

# الگوی رتبه‌کاسته طراحی معکوس و تحلیل جریان سیال با بهره‌گیری از مودهای ترکیبی هندسه و میدان جریان بر مبنای روش تجزیه متعامد بهینه

محمد کاظم مویدی<sup>۱</sup>، مرتضی مروی<sup>۲</sup>

۱ استادیار، آزمایشگاه پژوهشی توربولانس و دینامیک سیالات محاسباتی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه قم، mk.moayyedi@qom.ac.ir

۲ پژوهشگر، آزمایشگاه پژوهشی توربولانس و دینامیک سیالات محاسباتی، دانشگاه قم

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۳/۳۱

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۷/۰۴

## چکیده

در این پژوهش به ارائه روشی برای تحلیل جریان غیرلزج و طراحی بهینه ایرفویل بر پایه الگوی رتبه‌کاسته تجزیه متعامد بهینه پرداخته شده است. هدف این پژوهش توسعه الگویی رتبه‌کاسته است تا بتواند با استفاده از داده‌های حاصل از حل معادله اویلر، طراحی بهینه سطوح اثرودینامیکی را انجام داده، به نحوی که هزینه محاسباتی طراحی در مقایسه با روش دینامیک سیالات محاسباتی به شدت کاهش یابد. داده‌های اثرودینامیکی مورد نظر از شبیه‌سازی یک جریان غیرلزج و به ازای تغییرات پارامترهای مختلف هندسی به دست آمده‌اند. الگوی مورد بحث ترکیبی از روش تجزیه متعامد بهینه همراه با حل یک مسئله کمینه‌سازی به منظور دستیابی به توزیع فشار یا هر معیار مطلوب دیگری است. به منظور بازسازی این الگو از نمایه‌های میدان فشار حول ایرفویل استفاده شده است. در بخشی از این تحقیق به طراحی معکوس ایرفویل در فضایی خارج از نمایه‌های موجود پرداخته شده است. نتایج از مدل رتبه‌کاسته حاضر با شبیه‌سازی‌های حاصل از حل دقیق مقایسه شده که دقت در محاسبات را نشان می‌دهد.

## واژگان کلیدی

روش تجزیه متعامد بهینه، طراحی معکوس، الگوی رتبه‌کاسته، بهینه‌سازی

## ۱. مقدمه

شناخته‌شدن این متغیرها بتواند عمل بهینه‌سازی را با حذف مجموعه‌ای از متغیرها ادامه دهد. از جمله ابزارهای مفید، که می‌توان از آن برای بهینه‌سازی سطوح اثرودینامیکی استفاده کرد، دینامیک سیالات عددی است. این روش نه محدودیت‌ها و فرضیات ساده‌کننده موجود در روش‌های تحلیلی برای بهینه‌سازی

به دست آوردن یک هندسه پیچیده سه‌بعدی با بهینه‌سازی سطوح دوبعدی الگویی رایج در زمینه طراحی اثرودینامیکی است. برای به دست آوردن یک بهینه‌سازی کارآمد از چندین شکل هندسی طبیعی است که طراح برخی از روش‌های غربالگری را برای شناسایی آن دسته از متغیرهای مؤثر بر طراحی به کار گیرد تا با

و طراحی را دارد و نه تجهیزات پیچیده و هزینه‌های گزاف روش‌های تجربی را می‌طلبد. از جمله الگوهایی که می‌توان برای بهینه‌سازی ائرودینامیکی مورد استفاده قرار داد، روش تجزیه متعامد بهینه است. این روش با محاسبه مجموعه‌ای از بردارهای پایه آغاز می‌شود. در صورت انتقال معادلات حاکم به فضای برداری تشکیل‌یافته از این بردارهای پایه می‌توان دینامیک حاکم بر مسئله را با تعداد ابعادی کمتر و با دقتی مناسب بازسازی نمود. در واقع این روش مجموعه‌ای از داده‌ها را به‌عنوان ورودی دریافت و پایه‌های متعامد برای آنها تولید می‌کند.

به‌منظور کاهش تعداد درجات آزادی مدل، تعدادی از نتایج شبیه‌سازی عددی در زمان‌ها یا به ازای تغییر پارامترهای مختلف به‌عنوان نمایه انتخاب شده؛ به‌نحوی که بازتاب دینامیک حاکم بر سیستم باشند. این روش ابتدا توسط کارهونن - لوو به‌عنوان روشی جهت تحلیل داده‌های آماری مطرح شد [۱]. برای نخستین بار در سال ۱۹۶۷ م و در خصوص جریان آشفته، لاملی پیشنهاد کرد که از POD<sup>۱</sup> می‌توان برای استخراج ساختارهای بزرگ ظاهر شده در این جریان‌ها استفاده نمود [۲]. پس از آن، با توجه به محدودیت کامپیوترها و الگوهای عددی، این روش برای مدت‌ها بدون کاربرد باقی ماند. در اواخر دهه ۸۰ میلادی و با مطرح شدن روش نمایه‌ها<sup>۲</sup> توسط سیرویش<sup>۳</sup>، POD به‌عنوان ابزاری کارآمد به‌منظور توسعه مدل‌های رتبه‌کاسته برای سامانه‌های دینامیکی پیچیده‌ای که داده‌هایی از آزمایش‌های تجربی یا حل‌های عددی مستقیم دارند نمایان شد.

تاکنون بسیاری از مسائل دینامیک سیالات و دیگر شاخه‌های مهندسی با استفاده از این روش مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. با توجه به توانایی‌های این روش در استخراج مودهای پرانرژی‌تر، استفاده از آن در پدیده‌های شامل آثار متقابل سازه و سیال و همچنین مسائل کنترل جریان سیال به‌تازگی مورد استقبال قرار گرفته است [۳-۴]. استفاده از روش POD-نمایه در تحلیل و بازسازی میدان‌های جریان پایا و ناپایا، تاکنون با موفقیت‌های بسیاری حاصل شده است.

بوی‌تای و همکاران در پژوهشی به استفاده از این روش در بازسازی و تخمین میدان جریان تراکم‌پذیر پرداختند. نتایج حاصل دقت مناسب این روش در بازسازی داده‌های میدان جریان را نشان می‌داد [۴]. لیگرسلی و همکاران یک مدل رتبه‌کاسته بر مبنای روش تجزیه متعامد بهینه و به‌منظور طراحی ایرفویل

غیرلزج و بهینه‌سازی آن را توسعه دادند. در این پژوهش یک مدل غیرخطی براساس توابع پایه خطی‌سازی شده محاسبه و با بهره‌گیری از کمینه‌سازی تابع هدف تعریف‌شده برای فشار سطحی ایرفویل، شکل هندسی بهینه ایرفویل محاسبه شد [۵]. طیبی و همکاران نیز از روش تجزیه متعامد بهینه جهت تخمین سریع میدان جریان تراکم‌پذیر غیرلزج در رژیم‌های جریان متفاوت (مادون صوت، گذر صوتی و مافوق صوت) و از آن طریق، محاسبه ضرایب ائرودینامیکی استفاده کردند [۶]. مویدی و همکاران از روش تجزیه متعامد بهینه جهت تخمین سریع میدان جریان، محاسبه ضرایب ائرودینامیکی و طراحی معکوس ائرودینامیکی در جریان تراکم‌پذیر غیرلزج در رژیم‌های جریان متفاوت استفاده کردند [۷]. لیو و همکاران در پژوهشی از روش تجزیه متعامد بهینه به‌منظور مدل‌سازی ائروالاستیکی هواپیما F-16 به‌منظور تخمین و بازسازی میدان جریان در شرایط مختلف پروازی بهره بردند و از داده‌های حاصل برای تحلیل ائروالاستیکی استفاده کردند [۸].

هدف این مقاله، استفاده از روش تجزیه متعامد بهینه جهت توسعه یک الگوی رتبه‌کاسته به‌منظور طراحی معکوس ائرودینامیکی براساس نمایه‌های حاصل از حل معادله اویلر و بر پایه چند معیار متفاوت است. در این مورد با تکیه بر روش تجزیه متعامد بهینه - نمایه<sup>۴</sup>، از یک مدل ترکیبی مودهای هندسی و میدان جریان و حل یک مسئله کمینه‌سازی مبتنی بر توزیع تعریف‌شده یک کمیت برای محاسبه هندسه جسم استفاده می‌شود.

## ۲. روش تجزیه متعامد بهینه - نمایه

براساس تعریف لاملی ساختارهای متجانس موجود در هر سامانه دینامیکی، توابعی از متغیرهای مکانی هستند که بیشینه انرژی میدان را دارند [۹]. بر این اساس، این ساختارها عبارت زیر را بیشینه می‌کنند:

$$\frac{\langle (u(x,t), \phi(x,t))^2 \rangle}{\langle \phi(x,t), \phi(x,t) \rangle} \quad (1)$$

به‌طوری‌که در این رابطه،  $u$  تابع مورد نظر و  $f$  ساختار متجانس است. با توجه به رابطه ۱، دسته‌ای از توابع متعامد به‌دست آمد که به توابع POD معروف می‌باشند. می‌توان نشان داد که مسئله کمینه‌سازی تابع فوق، منجر به انتگرال فرد هولم نوع دوم می‌شود که هسته آن به‌صورت زیر بیان می‌گردد:

$$k(x, x^*) = \langle u(x, t), u^*(x, t) \rangle \quad (2)$$

#### ۴. انتخاب تعداد مودها جهت ایجاد مدل رتبه کاسته

روند طبیعی در یک حل POD بدین صورت است که با افزایش تعداد مودهای جریان الگوی حاصل از دقت نزدیکتری به حل دقیق برخوردار می‌شود. اما با توجه به اختلاف سطح انرژی مودها این امکان وجود دارد که با تعداد کمتری از مودها بتوان سهم بالایی از انرژی موجود در میدان را تسخیر کرد و این بدان معناست که با روش تشریح شده می‌توان به یک الگوی رتبه کاسته دست یافت. بدین منظور و برای محاسبه تعداد مودهایی که درصد انرژی بالاتری را تسخیر می‌کنند، عددی به نام عدد سهم<sup>۶</sup> به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\kappa = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} \lambda_i}{\sum_{i=1}^{N_{total}} \lambda_i} \quad (۸)$$

به طوری که در این رابطه  $\lambda$  مقادیر ویژه حاصل از حل مسئله مقدار ویژه برای ماتریس داده‌هاست. هرگاه مقدار  $\kappa$  برابر با ۹۹/۹ درصد شد،  $N_r$  حاصل، تعداد مودهای مورد نیاز برای ایجاد مدل رتبه کاسته را نشان می‌دهد.

#### ۵. طراحی معکوس ایرفویل با بهره‌گیری از توزیع

##### فشار سطحی

در این بخش، درباره توسعه الگوی رتبه کاسته طراحی معکوس هندسه ایرفویل با بهره‌گیری از روش تجزیه متعامد بهینه و توزیع فشار سطحی مورد نظر پرداخته خواهد شد. بدین منظور نمایه‌هایی به ازای مقادیر مختلف خصوصیات هندسی تولید می‌شود. بنابراین یک هندسه پایه، ایرفویل NACA0012، در نظر گرفته شده، سپس تغییرات هندسی با یک گام خاص اعمال و توزیع فشار سطحی روی این مجموعه ایرفویل محاسبه می‌شود. به منظور طراحی معکوس هندسی از کمینه کردن توزیع فشار سطحی مورد نظر با توزیع فشار محاسبه شده و با بهره‌گیری از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$J = \int_s (p_r - p_T) ds \quad (۹)$$

به طوری که در آن  $p_T$  توزیع فشار مورد نظر و  $p_r$  توزیع فشار بازسازی شده توسط روش تجزیه متعامد بهینه به ازای انحنای محاسبه شده می‌باشد. این روند به صورت تکراری انجام شده تا مقدار  $J$  کمینه شود. در این پژوهش از یک روش بهینه‌سازی مبتنی بر کمینه‌سازی گرادیان متغیر مورد نظر برای یافتن بهینه استفاده شده است. در انتها باید گفت هرچند این روش با دقت

در رابطه ۲،  $u$  ماتریس متغیر مورد نظر و  $u^*$  ترانهاده ماتریس  $u$  است. بیشینه‌سازی رابطه ۱ به مسئله مقدار ویژه زیر منجر می‌شود:

$$C\phi(x) = \lambda\phi(x) \quad (۳)$$

به طوری که ماتریس  $C$  به صورت زیر تعریف شده و  $\lambda$  مقادیر ویژه این ماتریس می‌باشد:

$$C_{i,j} = \langle u(x, t_i), u(x, t_j) \rangle \quad (۴)$$

مسئله مقدار ویژه فوق به روش‌های مختلفی قابل حل است. اما چون ماتریس تصاویر لحظه‌ای ممکن است غیرمربعی باشد، از روش‌های استاندارد قابل حل نبوده و باید از روش‌هایی چون روش تجزیه مقادیر تکین<sup>۵</sup> استفاده نمود. با استفاده از روش تجزیه مقادیر تکین، مقادیر ویژه و توابع ویژه، که همان مودهای POD می‌باشند، به دست خواهد آمد. بدین منظور به یک دسته  $N$  تایی از نمایه‌هایی به صورت  $u_n(x)$  از میدان اغتشاشی نیاز است که می‌توانند به ازای تغییر پارامترهای متفاوت از شبیه‌سازی به دست آیند:

$$u_n(x) = u(x, \tau^n) \quad (۵)$$

مقادیر مختلف  $\tau^n$  می‌توانند اغلب با بازه‌های هم‌فاصله در نظر گرفته شوند. از دیدگاه ریاضیات، تنها شرط لازم برای نمایه‌ها این است که مستقل خطی باشند. حال با داشتن مودهای POD می‌توان میدان جریان را دوباره بازسازی نمود:

$$u(x, \tau) = \sum_{k=1}^M a_k(\tau)\phi_k(x) \quad (۶)$$

#### ۳. نمایه‌های هندسی ایرفویل و داده‌های ائرودینامیکی

به عنوان هندسه مبنا یک ایرفویل را در نظر گرفته، سپس یک برآمدگی به هندسه ایرفویل مورد نظر اضافه می‌شود. در این مقاله هندسه ایرفویل NACA0012 در نظر گرفته شده است. حال با داشتن این مجموعه ایرفویل و نوشتن کد کامپیوتری حل جریان دسته نمایه داده‌های ائرودینامیکی مورد نظر تولید می‌شود. رابطه برآمدگی مورد نظر می‌تواند به صورت زیر باشد:

$$b(x) = B \left( \sin \left( \pi x \frac{\log(0.5)}{\log(t_1)} \right) \right)^{t_2} \quad (۷)$$

به طوری که بیشینه تغییرات در  $x=t_1$  رخ داده و پارامتر  $t_2$  مقدار پهنای برآمدگی را کنترل می‌کند. با داشتن این مجموعه ایرفویل دسته نمایه مورد نظر توسط یک کد کامپیوتری حل جریان اویلر تولید شده است. برای تولید دسته نمایه به ازای تغییر ضخامت، نیز از هندسه مبنا NACA0012 استفاده شده و تغییرات با یک گام ثابت و به ازای بیشینه ضخامت ایرفویل اعمال شده است.

مناسبی فرایند طراحی معکوس بهینه را انجام می‌دهد، اما به دلیل محدودیت کامل بودن فضای برداری مودهای POD، مدل حاصل در پاره‌ای از موارد با خطاهایی در محاسبات روبروست [۹].

## ۶. طراحی معکوس ایرفویل در فضایی خارج از نمایه‌ها

در این بخش به بررسی الگوی طراحی معکوس توسعه‌یافته در فضایی خارج از نمایه‌های موجود پرداخته شده است. در بخش‌های قبل، ایرفویل هدف از بین نمایه‌های موجود انتخاب شده بود. اما در این قسمت ایرفویل هدف در فضایی خارج از نمایه‌های مورد نظر انتخاب می‌شود. جهت طراحی معکوس در این حالت ایرفویل اولیه از بین دسته نمایه‌های هندسی مورد نظر و ایرفویل هدف در فضای خارج از نمایه‌ها انتخاب می‌شوند. نکته مهم در این مدل این است که ایرفویل هدف نباید با دسته نمایه‌های موجود اختلاف زیادی داشته باشد. حال با استفاده از رابطه ۹ و تعریف یک توزیع فشار هدف سعی می‌شود تا با استفاده از روش‌های کمینه‌سازی مقادیر بهینه و مطلوب به دست آید. این روند به صورت یک حل تکراری انجام شده تا مقدار تابع هدف کمینه شود. با داشتن ضرایب مودال و مودهای مکانی در هر مرحله تکرار، هندسه مورد نظر به دست خواهد آمد. در هر مرحله تکرار، یک ایرفویل به دست آمده و سپس توزیع فشار متناسب با آن با توزیع فشار هدف مقایسه می‌شود. با تعریف خطا بین دو توزیع فشار فرایند طراحی تکمیل شده و عمل تکرار مقایسه دو توزیع فشار تا رسیدن به مقدار خطا مورد نظر ادامه می‌یابد.

## ۷. نتایج

در این بخش شبیه‌سازی عددی جریان پایا و طراحی معکوس ایرفویل در جریان تراکم‌پذیر غیرلزج در دو بخش ارائه می‌شود. مسائل مورد بررسی شامل طراحی معکوس و تحلیل جریان حول ایرفویل به ازای تغییرات انحناء و سپس به ازای تغییرات ضخامت است.

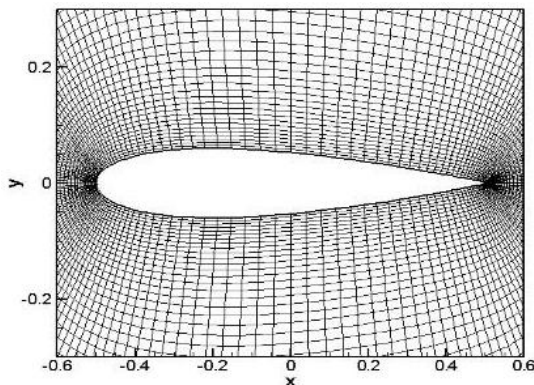
### ۷-۱. طراحی معکوس ائرودینامیکی ایرفویل به ازای

توزیع فشار تعریف شده با نمایه‌هایی حاصل از تغییر

### انحناء

در این بخش، درخصوص جریان پایا تراکم‌پذیر غیرلزج حول ایرفویل NACA0012 در زاویه حمله صفر درجه و عدد ماخ ۰/۴

بحث خواهد شد. معادلات حاکم برای این مسئله، معادلات اویلر است. به منظور شبیه‌سازی میدان جریان با دقت مناسب از یک شبکه با تراکم مناسب استفاده شده است که در شکل ۱ نمایش داده شده است.

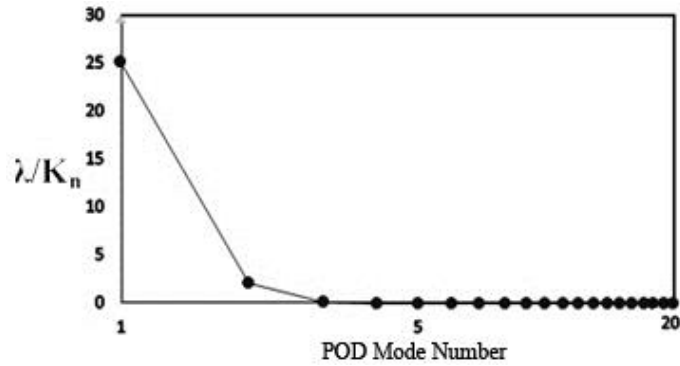


شکل ۱. شبکه استفاده شده برای شبیه‌سازی عددی جریان تراکم‌پذیر غیرلزج به ازای تغییرات انحناء

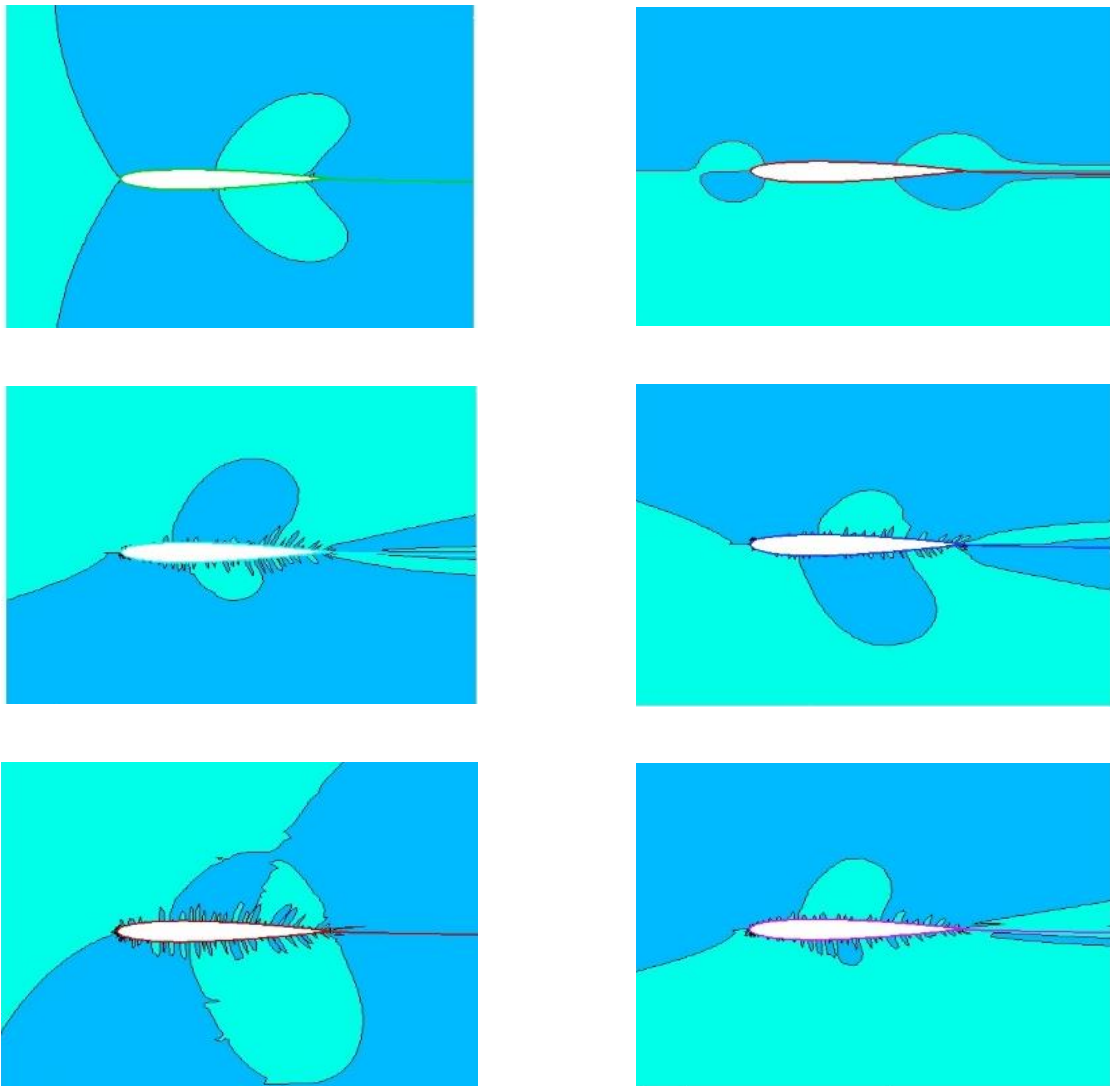
به دلیل وجود گرادیان‌های بالا، به ویژه در نواحی نزدیک دیواره جسم، نقاط شبکه به سمت جسم متراکم شده تا بتوان خصوصیات جریان را با دقت بالاتری محاسبه کند. یک دسته بیست‌تایی از حل میدان جریان برای فشار به ازای تغییرات انحناء به عنوان ورودی در نظر گرفته شده است و پس از انجام یک حل مقدار ویژه مودهای جریان استخراج شده است. شکل ۲ طیف انرژی مودهای جریان برای فشار در جریان مادون صوت را نشان می‌دهد. در شکل ۳ خطوط هم‌تراز مودهای پارانرژی‌تر میدان نمایش داده شده است. شکل ۴ خطوط هم‌تراز فشار در زاویه حمله ۲ درجه و عدد ماخ ۰/۴ را نشان داده و همان‌طور که مشخص است، نتایج حاصل از دقت مناسبی در مقایسه با داده‌های حاصل از شبیه‌سازی عددی برخوردار است. شکل ۵ نیز توزیع فشار روی سطح ایرفویل در همین شرایط را نشان می‌دهد که تطابق مناسبی با داده‌های مرجع دارد. در جدول ۱ مقایسه‌ای بین مقادیر ضریب برآ و ضریب پسا سطحی با استفاده از شبیه‌سازی عددی و روش تجزیه متعامد بهینه برای چند نمونه از نمایه‌ها صورت گرفته که داده‌های ارائه شده دقت مناسب این روش را مشخص می‌کند. حال با استفاده از روند رتبه‌کاسته ارائه شده به منظور طراحی معکوس ائرودینامیکی، به ازای توزیع فشار تعریف شده، هندسه مورد نظر محاسبه شده است. در شکل ۶ هندسه ایرفویل طراحی شده در مقایسه با هندسه اولیه به کاررفته برای انجام روند تکراری طراحی

داده شده است. ذکر این نکته ضروری است اگرچه تعداد چرخه‌های طراحی در این مورد نسبتاً زیاد بوده، اما به دلیل سرعت بالای محاسبات زمان نهایی چرخه طراحی بسیار کوتاه است.

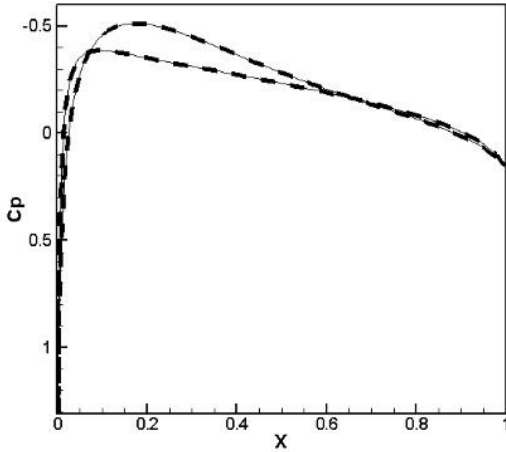
معکوس نمایش داده شده است. در شکل ۷ توزیع فشار مطلوب در مقایسه با توزیع فشار اولیه آمده است. در شکل ۸ تاریخچه همگرایی چرخه طراحی را به ازای توزیع فشار تعریف شده نمایش



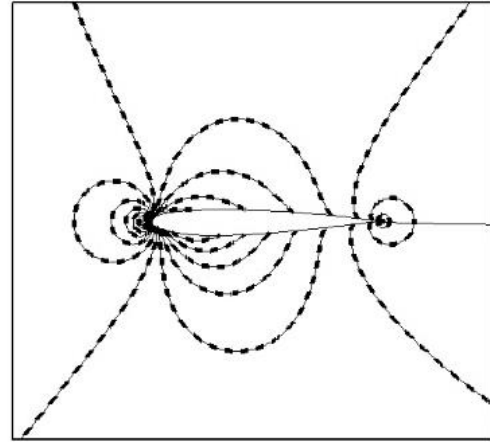
شکل ۲. طیف انرژی موده‌های POD برای جریان مادون صوت غیرلزج در عدد ماخ ۰/۴ به ازای تغییرات انحناء



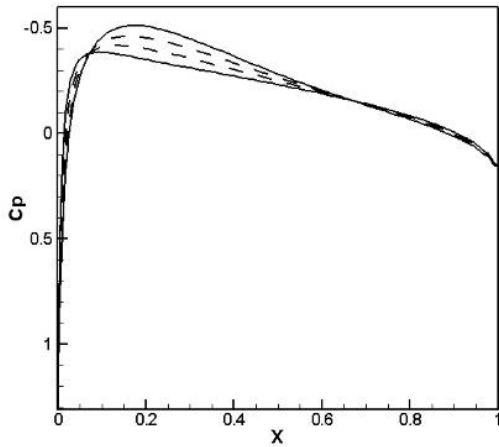
شکل ۳. خطوط همتراز شش مود پرانرژی‌تر POD برای فشار در جریان مادون صوت غیرلزج در عددماخ ۰/۴ به ازای تغییرات انحناء



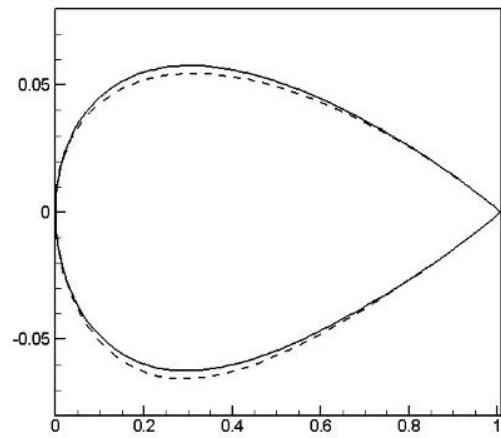
شکل ۵. توزیع فشار روی سطح ایرفویل در عدد ماخ ۰/۴ و زاویه حمله ۲ درجه به ازای تغییرات انحناء، خطوط پیوسته شبیه‌سازی مستقیم عددی، خط چین بازسازی مدل رتبه‌کاسته



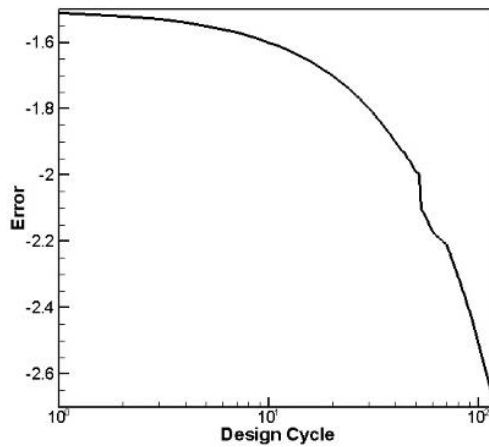
شکل ۴. خطوط هم‌تراز فشار در عدد ماخ ۰/۴ و زاویه حمله ۲ درجه، خطوط پیوسته حل CFD و خط چین داده‌های بازسازی شده توسط POD



شکل ۷. مقایسه توزیع فشار اولیه ایرفویل و توزیع فشار طراحی شده توسط مدل رتبه‌کاسته به ازای توزیع فشار مورد نظر در جریان تراکم‌پذیر غیرلزج در ازای تغییرات انحناء. خطوط پیوسته توزیع فشار اولیه، خط چین توزیع فشار هدف



شکل ۶. مقایسه هندسه اولیه ایرفویل و هندسه طراحی شده توسط مدل رتبه‌کاسته به ازای توزیع فشار مورد نظر در ازای تغییرات انحناء در جریان تراکم‌پذیر غیرلزج. خطوط پیوسته هندسه هدف، خط چین هندسه اولیه



شکل ۸. تاریخچه همگرایی چرخه طراحی توسط روش POD به ازای توزیع فشار مورد نظر

جدول ۱. مقایسه ضریب برآ و ضریب پسای فشاری حول ایرفویل در عدماخ ۰/۴ و زاویه حمله صفر درجه

$C_{Dp}$	$C_l$	روش	
-۰/۰۰۱۱۳	-۰/۰۳۵۹	CFD	نمایه ۱
-۰/۰۰۱۱۳	-۰/۰۳۵۸	POD	
-۰/۰۰۱۱۳	-۰/۰۴۰۴	CFD	نمایه ۱۲
-۰/۰۰۱۱۲	-۰/۰۴۰۲	POD	
-۰/۰۰۱۱۲	-۰/۰۳۷۰	CFD	نمایه ۱۷
-۰/۰۰۱۱۲	-۰/۰۲۶۹	POD	

نتایج حاصل از شبیه‌سازی برخوردار است. چون یکی از اهداف این تحقیق به‌دست آوردن ایرفویلی با بیشترین ضریب برآ یا نسبت ضریب برآ به پسا می‌باشد، بنابراین با توجه به ضرایب نیروی برآ و پسای موجود، ایرفویل هدف در نظر گرفته می‌شود. در شکل ۱۴ هندسه ایرفویل طراحی‌شده در مقایسه با هندسه اولیه به‌کار رفته برای انجام روند تکراری طراحی معکوس نمایش داده شده است. در شکل ۱۵ همگرایی تابع هدف به ازای توزیع فشار تعریف‌شده نمایش داده شده است. در جدول ۲ مقایسه‌ای بین زمان محاسباتی موردنیاز مربوط به مدل رتبه‌کاسته و مدل شبیه‌سازی مستقیم انجام شده است. همان‌گونه که مشخص است، زمان محاسباتی کل برای مدل رتبه‌کاسته بسیار کمتر از مدل عددی مستقیم می‌باشد.

### ۷-۳. طراحی معکوس ائرویدینامیکی ایرفویل در فضای خارج از نمایه‌های موجود

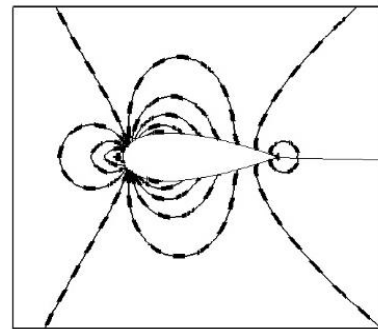
از جمله مسائلی که در این تحقیق به آن پرداخته شده و از اهمیت به‌سزایی برخوردار است، طراحی معکوس ائرویدینامیکی ایرفویل در فضای خارج از نمایه‌های موجود می‌باشد. شکل ۱۶ هندسه ایرفویل طراحی‌شده در مقایسه با هندسه اولیه جهت انجام روند طراحی معکوس را نشان می‌دهد. در شکل ۱۷ مقایسه‌ای بین توزیع فشار سطحی اولیه و توزیع فشار مطلوب و بیشتر به‌منظور مشخص‌شدن تفاوت شرایط مورد نظر و اطلاعات موجود در ابتدای چرخه طراحی آورده شده است. پس از بازسازی و به‌دست آوردن ضرایب غیر مکانی، (تابع تغییرات ساختار میدان جریان نسبت به تغییر هندسی ایروفویل) مودهای مکانی و با بهره‌گیری از روابط اشاره‌شده در بخش‌های قبل و مبتنی بر روش بهینه‌سازی، عمل طراحی معکوس صورت می‌پذیرد. شکل ۱۸ نتایج حاصل از مدل رتبه‌کاسته طراحی معکوس را به ازای ۱۰

### ۷-۲. طراحی معکوس ائرویدینامیکی ایرفویل به‌ازای توزیع فشار تعریف‌شده با نمایه‌هایی حاصل از تغییر ضخامت

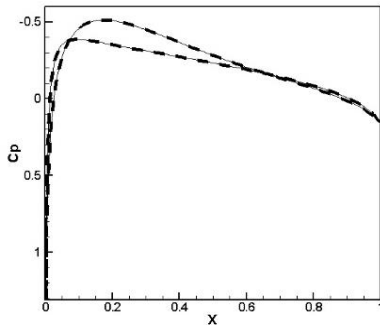
در این بخش با استفاده از الگوی توسعه‌یافته، طراحی معکوس ایرفویل دوبعدی تحت جریان تراکم‌پذیر غیرلزج و به ازای تغییرات بیشینه ضخامت ایرفویل در زاویه حمله ۲ درجه و عدد ماخ ۰/۴ مورد بررسی قرار گرفته است. در این حالت یک دسته بیست تایی از هندسه ایرفویل تحت اثر تغییرات ضخامت و به ازای یک گام ثابت معادل با ۰/۰۵۵۷ طول وتر و حل میدان جریان برای این دسته نمایه هندسی به‌عنوان ورودی به‌کار رفته است. با بهره‌گیری از روش ارائه‌شده در بخش‌های پیشین، مقادیر متوسط پارامترهای مورد نظر محاسبه شده و سپس این مقادیر از دسته نمایه‌ها کسر شده تا مقادیر اغتشاشی متغیرها به‌دست آیند. حال مودهای POD با استفاده روش تجزیه مقادیر تکین و با بهره‌گیری از این دسته نمایه‌های اغتشاشی محاسبه شده‌اند. در شکل ۹ خطوط همتراز فشار در زاویه حمله ۲ درجه و عدد ماخ ۰/۴ آورده شده که از دقت مناسبی در مقایسه با نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی برخوردار است. شکل ۱۰ نیز توزیع فشار روی سطح ایرفویل در همین شرایط را نشان می‌دهد که تطابق مناسبی با داده‌های مرجع دارد. مسئله دیگری که در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفته، میدان جریان حول ایرفویل NACA0012 در عدد ماخ ۰/۷ می‌باشد. در شکل ۱۱ توزیع مقادیر ویژه برحسب شماره مود آورده شده است که بیانگر کاهش میزان انرژی نسبی مودهای میدان می‌باشد. همان‌گونه که در شکل نیز مشخص است، تعداد کمتری از مودها دارای سهم اثرگذاری بالاتری در میدان جریان هستند. شکل ۱۲ خطوط همتراز درجه حرارت برای جریان تراکم‌پذیر غیرلزج را نشان می‌دهد. شکل ۱۳ خطوط همتراز فشار در زاویه حمله ۲ و عدد ماخ ۰/۷ را نمایش می‌دهد که از دقت مناسبی در مقایسه با

چرخه طراحی نشان می‌دهد. نتایج این شکل حاکی است که مدل به ازای تعداد محدود تکرار از دقت کافی برخوردار نیست. در شکل ۱۹ هندسه طراحی شده در آخرین تکرار چرخه طراحی معکوس و به ازای همگرایی تابع هدف آورده شده است. همان‌گونه که در این شکل مشخص است، دقت نتایج حاصل از الگوی رتبه‌کاسته طراحی و تحلیل برای شرایطی که هندسه موردنظر از بازه نمایه‌های به کار رفته خارج شده، نسبتاً قابل قبول بوده و تقریباً تا

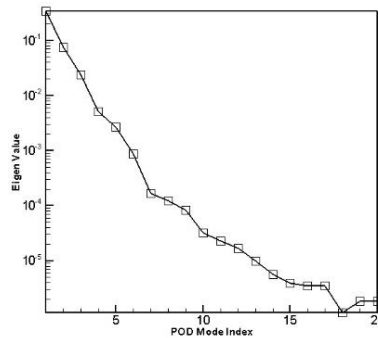
۹۰ درصد نزدیک به داده‌های ایرفویل هدف را است. گفتنی است این الگوی توسعه‌یافته در تمام شرایط جواب دقیقی در قیاس به نتایج حاصل از مدل مرتبه بالا ارائه نداده و در برخی موارد عمل طراحی معکوس با خطاهایی مواجه می‌شود. ایرفویل‌های هدفی که از لحاظ هندسی به دسته نمایه‌ها نزدیکتر بوده با خطایی کمتر و ایرفویل‌های هدفی که از لحاظ هندسه و ظاهر با دسته نمایه‌ها همخوانی کمتری داشته با خطایی بیشتر مواجه شده‌اند.



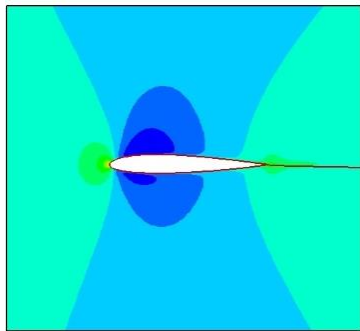
شکل ۹. خطوط همتراز فشار در عدد ماخ ۰/۴ و زاویه حمله ۲ درجه خطوط پیوسته حل CFD و خطچین داده‌های بازسازی شده توسط POD



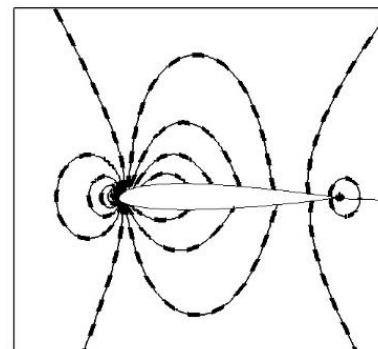
شکل ۱۰. توزیع فشار روی سطح ایرفویل در عدد ماخ ۰/۴ و زاویه حمله ۲ درجه، خطوط پیوسته حل CFD خطچین داده‌های بازسازی شده توسط POD



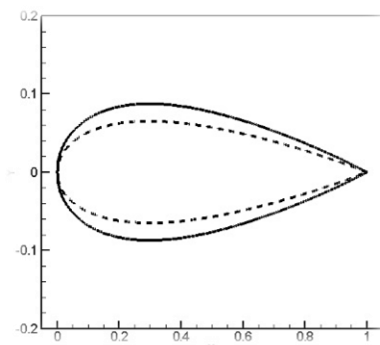
شکل ۱۱. طیف انرژی نسبی مودهای POD برای جریان مادون صوت غیرلزج در عدد ماخ ۰/۷



شکل ۱۲. خطوط همتراز درجه حرارت برای جریان تراکم‌پذیر غیرلزج در عدد ماخ ۰/۷ و زاویه حمله ۲ درجه



شکل ۱۳. خطوط همتراز فشار در زاویه حمله ۲ و عدد ماخ ۰/۷، خطوط پیوسته حل CFD و خطچین داده‌های بازسازی شده توسط مدل رتبه‌کاسته

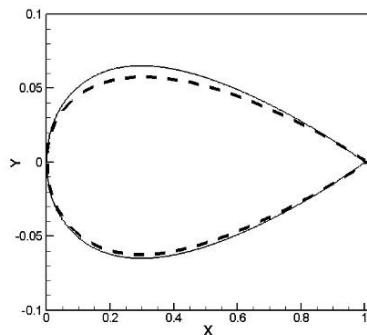


شکل ۱۴. هندسه اولیه و طراحی شده توسط الگوی رتبه‌کاسته POD به ازای توزیع فشار موردنظر، خطوط پیوسته هندسه هدف و خطچین هندسه اولیه

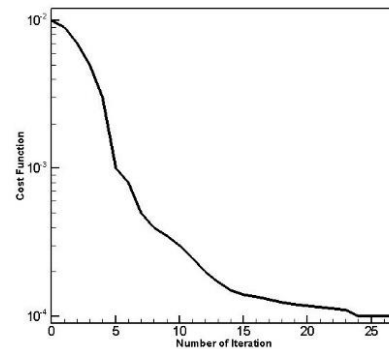


جدول ۲. مقایسهٔ زمان محاسباتی الگوی رتبه‌کاستهٔ طراحی معکوس و تحلیل میدان جریان و مدل عددی مستقیم برای جریان در عدد ماخ  $0.4$  و زاویهٔ حملهٔ  $2$  درجه و به ازای تغییرات انحاء

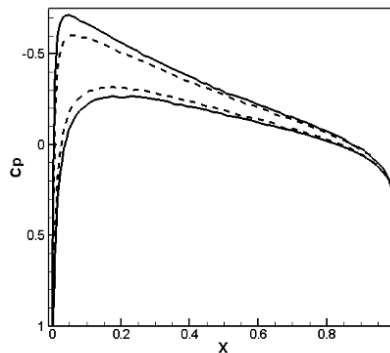
زمان	فرایند (مراحل مدل‌سازی و تحلیل)
۱۲۰ دقیقه	شبیه‌سازی عددی مستقیم همراه با بهینه‌سازی
۳۰ - ۴۵ دقیقه	محاسبهٔ نمایه‌های میدان جریان با بهره‌گیری از شبیه‌سازی عددی
۶۰ ثانیه	محاسبهٔ توابع پایه حاصل از نمایه‌های میدان جریان (حل عددی)
۳۵ ثانیه	محاسبهٔ توابع پایه حاصل از نمایه‌های هندسهٔ ایرفویل
۹۰ ثانیه	بازسازی نمایه‌های ترکیبی هندسی و میدان جریان
۱۵۰ ثانیه	فرایند تکراری جهت طراحی معکوس هندسی و تحلیل میدان جریان



شکل ۱۶. هندسهٔ اولیهٔ و طراحی شده با الگوی رتبه‌کاستهٔ POD به‌ازای توزیع فشار مورد نظر در جریان تراکم‌پذیر غیرلزج. خطوط پیوسته هندسه هدف و خطچین هندسه اولیه



شکل ۱۵. نمودار همگرایی تابع هزینه در جریان تراکم‌پذیر غیرلزج با تغییرات ضخامت



شکل ۱۷. مقایسهٔ توزیع فشار اولیه ایرفویل و توزیع فشار طراحی شده توسط مدل رتبه‌کاسته به‌ازای شرایط خارج از فضای نمایه‌های موجود. خطوط پیوسته توزیع فشار هدف و خطچین توزیع فشار خارج از نمایه‌های موجود

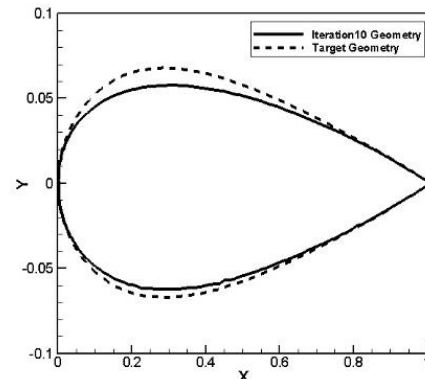
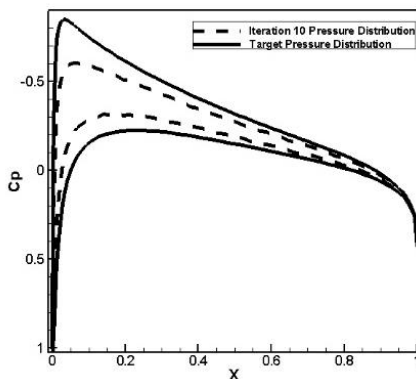
## ۸. نتیجه‌گیری

مستقیم عددی داراست. گفتنی است به‌منظور دستیابی به نتایج مطلوب باید نمایه‌های دسته تصاویر مورد نظر به‌دقت انتخاب شوند. این موضوع به‌خصوص در مورد جریان‌های ناپایا از حساسیت بالاتری برخوردار بوده؛ تا جایی که گاهی سبب می‌شود نتایج چندان با دینامیک حاکم بر میدان سازگاری نداشته باشند.

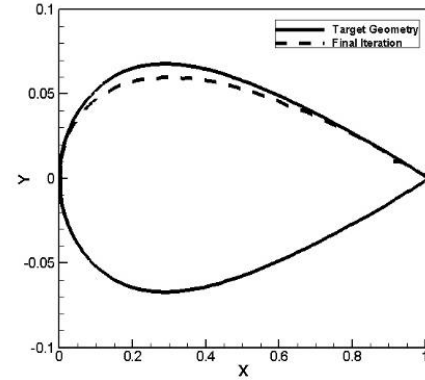
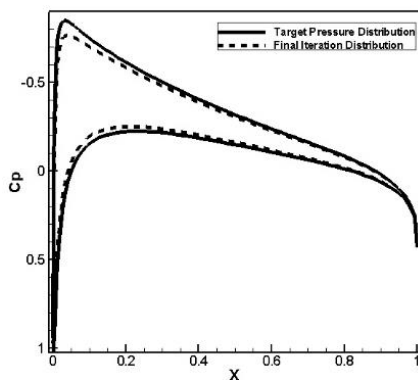
با توجه به ساختار و الگوریتم محاسباتی روش تجزیهٔ متعامد بهینه، می‌توان گفت که این روش به‌عنوان یک ابزار محاسباتی نسبتاً دقیق و سریع به‌کمک نرم‌افزارهای دینامیک سیالات عددی آمده تا هزینه و زمان محاسبات و شبیه‌سازی‌های پیچیده را کم کند. در عین‌حال که دقت و صحت داده‌های حاصل از شبیه‌سازی‌های

به‌سادگی قابل تعمیم به حل‌کننده‌های با دقت و ابعاد بالاتر، از جمله معادلات اولر و ناویر-استوکس سه‌بعدی بوده، در عین حال که پیچیدگی توسعه نرم‌افزار نیز تغییر نمی‌کند. از طرفی محدودیت‌هایی نیز در سامانه‌های توسعه‌یافته وجود داشته و بعضاً مدل‌های ایجادشده برای محدوده خاصی توانایی طراحی را داشته و افزایش این توانایی نیازمند توسعه روش‌های بهبود تکامل فضای بردای حاصل از موده‌های پرانرژی به‌منظور بازسازی میدان جریان است.

همچنین این امکان وجود دارد که روش‌های توسعه‌یافته برای تمامی شرایط عملکرد یکسانی را نداشته تا جایی که سبب شود بیشترین تلاش‌های پژوهشگران این حوزه در جهت بهبود این روش‌ها صورت گیرد. می‌توان گفت این عملکرد متفاوت ناشی از عواملی چون خصوصیات میدان‌های مورد بررسی از لحاظ میزان پدیده‌های غیرخطی (مانند شوک)، کم‌بودن نمایه‌های ورودی، کامل‌نبودن توابع ویژه محاسبه‌شده می‌باشد. در بحث طراحی معکوس نیز این نکته قابل تأمل است که روش توسعه‌یافته



شکل ۱۸. توزیع فشار بر سطح ایرفویل و هندسه طراحی شده به ازای ده چرخه طراحی معکوس در فضایی خارج از نمایه‌های موجود در جریان تراکم‌پذیر غیرلج



شکل ۱۹. توزیع فشار روی سطح ایرفویل و هندسه طراحی شده در آخرین چرخه طراحی معکوس (به ازای همگرایی تابع هدف) در فضایی خارج از نمایه‌های موجود در جریان تراکم‌پذیر غیرلج

## ۹. مآخذ

- [1] R. Everson, L. Sirovich, The Karhunen-Loeve for Gappy Data, *J. Optical Society of America*, Vol. 12, pp. 1657-1664, 1995.
- [2] P. Holmes, J. L. Lumley, G. Berkooz, *Turbulence, Coherent Structures, Dynamical Systems and Symmetry*, Cambridge Monographs on Mechanics, Cambridge University Press, Cambridge, 1996.
- [3] P. G. A. Cizmas, An Acceleration Approach for Reduced-order Models Based on Proper Orthogonal Decomposition, *AIAA Paper*, 2007-713, The 45<sup>th</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, 2007.
- [4] T. Bui-Thanh, M. Damodaran, K. Wilcox, Aerodynamic Data Reconstruction and Inverse Design Using Proper Orthogonal Decomposition,

- AIAA Journal*, Vol.42, No.8, pp.1505-1516, 2004.
- [5] P. A. LeGresley, J. J. Alonso, Investigation of Non-Linear Projection for POD Based Reduced Order Models for Aerodynamics', The 39<sup>th</sup> AIAA Aerospace Science Meeting & Exhibit, Reno, Nevada, USA, 2001.
- [6] M. Taeibi-Rahni, F. Sabetghadam, M. K. Moayyedi, M. Hdidoulabi, Fast Estimation of Aerodynamics Data Using Proper Orthogonal Decomposition', The 10<sup>th</sup> Fluid Dynamics Conf., Yazd, Iran, 2006. (In Persian فارسی)
- [7] M. K. Moayyedi, M. Marvi, M. Taeibi-Rahni, Development of Inverse Aerodynamics Design Model Based on Proper Orthogonal Decomposition Method, 1<sup>st</sup> Annual Conference on Aerodynamics and Hydrodynamics, Tehran, Iran, 2011 (In Persian فارسی)
- [8] H. Lieu, C. Farhat, Adaptation of Aeroelastic Reduced-Order Models and Application to an F-16 Configuration, *AIAA Journal*, Vol. 45, No. 6, pp. 1244-1257, 2007.
- [9] M. K. Moayyedi, Low-dimensional POD Simulation of the Unsteady Flows around Bodies with Arbitrary Shape, Ph.D. Dissertation, Department of Aerospace Engineering, Sharif University of Technology, 2009. (In Persian فارسی)

پی نوشت

- 
1. proper orthogonal decomposition
  2. snapshots
  3. sirovich
  4. POD snapshot
  5. singular value decomposition
  6. fraction number