

# هدایت موشک سوخت جامد با استفاده از روش جدید بر مبنای هدایت تابعی

محسن حوائی<sup>۱</sup>، مسعود ابراهیمی<sup>۲</sup>

۱ کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

۲ استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ebrahimikm@modares.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۹/۱۹

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۱۲/۰۵

## چکیده

هدایت تابعی روش مناسبی برای هدایت موشک‌های سوخت جامد و بدون خاموشی اجباری است. در این مقاله روش جدیدی بر مبنای هدایت تابعی برای موشکی با سوخت جامد، کنترل ائرودینامیکی و بدون خاموشی اجباری معرفی و با روش هدایت تابعی مقایسه شده است. در روش جدید، بعد از رسیدن موشک به شتاب حداکثر، زاویه بردار سرعت موشک به منظور جبران خطاهای فاز فعال به‌گونه‌ای اصلاح می‌شود که اصابت به هدف تضمین شود. بدین‌منظور قبل از پرتاب، اطلاعات مربوط به زمان، همراه با بردارهای موقعیت و سرعت‌های نامی در جدولی ذخیره می‌شوند. در این روش، به‌منظور محاسبه اختلاف مقادیر نامی و اغتشاشی، از مفاهیم جدیدی استفاده شده است که طبق آنها مقادیر ذخیره‌شده نامی به‌صورت اصلاح‌شده پس از شلیک مورد استفاده قرار می‌گیرند. روش هدایت با به‌کارگیری مشتقات جزئی مرتبه اول و دوم و پیاده‌سازی اشباع فرمان هدایت شبیه‌سازی شده است. نتایج شبیه‌سازی در پرواز اغتشاشی با روش هدایت تابعی موجود مورد مقایسه قرار گرفته است. همچنین صحت‌گذاری الگوریتم هدایتی در حضور انواع اغتشاشات پروازی انجام شده است. در نتیجه شبیه‌سازی و مقایسه خروجی‌های روش هدایت تابعی جدید با روش قدیمی، مزایای روش جدید نسبت به روش قدیمی تشریح شده است.

## واژگان کلیدی

هدایت تابعی، سوخت جامد، کنترل ائرودینامیک

### ۱. مقدمه

$Q$  و  $Q^*$  صفر نمودن سرعت مانده  $\bar{V}_g$  است. در این روش اگر سرعت موشک با سرعت لازم برابر شد، فرمان قطع نیروی پیشران صادر می‌شود [۱-۲]. محاسبه سرعت مانده به روش

انتخاب روش هدایت موشک‌های بالستیک به عوامل مختلفی بستگی دارد. نوع سوخت یکی از مهمترین پارامترهای تأثیرگذار در روش هدایت است. در موشک‌های سوخت مایع، اساس روش‌های

صریح و ضمنی انجام می‌شود. در روش صریح برای محاسبه سرعت مانده، مقدار سرعت لازم محاسبه و سرعت واقعی موشک (به صورت مستقل) از آن کم می‌شود [۳]. در موشک‌های سوخت جامد، اگر موشک به سرعت لازم برسد، اما سوخت آن تمام نشده باشد، باید مسیر پرواز به گونه‌ای تغییر کند که در نهایت موشک به هدف اصابت نماید.

یک روش مرسوم برای مصرف انرژی اضافه، روش مدیریت انرژی است [۴]. موضوع مهم در این روش به دست آوردن مقدار زاویه اصلاح مسیر است. عزیزاده (۱۳۷۸) این مفهوم را توسط حل هدایت بهینه و به صورت تئوری تحلیل کرده است [۵]. امینی (۱۳۷۴) مقدار زاویه اصلاح مسیر به روش تجربی و در حالت خاص را برای موشکی با موتور سوخت جامد و برد ۲۰۰ کیلومتر به دست آورده است [۶]. پرابهاکار و کومار (۲۰۱۳) در پژوهش خود روش هدایتی برای موشک سوخت جامد بر اساس تخمین نقطه اصابت و با انتگرال‌گیری از معادلات حرکت معرفی کرده‌اند [۷]. در این روش مقدار خطای اصابت با حل معادله دیفرانسیلی به دست می‌آید. با به دست آمدن خطای اصابت مقدار اصلاح زاویه مسیر در لحظه خاموشی به دست آمده، سپس سهم اصلاح زاویه مسیر در هر گام محاسبه می‌شود.

در روش هدایت تابعی برد موشک بر اساس بردار موقعیت و سرعت پس از خاموشی موتور سوخت جامد تخمین زده می‌شود. سپس فرمان هدایت آن به گونه‌ای ارسال می‌شود که با فرض ادامه مسیر به صورت موتور خاموش موشک به هدف اصابت نماید [۸-۹]. اما اگر پس از خاموشی موتور نیروی کنترلی به اندازه کافی وجود نداشته باشد، این روش ناکارآمد خواهد بود. روش بهبودیافته در هدایت تابعی روشی است که در آن علاوه بر استفاده از مشتقات مرتبه اول از مشتقات مراتب بالاتر استفاده می‌شود. این روش که در [۱۰] معرفی شده است برای موشک سوخت جامد و بدون خاموشی اجباری پیاده‌سازی شده است. این مرجع روش خود را برای موشکی با خاموشی در خارج جو پیاده‌سازی نموده است. استفاده از این روش در موشک‌های سوخت جامد با خاموشی در جو، به اعمال محدودیت در ارسال فرامین برای جلوگیری از شکست سازه نیاز دارد. در نتیجه از ارزش مشتقات جزئی مرتبه بالا می‌کاهد.

در این مقاله روشی جدید ارائه شده است که اساس آن بر مبنای روش هدایت تابعی است. اما مفاهیم جدیدی در آن تعریف

و اصلاحاتی انجام شده است. این مقاله با اعمال اصلاحاتی در مراجع [۸-۱۰] به موشک‌های سوخت جامد و خاموشی در جو نسبتاً دقیق می‌پردازد. در این روش، فرمان هدایت قبل از خاموشی موتور، که فشار دینامیکی بالاتر است، به صورت لحظه‌ای ارسال می‌شود. در این روش از جدول اطلاعات نامی و از مفاهیمی چون  $\hat{r}_r$  و  $\hat{r}_g$  استفاده شده است که پس از تشریح مقدمه و سوابق تحقیق به جزئیات آن پرداخته خواهد شد. در ادامه، در بند ۱، به سوابق تحقیقات در هدایت موشک‌های سوخت جامد پرداخته می‌شود. سپس در بند ۱-۴ سابقه هدایت تابعی و روش هدایت آن معرفی می‌شود. در بند ۲ نیز روش هدایت تابعی جدید معرفی و با روش هدایت تابعی قبلی مقایسه می‌شود.

## ۲. روش سرعت لازمه

بردار سرعتی که از یک نقطه بتوان با آن سقوط آزاد کرد و به هدف رسید را سرعت لازمه می‌گویند. اختلاف سرعت لازمه با سرعت لحظه‌ای، معیاری برای هدایت موشک به نام سرعت مانده است [۱-۲]:

$$\bar{V}_g = \bar{V}_r - \bar{V} \quad (1)$$

به طوری که در آن  $\bar{V}$  سرعت لحظه‌ای،  $\bar{V}_r$  سرعت لازمه و  $\bar{V}_g$  سرعت مانده است. اساس روش‌های  $Q$  و  $Q^*$  صفر نمودن سرعت مانده  $\bar{V}_g$  است. روش هدایت  $Q$  برای موشک‌هایی که دارای صفحه پایدارند استفاده می‌شود. روش  $Q^*$  در سیستم‌های ناوبری متصل به بدنه کاربرد دارد. در این روش اگر سرعت موشک با سرعت لازمه برابر شد، فرمان قطع نیروی پیشران صادر می‌شود. محاسبه سرعت مانده به روش صریح و ضمنی انجام می‌شود. در روش صریح برای محاسبه سرعت مانده، مقدار سرعت لازمه محاسبه و سپس سرعت واقعی موشک (به صورت مستقل) از آن کم می‌شود. روشی توسط زارچان و نلسون ارائه شده است که یکی از روش‌های متداول برای حل مسئله لامبرت محسوب می‌شود [۳]. در این روش با استفاده از یک روش بازگشتی و با معلوم بودن زمان پرواز آزاد، بردار موقعیت موشک و بردار موقعیت هدف، مقادیر اصلاح زاویه مسیر و سرعت لازمه به عنوان خروجی محاسبه می‌شود. در روش ضمنی، اختلاف سرعت لازمه (یا  $\bar{V}_g$ ) و سرعت موشک از طریق معادله دیفرانسیلی حساب می‌شود که در آن مؤلفه‌های بردار  $\bar{V}_g$  نسبت به دستگاه مختصات اینرسی در معادله دیفرانسیل ۲ صدق می‌کند:

$$\Delta \gamma_y = \frac{\partial \gamma_y}{\partial CR} \Delta_{cr} \quad (5)$$

که در آن  $\frac{\partial \gamma_p}{\partial DR}$  و  $\frac{\partial \gamma_y}{\partial CR}$  ضرایب مشتقات جزئی برای اصلاح زاویه مسیر در صفحه پرواز و صفحه جانبی می‌باشند. در هر گام مقادیر لازم برای اصلاح زاویه مسیر به صورت زیر تخمین زده می‌شوند:

$$\dot{\gamma}_p(i+1) = \Delta \gamma_p(i) + \frac{\Delta \gamma_p}{T_{burn-t}} \quad (6)$$

$$\dot{\gamma}_y(i+1) = \Delta \gamma_y(i) + \frac{\Delta \gamma_y}{T_{burn-t}} \quad (7)$$

در ادامه مقادیر زاویه حمله و لغزش، تابعی از زوایای مسیر در صفحه فراز و سمت به دست می‌آیند [7]:

$$\alpha = \frac{mv \dot{\gamma}_p + g \cos \gamma_p}{T + qCN_\alpha} \quad (8)$$

$$\beta = \frac{mv \dot{\gamma}_y \cos \gamma_p}{T + qCN_\alpha} \quad (9)$$

که در آن  $CN_\alpha$  ضریب بی‌بعد تغییرات نیروی ائرو دینامیکی لیفت نسبت به تغییرات زاویه حمله و  $T$  نیروی پیشران محوری است. نهایتاً مقدار فرمان هدایت در دو کانال فراز و سمت برای کاهش خطای اصابت به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\theta_c = -(\gamma_p + \alpha) \quad (10)$$

$$\psi_c = \frac{\pi}{2} - (\beta + \gamma_y) \quad (11)$$

#### ۴. روش هدایت بدون خاموشی، مدیریت انرژی

در موشک‌های سوخت جامد، که امکان قطع نیروی پیشران وجود ندارد، باید روشی به کار برده شود که انرژی اضافه سوخت را مصرف کند. یک روش مرسوم برای مصرف انرژی اضافه، روش مدیریت انرژی است. برای توضیح مفهوم مدیریت انرژی به شکل ۱ توجه کنید. در این شکل، یک قوس از دایره داریم که طول آنرا با  $\Delta V_{cap}$  نشان می‌دهیم. این قوس اختلاف سرعت لازم با سرعت لحظه‌ای است. شعاع دایره‌ای که این مسیر را می‌سازد  $r$  بوده و زاویه مرکزی آن با  $2\theta$  نشان داده شده است. یک وتر دو سر این کمان را به هم وصل می‌کند. طول این وتر برابر با اختلاف سرعت لامبرت با سرعت واقعی بوده و با  $\Delta V$  نشان داده می‌شود. اگر بردار نیروی پیشران بر نقطه اول مماس باشد، زاویه بین این دو بردار با وتر مذکور  $\theta$  می‌باشد [4]. با توجه به شکل ۱ داریم:

$$\Delta V_{cap} = 2\theta r \quad (12)$$

$$\Delta V = 2r \sin \theta \quad (13)$$

بنابراین از تقسیم دو رابطه داریم:

$$\frac{\Delta V}{\Delta V_{cap}} = \frac{\sin \theta}{\theta} \quad (14)$$

$$\dot{\bar{V}}_g^B = -Q^* \bar{V}_g^B - \bar{a}^B \quad (2)$$

همان‌گونه که ذکر شد، هدف صفر کردن بردار  $\bar{V}_g^B$  است. اگر بردار  $\bar{V}_g^B$  صفر شد، فرمان خاموشی صادر می‌شود. بدین منظور فرمان سرعت زاویه‌ای که به موشک داده می‌شود، متناسب با زاویه بین بردارهای  $\bar{V}_g^B$  و شتاب  $\bar{a}^B$  انتخاب می‌شود؛ یعنی:

$$\omega^B = k \frac{\bar{a}^B \times \bar{V}_g^B}{|\bar{a}| |\bar{V}_g^B|} \quad (3)$$

روش فوق برای موشک‌های سوخت جامد، که امکان خاموشی ندارند، کاربرد ندارد. در موشک‌های سوخت جامد برخلاف موشک‌های سوخت مایع، قطع نیروی پیشران به راحتی انجام نمی‌گیرد. عموماً برای سادگی در طراحی موتور، از روش‌های هدایت بدون نیاز به خاموشی موتور به جای خاموشی موتور استفاده می‌شود. گفتنی است روش‌های جدید در هدایت موشک‌های سوخت جامد و بدون خاموشی اجباری، از جمله موارد طبقه‌بندی شده در مراجع خارجی می‌باشد که در سال‌های اخیر از نشر آنها در مقالات جلوگیری شده است. در ادامه به بررسی مراجع در این زمینه پرداخته می‌شود.

#### ۳. روش تخمین نقطه برخورد

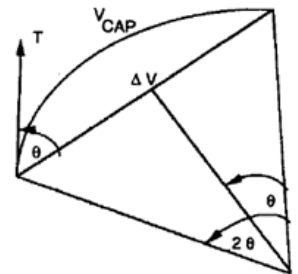
در روش تخمین نقطه برخورد، زاویه مسیر قبل از خاموشی موتور اصلاح می‌شود. در این روش نقطه اصابت در هر گام، پیش‌بینی می‌شود. ابتدا مشخصات پروازی موشک در مسیر نامی خود شبیه‌سازی و اطلاعات آن قبل از شلیک در کامپیوتر پرواز ذخیره می‌شود. برای ارسال فرمان هدایت از انتگرال‌گیری از معادلات حرکت و به روز شدن شرایط اولیه در هر گام استفاده می‌شود. خطای اصابت بر اساس اختلاف نقطه اصابت و پیش‌بینی خطای برد و سمت محاسبه می‌شود [7]. با به دست آمدن خطای اصابت مقدار اصلاح زاویه مسیر در لحظه خاموشی به دست می‌آید. سپس سهم اصلاح زاویه مسیر در هر گام محاسبه می‌شود و زوایای حمله و لغزش تابعی از زاویه اصلاح زاویه مسیر محاسبه و ورودی سیستم اتوپایوت قرار داده می‌شوند. در گام بعد، با توجه به خطای اصابت، مجدداً با ایجاد شرایط اولیه، روش فوق تکرار می‌شود و تا لحظه خاموشی موتور همچنان ادامه می‌یابد. مقدار اصلاح زاویه مسیر در لحظه خاموشی در کانال برد و سمت به صورت زیر است [7]:

$$\Delta \gamma_p = \frac{\partial \gamma_p}{\partial DR} \Delta R \quad (4)$$

با استفاده از بسط سری تیلور تابع سینوس خواهیم داشت:

$$\frac{\Delta V}{\Delta V_{cap}} = \frac{\theta - \theta^3}{\theta} = 1 - \frac{\theta^2}{6} \quad (15)$$

$$\theta = \sqrt{6\left(1 - \frac{\Delta V}{\Delta V_{cap}}\right)} \quad (16)$$



شکل ۱. زوایای پایه در روش مدیریت انرژی

بردار سرعت می‌باشد، که در لحظه  $t_k$  به‌عنوان مقادیر نامی ذخیره شده‌اند. مقادیر  $\hat{x}$  و  $\hat{y}$  پیش‌بینی مقادیر موقعیت و اندازه بردار سرعت موشک در مسیر اغتشاشی در لحظه  $t_k$  می‌باشند که در [۹-۸] پیش‌بینی مقادیر فوق، پس از بیشینه شدن سرعت موشک و با فرض تغییرات خطی آن در حوالی نقطه خاموشی انجام شده است. اگر حرکت موشک در نزدیک مسیر نامی باشد، با استفاده از بسط تیلور حول نقطه  $t_k$  و با در نظر گرفتن جملات مرتبه اول می‌توان خطای برد را با توجه به اصلاح زاویه بردار سرعت موشک در لحظه  $t_k$  نوشت:

$$\begin{aligned} \Delta L = & \frac{\partial L}{\partial x} \Big|_{v_{t_k}^*} \Delta x_{(t_k)} + \frac{\partial L}{\partial y} \Big|_{x_{t_k}^*} \Delta y_{(t_k)} \\ & + \frac{\partial L}{\partial v} \Big|_{x_{t_k}^*} \Delta v_{(t_k)} + \frac{\partial L}{\partial \gamma} \Big|_{y_{t_k}^*} \Delta \gamma_{(t_k)} \end{aligned} \quad (18)$$

اگر  $t_{Vmax}$  زمان مربوط به سرعت بیشینه و  $t_k$  زمان انتهای هدایت باشد، با فرض اینکه در بازه  $[t_{Vmax}, t_k]$  تغییرات موقعیت، سرعت و شتاب خطی است و با تعریف  $\delta t = t_k - t$  می‌توان تخمین پارامترها را به‌صورت زیر انجام داد.

$$\hat{x}_{t_k} = x(t) + v_x(t)\delta t \quad (19)$$

$$\hat{y}_{t_k} = y(t) + v_y(t)\delta t \quad (20)$$

$$\hat{v}_{t_k} = v(t) + \dot{v}(t)\delta t \quad (21)$$

گفتنی است فرض خطی بودن تغییرات سرعت، فرضی است که در مراجع [۹-۸] به‌کار رفته است و همیشه صادق نیست. در روش جدید یا توسعه‌یافته، که در بند ۲ تشریح شده است، از این فرض استفاده نشده است. توجه به روابط فوق اختلاف مقادیر نامی و اغتشاشی در رابطه ۱۸ به‌صورت زیر می‌باشند:

$$\Delta x_{(t_k)} = \hat{x}_{t_k} - x_{t_k}^* \quad (22)$$

$$\Delta y_{(t_k)} = \hat{y}_{t_k} - y_{t_k}^* \quad (23)$$

$$\Delta v_{(t_k)} = \hat{v}_{t_k} - v_{t_k}^* \quad (24)$$

که در آن  $x_{t_k}^*$ ،  $y_{t_k}^*$  و  $v_{t_k}^*$  مقادیر نامی موقعیت و اندازه بردار سرعت می‌باشد که قبل از شلیک ذخیره می‌گردند. مسئله مورد نظر صفر نمودن انحرافات از مسیر نامی است. در رابطه ۱۸ با قرار دادن  $\Delta L = 0$  و با فرض سوزش کامل موتور سوخت جامد، زاویه اصلاح بردار سرعت به‌صورت ۲۵ خواهد بود. می‌توان میزان نرخ تغییرات فرمان اصلاح زاویه سرعت را به‌صورت معادله دیفرانسیلی ۲۶ نوشت که در آن  $\delta t = t_k - t$  می‌باشد. با انتگرال‌گیری با شرط اولیه صفر از رابطه ۲۶ فرمان هدایت به‌دست می‌آید.

مسئله مهم در این روش به‌دست آوردن مقدار  $\theta$  است که طبق آن باید بردار نیروی پیشران نسبت به  $\Delta V$  (یا  $V_g$ ) انحراف یابد تا اصابت به هدف محقق گردد. بر اساس روش تجربی برای موشک سوخت جامد به برد ۲۰۰ کیلومتر زاویه  $\theta_c$  به‌صورت زیر پیشنهاد شده است [۶] که در آن برای اصابت به هدف زاویه بردار سرعت موشک باید پس از خاموشی موتور به اندازه زاویه  $\theta_c$  اصلاح شود.

$$\theta_c = \left(\frac{V_g}{2050}\right)^{3.5}$$

## ۵. هدایت تابعی به‌روش تخمین اندازه بردار موقعیت و سرعت

چون روش ارائه‌شده در این مقاله، توسعه‌یافته هدایت تابعی است، ترجیح داده می‌شود که روش هدایت تابعی با تفسیر بیشتری توضیح داده شود. اگر برد موشک باشد، برد  $L$  برحسب نقطه  $t_k$  را می‌توان به‌صورت زیر نوشت [۸-۱۱]:

$$L = L(x_{t_k}, y_{t_k}, v_{t_k}, \gamma) \quad (17)$$

که در آن اندیس  $t_k$  زمانی پس از خاموشی موتور است که در آن فشار دینامیکی یا نیروی کنترل ائرو دینامیکی تا حد قابل ملاحظه‌ای کاهش یافته است. هدف اصلی این روش آن است که تا لحظه  $t_k$  زاویه بردار سرعت چنان عوض شود که در صورت ادامه مسیر پس از زمان  $t_k$  و بدون فرمان هدایت و کنترل، خطای اصابت صفر گردد. پارامترهای  $x_{t_k}$  و  $y_{t_k}$  مقادیر موقعیت (در دستگاه تانژانتی در جهت  $x$  و  $y$ ) و  $\gamma$  و  $v_{t_k}$  زاویه مسیر و اندازه

اغتشاش‌هایی مثل باد، نیروی پیشران یا عوامل دیگر صورت می‌گیرد. این اطلاعات به‌عنوان مقادیر نامی ذخیره می‌شوند. در پرواز واقعی (اغتشاشی) همواره باد یا خطای نیروی پیشران و جز این‌ها وجود دارد که خروجی‌های دینامیکی ناشی از آنها توسط سیستم ناوبری در حین پرواز محاسبه می‌شود. برای محاسبه مسیر اغتشاشی خطاهای مختلف به موشک وارد می‌شود و نتیجه این خطاها بر عملکرد موشک بررسی می‌شود که از آن به‌عنوان مسیر اغتشاشی یاد می‌شود. خطاهای مسیر اغتشاشی می‌توانند شامل باد، خطای نیروی پیشران، خطاهای ضرائب ائرودینامیک و جز این‌ها باشند. جزئیات بیشتر در مورد مسیر اغتشاشی و شبیه‌سازی مونت کارلو در [۱۴] ذکر شده است. ثبت مقادیر نامی مطابق شکل ۳ قبل از شروع هدایت (زمان  $t_1$ ) شروع می‌شود و تا انتهای زمان هدایت ( $t_n$ ) ادامه می‌یابد. در کامپیوتر پرواز موشک اطلاعات نامی بردارهای موقعیت و سرعت قبل از پرواز در آرایه‌ای مطابق جدول ۱ ذخیره می‌شوند. اختلاف مقادیر نامی و اغتشاشی، در حین پرواز به طریق خاصی پردازش می‌شود. بدین معنا که اگر اختلاف مقادیر نامی و اغتشاشی بدون هیچ‌گونه پردازشی در زمان جاری  $t$  وارد رابطه هدایت گردند، منجر به صدور فرامین هدایت بزرگ خواهند شد. برای توضیح بیشتر موشکی را در نظر بگیرید که در برد پیشینه شلیک گردد. اگر خطای زمان سوزش موتور، با حفظ سطح کل زیر منحنی تراست - زمان، نسبت به حالت نامی پنج درصد افزایش (یا کاهش) یابد، در چنین حالتی به دلیل ثابت بودن تقریبی سطح زیر منحنی تراست زمان، اصلاح زاویه مسیر برای اصابت به هدف بسیار کوچک و با توجه به وجود هدایت در آخر مسیر، قابل صرف‌نظر می‌باشد. در چنین پروازی اگر اختلاف مقادیر نامی و اغتشاش بر حسب زمان  $t$  صورت پذیرند، منجر به دینامیک نامناسب و صدور فرامین تند خواهد شد. زیرا در اثر تغییر زمان سوزش، مقادیر سرعت نامی و اغتشاشی در لحظه  $t$  برابر نخواهند بود. در چنین حالتی برابری سرعت نامی و اغتشاشی در لحظات بعد (یا قبل) انجام خواهد شد. بدین‌منظور نیاز به پردازش انرژی موشک شامل خطاهای موتور و ائرودینامیک و مطرح کردن تعاریفی است که در ادامه به آن پرداخته می‌شود.

مقادیر نامی و اغتشاشی اندازه بردار موقعیت و سرعت بر

حسب زمان به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$r(t) = r^*(t) + \Delta r \quad (27)$$

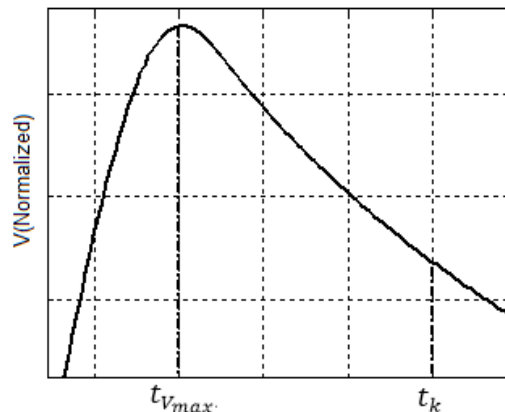
$$v(t) = v^*(t) + \Delta v \quad (28)$$

$$\hat{Y}_{t_k} = - \frac{\frac{\partial L}{\partial x} \Big|_{x_{t_k}^*} \Delta x(t_k) + \frac{\partial L}{\partial y} \Big|_{y_{t_k}^*} \Delta y(t_k)}{\frac{\partial L}{\partial v} \Big|_{v_{t_k}^*}} - \frac{\frac{\partial L}{\partial v} \Big|_{x_{t_k}^*} \Delta v(t_k)}{\frac{\partial L}{\partial y} \Big|_{y_{t_k}^*}} \quad (25)$$

$$\begin{cases} \dot{Y}_c = \frac{\hat{Y}_{t_k} - Y_c}{\delta t} & \text{For } \delta t \geq 1 \\ \dot{Y}_c = \hat{Y}_{t_k} - Y_c & \text{for } \delta t < 1 \end{cases} \quad (26)$$

روش هدایت تابعی فوق دو مشکل دارد:

۱. اگر در بازه  $[t_k, t_{Vmax}]$  نیروی کنترلی به اندازه کافی موجود نباشد، این روش ناکارآمد است. به‌خصوص که اگر زمان سوزش به هر دلیل افزایش یابد، زمان  $t_{Vmax}$  جلوتر می‌رود و مشکل نیروی کنترلی بیشتر می‌شود
  ۲. با توجه به روابط ۱۹ تا ۲۱ و شکل ۲، فرض تغییرات خطی سرعت همیشه صادق نیست. این حالت باعث می‌شود که در حالت بدون اغتشاش نیز انحراف سطوح کنترلی صفر نباشد
- با توجه به دو مشکل فوق، در ادامه روش ساده دیگری پیاده‌سازی و به‌عنوان روشی نو در این مقاله ارائه شده است.

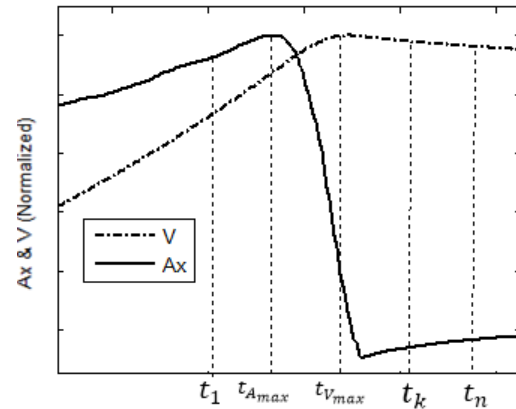


شکل ۲. منحنی سرعت موشک در حوالی نقطه خاموشی

## ۶. روش هدایت تابعی پیشنهادی

در این روش اطلاعات مربوط به زمان، اندازه بردارهای موقعیت و سرعت‌های نامی قبل از پرتاب مطابق جدول ۱ توسط برنامه شبیه‌سازی ذخیره می‌شوند. چون ذخیره مقادیر فوق در عدم حضور

برای به دست آوردن مقادیر نامی بردار سرعت از اطلاعات ذخیره شده در جدول ۱ استفاده می شود. در این روش اختلاف اندازه بردارهای موقعیت و سرعت نامی و اغتشاشی در لحظه  $t$  به دست نمی آید، بلکه از زمان  $\hat{t}$  به صورت زیر استفاده می شود:



شکل ۳. تغییرات سرعت و موقعیت در پرواز نامی

جدول ۱. نحوه ذخیره اطلاعات پرواز

| $t$      | $ \bar{V}^*(t) $ | $ \bar{R}^*(t) $ |
|----------|------------------|------------------|
| $t_1$    | $v^*(t_1)$       | $r^*(t_1)$       |
| $\vdots$ | $\vdots$         | $\vdots$         |
| $t_n$    | $v^*(t_n)$       | $r^*(t_n)$       |

۱.  $\hat{t}_v$  زمانی است که در آن سطح زیر منحنی سرعت - زمان (اندازه بردار موقعیت) در مسیر نامی و اغتشاشی برابر باشد.
  ۲.  $\hat{t}_r$  زمانی است که در آن سطح زیر منحنی موقعیت - زمان در مسیر نامی و اغتشاشی برابر باشد.
  ۳.  $V^*(\hat{t}_v)$  اندازه لحظه ای بردار سرعت نامی موشک در لحظه  $\hat{t}_v$  را تخمین مقدار نامی اندازه بردار سرعت می نامیم.
  ۴.  $R^*(\hat{t}_r)$  اندازه لحظه ای بردار موقعیت نامی موشک در لحظه  $\hat{t}_r$  را تخمین مقدار نامی اندازه بردار موقعیت می نامیم.
- با توجه به تعاریف فوق، اندازه اصلاح زاویه بردار سرعت به صورت زیر تعریف می شود:

$$\hat{\gamma}(t) = - \frac{\frac{\partial L}{\partial r} \Big|_{v_{t_k}^*} [r(t) - r^*(\hat{t}_r)]}{\frac{\partial L}{\partial \gamma} \Big|_{r_{t_k}^*}} - \frac{\frac{\partial L}{\partial v} \Big|_{r_{t_k}^*} [v(t) - v^*(\hat{t}_v)]}{\frac{\partial L}{\partial \gamma} \Big|_{r_{t_k}^*}} \quad (29)$$

نکته قابل توجه آنکه در روش قبلی مقادیر اندازه های بردار موقعیت و سرعت در لحظه  $t_k$  تخمین زده می شود. در آن روش تخمین در حالت ساده و خاص که نرخ تغییرات موقعیت و سرعت پس از خاموشی موتور، خطی است ارائه شده است [۸-۹]. در روش پیشنهادی بر اساس روش زیر پیچیدگی این موضوع برطرف شده است:

۱. تغییرات سرعت لحظه ای موشک، در هر لحظه بر اساس اختلاف سرعت موشک در پرواز اغتشاشی و سرعت نامی موشک در زمان  $\hat{t}_v$  محاسبه می شود. مفهوم فیزیکی این ایده با توجه به تعریف  $\hat{t}_v$  آن است که اختلاف سرعت در هر لحظه بر اساس موقعیت یکسان در مسیر نامی و اغتشاشی محاسبه می شود

۲. تغییرات موقعیت لحظه ای موشک، در هر لحظه، بر اساس اختلاف موقعیت موشک در مسیر پرواز واقعی (اغتشاشی)

و موقعیت نامی موشک در زمان  $\hat{t}_r$  محاسبه می شود

۳. محاسبه مقادیر مشتقات جزئی قبل از خاموشی موتور و در حالت تغییرات شدید نیروی ائرو دینامیکی، نسبتاً بزرگ و غیر واقعی است که به نوبه خود می تواند منجر به ناپایداری فرمان شود. بنابراین مقادیر مشتقات  $\frac{\partial L}{\partial v}$ ،  $\frac{\partial L}{\partial r}$  و  $\frac{\partial L}{\partial \gamma}$  در لحظه  $t_k$  محاسبه می شوند که در آن زمان موتور قطعاً خاموش شده است و نیروی ائرو دینامیکی در آن زمان تا حد قابل توجهی کاهش یافته است. در این حالت، ضرب مشتقات جزئی در مقادیر  $\Delta r$  و  $\Delta v$  مربوطه، تخمینی از خطای اصابت خواهند داد

با توجه به توضیحات فوق خواهیم داشت:

$$\Delta r = r(t) - r^*(\hat{t}_r) \quad (30)$$

$$\Delta v = v(t) - v^*(\hat{t}_v) \quad (31)$$

نکات قابل توجه در روابط فوق به شرح زیر است:

۱. با استفاده از مفهوم  $r^*(\hat{t}_r)$  و  $v^*(\hat{t}_v)$  تضمین می شود که در تمامی حالتها سطح جاروب شده زیر منحنی موقعیت - زمان و سرعت - زمان در حالت نامی و اغتشاشی همواره صعودی است. در این صورت اگر موشک در نزدیک مسیر نامی پرواز کند، پارامترهای  $r^*(\hat{t}_r)$  و  $v^*(\hat{t}_v)$  نماینده خوبی جهت محاسبه خطاهای موقعیت و سرعت طبق روابط ۳۰ و ۳۱ می باشند

If  $(\hat{\gamma}_c < -\gamma_{cmax})$   $\hat{\gamma}_c = -\gamma_{cmax}$   
 در شکل‌های ۶ و ۷ اختلاف سرعت و موقعیت نامی و اغتشاشی بر اساس زمان  $t$ ،  $\hat{t}_r$  و  $\hat{t}_v$  نمایش داده شده است. در این شکل‌ها برخلاف شکل‌های ۴ و ۵ حالت افزایش انرژی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در این بررسی زمان سوزش پنج درصد کاهش یافته است که با فرض ثابت بودن سطح زیر منحنی تراست - زمان، دامنه تراست پنج درصد افزایش می‌یابد. علاوه بر این، به‌میزان پنج درصد به‌عنوان اغتشاش دامنه تراست افزایش یافته است. همان‌طور که در شکل‌های ۶ و ۷ نیز ملاحظه می‌شود، اختلاف اندازه بردارهای موقعیت، سرعت نامی و اغتشاشی بر اساس زمان  $\hat{t}_r$ ،  $\hat{t}_v$  رفتار ملایم‌تری دارند مزیت مهم این روش را می‌توان در موارد زیر خلاصه کرد:

۱. در روش جدید، فرمان هدایت قبل از خاموشی موتور که فشار دینامیکی بالاتر است، به‌صورت لحظه‌ای ارسال می‌شود. لذا قابلیت جبران اغتشاش نسبت به حالت قبل بیشتر است
۲. در روش قبل تخمین پارامترها در لحظه  $t_k$  در صورتی درست است که تغییرات آنها خطی باشد. در غیر این‌صورت باید روابط تخمین دقیق‌تر و پیچیده‌تر به‌کار برد  
 با توجه به شکل‌های ۶ و ۷ و رابطه ۳۳ ملاحظه می‌شود که خطی‌کردن فرمان هدایت در ابتدای شروع هدایت تأثیر خطای  $\Delta r$  و  $\Delta v$  در لحظات اولیه را کاهش می‌دهد. این عامل سبب می‌شود که فرمان هدایت با دینامیک ملایم به مقدار مورد نظر نزدیک گردد. در ادامه نتایج شبیه‌سازی فرمان هدایت و دینامیک موشک پس از پیاده‌سازی مشتقات جزئی ارائه می‌گردد.

### ۷. محاسبه مشتقات جزئی مرتبه اول و دوم

برای محاسبه مشتقات جزئی می‌توان از برنامه شبیه‌سازی استفاده کرد. بدین‌صورت که در لحظه  $t=t_k$ ، هر یک از مقادیر  $v$  و  $r$  به‌ترتیب به اندازه  $\Delta v$  و  $\Delta r$  اغتشاشی می‌گردند و خطای اصابت در اثر این عوامل اغتشاشی و بدون انحراف سطوح کنترلی (پس از  $t = t_k$ ) ارزیابی می‌گردد. مشتقات جزئی به‌صورت زیر بدست می‌آید [۱۲-۱۳]:

$$\frac{\partial L}{\partial r} = \frac{L(r_{t_k}^* + \Delta r) - L(r_{t_k}^* - \Delta r)}{2\Delta r} \quad (35)$$

$$\frac{\partial L}{\partial v} = \frac{L(v_{t_k}^* + \Delta v) - L(v_{t_k}^* - \Delta v)}{2\Delta v} \quad (36)$$

که در آن  $r_{t_k}^*$  و  $v_{t_k}^*$  به‌ترتیب اندازه نامی بردار موقعیت و سرعت در لحظه  $t_k$  می‌باشد.

۲. می‌توان به‌جای  $\hat{t}_r$  از تعاریف دیگری چون  $\hat{t}_a$  استفاده کرد که  $\hat{t}_a$  زمانی تعریف می‌شود که در آن زمان سطح زیر منحنی شتاب - زمان (سرعت) در مسیر نامی و اغتشاشی برابر باشد، اما مشکل این است که به‌دلیل تغییر رفتار منحنی شتاب - زمان از حالت صعودی به نزولی، در حوالی خاموشی موتور و پس از آن، منجر به یافتن دو جواب برای  $\hat{t}_a$  می‌شود که مطلوب نیست

۳. در صورتی که به‌جای رابطه  $\Delta r = r(t) - r^*(\hat{t}_r)$  از  $\Delta r = r(t) - r^*(t)$  استفاده شود، طبق شکل ۴ خطای  $\Delta r$  به اندازه‌ای بزرگ محاسبه می‌گردد که منجر به صدور فرامین بزرگ می‌شود. در مورد  $\Delta v$  نیز طبق شکل ۵ تحلیل مشابه می‌باشد

همان‌گونه که در این منحنی‌ها مشاهده می‌شود، مقادیر خطای بردار موقعیت و سرعت علاوه بر اینکه دامنه کوچکتری نسبت به منحنی خط چین دارند، تغییرات کمتری نیز دارند. واضح است که وارد شده این مقادیر در رابطه هدایت ۲۹ سبب ایجاد فرامین بهتری خواهند شد. به‌منظور احتیاط و پرهیز از فرامین تند در لحظه شروع هدایت، می‌توان فرمان را خطی کرد به‌گونه‌ای که در ابتدای هدایت، فرمان صفر باشد و علاوه بر آن محدودیت در میزان خطا در نظر گرفت:

$$\hat{\gamma}_c(t) = -K_\gamma \frac{\left. \frac{\partial L}{\partial r} \right|_{v_{t_k}^*} \Delta r + \left. \frac{\partial L}{\partial v} \right|_{r_{t_k}^*} \Delta v}{\left. \frac{\partial L}{\partial \gamma} \right|_{r_{t_k}^*}} \quad (37)$$

که در آن می‌توان ضریب خطی کردن فرمان هدایت یا ضریب  $K_\gamma$  را به‌صورت زیر معرفی کرد:

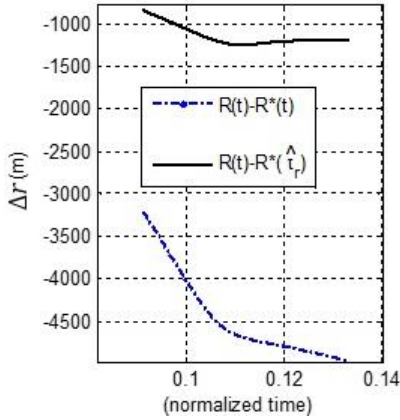
$$K_\gamma = \sqrt{\frac{t - t_{Amax}}{t_k - t_{Amax}}} \quad (38)$$

در روش هدایت جدید، اختلاف مقادیر نامی و اغتشاشی به اندازه معینی محدود می‌گردند حدود اشباع، توسط برنامه شبیه‌سازی تحت عوامل اغتشاشی مختلف به‌دست می‌آید:

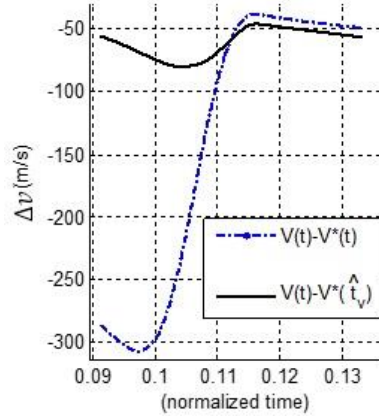
$$\begin{cases} |\Delta v| < \Delta v_{Max} \\ |\Delta r| < \Delta r_{Max} \\ |\hat{\gamma}_c| < \gamma_{cmax} \end{cases} \quad (39)$$

برای توضیح بیشتر برای پیاده‌سازی اشباع فرمان هدایت  $\hat{\gamma}_c$ ، برنامه شبیه‌سازی به‌صورت زیر می‌باشد:

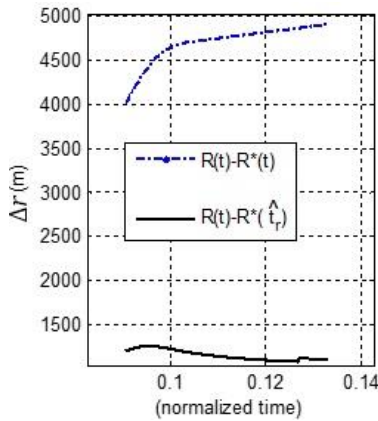
$$\text{if } (\hat{\gamma}_c > \gamma_{cmax}) \quad \hat{\gamma}_c = \gamma_{cmax}$$



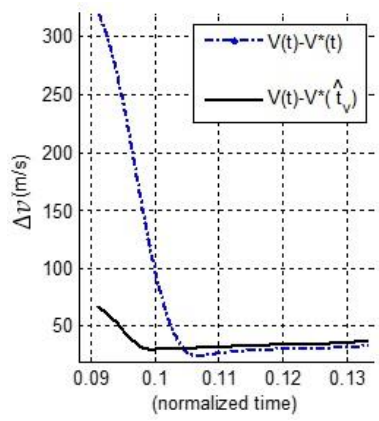
شکل ۵. خطای بردار موقعیت در اثر خطای کاهش دامنه تراست و افزایش زمان سوزش



شکل ۴. خطای بردار سرعت در اثر خطای کاهش دامنه تراست و افزایش زمان سوزش



شکل ۷. مقایسه خطای بردار موقعیت در اثر خطای افزایش دامنه تراست و کاهش زمان سوزش



شکل ۶. مقایسه خطای بردار سرعت در اثر خطای افزایش دامنه تراست و کاهش زمان سوزش

$$\frac{\partial L}{\partial \gamma} = \frac{\partial L}{\partial v_x} \frac{\partial v_x}{\partial \gamma} + \frac{\partial L}{\partial v_y} \frac{\partial v_y}{\partial \gamma} \quad (43)$$

$$= v_{t_k} \left[ -\frac{\partial L}{\partial v_x} \sin(\gamma_{t_k}) + \frac{\partial L}{\partial v_y} \cos(\gamma_{t_k}) \right]$$

با در نظر گرفتن جملات مرتبه دوم در بسط تیلور حول نقطه  $t_k$ ، می توان فرمان هدایت در رابطه ۳۲ را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\hat{v}_c(t) = -K_\gamma \frac{\frac{\partial L}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial L}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial^2 L}{\partial r^2} \Delta r^2 + \frac{\partial^2 L}{\partial v^2} \Delta v^2}{\frac{\partial L}{\partial \gamma}} \quad (44)$$

که در آن  $\frac{\partial^2 L}{\partial v^2}$  و  $\frac{\partial^2 L}{\partial r^2}$  به صورت زیر می باشند [۱۴]:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial r^2} = \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} \cos^2(\vartheta) + \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} \sin^2(\vartheta) + 2 \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} \sin(\vartheta) \cos(\vartheta) \quad (45)$$

با در نظر گرفتن  $\vartheta_{xy} = \text{atan}\left(\frac{y_{t_u}}{x_{t_u}}\right)$  داریم:

$$x_{t_k} = r_{t_u} \cos(\vartheta_{xy}) \quad (37)$$

$$y_k^* = r_{t_u} \sin(\vartheta_{xy}) \quad (38)$$

$$\frac{\partial L}{\partial r} = \frac{\partial L}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial L}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} = \frac{\partial L}{\partial x} \cos(\vartheta_{xy}) + \frac{\partial L}{\partial y} \sin(\vartheta_{xy}) \quad (39)$$

با در نظر گرفتن  $\gamma_{t_k} = \text{atan}\left(\frac{v_{y_{t_k}}}{v_{x_{t_k}}}\right)$  داریم:

$$v_x = v_{t_k} \cos(\gamma_{t_k}) \quad (40)$$

$$v_y = v_{t_k} \sin(\gamma_{t_k}) \quad (41)$$

$$\frac{\partial L}{\partial v} = \frac{\partial L}{\partial v_x} \frac{\partial v_x}{\partial v} + \frac{\partial L}{\partial v_y} \frac{\partial v_y}{\partial v} = \frac{\partial L}{\partial v_x} \cos(\gamma_{t_k}) + \frac{\partial L}{\partial v_y} \sin(\gamma_{t_k}) \quad (42)$$



جدول مقادیر نامی و مفاهیم  $\hat{t}_v$  و  $\hat{t}_r$ ، فرمان هدایت محاسبه می‌شود. نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های ۹ الی ۱۲ نمایش داده شده است. در این شبیه‌سازی، اغتشاشی در نیروی پیشران به اندازه پنج درصد (کاهش) و خطا در زمان سوزش به اندازه پنج درصد (افزایشی) لحاظ شده است.

همان‌گونه که در این شکل‌ها ملاحظه مشاهده می‌شود، در روش جدید انحراف سطوح کنترلی کمتر، قابلیت شتاب نرمال بالاتر و زاویه حمله کمتری حاصل شده است که نشان‌دهنده آن است که روش جدید مناسب‌تر است. در شکل ۱۳ مسیر حرکت موشک نمایش داده شده است. همان‌گونه که در این شکل مشاهده می‌شود، در روش جدید مانور لازم در فاز ورود به جو به شدت کاهش یافته است. این موضوع به دلیل محدودیت‌های سازهای و گرمایشی بسیار حایز اهمیت است. علت اصلی اینکه در شکل‌های ۱۲ یا ۱۳ رفتار منحنی‌ها در هر دو روش مشابه نشده است، به تفاوت روش اول و دوم مربوط می‌گردد.

در منحنی ۱۳ مشاهده می‌گردد که هر دو موشک با طی برد یکسان به هدف اصابت کرده‌اند، اما در روش اول به علت هدایت و کنترل مرحله نهایی (پس از ورود به جو) با طی مسیر کروز بیشتر، به هدف اصابت کرده است؛ بدین معناست که اگر خطای وارده بر موشک در مرحله فعال (روشن بودن موتور) بیش از این افزایش پیدا کند، روش اول حتی در مرحله آخر پروازی نیز (که موضوع این مقاله نیست) ناکارآمد خواهد بود و به هدف اصابت نخواهد کرد. از دیدگاه دیگر، روش اول (که جزء سوابق و پیشینه طراحی است) نتوانسته است مسیر حرکت موشک را جابه‌جا نماید؛ زیرا در لحظه شروع هدایت، نیروی کنترلی اثرودینامیکی کافی وجود ندارد، اما در روش دوم (با توجه به شکل ۹ و با رعایت ملاحظات ذکر شده در متن مقاله) شروع هدایت زودتر از روش اول انجام شده است و مورد تأیید واقع شده است.

در ادامه فرایند صحه‌گذاری روش پیشنهادی در سیستم هدایت و کنترل موشکی با هدایت فاز نهایی و کنترل اثرودینامیکی پیاده‌سازی شده است. در شکل ۱۴ مقدار اشباع فرمان هدایت از صفر تا ۹ درجه متغیر گرفته شده است. در این شکل به ازای اشباع‌های مختلف، سهم جبران خطای برد در حوالی خاموشی موتور به دست آمده است که در آن در سطوح اشباع بیش از ۷ درجه، تغییری در درصد جبران خطا حاصل نشده است که به معنای اشباع فیزیکی بالک در این سطح از اشباع

و به صورت مشابه [۱۴]:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial v^2} = \frac{\partial^2 L}{\partial v_x^2} \cos^2(\gamma_{t_k}) + \frac{\partial^2 L}{\partial v_y^2} \sin^2(\gamma_{t_k}) \quad (46)$$

$$+ 2 \frac{\partial^2 L}{\partial v_x \partial v_y} \sin(\gamma_{t_k}) \cos(\gamma_{t_k})$$

که در آن به عنوان نمونه [۱۴]:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial x^2} = \frac{L(x_{t_k} + \Delta x) - 2L(x_{t_k}) + L(x_{t_k} - \Delta x)}{\Delta x^2} - \frac{L(x_{t_k} + \Delta x, Y_{t_k} - \Delta y) + L(x_{t_k} - \Delta x, Y_{t_k} + \Delta y)}{4\Delta x \Delta y} \quad (47)$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} = \frac{L(x_{t_k} + \Delta x, Y_{t_k} + \Delta y) + L(x_{t_k} - \Delta x, Y_{t_k} - \Delta y)}{4\Delta x \Delta y}$$

$$- \frac{L(x_{t_k} + \Delta x, Y_{t_k} - \Delta y) + L(x_{t_k} - \Delta x, Y_{t_k} + \Delta y)}{4\Delta x \Delta y} \quad (48)$$

به جای استفاده از رابطه ۳۹ و ۴۲ می‌توان مستقیماً با استفاده

از شبیه‌سازی خروجی‌های مورد نیاز را استخراج کرد [۱۰]:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial r^2} = \frac{L(r_{t_k}^* + \Delta r) - 2L(r_{t_k}^*) + L(r_{t_k}^* - \Delta r)}{\Delta r^2} \quad (49)$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial v^2} = \frac{L(v_{t_k}^* + \Delta v) - 2L(v_{t_k}^*) + L(v_{t_k}^* - \Delta v)}{\Delta v^2} \quad (50)$$

در جدول‌های ۲ و ۳ نتایج محاسبه مشتقات جزئی برای یک موشک نمونه آورده شده است. در شکل ۸ فرمان زاویه مسیر در پرواز اغتشاشی به ازای استفاده از مشتقات جزئی مرتبه اول و دوم آورده شده است. همان‌طور که در این شکل ملاحظه می‌شود، اضافه کردن مشتقات جزئی مرتبه دو به رابطه هدایت، تأثیر قابل ملاحظه‌ای در رفتار موشک ندارد.

## ۸. مقایسه روش هدایت تابعی و پیشنهادی

در نمودارهایی که در این بخش نمایش داده شده‌اند، دو روش مقایسه شده است. در این نمودارها روش اول همان است که در [۸] ارائه شده است. روش دوم نیز روش ارائه شده در مقاله حاضر است. همان‌طور که بیان شد، در روش هدایت تابعی اول، زمان هدایت از لحظه  $t_{Vmax}$  شروع می‌شود و تخمین پارامترهای موقعیت و سرعت، برای لحظه  $t_k$  به دست می‌آید. اما در روش پیشنهادی زمان شروع هدایت از لحظه  $t_{Amax}$  بوده و بر اساس

سوزش، حدود ۷۰ درصد از خطای برد در حوالی خاموشی موتور و خطای باقیمانده در مرحله ورود به جو جبران شده است.

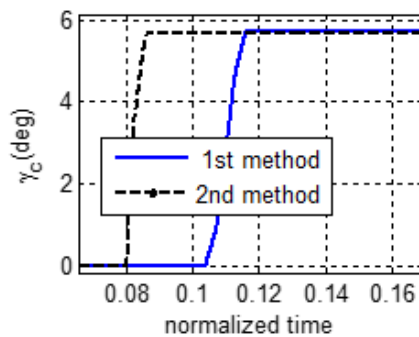
می‌باشد. با انتخاب مقدار سطح اشباع فرمان هدایت برابر با ۵ درجه، به ازای خطای افزایش دامنه نیروی پیشران و کاهش زمان

جدول ۲. نتایج محاسبه مشتقات جزئی با استفاده از شبیه‌سازی

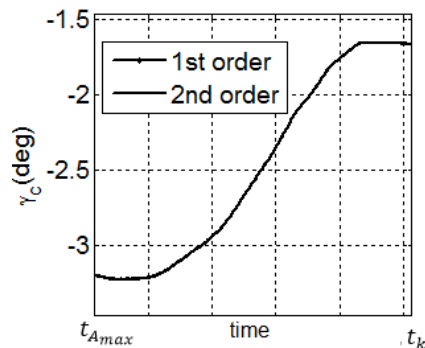
| متغیر                       | نتیجه شبیه‌سازی |
|-----------------------------|-----------------|
| $\partial L / \partial x$   | ۱/۰۵            |
| $\partial L / \partial v_x$ | ۲۶۲             |
| $\partial L / \partial y$   | ۲/۰۷            |
| $\partial L / \partial v_y$ | ۳۰۶             |

جدول ۳. مقایسه نتایج مشتقات جزئی

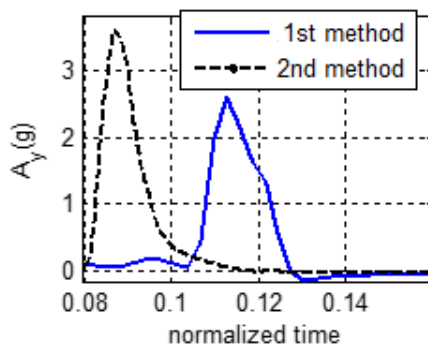
| متغیر                               | مقدار    | توضیح        |
|-------------------------------------|----------|--------------|
| $\frac{\partial L}{\partial r}$     | ۲/۱۱۳    | طبق رابطه ۳۵ |
| $\frac{\partial L}{\partial r^2}$   | ۲/۱۰۹    | طبق رابطه ۳۹ |
| $\frac{\partial^2 L}{\partial v^2}$ | ۰/۰۰۰۵۰۳ | طبق رابطه ۴۵ |
| $\frac{\partial L}{\partial v}$     | ۰/۰۰۰۵۰۱ | طبق رابطه ۴۹ |
| $\frac{\partial L}{\partial v^2}$   | ۴۰۷/۳۱۲  | طبق رابطه ۳۶ |
| $\frac{\partial L}{\partial v^2}$   | ۴۰۶/۹۶   | طبق رابطه ۴۲ |
| $\frac{\partial^2 L}{\partial v^2}$ | ۰/۲۴۷    | طبق رابطه ۴۶ |
| $\frac{\partial^2 L}{\partial v^2}$ | ۰/۲۴۰    | طبق رابطه ۵۰ |



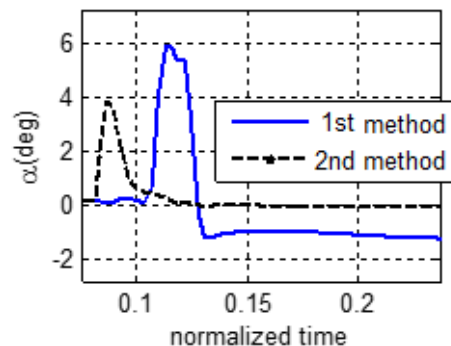
شکل ۹. دستور زاویه مسیر در روش هدایتی اول و دوم (پیشنهادی)



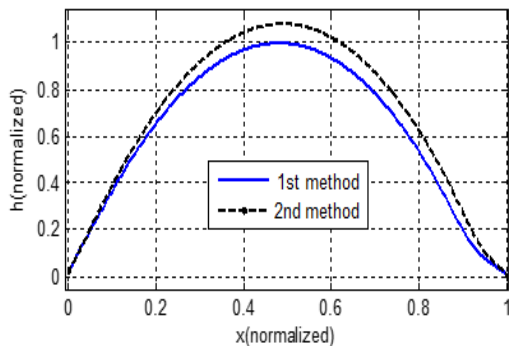
شکل ۸. مقایسه فرمان هدایت با مشتق جزئی مرتبه ۱ و ۲ در پرواز اغتشاشی



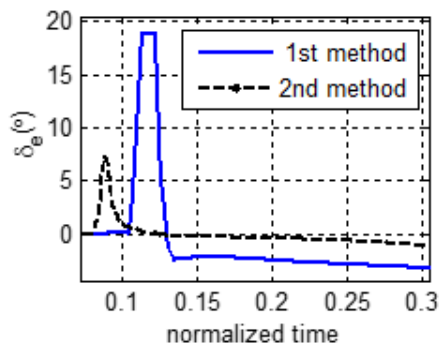
شکل ۱۱. شتاب نرمال در روش اول و دوم (پیشنهادی)



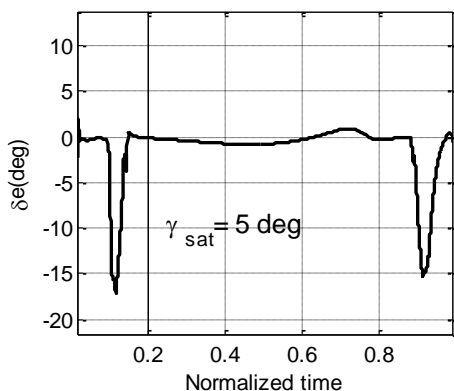
شکل ۱۰. زاویه حمله در روش هدایتی اول و دوم (پیشنهادی)



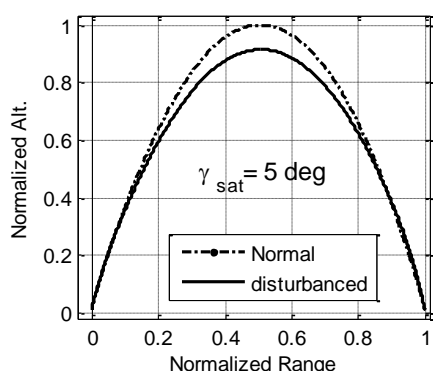
شکل ۱۳. مقایسه مسیر حرکت موشک در روش هدایتی اول و دوم



شکل ۱۲. تغییرات سطوح کنترلی در روش اول و دوم (پیشنهادی)



شکل ۱۵. تأثیر اشباع فرمان هدایت در انحراف سطوح کنترلی با توجه به وجود هدایت فاز نهایی

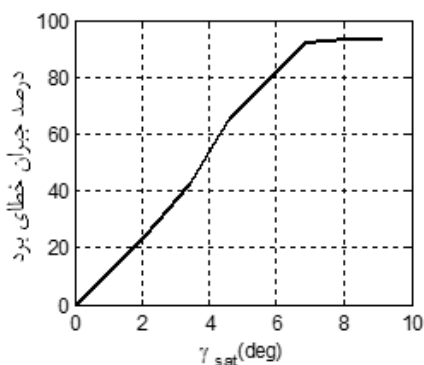


شکل ۱۶. مسیر پرواز در مسیر نامی و اغتشاشی با اشباع فرمان هدایت

تصمیم‌گیری دقیق در تعیین سطح اشباع فرمان هدایت نیاز به شناسایی دامنه کلیه عوامل خطا با توجه به رفتار دینامیکی موشک، عدم اشباع بالک‌های کنترلی، حد تحمل سازه و اصابت به هدف می‌باشد که در آن نکات زیر حائز اهمیت است:

۱. عدم وجود اشباع، سبب ایجاد فرامین تند و در نتیجه افزایش زاویه حمله می‌شود که می‌تواند باعث تلاشی سازه در اثر نیروهای اترودینامیکی گردد

در شکل ۱۵ ملاحظه می‌شود که با توجه به وجود هدایت فاز نهایی، بخشی از خطا در حوالی خاموشی موتور و باقیمانده خطا در مرحله ورود به جو جبران شده است. تقسیم‌بندی مناسب میزان جبران خطای موشک، در حوالی خاموشی موتور و در مرحله ورود به جو بسیار با اهمیت است. اگر تمام خطاها در مرحله دوم و بدون حضور اشباع‌کننده‌ها انجام گیرد، امکان تلاشی سازه به دلیل بارهای اترودینامیکی افزایش می‌یابد. از دیدگاه دیگر جبران بیشتر خطاها در حوالی خاموشی موتور، سبب تندتر شدن دینامیک موشک می‌شود که می‌تواند باعث افزایش خطای حسگرهای ناوبری و در نتیجه عدم اصابت دقیق به هدف گردند. به عبارت دیگر اگر بخشی از خطاها عمداً به مرحله آخر پرواز واگذار گردند، زمان باقیمانده از پرواز آن‌قدر نخواهد بود که بر دقت سیستم ناوبری اثر قابل توجهی بگذارد. در شکل ۱۶ تأثیر اشباع فرمان هدایت در پرواز اغتشاشی و بدون اغتشاش نشان داده شده است. در این شکل، که منحنی برد بر حسب ارتفاع می‌باشد، ملاحظه می‌گردد که هر دو مسیر منجر به اصابت به هدف شده‌اند.



شکل ۱۴. تأثیر اشباع فرمان هدایت

پس از خاموشی موتور در جبران خطای برد

(اندازه بردار موقعیت) در مسیر اغتشاشی و نامی برابر می‌شود. زمان  $t_r$  زمانی معرفی شد که در آن سطح زیر منحنی موقعیت - زمان در مسیر اغتشاشی و نامی برابر باشد. با استفاده از این مفاهیم قابلیت روش هدایت در صورت وجود اغتشاش افزایش می‌یابد. روش هدایت جدید با روش هدایت تابعی مقایسه و چنین نتیجه‌گیری شد که اگر خاموشی موتور در جو نسبتاً رقیق باشد روش هدایت جدید، روشی مؤثرتر (نسبت به روش اول) می‌باشد. طبق نتایج شبیه‌سازی روش هدایت جدید در مقایسه با روش هدایت تابعی، قابلیت بیشتری برای جبران اغتشاشات در فشارهای دینامیکی پایین دارد که علت اصلی آن ارائه روش هدایت برای زودتر شروع کردن فرمان هدایت و ملاحظات آن می‌باشد. تصدیق روش هدایت توسط برنامه شبیه‌سازی و در حضور عوامل اغتشاشی و با به‌کارگیری مشتقات جزئی مرتبه اول و دوم و پیاده‌سازی اشباع فرمان هدایت انجام گرفت. در این روش با اصلاح مناسب زاویه مسیر، اصابت به هدف نمایش داده شد. در روش جدید نشان داده شد که دینامیک موشک و فرامین صادر شده نسبت به روش اول، مناسب‌تر و قابلیت جبران اغتشاش آن بالاتر می‌باشد.

۲. عدم وجود اشباع سبب افزایش سرعت‌های زاویه‌ای موشک و در نتیجه افزایش خطای سیستم ناوبری می‌گردد. در این صورت هر قدر نرم‌افزار هدایت و کنترل هم درست طراحی شده باشد، به دلیل افزایش خطای سیستم ناوبری، موشک به هدف اصابت نخواهد کرد

۳. اندازه اشباع فرمان هدایت باید با توجه با قابلیت جبران خطاهای سیستمی در مرحله ورود به جو صورت پذیرد که ملاحظات مربوط به حد تحمل سازه، دینامیک ملایم، کاهش خطای حسگرهای ناوبری و تضمین اصابت به هدف از نکات قابل توجه در تعیین حد اشباع می‌باشند

## ۹. نتیجه‌گیری

در این مقاله روش هدایت برای جبران خطاهای خاموشی موتور سوخت جامد ارائه و با روش هدایت تابعی مقایسه شد. در روش پیشنهادی برای به‌دست آوردن مقادیر نامی بردارهای موقعیت و سرعت از اطلاعات ذخیره شده استفاده می‌شود. بدین‌منظور زمان  $t_p$  زمانی معرفی شد که در آن، سطح زیر منحنی سرعت - زمان

## ۱۰. مأخذ

- [1] R. H., Battin, *An Introduction to the Mathematics and Methods Astrodynamics*, Revised edition, Reston: AIAA Incc., 1999.
- [2] M. A. Masoumnia, *Q\_Guidance in rotating coordinates*, AIAA-01-2784-CP, 1991.
- [3] S. Nelson, P. Zarchan, Alternative Approach to the solution of Lambert's Problem, *Journal of Guidance, control and dynamics*, Vol.15, No.4, 1992.
- [4] P. Zarchan, *Tactical and Strategic Missile Guidance*, Vol. 124, Progress in Astronautics and Aeronautics, AIAA , 1990.
- [5] GH. Alizadeh, *Guidance Algorithm for cut-off insensitive Ballistic Missile*, Thesis of PHD, Modares University, 1378. (In Persian)
- [6] M. R. Amini, *Guidance Algorithm for Ballistic Missile*, thesis of master of science, Tehran University, 1374. (In Persian)
- [7] N. Prabhakar, I. D. Kumar, A Predictive Explicit Guidance Scheme for Ballistic Missile, *Defence Science Journal*, Vol. 6, No. 5, pp. 456-461, India, 2013.
- [8] R. Esmaelizadeh, *Functional Guidance Method for ballistic missie*, Thesis of M.Sc., Amir Kabir University, 1379. (In Persian)
- [9] S. M. Hoseini, *Design and Simulation of Near Guidance System for Ballistic Missile*, Thesis of Master of Science in Control Engineering, Iran University of Science and Tecnology, 2001.
- [10] N. Gahremani, *Predicted Guidance Method based on prediction of solid propellant burning time*, Thesis of PHD Amir Kabir University, 1388.
- [11] A. U. Ishlinski, *Inertial guidance of Ballistic Missile*, Moscow, 1968
- [12] K. A. Hoffman, S. T. Chiang, *Computational Fluid Dynamics Engineering*, Volume one, 1993.
- [13] R. L. Burden, J. D. Fairs, *Numerical Analysis*, 9<sup>th</sup> edition, 2010.
- [14] M. Havaei, *Guidance and Control Design of a short Range Aerodynamic Control Missile*,

