بررسی انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد محفظهٔ پرشده از نانوسیال با یک مانع با طول متغیر و تحت میدان مغناطیسی

علیرضا عرب سلغار[1]، محمد شفیعی دهج[1]، مهدی داودیان[2]

۱ استادیار، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه ولی عصر (عج)، رفسنجان، m.shafiey@vru.ac.ir

۲ کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۰۹/۰۷

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۶/۲۳

چکیده

کاهش وزن، ابعاد و مصرف انرژی از جمله مسائل حائز اهمیت در صنایع هوافضا (فضاپیماها و ایستگاه فضایی) است. همین موارد سبب نیاز به یک سیستم خنک‌کننده با قابلیت بالا و ابعاد کوچکتر می‌شود. نانوسیالات می‌توانند در سیستم‌های سردکننده نقشی حیاتی ایفا کنند. در این مقاله به بررسی عددی جریان آرام، لایه‌ای با جابه‌جایی طبیعی نانوسیال، در یک محفظهٔ مربعی تحت زوایای مختلف نسبت به افق با مانعی در وسط آن پرداخته شده است. در وسط محفظه، صفحه‌ای عمودی با ضخامت ناچیز قرار دارد. معادلات حاکم به روش تفاضل محدود، مبتنی بر حجم کنترل جبری شده و به‌کمک الگوریتم سیمپل به‌صورت هم‌زمان حل شده‌اند. بر اساس نتایج حاصل از حل عددی، تأثیر پارامترهایی چون چرخش محفظه، عدد ریلی، نسبت حجمی نانوذرات و عدد هارتمن بر میدان جریان و انتقال حرارت بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهند که در چرخش محفظه، ماکزیمم انتقال حرارت وقتی صورت می‌پذیرد که صفحهٔ گرم با افق دارای زاویهٔ ۴۵ درجه باشد. صفحهٔ میانی و افزایش عدد هارتمن موجب کاهش انتقال حرارت می‌شوند، حال آنکه افزایش عدد ریلی موجب افزایش انتقال حرارت می‌شود. افزایش نسبت حجمی نانوذرات بسته به عدد ریلی ممکن است عملکرد حرارتی را تقویت یا تضعیف نماید.

واژگان کلیدی

جابه‌جایی آزاد، نانوسیال، محفظه، نرخ انتقال حرارت

۱. مقدمه

جریان جابه‌جایی در کانال‌ها به‌دلیل کاربرد فراوان آنها در صنایع انرژی خورشیدی، مبدل‌های حرارتی، راکتورهای هسته، خنک‌کاری کوره‌ها و محفظه‌های احتراق، قطعات الکترونیکی، فضاپیماها و بسیاری از سیستم‌های دیگر به‌طور وسیع گسترش یافته است. جریان‌های جابه‌جایی ایجادشده در سیالات می‌توانند تحت تأثیر میدان مغناطیس قرار بگیرند، به‌همین دلیل بررسی

جریان جابه‌جایی سیال در حضور میدان مغناطیسی به‌دلیل رخداد مکرر آن در کاربردهای صنعتی مانند، طراحی حرارتی تجهیزات الکترونیک، انتقال گرما از مخازن زمین‌گرمایی، عایق‌کاری حرارتی، طراحی ژنراتورهای توان مغناطیسی، شتاب‌دهنده‌های میدان متقاطع، لوله‌های شوک‌دهنده، اندازه‌گیری جریان، بهینه‌سازی فرایندهای جامدسازی فلزات و آلیاژهای فلزی و رفتار خاکریزه‌های سوخت هسته‌ای اهمیت خاصی دارند [۱]. جریان‌های هیدرودینامیک مغناطیسی[1] در سیالات به‌دلیل داشتن تأثیر مهم بر انتقال و جریان سیال در مواد مختلف از اهمیت خاصی برخوردارند، به‌طوری‌که یک روش مناسب برای سرعت بخشیدن به شلیک پلاسما در دستگاه‌های همجوشی یا برای تولید تونل باد انرژی بالا جهت شبیه‌سازی پرواز مافوق صوت، جریان هیدرودینامیک مغناطیسی می‌باشد. این دسته از مسائل همچنین در بسته‌های الکترونیکی و دستگاه‌های میکروالکترونیک به‌هنگام کارکرد به‌وجود می‌آیند [۲]. برای افزایش راندمان حرارتی، با توجه به محدودیت‌های فضایی برای کاربرد جریان‌هایی چون جابه‌جایی طبیعی از نانوسیالات استفاده می‌شود. بنابراین با استفاده از نانوسیالات در جریان جابه‌جایی طبیعی هیدرودینامیک مغناطیسی می‌توان انتقال حرارت و جریان را کنترل نمود [۳].

جابه‌جایی آزاد در محفظه‌ها، مسئله‌ای چالشی در موضوعات کاربردی است؛ زیرا محفظه‌های پرشده از سیال، یکی از اصلی‌ترین اجزای خنک‌کاری سیستم‌های ژئوفیزیکی و مهندسی را تشکیل می‌دهد. انتقال حرارت با وجود نانوسیال در جریان جابه‌جایی آزاد در حضور میدان مغناطیسی بدرون محفظه‌ها، کاربردهای وسیعی در صنعت و فناوری امروزه دارد. از جملهٔ این کاربردها می‌توان به پدیدهٔ انتقال گرما از لوله‌ها، خطوط انتقال، وسائل الکترونیکی و ماشین‌های الکتریکی، سیستم‌های کابل زیرزمینی، خنک‌کاری وسائل میکروالکترونیک و جز این‌ها اشاره کرد [۴].

بهینه‌سازی و افزایش بازده سیستم‌های انتقال حرارت یکی از اساسی‌ترین چالش‌های مهندسان و طراحان طی سالیان اخیر بوده است، از همین‌رو، استفاده از نانوذرات در سیالات پایه به‌عنوان روشی غیرفعال در جهت بهبود انتقال حرارت و کوچک‌سازی سیستم‌های گرمایشی شناخته شده است. کاهش وزن، ابعاد و مصرف انرژی از مسائل حائز اهمیت در صنایع هوافضا (مثلاً بحث فضاپیماها، ایستگاه فضایی و سامانه‌های هوانوردی) است؛ همین موارد سبب نیاز به یک سیستم خنک‌کننده با قابلیت بالا و ابعاد کوچکتر می‌شود. نانوسیالات می‌توانند در این سیستم‌های سردکننده نقشی حیاتی ایفا کنند [۵].

از جمله عوامل مؤثر در عملکرد صحیح ماهواره‌ها کنترل حرارت در آنهاست. گرمای تولیدشده تجهیزات الکترونیکی مانند تبدیل‌کننده‌های فرکانس، تقویت‌کننده‌ها، مولد قدرت و جز این‌ها بایستی از سیستم خارج گردد تا شرایط دمایی مناسب برای عملکرد آنها فراهم شود. لوله‌های حرارتی به‌دلیل انتقال حرارت بالا و عدم نیاز به انرژی خارجی یکی از مبدل های حرارتی رایج‌اند [۶]. عملکرد لولهٔ حرارتی توسط برخی پژوهشگران در کاربردهای فضایی مطالعه شده است[۷].

در سال‌های اخیر استفاده از نانوسیالات به‌منظور افزایش نرخ انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در محفظه‌ها، به‌طور جدی مورد توجه قرار گرفته و تحقیقات زیادی در این زمینه انجام شده است. نتایج این تحقیقات به‌طور کلی نشان می‌دهد که استفاده از نانوسیال در محفظه‌ها در اعداد ریلی کوچک (که مکانیزم انتقال حرارت هدایتی حاکم است) و در اعداد ریلی بزرگ (که مکانیزم انتقال حرارت جابه‌جایی حاکم است) سبب افزایش نرخ انتقال حرارت می‌شود.

سایتو و هیروس [۸] و دوهل دیویس [۹] جریان جابه‌جایی آزاد در یک محفظهٔ مربعی با دیواره‌های افقی عایق و دیواره‌های عمودی در دو دمای ثابت و متفاوت را به روش عددی حل نمودند. آنها با استفاده از روش‌های برون‌یابی جواب‌های دقیقی ارائه کردند که امروزه جهت کنترل جواب‌های مدلسازی در مسائل جابه‌جایی آزاد استفاده می‌شود. دنگ و همکاران [۱۰]، جابه‌جایی آزاد سیال آرام در محفظهٔ مستطیلی با منابع حرارتی مجزا روی دیواره را مورد مطالعه قرار دادند. آنها نشان دادند که به‌طور کلی نقش منابع حرارتی دما ثابت از منابع شار حرارتی ثابت، بیشتر است. اوزتوپ و آبونادا [۱۱] انتقال حرارت و میدان جریان را با در نظر گرفتن نقش نیروهای شناوری در محفظهٔ بسته‌ای که به‌صورت منطقه‌ای گرم می‌شد و از نانوسیال پر بود، مطالعه کردند. آنها در مطالعاتشان از نانوذرات مختلف استفاده کردند و نشان دادند که استفاده از نانوسیال سبب بهبود انتقال حرارت می‌شود و این افزایش در نسبت ابعاد کم برجسته‌تر است. از طرفی با توجه به اینکه با استفاده از میدان مغناطیسی، جابه‌جایی‌های هیدرودینامیکی اجتناب‌ناپذیر را می‌توان کنترل و میرا کرد و

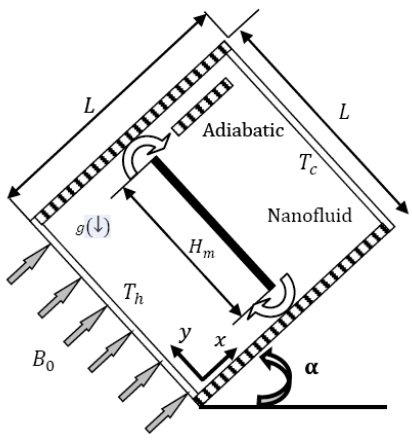
همچنین در بسیاری از مسائل مهندسی به‌دلیل وجود میدان‌های الکتریکی، میدان مغناطیسی در جریان سیال القا می‌شود، در سال‌های اخیر مطالعات متعددی در خصوص تأثیر میدان مغناطیسی بر میدان جریان و نرخ انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی درون محفظه‌ها صورت گرفته است که نتایج کلی آنها کاهش جابه‌جایی جریان و نرخ انتقال حرارت در اثر اعمال میدان مغناطیسی می‌باشد [۱۲–۱۵]. تیماه [۱۶] و سیواسنکاران و هو [۱۷] با کمک حل عددی صورت گرفته به مطالعهٔ اثر میدان مغناطیسی بر نرخ انتقال حرارت جایجایی طبیعی درون محفظه پرداختند و نشان دادند که نرخ انتقال حرارت با افزایش شدت میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد.

قاسمی و همکاران [۱۸] به بررسی جابه‌جایی طبیعی، دائمی و آرام جریان در حضور یک میدان مغناطیسی در یک محفظهٔ مربع‌شکل با دیوارهای گرم و سرد در دو طرف و دو دیوار عایق در بالا و پایین پرداختند. آنها طی این بررسی به‌طور کلی به این نتیجه رسیدند که با افزایش عدد ریلی به‌دلیل افزایش قدرت جابه‌جایی، نرخ انتقال حرارت افزایش می‌یابد و با افزایش عدد هارتمن به‌دلیل افزایش نیروی لورنتز و کاهش قدرت جابه‌جایی، نرخ انتقال حرارت کاهش می‌یابد و افزایش درصد حجمی نانوذرات در اعداد ریلی پائین و بالا باعث بهبود رفتار حرارتی و افزایش نوسلت متوسط می‌شود.

پیرمحمدی و قاسمی [۱۹] نشان دادند که با چرخش یک محفظهٔ مربعی ساده میزان انتقال حرارت تغییر می‌کند و ماکزیمم انتقال حرارت زمانی صورت می‌گیرد که صفحهٔ گرم با افق زاویه‌ای ۴۵ درجه داشته باشد. افزایش نرخ انتقال حرارت و چگونگی بهینه‌کردن آن، جایگاه ویژه‌ای در علم امروز پیدا کرده است. در مطالعات قبلی، بیشتر محفظه‌های مربعی ساده، جهت بررسی اثر میدان مغناطیسی بر قدرت جابه‌جایی مورد بررسی قرار گرفته است. در بسیاری از محفظه‌هایی که قطعات و مدارها مجتمع الکترونیکی در آنها قرار می‌گیرند و با جابه‌جایی آزاد خنک کاری می‌شوند از صفحه‌های نگه‌دارنده که قطعات الکترونیکی روی آنها نصب می‌شود استفاده می‌شود. این صفحه بر جریان جابه‌جایی آزاد که در محفظه ایجاد می‌شود اثر می‌گذارد. هندسهٔ مورد استفاده در این مقاله یک مدل ساده‌شده از چنین محفظه‌هایی است. بنابراین در تحقیق حاضر، مشخصه‌های انتقال حرارت و پارامترهای مؤثر بر آن و خواص جریان برای جریان جابه‌جایی آزاد در یک محفظهٔ مربعی محتوی نانوسیال آب - آلومینا، تحت زوایای مختلف نسبت به افق با یک مانع با طول متغیر و تحت میدان مغناطیسی مورد بررسی قرار می گیرد. مطالعهٔ عددی پارامترهای مؤثر بر جریان نانوسیال و انتقال حرارت درون محفظه با در نظر گرفتن شرایط حاکم بر مسئله، با نوشتن برنامه کامپیوتری مناسب، هدف اصلی این تحقیق است.

۲. بیان مسئله

هندسهٔ مورد نظر در این تحقیق، مطابق شکل ۱، محفظه‌ای مربعی‌شکل و دوبعدی است که یک صفحهٔ عمودی جداکننده در وسط آن قرار دارد. ارتفاع صفحهٔ میانی متغیر است و فاصلهٔ آن از دیوارهای افقی محفظه به یک اندازه است. α زاویهٔ محفظه با افق می‌باشد، وقتی که $\alpha = 0$ دیوار سمت چپ محفظه، دیوار گرم در دمای T_h و دیوار سمت راست آن، دیوار سرد در دمای T_c است و دیوارهای افقی آن عایق می‌باشند. محفظه از نانوسیال آب - آلومینا با چگالی ρ_{nf} و لزجت μ_{nf} پر شده است و در معرض یک میدان مغناطیسی به شدت B_0 قرار می گیرد. شتاب گرانش g در جهت منفی y عمل می‌کند. بر اثر اختلاف دمای دیوارهای سمت راست و چپ، در محفظهٔ جریان جابه‌جایی طبیعی برقرار می‌شود. روی تمام دیوارها و صفحهٔ میانی شرط عدم لغزش برقرار است و با فرض اینکه صفحهٔ میانی نازک و بدون جرم است، دمای نانوسیال در دو طرف آن با هم برابر می‌باشند. در این تحقیق فرض می‌شود جریان لایهٔ مرزی آرام و دائمی است و اتلاف حرارتی لزجت وجود ندارد. تولید انرژی صفر در نظر گرفته می‌شود. همچنین نانوسیال را عنوان یک محیط پیوسته با تعادل گرمایی بین سیال پایه و ذرات جامد لحاظ می‌شود.



شکل ۱. هندسهٔ مسئله

۳. معادلات اساسی حاکم بر جریان سیال نانو

معادلات حاکم برای جریان آرام دوبعدی و درون محفظه، با فرض سیال نیوتنی غیر قابل تراکم عبارت‌اند از:

معادلهٔ پیوستگی:

$$\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y}=0 \qquad (۱)$$

مومنتم در راستای X:

$$U\frac{\partial U}{\partial X}+V\frac{\partial U}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial X}+\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}\alpha_{nf}}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right) \qquad (۲)$$

مومنتم در راستای Y:

$$U\frac{\partial V}{\partial X}+V\frac{\partial U}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial Y}$$
$$+\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}\alpha_{nf}}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right)+\frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}\beta_f}Ra\,Pr\,\theta \qquad (۳)$$
$$-Ha^2\,PrV$$

معادلهٔ انرژی:

$$U\frac{\partial \theta}{\partial X}+V\frac{\partial \theta}{\partial Y}=\frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f}\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}\right) \qquad (۴)$$

به‌طوری‌که متغیرهای بی‌بعد استفاده‌شده در این معادلات عبارت‌اند از:

$$X=\frac{x}{H},\ Y=\frac{Y}{H},\ U=\frac{uH}{\alpha_f},V=\frac{vH}{\alpha_f},$$
$$P=\frac{pL^2}{\rho_{nf}\alpha_f^2},\ \theta=\frac{T-T_c}{T_h-T_c} \qquad (۵)$$

در روابط بالا، L طول محفظه و α_f ضریب پخش حرارتی سیال خالص است. تعریف اعداد بدون بعد نیز در ادامه آمده است:

$$Pr=\frac{\nu_f}{\alpha_f},\qquad Ra=\frac{g\,\beta_f\,H^3(T_h-T_c)}{\nu_f\,\alpha_f},$$
$$Ha=B_0H\sqrt{\frac{\sigma_{nf}}{\nu_f\,\rho_{nf}}} \qquad (۶)$$

٤. شرایط مرزی

شرایط برای $\alpha=0$ برای سرعت، شامل شرط عدم لغزش برای کلیهٔ دیواره‌ها و شرایط مرزی حرارتی شامل، دیوارهٔ گرم سمت چپ با دمای ثابت T_h و دیوارهٔ سرد سمت راست با دمای ثابت T_c و نیز برای دیوارهای بالا و پایین شرط آدیاباتیک بودن یعنی $(\partial T/\partial y)=0$ برای دیواره‌های عایق برقرار می‌باشد، این شرایط مزری برای معادلات بی‌بعد در رابطهٔ ۷ نشان داده شده‌اند. صفحهٔ میانی دارای ضخامت بسیار ناچیزی است و در مقابل جریان حرارت، مقاومتی ایجاد نمی‌کند و دمای نانوسیال در دو طرف آن یکسان در نظر گرفته می‌شود. بنابراین تأثیر آن بر میدان دما ناشی از تأثیرش بر میدان جریان است. به‌منظور بررسی تأثیر پارامترهای مختلف بر رفتار سیال در هر مرحله، عدد نوسلت متوسط روی ضلع گرم محفظه محاسبه می‌شود. این پارامتر برابر با گرادیان دمای بی‌بعد در سطح بوده و معیاری از انتقال حرارت جابه‌جایی در سطح است و برای به‌دست آوردن نوسلت متوسط با استفاده از نوسلت موضعی از رابطهٔ ۸ استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned}
&X=0\rightarrow\ U=V=0,\quad \theta=1\\
&X=1\rightarrow\ U=V=0,\quad \theta=0\\
&Y=0\rightarrow\ U=V=0,\quad \partial\theta/\partial Y=0\\
&Y=1\rightarrow\ U=V=0,\quad \partial\theta/\partial Y=0\\
&X=0.5,\ 0\le Y\le H_m\rightarrow\ U=V=0
\end{aligned} \qquad (۷)$$

عدد نوسلت موضعی با استفاده از رابطهٔ ۹ محاسبه می شود:

$$Nu_l=\frac{h\,l}{k_f} \qquad (۸)$$

که در رابطهٔ ۸ ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی از ربطهٔ ۹ پیروی می‌کند:

$$h=\frac{q_w}{T_h-T_c} \qquad (۹)$$

ضریب هدایت روی دیوارهٔ عمودی نیز از رابطهٔ ۱۰ به‌دست می‌آید.

$$k_{nf}=-\frac{q_w}{\partial T/\partial x} \qquad (۱۰)$$

پس از ساده‌سازی رابطهٔ ۱۱ به‌دست می‌آید:

$$Nu_Y=-\frac{k_{nf}}{k_f}\left(\frac{\partial\theta}{\partial X}\right)_{X=0} \qquad (۱۱)$$

نوسلت متوسط روی دیوارهٔ گرم از انتگرال‌گیری معادلهٔ بالا روی دیوارهٔ گرم محفظه به‌صورت زیر حاصل می شود:

$$Nu_m=\frac{1}{2H}\left[\int_0^1 Nu_{Y\,1}(Y)dY+\int_0^1 Nu_{Y\,2}(Y)dY\right]$$
$$=\frac{1}{H}\frac{k_{nf}}{k_f}\left[\begin{array}{l}\int_0^1\left(\frac{\partial\theta}{\partial X}\right)_{X=0}dY+\\ \int_0^1\left(\frac{\partial\theta}{\partial X}\right)_{X=1}dY\end{array}\right] \qquad (۱۲)$$

۵. روابط مربوط به خواص نانوسیال

همان‌طور که از معادلات حاکم بر مسئله دیده می‌شود، برای حل معادلات نیاز به خواص ترموفیزیکی نانوسیال است. چگالی، ضریب انبساط حجمی، ظرفیت حرارتی و ضریب پخش حرارتی

نانوسیال به‌کمک خواص سیال و نانوذرات از روابط زیر محاسبه می‌شوند [۱۲]:

$$\rho_{nf} = (1-\varphi)\rho_f + \varphi\rho_p \quad (۱۳)$$

$$\sigma_{nf} = (1-\varphi)\sigma_f + \varphi\sigma_p \quad (۱۴)$$

$$\alpha_{nf} = k_{nf} / (\rho C_P)_{nf} \quad (۱۵)$$

$$(\rho\beta)_{nf} = (1-\varphi)(\rho\beta)_f + \varphi(\rho\beta)_p \quad (۱۶)$$

$$(\rho C_p)_{nf} = (1-\varphi)(\rho C_p)_f + \varphi(\rho C_p)_p \quad (۱۷)$$

درخصوص ویسکوزیتهٔ نانوسیال روابط مختلفی در مراجع ارائه شده است که رابطهٔ برینکمن [۸] بیشتر از سایر روابط مورد توجهٔ محققان بوده است:

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\varphi)^{2.5}} \quad (۱۸)$$

برای ضریب هدایت حرارتی نانوسیال نیز روابط متعددی به‌دست آمده، که در اینجا از مدل ماکسول [۹] استفاده می‌شود.

$$k_{nf} = k_f\left[\frac{(k_p + 2k_f) - 2\varphi(k_f - k_p)}{(k_p + 2k_f) + \varphi(k_f - k_p)}\right] \quad (۱۹)$$

در رابطهٔ فوق k_P ضریب هدایت نانوذرات و k_f ضریب هدایت سیال خالص است. خواص ترموفیزیکی آب و نانوذرات مورد استفاده در این مسئله در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱. خواص ترموفیزیکی آب و آلومینا [۴]

خاصیت	آب	Al_2O_3
$c_p(J/kg.K)$	۴۱۷۹	۷۶۵
$\rho(kg/m^3)$	۹۹۷/۱	۳۹۷۰
$k(W/m.k)$	۰/۶۱۳	۴۰
$\beta(1/K)$	$۲/۷۶\times۱۰^{-۵}$	$۰/۸۵\times۱۰^{-۵}$
$\alpha(m^2/s)$	$۱/۴۷۱\times۱۰^{-۷}$	$۱/۳۲\times۱۰^{-۵}$

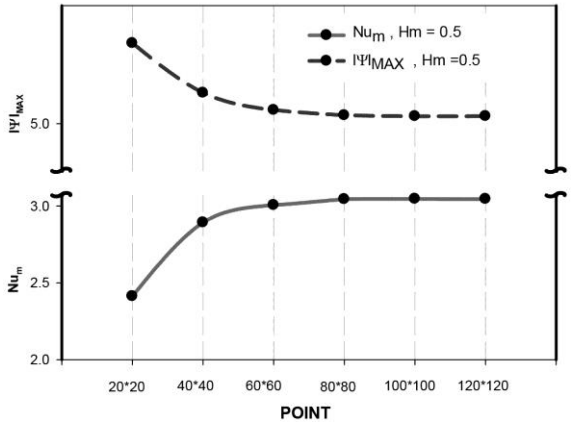
۶. روش عددی

معادلات حاکم همراه با شرایط مرزی به‌روش اختلاف محدود مبتنی بر حجم کنترل جبری شده‌اند. میدان حل با روش شبکهٔ جابه‌جاشده شبکه‌بندی شده است. در روش شبکهٔ جابه‌جا شده، علاوه بر راحتی محاسبهٔ دبی‌ها روی وجوه حجم کنترل، به‌علت معلوم بودن سرعت روی سطوح، مقادیر فشار در نقاط اصلی شبکه مشخص می‌شود. جهت حل همزمان معادلات جبری‌شده، از الگوریتم سیمپل، که جزئیات کامل آن در مرجع [۱۴] آمده است، استفاده شده است. همگرائی هنگامی حاصل می‌شود که مجهول محاسبه شده در دو تکرار متوالی به عدد ثابتی رسیده باشد. در حل معادلات حاکم ضرائب معادله از مقادیر محاسبه شده در تکرار قبل به‌دست می‌آیند. همچنین از معیار همگرایی زیر استفاده شده است. در معادلهٔ ۲۰، K برابر تعداد سلول‌ها می‌باشد و φ متغیر عمومی (U,V,θ) را نشان می‌دهد.

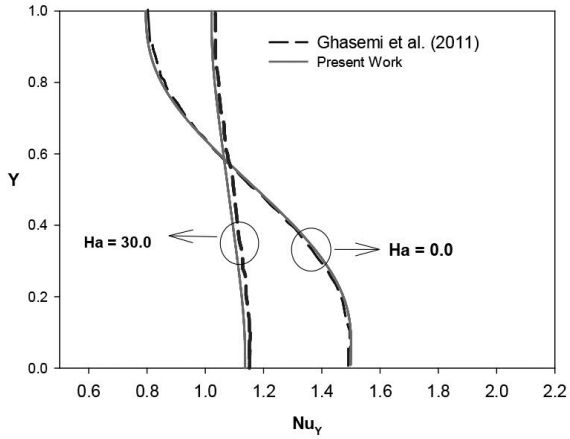
$$\Phi = \sum_J\sum_I \left|\frac{\varphi^{n+1} - \varphi^n}{\varphi^{n+1}}\right|_{I,J} \le 10^{-8} \quad (۲۰)$$

۷. نتایج

برای حل عددی معادلات و اجرای الگوریتم مورد نظر یک برنامهٔ کامپیوتری به زبان فرترن نوشته شده است. برای انتخاب شبکهٔ حل مناسب، ابتدا بررسی روی تعداد نقاط شبکه انجام گرفت. برای این منظور، اثر تعداد نقاط بر نوسلت متوسط دیوار گرم و مقدار ماکزیمم تابع جریان بررسی شد. این بررسی به ازای $\varphi = 0.03$، $Ha = 30$، $Ra = 10^5$ $Pr = 6.2$ و ارتفاع بی‌بعد صفحهٔ میانی $Hm = 0.50$ صورت گرفته و نتایج آن در شکل ۲ نمایش داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، برای شبکه‌های ریزتر از ۱۰۱×۱۰۱ نتایج تغییرات قابل ملاحظه‌ای نمی‌کنند و بدین‌ترتیب شبکه‌بندی یکنواخت ۱۰۱×۱۰۱ برای اجرای برنامه انتخاب شده است. جهت بررسی صحت عملکرد کد نوشته شده، در مراحل پیشرفت پروژه مقایسه‌ای بین نتایج به‌دست آمده با نتایج پژوهش‌های قبلی صورت گرفت. در اینجا به برخی از آنها اشاره می شود. ابتدا محفظهٔ مربعی با دیواره‌های افقی عایق و دیواره‌های عمودی در دو دمای مختلف T_C (دمای دیوارهٔ سرد) و T_H (دمای دیوارهٔ گرم) برای $Pr = 0.71$ و $Ra = 10^3, 10^4, 10^5$ محاسبه و در جدول ۲ با نتایج موجود در مراجع مختلف مقایسه شده است. از مقایسهٔ داده‌ها در جدول ۲ مشاهده می‌شود که نتایج حاصل دارای دقت خوبی قابل قبول می‌باشد. در ادامه نیز، جهت بررسی بهتر صحت کد نوشته‌شده برای نانوسیال، محفظهٔ مربعی با دیوارهای افقی عایق و دیواره‌های عمودی، در دو دمای مختلف سرد و گرم در نظر گرفته شد که درون محفظه، نانوسیال آب - آلومینا قرار دارد و میدان مغناطیسی بر سیال درون محفظه تأثیرگذار می‌باشد. با در نظر گرفتن درصد حجمی $\varphi = 0.03$ برای نانوسیال و عدد ریلی $Ra = 10^3$ و نیز اعداد هارتمن صفر و ۳۰ به محاسبهٔ نوسلت متوسط روی دیوارهٔ گرم پرداخته شده و نتایج موجود با مرجع [۱۸] مقایسه و در شکل ۳ نشان داده شده‌اند. مقایسهٔ تغییرات نوسلت دیوارهٔ گرم با مرجع [۱۸] نشان از صحت کد کامپیوتری حاضر می‌باشد.



شکل ۲. نوسلت متوسط دیوارهٔ گرم و اندازهٔ تابع جریان ماکزیمم، برای طول صفحهٔ $Hm = 0.50$ و $Ha = 30\ , Ra = 10^5 , \varphi = 0.03$



شکل ۳. مقایسهٔ نوسلت دیوارهٔ گرم برای عددریلی $Ra = 10^3$

جدول ۲. نوسلت متوسط روی دیوارهٔ گرم برای محفظهٔ مربعی با سیال هوا

رایلی	$۱۰^۵$	$۱۰^۴$	$۱۰^۳$
کار حاضر	۴/۵۲۳	۲/۲۲۵	۱/۱۱۵
مرجع [۱۱]	۴/۵۲۲	۲/۲۴۵	۱/۱۱۸
مرجع [۱۲]	۴/۵۱۰	۲/۲۴۵	۱/۱۱۴
مرجع [۱۳]	۴/۴۳۰	۲/۲۰۱	۱/۱۰۸
مرجع [۱۴]	۴/۵۱۹	۲/۲۴۳	۱/۱۱۸

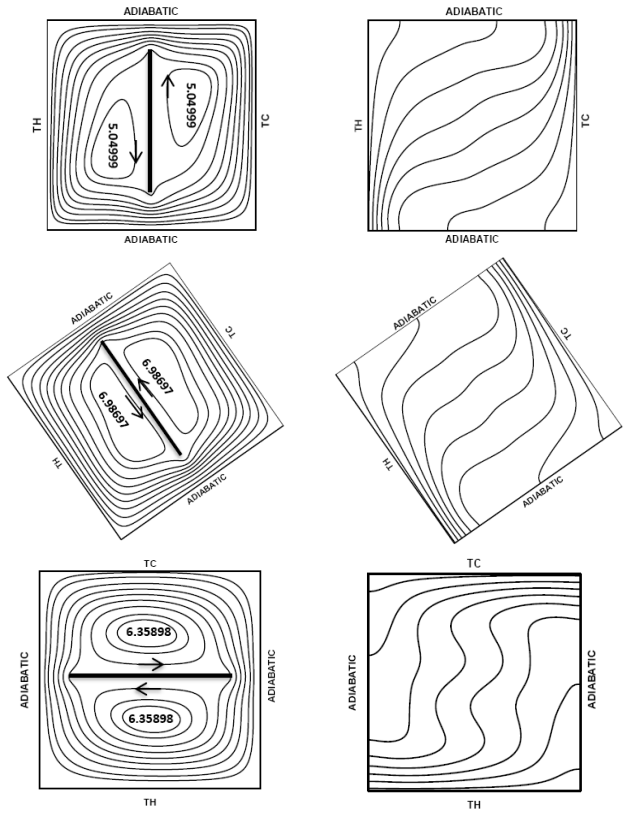
جدو ل ۳. تابع جریان ماکزیمم به ازای زوایای متفاوت محفظه

زاویه	صفر	۴۵	۹۰	۱۳۵
تابع جریان	۵/۰۴۹۹۹	۶/۹۸۶۹	۷/۳۰۳۵۵	۸/۲۱۲۱۳
عدد ناسلت	۳/۱۸۱۶۰	۳/۷۸۶۴۹	۳/۰۹۸۷۹	۳/۹۷۲۴

۷-۱ بررسی چرخش محفظه

با تغییر زاویهٔ محفظه نسبت به افق و به‌ازای $0 \le \alpha \le 135$ و پارامترهای ثابت $Hm = 0.7$ ، $\varphi = 0.02$ ، $Ra = 10^5$ و $Ha = 25$ به بررسی تغییر اثر زاویه پرداخته می‌شود. در شکل ۴ خطوط جریان و خطوط هم‌دما رسم شده است. وقتی که صفحهٔ میانی داخل محفظه قرار می‌گیرد، به‌دلیل شرط عدم لغزش سرعت، دو گردابهٔ متقارن مرکزی در اطراف صفحهٔ میانی تشکیل می‌شود و در عین‌حال یک گردابه ساعتگرد که این دو گردابه را دربردارد کل محفظه را اشغال کرده است. مقایسهٔ خطوط جریان و

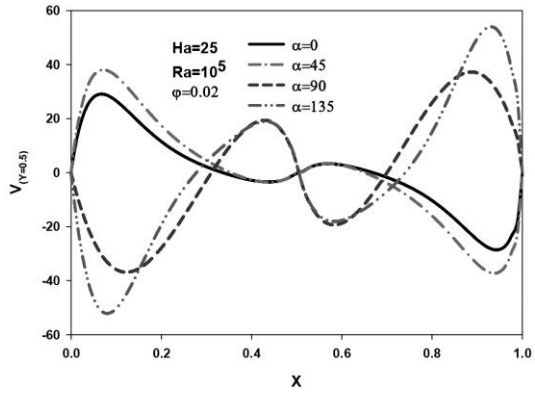
خطوط هم‌دما نشان می‌دهد که در تغییر زاویه محفظه از صفر درجه به ۴۵ درجه ماکزیمم تابع جریان و سرعت جریان افزایش پیدا کرده و در نتیجهٔ آن مقدار انتقال حرارت ناشی از جابه‌جایی افزایش پیدا خواهد کرد و خطوط هم‌دما با شیب ملایم تری نسبت به محور X نمایان خواهد شد. در شکل ۵ پروفیل مؤلفهٔ عمودی سرعت درون محفظه در وسط دیوارهٔ گرم رسم شده است، با توجه به شکل ۵ دیده می‌شود که با تغییر زاویه محفظه از صفر به ۱۳۵ درجه سرعت جریان افزایش پیدا کرده است. صفحهٔ میانی درون محفظه، یک نقطهٔ عطف در پروفیل سرعت در $X = 0.5$ به‌وجود می‌آورد که نشان از تغییر جهت جریان در دو طرف صفحهٔ میانی دارد. افزایش سرعت جریان سبب افزایش نرخ انتقال حرارت درون محفظه می‌شود که این موضوع در شکل ۶ که توزیع قدرمطلق دما در $Y = 0.5$ را نشان می‌دهد دیده می‌شود، به‌طوری‌که با تغییر زاویه محفظه از صفر به ۱۳۵ درجه گرادیان دما روی دیواره‌های کناری افزایش می‌یابد و در نهایت توزیع دما، با شیب بیشتری نمایان می‌شود.



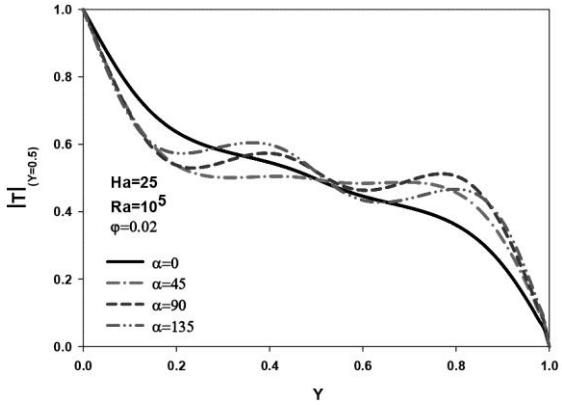
شکل ۴. خطوط جریان (چپ) و همدما (راست) در ۹۰، ۴۵، ۰=α و ۱۳۵ (به‌ترتیب از بالا به پایین)

در شکل ۷، نوسلت موضعی دیوار گرم برای تغییر زاویهٔ محفظهٔ از صفر به ۱۳۵ درجه رسم شده است. با توجه به توضیحات شکل ۴ و ۵ با تغییر زاویه محفظه از صفر به ۱۳۵ درجه مشاهده می‌شود که نوسلت موضعی برای α برابر با ۴۵ و ۱۳۵ درجه درمحدودهٔ زیادی بیشتر از نوسلت موضعی α صفر و ۹۰ درجه است، با توجه به مطالب بیان شده به نظر می‌رسد قرار دادن محفظه به‌طوری‌که با افق داری زاویه باشد در بهبود عملکرد انتقال حرارت کمک خواهد کرد، در جدول ۳ با مقایسهٔ اعداد نوسلت متوسط، ماکزیمم انتقال حرارت برای $\alpha = 135^{\circ}$ و مینیمم انتقال حرارت، برای $\alpha = 90^{\circ}$ صورت می‌پذیرد. در شکل ۸ خطوط هم‌دما و خطوط جریان در زاویه‌های متفاوت با هم مقایسه شده‌اند. برای این کار با چرخاندن شکل محفظه در زاویه‌های متفاوت و مطابقت دادن آن با هم از یک زاویه، به مقایسهٔ خطوط جریان و خطوط همدما پرداخته شده است. با توجه به شکل ۸، در تغییر زوایای محفظه از صفر به ۱۳۵ درجه در تمامی حالات خطوط جریان افزایش پیدا کرده و سرعت جریان درون محفظه افزایش پیداکرده است؛ زیرا در تمامی موارد جریان مربوط به خط چین فشرده‌تر از خط پر است. در مورد مقایسهٔ خطوط هم‌دما،

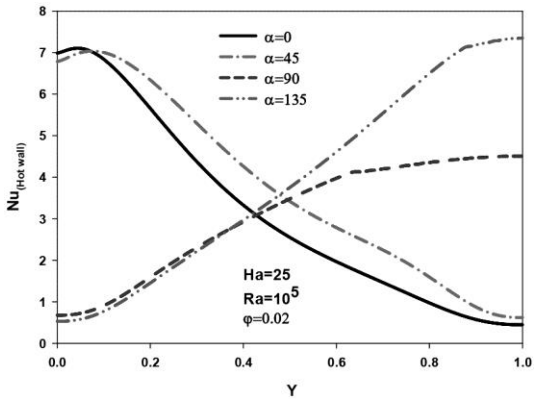
کم‌شدن شیب خطوط هم‌دما نسبت به افق، نشان از افزایش انتقال حرارت و در جایی‌که خطوط هم‌دما با شیب بیشتری نسبت به افق حرکت کرده است نشان کاهش انتقال حرارت دارد، با دقت در شکل ۸ الف مشاهده می‌شود که در تغییر زاویه محفظه از $\alpha = 0^{\circ}$ به $\alpha = 45^{\circ}$ خطوط هم‌دما به‌سمت افقی شدن میل کرده است و نشان از افزایش انتقال حرارت دارد، در شکل ۸ ب و در چرخش ۹۰ درجه‌ای محفظه خطوط هم‌دما تغییر شکل داده و حالت سینوسی پیدا کرده است و این باعث کم‌شدن انتقال حرارت شده است. برای سایر موارد نیز چنین تغییری حکمفرماست. میدان مغناطیسی به‌دلیل ایجاد نیروی لورنتز، تأثیر به‌سزایی در میدان جریان و به تبع آن میدان دما دارد. در ادامه به ازای مقادیر $\mathrm{Hm} = 0.7$ ، $\mathrm{Ra} = 10^5$ ، $\alpha = 0^{\circ}$ و $\varphi = 0.02$ و برای هارتمن‌های متفاوت در زوایای گوناگون به تأثیر عدد هارتمن بر میدان جریان و انتقال حرارت پرداخته شده است.



شکل ۵. پروفیل سرعت عمودی در راستای محور افقی و در $Y = 0.5$



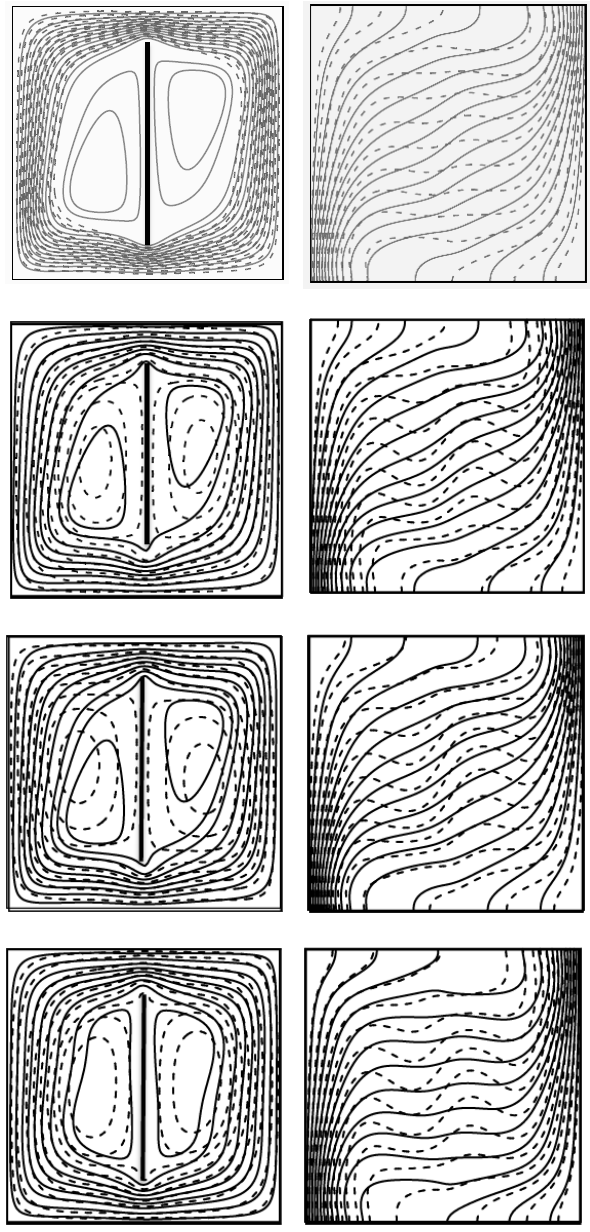
شکل ۶. تغییرات دمای بی بعد، در راستای محورافقی و در $Y = 0.5$



شکل ۷. نوسلت موضعی دیوار گرم برای تغییر زاویهٔ محفظه

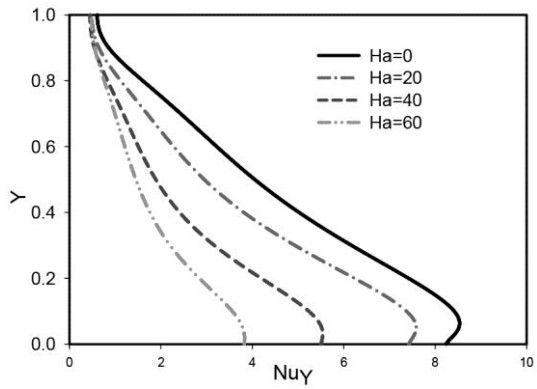
برای این‌منظور عدد هارتمن در بازهٔ $0 \le \mathrm{Ha} \le 75$ تغییر داده شده است. با دقت در داده‌های جدول ۴ مشاهده می‌شود که در یک α ثابت با افزاش عدد هارتمن، $\mathrm{Nu_m}$ همواره کاهش پیدا می‌کند. وجود میدان مغناطیسی سبب ایجاد نیروی لورنتز می‌شود که اثر آن به‌صورت جمله $(-\mathrm{Ha^2PrV})$ در معادلهٔ مومنتم در راستای Y ظاهر شده است. به این ترتیب وجود میدان مغناطیسی سبب کاهش سرعت و قدرت جابه‌جایی سیال می‌شود. در شکل ۹ نوسلت موضعی دیوارهٔ گرم در هارتمن‌های مختلف رسم شده است که باتوجه به توضیحات ارائه‌شده با افزایش هارتمن، نوسلت موضعی کاهش می‌یابد. باتوجه به شکل به ازای یک مقدار ثابت عدد هارتمن، نوسلت موضعی با افزایش Y کاهش می‌یابد. کاهش نوسلت موضعی با افزایش Y به این دلیل است که باتوجه به خطوط جریان و خطوط هم‌دما، گردابهٔ ساعتگرد اصلی داخل محفظه به‌گونه‌ای عمل می‌کند که در گوشهٔ پایینی سمت چپ محفظهٔ جریان به‌سمت دیوار گرم و در گوشهٔ بالایی سمت چپ جریان به‌سمت داخل محفظه است و به‌همین ترتیب خطوط هم‌دما در گوشهٔ پایینی متمرکز و در گوشهٔ بالایی از هم فاصله می‌گیرند. جدول ۴ مقادیر نوسلت متوسط را در هارتمن‌های

مختلف و برای زوایای متفاوت نشان می‌دهد که مطابق انتظار با افزایش هارتمن مقدار نوسلت متوسط کاهش می‌یابد. با توجه به جدول ۴ و شکل ۱۰ مشاهده می‌شود که در $\alpha = 0^{\circ}$ انتقال حرارت نسبت به $\alpha = 90^{\circ}$ بهتر صورت می‌گیرد، در نتیجه برای کاربردهایی که انتقال حرارت با سرعت بیشتر مورد نظر است، دیواره گرم به‌طور عمودی قرار می‌گیرد. برای محفظهٔ زاویه‌دار نسبت به افق، وقتی $Ha = 0$ است، قرار دادن محفظه به‌صورت $\alpha = 45^{\circ}$ در بهبود انتقال حرارت کمک خواهد کرد، اما با افزایش عدد هارتمن و در هارتمن‌های متوسط، شرایط به‌طور کلی عوض می‌شود و قرار دادن محفظه به‌صورتی که $\alpha = 135^{\circ}$ انتقال حرارت را تسریع می‌کند. در هارتمن‌های بالا شریط برای هر دو حالت 135°، $\alpha = 45^{\circ}$ تقریباً یکسان می‌باشد. مقایسهٔ تمامی حالت‌ها نشان می‌دهد که برای $Ha = 25,50$ بهترین حالت در تسریع انتقال حرارت در $\alpha = 135^{\circ}$ صورت می‌گیرد و برای $Ha = 0$ نیروی لورنتز وجود ندارد. همان‌طور که مشاهده شد، افزایش عدد هارتمن سبب افزایش نیروی لورنتز و یکی از عوامل کاهش جریان نانوسیال درون محفظه می‌باشد که در نتیجهٔ آن میزان انتقال حرارت، ناشی از جابه‌جایی کاهش پیدا می‌کند. عدد هارتمن را می‌توان از عوامل کنترل جریان و میزان انتقال حرارت دانست. از عوامل دیگر کنترل جریان درون محفظه، صفحهٔ میانی درون محفظه می‌باشد؛ زیرا طبق اصل عدم لغزش، سرعت نانوسیال درون محفظه روی صفحهٔ میانی به صفر می‌رسد، هرچه طول بی‌بعد صفحهٔ میانی بیشتر باشد، سرعت جریان درون محفظه بیشتر کاهش می‌یابد و میزان انتقال حرارت جابجایی کاهش می‌یابد، درنتیجه با تغییر ارتفاع صفحهٔ میانی همانند تغییر عدد هارتمن می‌توان جریان و میزان انتقال حرارت را کنترل کرد. در ادامهٔ کار و برای شرایط ثابت $Hm = 0.7$، $Ha = 25$ و $\varphi = 0.02$ با متغیر قرار دادن $0 \le \alpha \le 135$ و $10^3 \le Ra \le 10^5$ به بررسی تغییرات عدد ریلی پرداخته شده است. با توجه به جدول ۵ با افزایش عدد ریلی از $Ra = 10^3$ به $Ra = 10^5$ انتقال حرارت به‌شدت افزایش پیدا می‌کند، دلیل آن را می‌توان اینگونه بیان کرد که با افزایش عدد ریلی میزان اختلاف دما بین دیوارهٔ گرم و سرد افزایش پیدا می‌کند و در نتیجه سرعت نانوسیال درون محفظه افزایش می‌یابد که این خود سبب افزایش جابه‌جایی نانوسیال و میزان انتقال حرارت جابه‌جایی خواهد شد. با توجه به جدول ۶ و مقایسهٔ نمودار رسم‌شده در شکل ۱۱، که در آن نسبت جریان ماکزیمم به جریان ماکزیمم در $\alpha = 0^{\circ}$ بیان شده است، مشاهده می‌شود که ماکزیمم جریان در حالتی است که محفظه دارای زاویهٔ $\alpha = 135^{\circ}$ نسبت به افق باشد؛ زیرا با افزایش ریلی اختلاف دمای صفحهٔ گرم و سرد زیاد شده و عامل حرکت نانوسیال با قدرت بیشتری صورت می‌پذیرد. در شکل ۱۲ و جدول ۷ پارامتر $(Nu_m/Nu_{m(\alpha=0)})$ برحسب عدد ریلی آورده شده است.

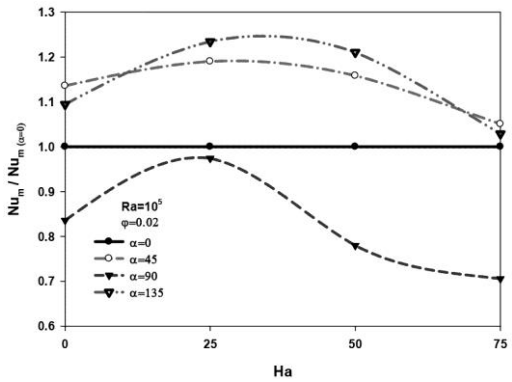


شکل ۸ مقایسهٔ خطوط جریان (چپ) و خطوط همدما (راست) برای $\alpha = 0$ خط پر و $\alpha = 90$ خط‌چین، $\alpha = 0$ خط پر و $\alpha = 135$ خط چین، $\alpha = 45$ خط پر و $\alpha = 90$ خط‌چین، $\alpha = 45$ خط پر و $\alpha = 135$ خط‌چین، $\alpha = 90$ خط پر و $\alpha = 135$ خط‌چین

مشاهده می‌شود که با تغییر α افزایش Ra در زاویه‌های متفاوت رفتارهای متفاوتی از خود نشان می‌دهد، این نسبت برای $Ra = 10^3, 10^4$ کاهش و برای $Ra = 10^5$ افزایش می‌یابد با توجه به شکل برای $Ra = 10^3, 10^4$ ماکزیمم انتقال حرارت به‌ترتیب در زاویه‌های صفر، ۴۵ و ۱۳۵ و سپس ۹۰ درجه اتفاق می‌افتد. این در حالی است که در $Ra = 10^5$ ماکزیمم انتقال حرارت در زاویهٔ ۱۳۵ صورت می‌پذیرد. از طرفی در یک زاویهٔ ثابت، با افزایش عدد ریلی، نسبت نوسلت متوسط ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. در واقع وقتی میدان مغناطیسی وجود داشته باشد، افزایش عدد ریلی از یک طرف سبب افزایش جابه‌جایی می‌شود و از طرف دیگر به‌دلیل وجود ترم $(-Ha^2 Pr\, V)$ در معادلهٔ مومنتوم Y، وقتی V افزایش یابد، تأثیر این جملهٔ منفی بیشتر می‌شود و سبب تضعیف جابه‌جایی در جهت V می‌گردد، لذا در محدوده‌ای که انتقال حرارت هدایتی مکانیزم غالب است $(Ra = 10^3, 10^4)$، افزایش ریلی سبب افزایش نوسلت متوسط و در محدوده‌ای که جابه‌جایی مکانیزم غالب است $(Ra = 10^5)$، افزایش ریلی سبب کاهش نوسلت متوسط می‌شود. دقت در اعداد جدول ۵ برای $\alpha = 90^\circ$ نشان می‌دهد که جریان در ریلی $Ra = 10^3, 10^4$ صفر است؛ زیرا وقتی که صفحهٔ گرم به‌صورت افقی قرار می‌گیرد، برای ایجاد جریان نانوسیال درون محفظه اختلاف دمای صفحهٔ گرم و سرد باید به مقدار خاصی برسد، در این حالت انتقال حرارت فقط از طریق هدایت صورت می‌گیرد و مقدار نوسلت بیان‌شده ناشی از هدایت می‌باشد، این در حالی است که وقتی صفحه‌های گرم و سرد به‌صورت زاویه‌دار نسبت به افق قرار گیرند با کمترین اختلاف دما جریان نانوسیال درون محفظه برقرار خواهد شد.



شکل ۹. نوسلت موضعی روی دیوار گرم در
$\alpha = 0^\circ Hm = 0.70, \varphi = 0.02, Ra = 10^5$



شکل ۱۰. تغییرات عدد ناسلت متوسط بی‌بعد شده
در مقابل عدد هارتمن در زوایای مختلف

جدول ۴. تغییرات نوسلت متوسط و تابع جریان ماکزیمم به ازای هارتمن‌های مختلف

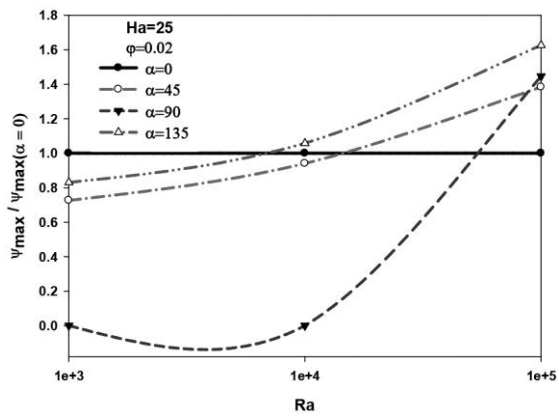
هارتمن		۷۵	۵۰	۲۵	صفر
عدد ناسلت	صفر	۱/۴۸۵۱۶	۲/۰۳۲۸۵	۳/۱۸۱۶۱	۳/۳۰۹۰۸
	۴۵	۱/۵۶۰۲۶	۲/۳۵۴۷۲	۳/۷۸۶۴۹	۴/۸۹۴۰۵
	۹۰	۱/۰۴۷۸۶	۱/۵۸۵۷۲	۳/۰۹۸۷۹	۳/۶۰۱۷۳
	۱۳۵	۱/۵۲۸۰۲	۲/۴۶۰۶۲	۳/۹۲۷۴۷	۴/۷۱۶۲۱
تابع جریان	صفر	۱/۶۴۲۳۳	۲/۷۷۳۵۳	۵/۰۴۹۹۹	۸/۳۰۸۸۸
	۴۵	۱/۸۵۸۸۲	۳/۵۷۰۴۱	۶/۹۸۶۹۷	۱۲/۴۳۷۵۴
	۹۰	۰/۰۰۰	۲/۳۹۱۶۰	۷/۳۰۳۵۵	۱۲/۰۲۶۸۵
	۱۳۵	۲/۰۲۳۴۰	۴/۱۴۱۸۹	۸/۲۱۲۱۳	۱۲/۴۵۵۰۲

چون تغییر نسبت حجمی نانوذرات باعث تغییر خواص ترموفیزیکی نانوسیال مطابق با روابط ۱۳ تا ۱۷ می‌شود، موجب تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر میدان جریان و انتقال حرارت نانوسیال درون محفظه می‌گردد. در این قسمت اثر تغییرات φ و تغییر زاویه محفظه به‌طور همزمان بررسی شده است. برای این کار پارامترهای ثابت را به‌صورت $Hm = 0.7$ ، $Ha = 25$ و برای

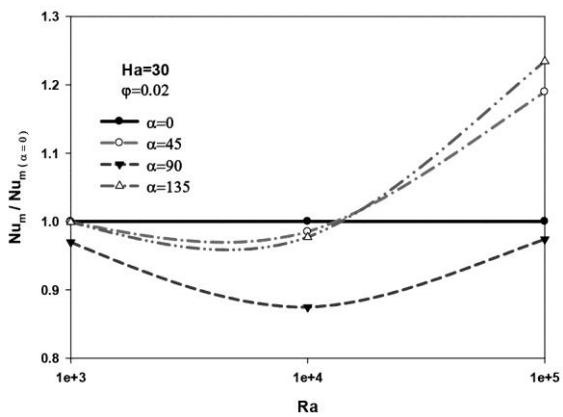
$Ra = 10^4, 10^5$، $0 \le \alpha \le 135$ و $0.00 \le \varphi \le 0.06$ در نظر گرفته می شود. در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود که با افزایش درصد حجمی برای هر دو حالت، $Ra = 10^4, 10^5$، $|\Psi|_{max}$ کاهش پیدا می‌کند، زیرا با افزایش φ به‌دلیل افزایش ویسکوزیته، $|\Psi|_{max}$ کم می‌شود. با دقت در رابطه‌های ۱۳ و ۱۸ متوجه می‌شویم که افزایش φ باعث افزایش ρ_{nf} و μ_{nf} می‌شود، از طرفی طبق رابطه‌های ۲ و ۳ سرعت U, V با μ_{nf} رابطهٔ مستقیم و با ρ_{nf} رابطهٔ معکوس دارد، در این مورد خاص و با پارامترهای ثابت در نظر گرفته شده افزایش ویسکوزیته سبب کاهش $|\Psi|_{max}$ شده است در حالی که حالت عکس نیز امکان پذیر است.

جدول ۵. تغییرات نوسلت متوسط و تابع جریان ماکزیمم به ازای ریلی‌های مختلف

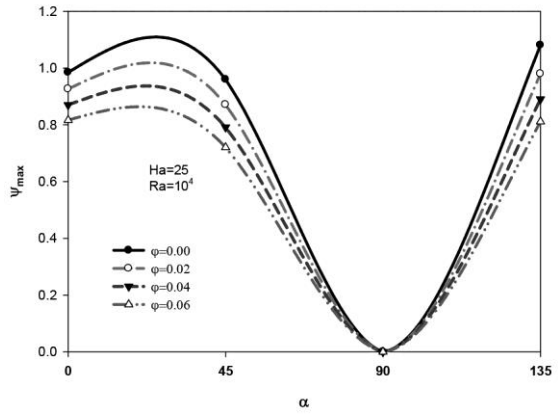
رایلی	–	10^5	10^4	10^3
عدد ناسلت	صفر	۱/۱۸۱۶۱	۱/۱۹۸۱۱	۱/۰۴۹۶۳
	۴۵	۳/۷۸۶۴۹	۱/۱۸۰۱۴	۱/۰۴۸۷۹
	۹۰	۳/۰۹۸۷۹	۱/۰۴۷۸۶	۱/۰۴۷۸۶
	۱۳۵	۳/۹۲۷۴۷	۱/۱۷۰۵۴	۱/۰۴۸۷۱
تابع جریان	صفر	۵/۰۴۹۹۹	۰/۹۲۶۱۷	۰/۰۹۵۴۲
	۴۵	۶/۹۸۷۹۷	۰/۸۷۰۹۴	۰/۰۶۹۲۸
	۹۰	۷/۳۰۳۵	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰
	۱۳۵	۸/۲۱۲۱۳	۰/۹۷۹۶۹	۰/۰۷۹۲۸

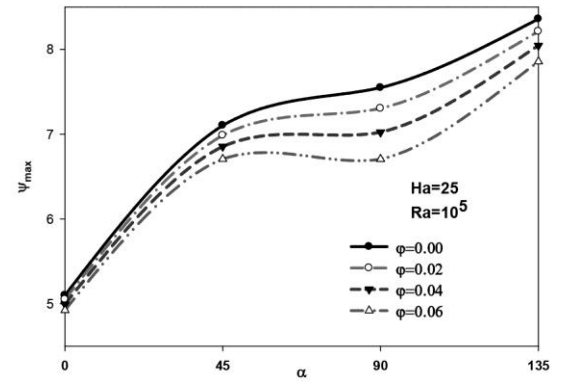


شکل ۱۱. تغییرات تابع جریان حداکثر بدون بعد در مقابل عدد رایلی در زوایای مختلف قرارگیری



شکل ۱۲. تغییرات عدد ناسلت متوسط بی بعد شده در مقابل عدد رایلی در زوایای مختلف قرارگیری





شکل ۱۳. تغییرات تابع جریان حداکثر در زوایای دلخواه برای کسرهای مختلف حجمی نانوذرات

حداکثر مقدار $|\Psi|_{max}$ برای $\alpha = 135^{\circ}$ ایجاد می‌شود. در جدول ۸، Nu_m بیان شده است. با توجه به جدول ۸ مشاهده می‌شود که برای $Ra = 10^4$ در تمامی موارد افزایش درصد حجمی به بهبود انتقال حرارت کمک می‌کند، اما برای $Ra = 10^5$ شرایط متفاوتی ایجاد می‌شود، در $\alpha = 0^{\circ}, 45^{\circ}, 135^{\circ}$ با افزایش درصد حجمی Nu_m کاهش و برای $\alpha = 90^{\circ}$ افزایش Nu_m را داریم. در شکل ۱۴، $Nu_m/Nu_{m\,(\alpha=0.00)}$ برای درصد حجمی‌های مختلف به‌طور همزمان رسم شده است. در $Ra = 10^4$ با چرخش محفظه از $\alpha = 0^{\circ}$ تا $\alpha = 135^{\circ}$ در تمامی حالات انتقال حرارت کاهش یافته است $\left(\left(Nu_m/Nu_{m\,(\alpha=0.00)}\right) \leq 1.0\right)$.

نسبت $Nu_m/Nu_{m\,(\alpha=0.00)}$ با افزایش درصد حجمی نانوذرات برای $\alpha = 45^{\circ}, 135^{\circ}$ شیب منفی دارد به این معنا که با افزایش درصد حجمی نانوذرات، $Nu_m/Nu_{m\,(\alpha=0.00)}$ افزایش و در $\alpha = 90^{\circ}$ حالت عکس صورت می‌گیرد و با افزایش درصد حجمی نانوذرات $Nu_m/Nu_{m\,(\alpha=0.00)}$ کاهش می‌یابد.

جدول ۶. نسبت تابع جریان ماکزیمم به جریان ماکزیمم $\omega_{Max}/\omega_{Max(\alpha=0^{\circ})}$ در $\alpha = 0^{\circ}$ در زوایای و عددهای رایلی مختلف

رایلی	$۱۰^۵$	$۱۰^۴$	$۱۰^۳$
صفر	۱	۱	۱
۴۵	۱/۳۸۳۶	۰/۹۴۰۴	۰/۷۲۶۱
۹۰	۱/۴۴۶۳	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
۱۳۵	۱/۶۲۶۲	۱/۰۵۷۸	۰/۸۳۰۹

جدول ۷. نسبت نوسلت متوسط به نوسلت متوسط در $\alpha = 0^{\circ}$ $(Nu_m/Nu_{m(\alpha=0^{\circ})})$ در زوایا و عددهای رایلی مختلف

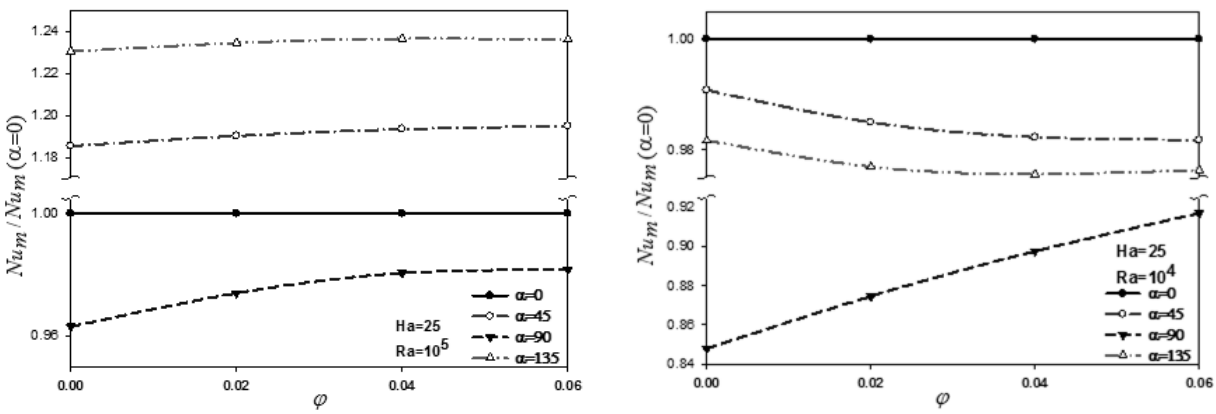
رایلی	$۱۰^۵$	$۱۰^۴$	$۱۰^۳$
صفر	۱	۱	۱
۴۵	۱/۱۸۹۶	۰/۹۸۵۰	۰/۹۹۹۲
۹۰	۱/۹۷۴۰	۰/۸۷۴۶	۰/۹۶۹۷
۱۳۵	۱/۲۳۴۴	۰/۹۷۷۰	۰/۹۹۹۱

جدول ۸. تغییرات عدد ناسلت متوسط برای کسرهای مختلف حجمی نانوذرات در زوایای مختلف و عددهای رایلی $۱۰^۴$ و $۱۰^۵$

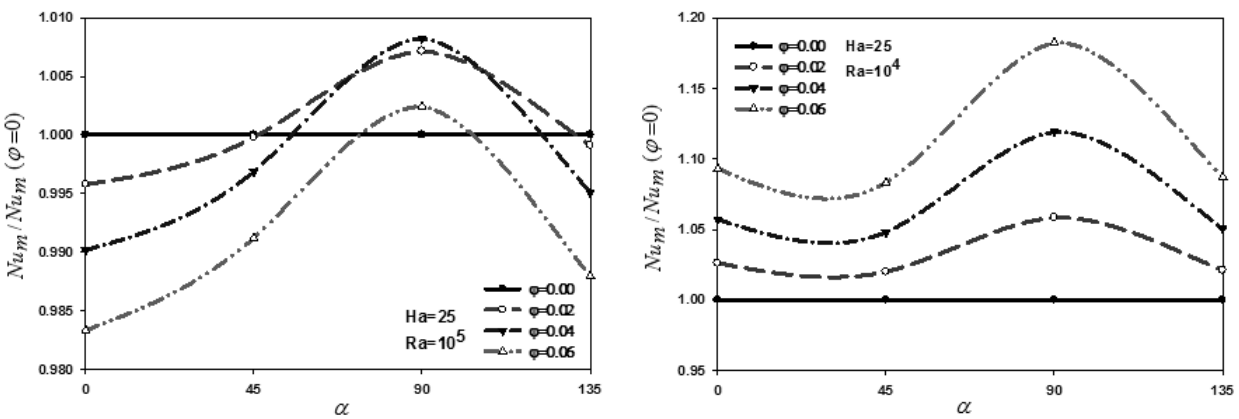
	ناسلت متوسط	۰/۰۶	۰/۰۴	۰/۰۲	۰/۰۰
$۱۰^۴$	صفر	۱/۲۷۶۴۳	۱/۲۳۴۳۷	۱/۱۹۸۱۱	۱/۱۶۷۷۹
	۴۵	۱/۲۵۳۱۹	۱/۲۱۲۵۳	۱/۱۸۰۱۴	۱/۱۵۷۰۷
	۹۰	۱/۱۷۰۶۰	۱/۱۰۸۰۱	۱/۰۴۷۸۶	۰/۹۹۰۰۰
	۱۳۵	۱/۲۴۶۲۹	۱/۲۰۴۲۳۶	۱/۱۷۰۵۴	۱/۱۴۶۴۴
$۱۰^۵$	صفر	۳/۱۴۱۸۵	۳/۱۶۳۶۹	۳/۱۸۱۶۱	۳/۱۹۵۱۰
	۴۵	۳/۷۵۳۹۷	۳/۷۷۵۴۸	۳/۷۸۶۴۹	۳/۷۸۷۲۴
	۹۰	۳/۰۸۴۴۵	۳/۱۰۲۱۹	۳/۰۹۸۷۹	۳/۷۶۸۰
	۱۳۵	۳/۸۸۳۵۹	۳/۹۱۱۶۹	۳/۹۲۷۴۷	۳/۹۳۰۹۶

در $Ra = 10^5$ با چرخش محفظه از $\alpha = 0^{\circ}$ به $\alpha = 45^{\circ}, 135^{\circ}$ انتقال حرارت افزایش یافته است $\left(\left(Nu_m/Nu_{m\,(\alpha=0.00)}\right) \geq 1.0\right)$ درحالی که در $\alpha = 90^{\circ}$ انتقال حرارت کاهش پیدا کرده است. با چرخش محفظه از $\alpha = 0^{\circ}$ به $\alpha = 45^{\circ}, 135^{\circ}$ با افزایش درصد حجمی نانوذرات، $Nu_m/Nu_{m\,(\alpha=0.00)}$ افزایش پیدا کرده است و در $\alpha = 90^{\circ}$ با

افزایش درصد حجمی نانوذرات $Nu_m/Nu_{m\,(\alpha=0.00)}$، به‌سمت هم‌اندازه شدن با انتقال حرارت در $\alpha = 0^\circ$ میل می‌کند. در شکل ۱۵، $Nu_m/Nu_{m\,(\varphi=0.00)}$ در زاویه‌های مختلف رسم شده است. با توجه به شکل در $Ra = 10^4$ با افزایش درصد حجمی نانوذرات انتقال حرارت افزایش یافته است این در حالی است که در $Ra = 10^5$ فقط در $\alpha = 90^\circ$ با افزایش درصد حجمی نانوذرات انتقال حرارت افزایش یافته است و در سایر موارد انتقال حرارت کاهش می‌یابد. انتقال حرارت از سه روش هدایت، جابه‌جایی و تشعشع صورت می‌پذیرد، چون تأثیر تشعشع قابل چشم‌پوشی است، در نتیجه انتقال حرارت از طریق هدایت و جابه‌جایی صورت می‌پذیرد. با توجه به معادلهٔ مومنتم نقش جمله $\left(\frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}\beta_f}\right) Ra Pr\theta \cos\alpha$ و $\frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}\beta_f} Ra Pr\theta \sin\alpha$ خیلی حائز اهمیت است؛ زیرا با عدد ریلی رابطهٔ مستقیم و با چگالی نانوسیال رابطهٔ عکس دارد. افزایش φ چگالی نانوسیال را افزایش می‌دهد که در نتیجهٔ آن جابه‌جایی کاهش پیدا می‌کند از طرفی باعث افزایش هدایت می‌شود. در یک زاویهٔ ثابت و در ریلی‌های کوچک، با افزایش φ، هدایت افزایش و جابه‌جایی کاهش پیدا می‌کند، جریان هدایت در تمام محفظه حاکم است در نتیجهٔ آن نوسلت موضعی و درپی آن نوسلت متوسط افزایش می‌یابد، در ریلی $Ra = 10^5$، هدایت مکانیزم غالب نیست بنابراین با افزایش φ نوسلت موضعی عموماً کاهش یافته و نوسلت متوسط نیز کاهش یافته است. با چرخش محفظه، معادلهٔ مومنتم با $\sin\alpha$ و $\cos\alpha$ تغییر می‌کند، از طرفی افزایش φ جابه‌جایی را کاهش و هدایت را افزایش می‌دهد، در زاویهٔ $\alpha = 0^\circ$ معادلهٔ مومنتم در جهت X جملهٔ $\frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}\beta_f} Ra Pr\theta \sin\alpha$ بی‌تأثیر می‌شود و در $\alpha = 90^\circ$ معادلهٔ مومنتم در جهت Y جملهٔ $\left(\frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}\beta_f}\right) Ra Pr\theta \cos\alpha$ بی‌تأثیر می‌شود، در سایر موارد هر دو جمله اثرگذار می‌باشند، که بیشترین تأثیر با افزایش و چرخش محفظه در زاویهٔ خود را نشان می‌دهد.



شکل ۱۴. تغییرات عدد ناسلت میانگین در زوایای دلخواه برای کسرهای مختلف حجمی نانوذرات



شکل ۱۵. تغییرات عدد ناسلت متوسط بی‌بعد شده در زوایای مختلف برای کسرهای حجمی نانوذرات

۸. نتیجه‌گیری

دراین بررسی، به جریان جابه‌جایی آزاد درون یک محفظه با یک مانع در وسط محفظه به روش عددی پرداخته شد. نتایج به‌دست آمده را می‌توان به‌صورت زیر جمع‌بندی کرد. در تغییر زاویهٔ محفظه و برای $Ra = 10^5$، ماکزیمم انتقال حرارت درون محفظه‌های مربعی درحالتی صورت می‌پذیرد که صفحهٔ گرم با افق دارای زاویهٔ ۴۵ درجه ($\alpha = 135^{\circ}$) باشد. باتوجه به حجم و کاربرد محفظه در صورتی که امکان قراردادن محفظه با زاویهٔ دلخواه وجود نداشته باشد، برای عملکرد بهتر در انتقال حرارت، بهترین حالت در تسریع انتقال حرارت وقتی صورت می‌پذیرد که صفحهٔ آدیاباتیک با افق دارای زاویهٔ صفر باشد. در حالتی‌که محفظهٔ تحت میدان مغناطیسی نباشد، بیشرین انتقال حرارت حالت وقتی است که صفحهٔ آدیاباتیک با افق زاویهٔ ۴۵ دارد، اما وقتی نانوسیال درون محفظه تحت میدان مغناطیسی باشد، بهترین حالت انتقال حرارت در زاویهٔ محفظهٔ ۱۳۵ صورت می‌پذیرد. در هارتمن‌های بالا، انتقال حرارت برای هر دو حالت ۴۵ و ۱۳۵ درجه تقریباً یکسان می‌باشد و تفاوتی چندانی مشاهده نمی‌شود، این در حالی است که برای زوایای صفر و ۹۰ درجه چنین اتفاقی صورت نمی‌گیرد و همواره با افزایش هارتمن صفحهٔ گرم عمودی عملکرد بهتری در انتقال حرارت نسبت به صفحهٔ آدیاباتیک عمودی دارد. هرچه طول بی‌بعد صفحهٔ میانی بیشتر باشد، سرعت جریان درون محفظه و انتقال حرارت جابه‌جایی کاهش می‌یابد. لذا با تغییر ارتفاع صفحهٔ میانی همانند تغییر عدد هارتمن می‌توان جریان و میزان انتقال حرارت را کنترل کرد. افزودن نانوذرات به آب و افزایش نسبت حجمی نانوذرات، در ریلی‌های متفاوت رفتار یکسانی را نشان نمی‌دهد، در ریلی‌های پایین مکانیزم غالب انتقال حرارت، انتقال حرارت هدایت می‌باشد که در آن با افزایش نسبت حجمی و افزایش میزان ضریب هدایت حرارتی انتقال حرارت افزایش می‌یابد. با افزایش ریلی انتقال حرارت جابه‌جایی تأثیر خود را نمایان می‌کند و با افزایش نسبت حجمی به‌علت افزایش لزجت و کاهش سرعت نانوسیال و ضعیف شدن جریان، انتقال حرارت جابه‌جایی کاهش می‌یابد، در حالی‌که هدایت افزایش پیدا کرده و میزان انتقال حرارت کاهش می‌یابد.

فهرست علائم

$\vec{B}$	میدان مغناطیسی
c_p	ظرفیت گرمایی ویژه ($Jkg^{-1}K^{-1}$)
g	شتاب جاذبه (ms^{-2})
H	ارتفاع بدون بعد صفحه
Ha	عدد بدون بعد هارتمن
Hm	ارتفاع صفحهٔ میانی (m)
J	پارامتر گرمایش ژول
K	ضریب هدایت حرارتی
L	طول بدون بعد صفحه
Nu	عدد نوسلت
Pr	عدد پرانتل
Ra	عدد بدون بعد ریلی
S	ترم چشمه
T	دمای دیواره (K)
u	سرعت افقی(ms^{-1})
U	سرعت افقی بدون بعد
v	سرعت عمودی(ms^{-1})
V	سرعت عمودی بدون بعد
x	فاصله افقی از مبدا مختصات (m)
X	فاصله افقی بدون بعد از مبدا مختصات (m)
y	فاصله عمودی از مبدا مختصات (m)
Y	فاصله عمودی بدون بعد از مبدا مختصات (m)

علائم یونانی

α	زوایه محفظه با افق (m^2s^{-1})
α_p	ضریب رهایی فشار
β	ضریب انبساط گرمایی (K^{-1})
φ	درصد حجمی‌نانوسیال
μ_0	نفوذ پذیری
μ	لزجت دینامیکی ($kgm^{-1}s^{-1}$)
θ	دمای بدون بعد
ϑ	لزجت سینامتیکی (m^2s^{-1})
ρ°	چگالی در زمان اولیه (kgm^{-3})
ρ	چگالی (kgm^{-3})
σ	ضریب هدایت الکتریکی

زیرنویس‌ها

c	دیوارهٔ سرد
f	خواص مربوط به سیال
h	دیوارهٔ گرم
nf	خواص مربوط به نانو سیال
P	خواص مربوط به نانوذرات

۹. مآخذ

[1] S. Sadeghi, B. Ghasemi, Mixed Convection Heat Transfer of Nanofluids in an Inclined Channel Under Magnetic Field, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 7, pp. 18-31, 2018 (in Persian)

[2] G. Kefayati, M. Gorji, H. Sajjadi, D. D. Ganji, Investigation of Prandtl number effect on natural convection MHD in an open cavity by Lattice Boltzmann Method, *Engineering Computations*, Vol. 30, No. 1, pp. 97-116, 2012.

[3] Y. Li, J. Zhou, S.Tung, E. Schneider E, S. Xi, A review on development of nanofluid preparation and characterization, *Journal of Powder Technology*, Vol. 196, No. 2, pp. 89-101, 2009

[4] A. Shahriari, Effect of magnetic field on natural convection heat transfer of nanofluid in wavy cavity with non-uniform temperature distribution, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 4, pp. 29-40, 2017. (in Persian)

[5] M. Raihani, A. Abedin, A. Ebrahimi, Study the Properties of Performance and Sustainability of Nanofluids and ferrofluids, *Journal of ISME*, , Vol. 26, No. 116, pp. 51-65, 2017 (in Persian).

[6] H. Fazeli, P. Rahim mashaei, M. Shahryari, S. Madan, Investigation & simulation of Nanoparticle application in satellite equipment cooling; simultaneous use of Nano fluid and a heat pipe with three evaporators, *Journal of Aerospace Knowledge and Technology*, Vol. 6, No. 2, pp. 41-54 Summer 2017. (in Persian)

[7] Z. H. Liu, Y. Y. Li, A new frontier of nanofluid research-application of nanofluids in heat pipes, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, pp. 6786-6797, 2012.

[8] T. Saitoh, K. Hirose, High-accuracy benchmark solutions to natural convection in a square cavity, *Journal of Computational Mechanics*, Vol. 13, No. 4, pp.417-427, 1989.

[9] G. De Vahl Davis, Natural convection of air in a square cavity :a Benchmark solution, *International Journal for numerical methods in fluids*, Vol. 3, No. 3, pp. 249-264, 1983.

[10] Q. H. Deng, G. F. Tang, Y. A. Li, combined temperature scale for analyzing natural convection in rectangular enclosures with discrete wall heat sources, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 45, No. 16, pp.3437-3446, 2002.

[11] H. F. Oztop, E. Abu-Nada, Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids, *International journal of heat and fluid flow*, Vol. 29, No. 5, pp. 1326–1336, 2008.

[12] M.S. Krakov, I.V. Nikiforov, To the influence of uniform magnetic field on thermomagnetic convection in square cavity, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 252, pp. 209–211, 2002.

[13] T. Jue, Analysis of combined thermal and magnetic convection ferrofluid flow in a cavity, *International communications in heat and mass transfer*, Vol. 33, No. 7, pp. 846–852, 2006.

[14] H. L. G. Couto, N. B. Marcelino, F. R. Cunha, A study on magnetic convection in a narrow rectangular cavity, *Journal of Magnetohydrodynamics*, Vol 43, No. 4, pp. 421-428, 2007.

[15] N. C. Markatos, K. A. Pericleous, Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 27, No. 5, pp. 772-775, 1984.

[16] M. A. Teamah, Numerical simulation of double diffusive natural convection in rectangular enclosure in the presences of magnetic field and heat source, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 47, No.3, pp. 237-248, 2008.

[17] S. Sivasankaran, C. J. Ho, Effect of temperature dependent properties on MHD convection of water near its density maximum in a square cavity, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 47, No. 9, pp. 1184-1194, 2008.

[18] B. Ghasemi, S.M. Aminossadati, A. Raisi, Magnetic field effect on natural convection in a nanofluid-filled square enclosure, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, No. 9, pp. 1748-1756, 2011.

[19] M. Pirmohammadi, M. Ghassemi, Effect of magnetic field on convection heat transfer inside a tilted square enclosur, *International*

Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 36, No. 7, pp. 776–780, 2009.

پی‌نوشت

1. MHD