ (۱.۰۸)	۴.۲۸۹ (۱.۱۴)	۴.۳۰۳ (۱.۱۴)	۴.۳۰۳ (۱.۱۳)
$C_{m0}$	۰.۱۱۲ (۳.۲۷)	۰.۱۱۲ (۴.۲۹)	۰.۱۱۲ (۴.۲۸)	۰.۱۱۵ (۳.۴۰)
$C_{mV}$	۰.۰۰۳۹ (۸۲.۱)	۰.۰۰۴۵ (۹۲.۲)	۰.۰۰۴۶ (۹۰.۵)	۰.۰۰۲۲ (۱۵۴)
$C_{m\alpha}$	-۰.۰۹۶۸ (۱.۱۲)	-۰.۰۹۷۰ (۱.۵۴)	-۰.۰۹۷۱ (۱.۵۴)	-۰.۰۹۸۳ (۱.۲۴)
$C_{mq}$	۳۴.۷۱۰ (۲.۲۷)	-	-۳۴.۹۳۷ (۲.۸۵)	-۳۵.۰۹۸ (۲.۲۷)
$C_{m\delta_e}$	-۱.۵۲۹ (۱.۲۷)	-۱.۵۳۹ (۱.۶۵)	-۱.۵۳۳ (۱.۶۵)	-۱.۵۵۲ (۱.۳۱)

<sup>x</sup> مقادیر موجود در پرانتزها، برحسب درصد هستند.



## ۷. نتیجه‌گیری

در این مقاله، با استفاده از سه الگوریتم تخمین پارامتر بازگشتی غیرخطی بر اساس فیلترهای کالمن، سه الگوریتم شناسایی پارامتر بازگشتی برای فیلترینگ غیرخطی داده‌های پرواز هواپیما مقایسه شده است:

(۱) فیلتر کالمن توسعه‌یافته که از مدل تخمین پیوسته با نویز جمع‌شونده استفاده می‌کند که به صورت معادله (۳۱) نشان داده می‌شود و از یک تقریب مرتبه اول برای انتشار ماتریس کوواریانس استفاده می‌کند؛

(۲) مورد کلی یا تقویت‌شده فیلتر کالمن بدون بو که از مدل تخمین پیوسته با توزیع نویزی استفاده می‌کند که به طور غیرخطی وارد سیستم می‌شود که با معادله‌های (۱۹) تا (۲۹) نشان داده می‌شود؛

(۳) مورد ویژه یا ساده‌شده فیلتر کالمن بدون بو (فیلتر کالمن بدون بو ساده‌شده) که از مدل تخمین پیوسته با نویز جمع‌شونده استفاده می‌کند و به صورت معادله (۳۱) نشان داده می‌شود و ساده‌سازی‌ها در معادله‌های (۳۲) و (۳۳) برای محاسبه کوواریانس به کار می‌روند.

نتایج نشان می‌دهند که روش تخمین پارامتر بازگشتی تقویت‌شده فیلتر کالمن بدون بو در چارچوب زمان سریع‌تر از همه همگرا می‌شود؛ اما این در چارچوب قدرت محاسباتی از همه گران‌تر است. مورد فیلتر کالمن بدون بو ساده‌شده که نویز ناهمبسته جمع‌شونده را فرض می‌گیرد، دقت و کیفیت فیلترینگی معادل با فیلتر کالمن توسعه‌یافته دارد و در مقایسه با فیلتر کالمن

توسعه‌یافته، بهبود اندکی را برای کوواریانس در زمان نشان می‌دهد؛ اما حتی اجرای فیلتر کالمن بدون بو ساده‌شده، به لحاظ محاسباتی هزینه برتر از فیلتر کالمن توسعه‌یافته است. فیلتر کالمن توسعه‌یافته، چنانکه انتظار می‌رود، کیفیت عالی فیلترینگ و زمان مناسب برای همگرایی دارد و همچنین از نظر محاسباتی از همه ارزان‌تر است.

برای تخمین پارامتر پرواز هواپیمای با بال ثابت توسط مدل تخمین غیرخطی، تفاوت زیادی میان مقادیر عددی پارامترها مشاهده نشد. این به طور عمده به خاطر مدل تخمین دقیق است.

در این مقاله، عملکرد سه الگوریتم تخمین پارامتر بازگشتی برای تخمین پارامتر آیرودینامیکی از داده‌های پرواز یک هواپیما با هم مقایسه شد. هواپیمای مورد ملاحظه، هواپیمای با بال ثابت است. نتایج نشان می‌دهند که گرچه فیلتر کالمن بدون بو در برخی موارد پیشرفت اندکی نشان می‌دهد، اما عملکرد هر سه الگوریتم شبیه به هم بوده است. ولی مقایسه صورت گرفته کمک می‌کند تا با توجه به شرایط مختلف بتوان بهترین و کم‌هزینه‌ترین روش را انتخاب کرد.

## ۸. مأخذ

- [1] R.V. Jategaonkar, Flight Vehicle System Identification: A Time Domain Methodology, AIAA Progress in Aeronautics and Astronautics, vol. 216, AIAA, Reston, VA, August 2006.
- [2] J.H. Buckland, J.L. Musgrave, B.K. Walker, On-line implementation of nonlinear parameter estimation for the space shuttle main engine, NASA TM-106097, 1992.
- [3] G. Chowdhary, S. Lorenz, Control of a VTOL UAV using online parameter identification, AIAA-2005-6409, August 2005.
- [4] M.L. Steinber, Comparison of intelligent, adaptive, and nonlinear flight control laws,



sigma-point Kalman filters for tightly coupled GPS/INS integration, AIAA paper 2005-6055, August 2005.

- [18] J.L. Crassidis, F.L. Markley, Unscented filtering for spacecraft attitude estimation, AIAA paper 2003-5484, August 2003.
- [19] S. Brunke, M.E. Campbell, Square root sigma point filtering for real-time nonlinear estimation, *Journal of Guidance* 27 (2) (March 2003) 314–317.
- [20] E.A. Wan, R. van der Merwe, The unscented Kalman filter for nonlinear estimation, Center for Spoken Language and Understanding, OGI School of Science and Engineering, URL: <http://cslu.cse.ogi.edu/nsl/ukf/> (cited 12th January 2006).
- [21] E.A. Wan, R. van der Merwe, A.T. Nelson, Dual estimation and the unscented transformation, in: *Neural Information Processing Systems*, vol. 12, MIT Press, Massachusetts, USA, 2000, pp. 666–672.
- [22] M. Grewal, A. Andrews, *Kalman Filtering Theory and Practice Using MATLAB*, second edition, John Wiley and Sons, 2001.
- [23] L. Ljung, Asymptotic behavior of the extended Kalman filter as a parameter estimator for linear systems, *IEEE Transactions on Automatic Control* AC-24 (1) (1979) 36–50.
- [24] W. Yuanxin, H. Dewen, W. Meiping, H. Xiaoping, Unscented Kalman filtering for additive noise case: Augmented versus non-augmented, in: *American Control Conference*, Portland, Oregon, USA, 2005.
- [25] J. Dittirich, A. Bernartz, FIntelligent systems research using a small autonomous rotorcraft testbed, AIAA-2003-6561, September 2003.
- [26] S. Lorenz, G. Chowdhary, System identification for a miniature rotorcraft, preliminary results, in: *AHS 61st Forum*, Grapevine, TX, June 2005.
- [27] B. Mettler, *Modeling Identification and Characteristics of Miniature Rotorcrafts*, Kluwer Academic Publishers, 2003.
- Journal of Guidance, Control and Dynamics* 24 (4) (July–August 2001) 693–699.
- [5] Y. Song, G. Campa, M. Napolitano, B. Seanor, M.G. Perhinschi, On-line parameter estimation techniques comparison within a fault tolerant flight control system, *Journal of Guidance, Control and Dynamics* 25 (3) (May–June 2002) 528–537.
- [6] A.E. Bryson, Yu-Chi Ho, *Applied Optimal Control: Optimization, Estimation, and Control*, revised printing, Hemisphere Publishing Corp., 1975.
- [7] R.E. Kalman, A new approach to linear filtering and prediction problems, *Transactions of the ASME — Journal of Basic Engineering, Series D* 82 (March 1960) 35–45.
- [8] R.T.N. Chen, B.J. Eulrich, J.V. Lebacqz, Development of advanced techniques for the identification of V/STOL aircraft stability and control parameters, Cornell Aeronautical Lab., Inc., USA, Report No. BM-2820-F-1, 1971.
- [9] J. Garcfa-Velo, B.K. Walker, Aerodynamic parameter estimation for high performance aircraft using extended Kalman filtering, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 20 (6) (1997) 1257–1259.
- [10] R. Jategaonkar, E. Plaetschke, Estimation of aircraft parameters using filter error methods and extended Kalman filter, DFVLR FB 88-15, Germany, 1988.
- [11] R.V. Jategaonkar, E. Plaetschke, Algorithms for aircraft parameter estimation accounting for process and measurement noise, *Journal of Aircraft* 26 (4) (1989) 360–372.
- [12] J.L. Speyer, E.Z. Crues, On-line aircraft state and stability derivative estimation using the modified-gain extended Kalman filter, *Journal of Guidance and Control* 10 (3) (1987) 262–268.
- [13] A. Gelb, *Applied Optimal Estimation*, MIT Press, Massachusetts, USA, 1974.
- [14] E.A. Wan, R. van der Merwe, S.I. Julier, Sigma-point Kalman filters for nonlinear estimation and sensor-fusion – applications to integrated navigation, AIAA paper 2004-5120, August 2004.
- [15] S.J. Julier, J.K. Uhlmann, H.F. Durrant-Whyte, A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators, *IEEE Transactions on Automatic Control* 45 (3) (2000) 477–482.
- [16] S.J. Julier, J.K. Uhlmann, Unscented filtering and nonlinear estimation, *Proceedings of the IEEE* 92 (3) (March 2004) 401–422.
- [17] J. Wendel, A. Maier, J. Metzger, G.F. Trommer, Comparison of extended and

