حل عددی عایق فناشونده و کاهش دمای آن با استفاده از مفهوم چاه حرارتی

سعید رضایی کلج'، سحر نوری'، سجاد قاسملوی" ۱ کارشناس ارشد مهندسی هوافضا، دانشکدهٔ هوافضا، دانشگاه صنعتی امیر کبیر، تهران، s.rezaeikalaj@gmail.com ۲ استادیار، دانشکدهٔ هوافضا، دانشگاه صنعتی امیر کبیر، تهران ۳ استادیار، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

> تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۰۷/۱۳ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۱۲/۰۵

چکیدہ

اولین راه کار برای افزایش بهرموری وسائل فضایی کاهش وزن آن است که سبب افزایش سرعت و محدودهٔ پروازی می شود. با توجه به اینکه بدنه این وسائل محدودهٔ دمایی خاصی را تحمل می کند استفاده از سیستمهای حفاظت حرارتی، که برای افزایش وزن سازه در شرایط بهینه طراحی شدهاند، ضروری است. در این مقاله، عایق حرارتی با چاه حرارتی بهعنوان شرط مرزی بدنه در نظر گرفته شده است تا بتوان دمای بدنه را کاهش داد. برای این منظور معادلات هدایت حرارتی گذرا در سیستم مختصات منحنی الخط نوشته شده و برای انواع هندسهٔ وسائل فضایی متقارن محوری توسعه داده شده است. جنس عایق فناشونده، گرافیت فرض شده و از آثار لایهٔ پیرولیز صرفنظر شده است. معادلات با استفاده از روش اختلاف محدود گسسته و دستگاه معادلات حاکم با استفاده از روش ضمنی با جهت متغیر حل شده است. سپس تأثیر چاه حرارتی با ضخامت مختلف بر دمای بدنه بررسی شده است. نتایج حل عددی با نتایج حل دقیق مقایسه و مشاهده می شود اختلاف آنها در تمام زمانها کمتر از کارص است. برای کاهش دمای بدنه از مفهوم چاه حرارتی استفاده و نتایج نشان می دهد درصد است. برای کاهش دمای بدنه از مفهوم چاه حرارتی استفاده مرانی می دهد

واژگان کلیدی

عایق فناشونده، گذرا، متقارن محوری، تفاضل محدود، چاه حرارتی

۱. مقدمه

امروزه با توجه به بالاگرفتن فعالیتهای نظامی و هوایی، موضوع سیستههای حفاظت حرارتی مورد توجه قرار گرفته است. اگر سیستمی تحت تأثیر بار گرمایی شدید قرار داشته باشد، برای جلوگیری از انتقال گرما به آن نمیتوان از عایقهای معمول

استفاده کرد؛ زیرا هر قدر هم نفوذ حرارت در عایق ها کم باشد، نمی توانند در برابر این بار گرمای شدید مقاومت کنند و کارایی لازم را ندارند. در چنین مواردی فرایندهایی به کار گرفته می شوند که بتوانند به شیوههای دیگر مانع انتقال حرارت به سطوح

محافظتشده شوند. هرچند فناشوندگی عایق متداول ترین روش برای خنکسازی و محافظت در برابر دماهای بالاست، اما گاهی ضروری است از روشهای دیگری استفاده شود. سطح عایق فناشونده در معرض حرارت زیاد و نیروهای برشی شروع به پسروی^۲ میکند. لذا در برخی از حالات این پسروی سطح، معادلات پیشبینی شده ائرودینامیکی را بههم میزند و در نتیجه پرتابه مشخصات مورد نظر را نخواهد داشت. به همین جهت باید به گونهای دیگر عمل کرد. یکی از راهها استفاده از موادی است که ظرفیت حرارتی زیاد و هدایت حرارتی بالا دارند، تا از یک طرف بتواند انرژی حرارتی ورودی را هرچه بیشتر جذب کند و از طرف دیگر انرژی حرارتی دریافتشده را به گونهای توزیع کند که دمای سطح پایین تر از نقطهٔ ذوب باقی بماند. این مواد را چاه حرارتی^۲

در سال ۱۹۵۵ مهندسان جنرال الکتریک برای رهایی از گرمای اضافی به سطح وسیلهٔ نقلیهٔ بازگشت به جو مارک ۲ سیستم حفاظت حرارتی چاه حرارتی از جنس مس را برای نخستینبار معرفی کردند. مشکل اساسی چاه حرارتی وزن زیاد بود. نهتنها مس بهدلیل وزنش به سوخت بیشتری برای ورود به مدار نیاز داشت، که به سوخت بیشتری برای خروج از مدار هم نیازمند است. برای حل این مشکل، روش خنککاری دیگری به نام عایق فناشونده معرفی شد. روش دیگر خنکسازی با عایق فناشوندگی^۲ است [۲]. عایقهای فناشونده ابتدا با انجام تغییرات فازی مقداری از حرارت را جذب یا تلف میکنند؛ سپس با فناکردن خود راه نفوذ حرارت را سد یا محدود میکند.

مویر و همکاران (۱۹۶۰) بالانس انرژی داخلی و معادلات تجزیه^۷ را با بالانس انرژی سطح کوپل در نظر گرفته و برای حل سپرهای حرارتی فناشونده در جریان ماورای صوت این روش را ارائه کردند [۶]. این کد، سی. ام. ای. ^۳ نام گرفت. در این کد انرژی داخلی با معادلات تجزیه و عایق فناشونده بهصورت صریح با هم مرتبط بوده و نرخ تجزیه بهروش صریح محاسبه شده است. بنابراین حل این کد به گام زمانی و اندازهٔ شبکه حساس بوده و بنابراین حل آن به سختی تخمین زده میشود. اگر نرخ پیرولیز یا نرخ پسروی سطح به اندازهٔ کافی بالا باشد، کد سی .ام. ای. امکان دارد همگرا نشود؛ زیرا اساس این کد بهصورت صریح نوشته شده است. در اواخر دههٔ ۹۰ میلادی، در سازمان فضایی ناسا کدی به

نام فیات ۲ توسعه یافته است [۷] که این کد پسروی سطح را بهطور كاملاً ضمنى محاسبه مىكند. اين كد نيز انتقال حرارت هدایتی و تجزیهٔ حرارتی در داخل عایق، جریان پیرولیز شبهپایدار، و پسروی سطح ماده محافظ حرارتی در یک بعد را شبیهسازی می کند. فیات از نظر عددی نسبت به سی. ام. ای. پایدارتر بوده و مسائل بیشتری را نسبت به سی. ام. ای. حل میکند. سپس کد فیات در دو بعد گسترده و کد تیتان⁶ معرفی شد [۸]. این کد یاسخ حرارتی عایق فناشونده را در دو بعد بهصورت ضمنی بیان میکند. این کد از منابعی متوسط استفاده کرده و برای حل یکبعدی مدل هایی که کاربرد دقیقی دارند و حل سهبعدی آنها دشوار است بسیار مناسب است. همچنین کد فیات برای حالت سهبعدی نیز توسعه پیدا کرد و فیات سهبعدی نام گرفت [۹]. این کد کل پاسخ گرمایی سطح وسیلهٔ فضایی را داده و در این کد از منابع زیادی برای کاربرد عملی چرخهٔ طراحی وسائل بازگشت به جو استفاده شده است. هر سه کد فیات، تیتان و فیات سهبعدی انتقال حرارت داخلی، تجزیه در داخل عایق فناشونده، گاز حاصل از پیرولیز و پسروی سطح مواد محافظ حرارتی را شبیه سازی میکند.

با توجه به اینکه دماغه و نقاط سکون مهمترین و حساسترین قسمت طراحی وسیله بوده و هندسهٔ اغلب این نواحی بهصورت متقارن محوری است، در این مقاله معادلات حاکم بر عایق فناشونده بهصورت متقارن محوری ارائه شده و سپس برای کاهش دمای بدنه از مفهوم چاه حرارتی بهعنوان شرط مرزی برای سطح داخلی بدنه استفاده میشود. این بدنه شامل یکلایهٔ برای سطح داخلی بدنه استفاده میشود. این بدنه شامل یکلایهٔ دماست. این حل برای تحلیل یک لایه عایق در نظر گرفته شده است و تحلیل مواد چندلایه همچون عایق فناشونده زغال شونده را بهخوبی با این روش میتوان مدل کرد.

۲. تحلیل

تحلیل یکبعدی عایق فناشونده بهطور گستردهای برای بهدست آوردن پاسخ دمایی سپر حرارتی در معرض گرمایش ائرودینامیکی مورد مطالعه قرار گرفته است. با اینوجود برای سپر حرارتی با شعاع انحنای بزرگ یا نرخ تغییرات انتقال گرمای بالا روی سطح، فرض یکبعدی بودن جریان دیگر قابل اجرا نبوده و شرح دقیق پاسخ گرمایی نیازمند حل چندبعدی انتقال حرارت روی عایق فناشونده است که بتواند تأثیر تغییر روی هندسهٔ سپر حرارتی را

نشان دهد. در این بخش، ابتدا معادلات حاکم در دستگاههای مختصات مختلف بررسی و سپس معادلات در فرم اختلاف محدود گسسته میشوند. معادلهٔ انتقال حرارت گذرای دوبعدی در دستگاه مختصات دکارتی بهصورت معادلهٔ ۱ تعریف می شود.

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(k_{x_1} \frac{\partial T}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(k_{x_2} \frac{\partial T}{\partial x_2} \right) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} \tag{1}$$

 k_{x_2} و x_1 مریب انتقال حرارت در جهت x_1 و k_{x_1} فریب انتقال حرارت در جهت x_2 است و این نوع نامگذاری برای موادی که در جهات مختلف خواص آن متغیر است (مانند کامپوزیتها) مناسب است.

اکثر هندسههای وسائل فضایی متقارن محوری بوده و تعریف آن با دستگاه مختصات دکارتی دشوار است. بنابراین سیستم مختصات منحنیالخط، که هر سه دستگاه مختصات دکارتی، کروی و استوانهای را تعریف میکند، استفاده میشود. در این دستگاه، مؤلفههای یکه مختصات را به مختصات دیگر با استفاده از تعریف ضریب مقیاس ربط میدهند. اگر x_j (j = 1,2,3) مختصههای دکارتی و v_i (i = 1,2,3) مختصههای دستگاه متعامد منحنیالخط باشند، ضرایب مقیاس که با v_i نمایش داده میشود منحنیالخط باشند، ضرایب مقیاس که با v_i

بەصورت معادلۂ ۲ محاسبه میشود [۱۵].

$$h_{v_i} = \sqrt{\left(\frac{\partial x_1}{\partial v_i}\right) + \left(\frac{\partial x_2}{\partial v_i}\right) + \left(\frac{\partial x_3}{\partial v_i}\right)} \tag{(Y)}$$

برای اینکه بتوان معادلهٔ ۲) را استفاده کرد، باید نخست هندسهٔ اولیه جسم، که بهصورت متقارن محوری است، تعریف شود. شکل ۱ نمایی شماتیکی از هندسهٔ مسئله را نشان می دهد که دستگاه مختصات دکارتی (z,w,m) در نقطهٔ سکون هندسه و دستگاه مختصات منحنیالخط ((x,y,ϕ) روی بدنه یا منحنی پایه قرار دارد که محور x مماس بر بدنه و محور y در راستای شعاع انحنای هندسه و عمود بر محور x است. در شکل ۱، R_{cyl} شعاع انحنای هندسه و عمود بر محور x است. در شکل ۱، سطح داخلی استوانهای از محور تقارن تا منحنی پایه یا همان سطح داخلی بدنه، R شعاع منحنی پایه، y مختصهٔ دستگاه منحنیالخط و زاویهٔ بین R_{cyl} و R تعریف می شود.

با توجه به شکل ۱ و معادلهٔ ۲ مقادیر ضرایب مقیاس بهصورت زیر بهدست می آید.

$$h_{1} = 1 + \frac{y}{R}$$

$$h_{2} = 1$$

$$h_{3} = R_{cyl} + y \cos\theta$$
(7)

با جایگذاری ضرایب مقیاس در معادلهٔ انتقال حرارت گذرا در دستگاه مختصات دکارتی، فرم معادلهٔ انتقال حرارت هدایتی وابسته به زمان با ضرایب متغیر در دستگاه مختصات ثابت برای جسم متقارن محوری بهصورت معادلهٔ ۴ تعریف می شود.

$$\frac{1}{h_1h_2h_3} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h_2h_3}{h_1} k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h_1h_3}{h_2} k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau}$$
(°)

در این معادله، ρ چگالی عایق فناشونده، c_p گرمای ویژه عایق، k ضریب هدایت عایق، T دما و τ معرف زمان خواهد بود. سطح عایق فناشونده با گذر زمان پسروی می کند و به عبارتی هندسهٔ سطح تغییر می کند. معادلهٔ * در فرم اختلاف محدود تغییر دمایی را در نقاط ثابت و سیستم مختصات ثابت تعریف می کند. پس از هر پسروی سطح، برای ثابتبودن تعداد گرهها باید بین دماهای به دست آمده از مرحلهٔ قبل یک درون یابی انجام شود. با انجام این درون یابی خطاهای محاسباتی در هر گام زمانی وارد حل شده و همچنین زمان محاسبه را افزایش می دهد. برای رفع این مشکل، معادلات از فرم مختصات ثابت با نقاط ثابت، به فرم دستگاه متحرک تبدیل می شود. این تبدیل با استفاده از روابط زیر امکان پذیر است.

$$\xi = \frac{x}{x_b} \qquad \eta = \frac{y}{\delta} \tag{(b)}$$

به عبارتی با این کار محورهای مختصات را به بردارهای یکه تبدیل کرده که این بردارها در هر گام زمانی بی بعد می شوند. در معادلهٔ ۵، ξ , η فرم بی بعد مختصه های دستگاه منحنی الخط، δ ضخامت لایهٔ عایق فناشونده و x_b طول منحنی پایه است. تغییرات ضخامت عایق به صورت زیر تعریف می شود:

$$\delta - \delta_o = -\int \frac{\dot{m}}{\rho} d\tau \tag{8}$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} = -\frac{m}{\rho}$$
 (Y)

با بهدست اوردن مشتقات ξ, η برحسب متغیرهای x, y و جایگذاری در معادلهٔ \mathcal{F} معادلهٔ گذرای انتقال حرارت هدایتی در دستگاه مختصات متحرک به فرم معادلهٔ ۸ درمیآید.

$$\frac{1}{h_{1}h_{3}} \left[\frac{1}{\delta^{2}} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(h_{1}h_{3}k_{\eta} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{x_{b}^{2}} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{h_{3}}{h_{1}}k_{\xi} \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) - \frac{1}{x_{b}^{2}} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{h_{3}}{h_{1}}k_{\xi} \frac{\eta A}{\delta} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) - \frac{\eta A k_{\xi}}{\delta x_{b}} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{h_{3}}{h_{1}} \frac{\partial T}{\delta \xi} \right) +$$

$$\frac{\eta A}{\delta^{2}} k_{\xi} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{h_{3}}{h_{1}} \eta A \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) \right] = \rho c_{p} \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{\eta \eta}{\rho \delta} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right)$$

$$\lambda = c_{p} \left(\frac{\partial T}{\partial \xi} + \frac{\eta A}{\delta \delta \xi} \frac{\partial T}{\delta \xi} \right)$$

معادلهٔ ۸ با استفاده از بسط سری تیلور به فرم اختلاف محدود درمیآیند. این تبدیلات بهصورت روبه جلو، مرکزی و روبه عقب مدلسازی میشوند. در این روش با استفاده از بسط سری تیلور نقاط $\Delta \Delta \pm$ و $\Lambda \Delta \pm$ بهصورت مرتبهٔ اول و نقاط $2/\Delta \pm$ و $2/\Lambda \pm$ بمصورت مرتبهٔ دوم بهدست میآید. پس از بهدست آمدن معادلات در فضای محاسباتی، آنها بهصورت اختلاف محدود نوشته و بهروش ضمنی با جهت متغیر ۶ حل میشود. بهترین روش عددی، روشی است که در آن بتوان شرایط مرزی را در تمامی



در قسمتی که عایق به بدنه نصب می شود، برای اینکه بتوان دمای سطح عایق را کاهش داد یک چاه حرارتی قرار داده شده است. گرما در مواد ساختاری که تلفیقی از دو ویژگی هدایت حرارتی بالا برای پخش یکنواخت گرما در چاه حرارتی و ظرفیت گرمایی بالا برای ذخیره حرارت را دارند، جذب و ذخیره می شود. این ویژگی جسم با پارامتری به نام خاصیت پخش گرمایی e معرفی

می شود که توانایی جسم در جذب گرما را نشان می دهد [۱۰]: ده/

$$e = \sqrt{k \rho c_p} \tag{9}$$

در اولین چاه حرارتی از مس ($^{-2}K^{-1}$ ستفاده شد (ا.۱) روی دماغهٔ یک موشک قارهپیما در دههٔ ۵۰ م استفاده شد (۱۱]. چاه حرارتی برلیوم ($e = 2.61Ws^{\frac{1}{2}}cm^{-2}K^{-1}$) نیز زمانی برای کپسول بازگشت به جو نخستین فضاپیمای حامل انسان در برنامهٔ عطارد مورد استفاده قرار گرفت [۱۲]. مشکل استفاده از چاه حرارتی بهتنهایی این است که وزن وسیله را افزایش داده و افزایش وزن سبب افزایش سوخت میشود. اما مشکل اصلی سیستم حفاظت چاه حرارتی این بود که با توجه به زمان زیادی را بیستم حفاظت چاه حرارتی این بود که با توجه به زمان زیادی را بهراحتی توسط رادار شناسایی شوند. مواد گرافیتی در چند دههٔ

جهات وارد حل کرد تا تأثیر این شرایط در هر گام زمانی وارد میدان محاسباتی شود. این روش دارای پایداری نامشروط است و در انتخاب گام زمانی هیچ محدودیتی وجود ندارد. همچنین دقت این روش از مرتبهٔ $^{2}(\Delta r)$ ، $^{2}(\Delta r)$ و $^{2}(\Lambda r)$ است. در این روش دو دسته معادلهٔ همزمان ایجاد می شود که باید بهترتیب حل شوند. با توجه به معادلهٔ بی بعد شدهٔ ۸ و تعریف آن در دستگاه مختصات پر مطوح مرزی در شکل ۲ نمایش داده شده است.



اخیر در مقولههای سپر حرارتی کاوشگر ورودی و موشکهای بالستیک و سپر حرارتی بسیار مورد توجه قرار گرفته است. علاوه بر این کربن و کامپوزیتهای کربن و مواد گرافیتی دیگر بهدلیل مقاومت دمایی بالا، خواص عالی حرارتی و فیزیکی و همچنین تراکم پایین، در تولید نازلها برای موتور موشک با سوخت جامد بسیار مورد استفاده قرار گرفتند. در تحقیق حاضر، گرافیت بهعنوان ماده عایق در نظر گرفته شده است. شکل ۳ مکانیزم غالب بر پسروی سطح عایق فناشونده گرافیتی را برحسب دما در فشار مختلف [1۵] نمایش میدهد.



(11) ((11))

$$\frac{k_y}{\delta} \frac{\partial T}{\partial \eta} = c_p^{"} \rho'' t'' \frac{\partial T}{\partial t} + \sigma \epsilon'' (T^4 - T_B^4) ((11))$$

$$c_t \, lix \, oalcha, \ c_p^{"} dtein \ c_p^{"}, \ c_p^{"} dtein \ c_p$$

$$q_{net} = q_{c,net} + \alpha q_r + (\dot{m}_c \Delta H_c) - (\dot{m}_s \Delta H_s) - \sigma \epsilon T_w^4$$
(13)

$$q_{net} = \frac{k_{\eta}}{\delta} \frac{\partial T}{\partial \eta} \tag{16}$$

به به موری که q_{net} انتقال حرارت هدایتی در سطح، $q_{c,net}$ نرخ انتقال حرارت همرفتی به سطح داغ عایق فناشونده، α ضریب جذب، m_c نرخ کاهش جرم به سبب سوختن سطح، ΔH_{c} آنتالپی احتراق، m_c نرخ کاهش جرم به سبب تصعید، ΔH_{s} آنتالپی تصعید، σ آبتا بی می شود. مقدار احتیاد، σ ایت بولتزمن و σ ضریب نشر تعریف می شود. مقدار $q_{c,net}$ (معادلهٔ ۱۵ به شکل بدنه و مقدار انتقال حرارت همرفتی به سطح $q_{c,net}$ سطح $q_{c,net}$

$$\begin{split} q_{c,net} &= q_c \left(1 - \frac{H_w}{H_e} \right) * \{ 1 \\ &\quad - (1 - \beta) [0.6 \frac{H_e}{q_c} (a_c \dot{m}_c \\ &\quad + a_s \dot{m}_s) - 0.084 \left(\frac{H_e}{q_c} \right)^2 \\ &\quad * (a_c \dot{m}_c + a_s \dot{m}_s)^2] \\ &\quad - \beta \frac{H_e}{q_c} (a_c \dot{m}_c + a_s \dot{m}_s)] \} \end{split} \tag{14}$$

در معادلهٔ ۱۵، q_c نرخ انتقال حرارت همرفتی به دیوارهٔ سرد بدون عایق فناشونده، q_c نرخ انتالپی دیواره، H_e آنتالپی لبهٔ لایهٔ مرزی و $a_s.a_c$ و β ضرایب تصحیح هستند. مقادیر q_c و q_c بهعنوان ورودیهای مسئله (معادلهٔ ۱۵) بوده و α و ϵ به جنس عایق فناشونده بستگی دارد. انتقال جرم در این تحلیل تنها بر انتقال حرارت جابهجایی تأثیر میگذارد. در سرعت ماورای صوت اجسام بازگشت به جو، انتقال حرارت تشعشعی ممکن است تحت تأثیر نرخ انتقال جرم قرار بگیرد. با اینحال، در این تحلیل اثر نرخ

در دمای تقریباً کمتر از ۱۵۰۰ درجهٔ کلوین، سطح گرافیت دچار اکسیداسیون می شود. بین درجه حرارت حدود ۱۵۰۰ تا ۳۵۰۰ درجهٔ کلوین، نرخ پسروی سطح توسط یک رژیم نفوذی محدود می شود. در این رژیم، تمام اکسیژن موجود در سطح بهطور کامل توسط واکنشهای اکسیداسیون مصرف میشود. برای دماهای بالاتر از ۳۵۰۰ درجهٔ کلوین، مکانیزم غالب تصعید بوده و نرخ يسروى سطح بهصورت نمايي افزايش مىيابد. واكنش اكسيداسيون و نیتراسیون همه گرمازاست که کربن جامد را مصرف و گاز حاصل از سوختن سطح را به لایهٔ مرزی تزریق میکند. در این شکل، نکتهٔ مهم این است که در محدودهٔ دمایی تصعید نرخ پسروی سطح با اندکی تغییر دما افزایش چشمگیری داشته و مدلسازی دقیق این قسمت بسیار مهم است. بروک [۱۳] رامحلی تحلیلی برای محاسبهٔ تنش و دما برای یک پوستهٔ ضخیم که در معرض شار حرارتی ثابت قرار داشته را ارائه کرد که نتایج این حل نتایج آزمایشگاهی را بهخوبی ارضا میکرد. در این حل، توزیع دما روی یک صفحهٔ ضخیم یکبعدی بهصورت گذرا بیان شده که با توجهبهنامگذاری های کار حاضر، بدین صورت بیان می شود.

$$T(y,\tau) = T_0 + \frac{q_c \delta}{k_y} \left[\frac{k_y \tau}{\rho c_p \delta^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 - \frac{1}{6} - \frac{2}{\pi^2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos\left(\frac{n\pi y}{\delta}\right) \exp\left(\frac{-n^2 \pi^2 k_y \tau}{\rho c_p \delta^2}\right)$$
(1.)

این معادله دما را در نقطهٔ y برحسب زمان نشان می هد. در واقع می توان گفت معادلهٔ بروک دمای نقاط روی محور x = 0در معادلهٔ گذرای انتقال حرارت هدایتی در دستگاه مختصات متحرک (معادلهٔ ۸) را محاسبه می کند.

۲-۱. شرایط مرزی

هدف اصلی در مطالعهٔ پیرامون عایقهای فناشونده، محاسبهٔ توزیع دما در داخل عایق و میزان پسروی سطح در طول حرکت پرتابه است. نرخ خروج جرم ممکن است بهدلیل فرایند شیمیایی (اکسید شدن)، حرارتی (تصعید)، مکانیکی (مانند پوسته پوسته شدن و برش ائرودینامیکی) یا ترکیبی از این روشها بسته به نوع مواد دخیل در ماده فناشونده تغییر کند. چندین شرط مرزی در امتداد محور ξ در نظر گرفته شده است. این سطح ممکن است کاملاً عایق و یا با چاه حرارتی پوشانده شده باشد که میتواند به بدنه در دمای ثابت T_B تابش داشته باشد. شرط مرزی در سطح بدنه (امتداد محور ξ و یا $0 = \eta$) بهصورت زیر تعریف میشود:

انتقال جرم بر انتقال حرارت تشعشعی نادیده گرفته شده است. قسمتهای مختلفی چون آثار گازهای پیرولیز را میتوان بهراحتی وارد معادلهٔ ۱۳ کرد. شرط مرزی روی $1 \ge \eta \ge 0 = \delta$ (محور تقارن) از لحاظ ریاضی از موقعیت ویژهای برخوردار است. معادلهٔ ۱۶ تمامی سطوح عایق را معرفی میکند. روی محور تقارن مقدار x برابر صفر است و با قرار دادن آن ضریب مقیاس h_3 از بین میرود.

$$\frac{2k_{\xi}}{h_{1}^{2}} \left[\frac{1}{x_{b}^{2}} \frac{\partial^{2}T}{\partial\xi^{2}} - \frac{1}{x_{b}} \frac{\eta}{\delta} \frac{\partial y}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial\xi} \right] + \frac{1}{\delta^{2}} \frac{\partial}{\partial\eta} \left(k_{\eta} \frac{\partial T}{\partial\eta} \right) + \frac{2k_{\eta}}{\delta R h_{1}} \frac{\partial T}{\partial y} = \rho c_{p} \left(\frac{\partial T}{\partial\tau} + \frac{m\eta}{\delta \rho} \frac{\partial T}{\partial\eta} \right)$$
(15)

۳. نتايج

همان طور که گفته شد، معادلهٔ بروک دمای نقاط روی محور x=0 معادلهٔ ۸ را محاسبه میکند. مقادیر ثابت و خواص ترموفیزیکی برای یک نمونه مانند شکل ۴ در جدول ۱ آمده است. مقادیر عددی برای تسهیل محاسبات انتخاب شدند و معرف مادهٔ خاصی نیست [۱۳].

جدول ۱. ورودى هاى مسئله

شار حرارتی	ضریب هدایت حرارتی	گرمای ویژہ	چگالی
<u>W</u>	<u>W</u>	j	<u>kg</u>
m ²	m °K	kg °K	m ³
1/1849×1.5	87/80	۴۱۸/۷	ነ۶۹ለ



شکل ۵۵ نتایج حل یک بعدی بروک با شرایط جدول ۱ را با نتایج حل عددی حاضر مقایسه کرده است. به عبارت دیگر، حل دقیق یک بعدی بروک دمای نقطی سکون را محاسبه میکند و چون دمای نقطهٔ سکون بالاست، تأثیر بسزایی در نتایج دارد. نتایج در زمان های مختلف و گام زمانی ۲۰/۰۶۲۵ ثانیه ارائه شده است. مشاهده می شود که نتایج حاضر با نتایج بروک تطابق خوبی داشته و اختلاف آنها در تمامی زمان ها کمتر از ۲ درصد است. شکل ۶

کانتور دمای عایق فناشونده نیم کروی از جنس گرافیت را در جریان با عدد ماخ ۲۰ و q_c برابر W/m^2 ۷/۰×۸۰ را در زمان ۶۰ ثانیه نشان می دهد. این عایق دارای ضخامت ۰/۰۱۹۰۵ متر بوده و شعاع سطح بدنه (سطح داخلی) برابر ۰/۲۷۶۹ متر است. همان گونه که انتظار می دفت، بیشترین دما در نقطهٔ سکون اتفاق افتاده است. در سرعتهای ماورای صوت، شوک به بدنه چسبیده و شکل شوک تقریباً با شکل بدنه برابر می شود. پس از شوک دمای بدنه افزایش پیدا می کند. با افزایش دمای دماغه، و اکنشهای شیمیایی در عایق فناشونده ایجاد شده و سبب تغییر در نرخ انتقال حرارت می شود.

در شکل ۷ انتقال حرارت هدایتی به سطح در نقطهٔ سکون برحسب زمان رسم شده است. این شکل در واقع همان معادلهٔ ۱۳ را نمایش میدهد. با گذشت زمان، دمای سطح $\eta = 1$ زیاد شده و این افزایش سوختن سطح را در پی دارد و بهدلیل این سوختن سطح، گازهای حاصل از احتراق وارد لایهٔ مرزی می شود. با ورود گاز به داخل لایهٔ مرزی ضخامت آن افزایش پیدا میکند و سبب کاهش انتقال حرارت همرفتی می شود که در معادلهٔ ۱۳ با علامت معرفی شد و این کاهش، مقدار q_{net} را کاهش میدهد. با $q_{c,net}$ افزایش دما بازتابش زیاد شده ($\sigma \epsilon T_w^4$) و چون علامت منفی دارد از مقدار گرمای ورودی سطح کم میکند. پس میتوان نتیجه گرفت که با گذشت زمان انتقال حرارت به سطح کاهش می یابد که این نتیجه در شکل ۷ بهوضوح مشخص است. در شکل ۸ دمای بدنهٔ عایق $\eta = 0$ را در زمان های مختلف برحسب طول قوس منحنى پايه ارائه شده است. طول قوس منحنى پايه برابر با ۰/۴۶ است و چون مقدار ثابتی است از این مقدار برای رسم شکل استفاده می شود. با گذشت زمان دمای بدنه افزایش مییابد. نکتهٔ قابل توجه در شکل ۸ این است که دمای سطح بدنه؛ یعنی جایی که قرار است وسائل کنترلی پرواز قرار بگیرند، حدود ۳۰۰۰ درجه کلوین است. راهحلی که می توان پیشنهاد داد این است که ضخامت عایق را افزایش داد. ضخامت عایق نقش مهمی در وزن وسیلهٔ فضایی دارد. همچنین دمای سطح داخلی باید به گونهای باشد که وسائل الکترونیکی و راداری که در دماغهٔ وسیله قرار دارند آسیب نبینند. یکی از راهکارهای کاهش دما، تغییر در ضخامت عایق فناشونده است. در شکل ۹، دمای سطح عایق فناشوندهٔ گرافیتی که هندسهٔ آن نیمکره بوده را در $(\eta = 1)$ جریانی با ماخ ۲۰ نمایش میدهد. مقادیر q_c شعاع داخلی و ماخ

جریان با هندسه قبل برابر است و در این قسمت تأثیر ضخامت عایق بر دما بررسی شده است [۳–۴]. ضخامتهای استفاده شده



شکل ۵. مقایسهٔ نتایج حل دقیق یکبعدی با نتایج حاضر



شکل ۷. انتقال حرارت در سطح

شکل ۱۰ دمای بدنهٔ جسم را در زمانها و ضخامتهای مختلف نشان میدهد. با افزایش ضخامت جسم دمای بدنه کاهش چشمگیری داشته و دمای نقاط بین ۴۵۰ تا ۷۰۰ درجهٔ کلوین کاهش دما داشته است. باید این نکته را نیز در نظر داشت که با افزودن هر سانتیمتر به ضخامت عایق فناشونده در این هندسه، وزن حدوداً ۶۸ کیلوگرم زیاد میشود.

شکل ۱۱ نرخ انتقال حرارتی در نقطهٔ سکون را برای هر سه ضخامت بررسی میکند. با افزایش ضخامت دمای نقطهٔ سکون (طبق شکل ۹) بهمیزان کمی افزایش یافت. در زمانهای کوچک دمای نقطهٔ سکون پایین بوده و طبق شکل ۳ در ناحیهٔ اکسیداسیون بوده و مقدار نرخ انتقال جرم ثابت است. پس در زمانهای کوچک ضخامت تأثیر چندانی روی نرخ انتقال حرارت

برای عایقها در جدول ۲ آمده است. مشاهده میشود که تغییر ضخامت در دمای سطح 1 = η تأثیر چشمگیری نخواهد داشت.



شکل ۶. کانتور دمای عایق فناشونده گرافیتی در ثانیهٔ ۶۰



شکل ۸ دمای بدنه (η = 0) بر حسب طول منحنی پایه

نگذاشته که در شکل ۱۱ مشخص است. با گذشت زمان طبق شکل ۹) دمای نقطهٔ سکون با افزایش ضخامت کاهش پیدا میکند و در این محدوده دمایی انتقال جرم بهصورت تصعید صورت گرفته و بهشدت به دما وابسته است (طبق شکل ۳). پس نتیجه میشود که با گذشت زمان باید نرخ انتقال جرم در نقطهٔ سکون با افزایش ضخامت (و در نتیجه کاهش دما و کاهش مقدار نرخ تصعید) طبق معادلهٔ ۱۳ افزایش یابد که این مهم در شکل ۱۱ نمایش داده شده است. گفتنی است برای واردکردن آثار پسروی نمایش داده شده است. گفتنی است برای واردکردن آثار پسروی سطح، اثرات تغیر هندسه در مقدار $q_{c,net}$ وارد میشود و بدینصورت در هر گام زمانی بهصورت ورودی برای تمامی گرمهای روی سطح به کد داده میشود. شکل ۱۲ نرخ انتقال جرم در نقطهٔ سکون را نمایش میدهد. نرخ انتقال جرم به سبب تصعید

بهشدت به دما وابسته است [۱۴]. در این شکل با افزایش ضخامت دمای نقطهٔ سکون کمی (کمتر از ۰/۵ درصد) افزایش پیدا کرد اما در شکل ۹ مشاهده می شود که همین تغیر کم در دما باعث افزایش ۱۰ درصد نرخ انتقال جرم شده است.

افزایش ضخامت وزن وسیلهٔ فضایی را بهشدت افزایش میدهد و نیاز به روش دیگری برای کاهش دما وجود دارد. چاه حرارتی بهعنوان شرط مرزی روی منحنی پایه میتواند پیشنهاد مناسبی باشد. چاه حرارتی با هدایت حرارتی بالا، ظرفیت گرمایی مالا و با ضریب تشعشع بالا باعث کاهش دمای بدنه میشود. در ادامه با استفاده از همان هندسه و عدد ماخ و q_c قبلی شرایط مرزی از حالت عایق به چاه حرارتی تبدیل میشود و از برلیوم بهعنوان چاه حرارتی استفاده کرده که خواص آن در جدول ۳ فرده شده است. شکل ۱۳ دمای سطح $d_x = x$ چاه حرارتی با نخامت مختلف و بدون چاه حرارتی را بررسی کرده است. معادلهٔ آورده شده مرزی این سطح است. در این شکل، دمای سطح جسم مقدار گرمای هدایت شده پایین بوده و بههمین دلیل دمای بدنه مقدار گرمای هدایت شده پایین بوده و بههمین دلیل دمای بدنه میرود و با این افزایش، فاصلهٔ منحنیهای دمای چاه حرارتی نیز میرود و با این افزایش، فاصلهٔ منحنیهای دمای چاه حرارتی نیز

زیاد شده است. چاه حرارتی با ضخامت ۰/۰۰۵ متر دمای سطح را بین ۱۲/۵ تا ۲۴ درصد کاهش میدهد و چاه حرارتی با ضخامت ۰/۰۰۳ متر دمای سطح را بین ۱۰ تا ۱۸ درصد کاهش میدهد. نتيجهٔ کلی شکل ۱۳ این است که با افزایش ضخامت چاه حرارتی، دما بیشتر کاهش پیدا میکند. در شکل ۱۴ دمای بدنه ست. $(\eta = 0)$ با چاہ حرارتی و بدون چاہ حرارتی مقایسہ شدہ است. معادلهٔ ۱۱ شرط مرزی این سطح است. تمامی مطالبی که در بالا گفته شد برای این شکل نیز صدق میکند. با توجه به شکل، در زمانهای بالا، دمای سطح بالا بوده و چاههای حرارتی دمای سطح $0 = \eta$ را بیشتر کاهش می دهد. با توجه به معادلهٔ ۱۱ دمای سطح $\eta = 0$ در بدنه با توان ۴ دما رابطهٔ مستقیم دارد و بههمین دلیل با افزایش دما، چاه حرارتی بهتر عمل کرده و کاهش دما آن بیشتر است. همچنین با توجه به شکل، در این سطح تغییر ضخامت چاه حرارتی تغییر محسوسی در دما نداده و میتوان از چاه حرارتی با ضخامت کمتر یعنی ۰/۰۰۳ متر استفاده کرد. در شکل ج ۱۴ مشاهده می شود که در حالت بدون چاه حرارتی و همراه چاه حرارتی اختلاف چندانی در زمان ۶۰ ثانیه به وجود نیامده است. با گذشت زمان دمای هر گره ثابت میماند و دلیل این اتفاق ثابت شدن نرخ انتقال حرارت است.









3.9E+07





شکل ۱۱. انتقال حرارت هدایتی در نقطهٔ سکون

جدول ۲. ضخامت

ضخامت ۲	ضخامت ۱	گرمای ویژه	چگالی	ضريب تشعشع
(M)	(M)	j kg.K	$\frac{kg}{m^3}$	ε
•/••۵	•/• •٣	1970	۱۸۵۰	•/٩

ضخامت ۳	ضخامت ۲	ضخامت ۱
(M)	(M)	(M)
٠/٠١٩٠۵	•/•7222	٠/٠٣٨١



شکل ۱۳. مقایسهٔ دمای سطح x = x چاه حرارتی با ضخامت مختلف و بدون چاه حرارتی



تغییر هندسهٔ جسم پس از ۶۰ ثانیه که در برابر گرمایش ائرودینامیکی قرار گرفته است در شکل ۱۵ نمایش داده شده است. با توجه به این شکل میتوان نتیجه گرفت که بیشترین پسروی سطح در نقطه سکون خواهد بود.

۳-۱. تأثیر چاه حرارتی در شرایط یکسان

برای اینکه بتوان تأثیر چاه حرارتی را بهتر درک کرد، دو جسم که یکی از جنس گرافیت به ضخامت ۰/۰۴۱ متر و دیگری عایق فناشونده به ضخامت ۰/۰۱۹۰۵ متر بههمراه چاه حرارتی به ضخامت ۲۰۰/۰۰۳ در برابر جریانی با ماخ ۲۰ و خواص جریانی که در جدول ۳ آمده است مورد بررسی قرار گرفته است. هندسهٔ هر دو شکل نیمکروی بوده و شعاع دماغهٔ آن ۰/۲۷۶۹ متر است (شکل ۱۶). در این قسمت، شعاع داخلی دو عایق یکسان بوده و دمای بدنه و دمای سطح عایق در ۶۰ ثانیه با هم برابر است و هدف از این بخش مقایسه تأثیر عایق با چاه حرارتی و بدون چاه حرارتی در وزن وسیلهٔ فضایی در شرایط دمایی یکسان است. این دو نمونه از لحاظ دمایی همان طور که در شکل ۱۷ مشاهده مىشود تقريباً با هم برابرند. جرم سيستم حفاظتى عايق فناشونده بدون چاه حرارتی برابر ۳۸/۷۵ کیلوگرم و با چاه حرارتی ۱۹/۳۵ کیلوگرم محاسبه شده است. وزن چاه حرارتی از جنس برلیوم ۲/۷ کیلوگرم است. با توجه به مقادیر جرم محاسبهشده برای هر سیستم نتیجه می شود که در شرایط دمایی یکسان و شرایط جریان برابر جرم سیستم حفاظتی همراه با چاه حرارتی تقریباً نصف جرم سیستم حفاظتی خواهد بود.

 $\eta = 0$ انثر ضریب تشعشع چاه حرار تی بر دمای سطح $\eta = 0$ در شکل ۱۸ دمای بدنهٔ $0 = \eta$ با ضریب تشعشع مختلف در ثانیه ۲۰ بر حسب منحنی پایه نمایش داده شده است. طبق معادلهٔ ۹ ضریب پخش گرمایی (e) با ضریب تشعشع رابطه ندارد. اما کاری که میتوان انجام داد این است که همین چاه حرارتی را بهعنوان یک بازتاب کننده در نظر گرفت. در شکل ۱۸ مشاهده می شود که با افزایش ضریب تشعشع، دمای سطح بدنه کاهش می یابد. در دماهای بالاتر به دلیل اینکه دمای سطح طبق معادلهٔ ۱۱ به توان ۴ است تأثیر بیشتری گذاشته است.

۴. نتیجه گیری

برای کاهش دمای بدنه وسائل فضایی راهکارهای مختلفی چون چاه حرارتی، بازتابش و غیره وجود دارد. در این مقاله چاه حرارتی بهعنوان شرط مرزی بدنه با ضخامتهای مختلف بررسی و مشاهده شد که دمای سطح داخلی بدنه بین ۱۰ تا ۲۴ درصد بسته به ضخامت چاه حرارتی کاهش پیدا کرد. چون دمای سطح در معادلات ۱۱ و ۱۲ (معادلات شروط مرزی در بدنه) توان ۴ دارد، با افزایش دما اختلاف بین دمای بدنه بدون چاه حرارتی با دمای بدنه با چاه حرارتی بیشتر میشود. همچنین مشاهده میشود پس از گذشت زمان، عایق فناشونده با چاه حرارتی ضخامت بیشتری بمعبارتی عایق فناشونده با چاه حرارتی ضخامت بیشتری بدون چاه حرارتی را دارد و بدون چاه حرارتی را دارد و معبارتی عایق فناشونده با چاه حرارتی نسبت به ریسروی کمتر) نسبت به حالت بدون چاه حرارتی را دارد و بهعبارتی عایق فناشونده با چاه حرارتی پسروی کمتری نسبت به در دمای یکسان نتیجه شد که وزن عایق فناشونده با چاه حرارتی نصف عایق فناشونده بدون چاه حرارتی است و در این شرایط در دمای یکسان کنیجه شد که وزن عایق فناشونده با چاه حرارتی





شکل ۱۵. پسروی هندسه پس از ۶۰ ثانیه





شکل ۱۸. مقایسهٔ دمای سطح بدنه در ضریب تشعشع مختلف



- A. Foreest, M. Sippel ,A. Gülhan, B. Esser , B. A. C. Ambrosius, K. Sudmeijer, Transpiration Cooling Using Liquid Water, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 23, No. 4, December 2009.
- [2] B. Laub, E. Venkatapathy, Thermal protection system technology and facility needs for demanding future planetary missions, presented at the International Workshop on Planetary Probe Atmospheric Entry and Descent Trajectory Analysis and Science, Lisbon, Portugal, 2003.
- [3] L. R. Jackson, A. H. Taylor, Structural Design for a Hypersonic Research Airplane, J. AIRCRAFT, Vol. 15, No. 6, 1978.
- [4] A. H. Taylor, L. R. Jackson, Heat sink structural design concepts for a hypersonic research airplane, 1977.
- [5] S. Rezaei Kalaj, S. Noori, V. Tahmasbi, Numerical solution of graphite ablation and effect of Mach number on it, 16th International Conference of Iranian Aerospace Associations in Khajeh Nasir al-Din Toosi Industrial University, 1395 (in Persian)
- [6] C. B. Moyer, R. A. Rindal, Finite Difference Solution for the In-Depth Response of Charring Materials Considering Surface Chemical and Energy Balances, NASA CR-1061, June 1968.
- [7] Y. K. Chen, F. S. Milos, Ablation and Thermal Analysis Program for Spacecraft Heatshield

Analysis, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 36, No. 3, pp. 475–483, 1999.

- [8] F. S. Milos, Y. K. Chen, Two-dimensional ablation, thermal response, and sizing program for pyrolyzing ablators, AIAA paper, Vol. 46, No. 6, pp.1089-1099, 2009.
- [9] Y. K. Chen, F. S. Milos, Three-dimensional ablation and thermal response simulation system, 38th AIAA Thermophysics Conference, 2005.
- [10] J. P. Holman, *Heat transfer*, McGraw-Hill, 2002.
- [11] H. N. Kelly, M. L. Blosser, Active cooling from the sixties to NASP, NASA STI/Recon Technical Report N, vol. 94, p. 37541, Jul. 1994.
- [12] E. P. Scala, A Brief History of Composites in the U.S. The Dream and the Success, *The Journal* of *The Minerals, Metals & Materials Society* (*TMS*), vol. 48, no. 2, pp. 45–48, 1996.
- [13] W. A. Brooks, Temperature and Thermal-Stress Distributions in Some Structural Elements Heated at a Constant Rate, NACA TN 4306, 1958.
- [14] R. Gosse, S. Gogineni, S. Roy, Graphite Ablation Experiments in the LHMEL Laser Facility, 43rd AIAA Thermophysics Conference, pp 25-28, June 2012.
- [15] P. Reynier, Numerical rebuilding of graphite ablative test case using kcma ,the Sixth European Workshop on Thermal Protection Systems and Hot Structures, University Stuttgart, Germany, 2009.

پىنوشت

^{1.} recession

^{2.} ablation cooling

^{3.} charring material ablator (CMA)

^{4.} fully implicit ablation and thermal response (FIAT)

^{5.} two-dimensional implicit thermal response and ablation (TITAN)

^{6.} DFIAT