

مدل تحلیلی برای پیش‌بینی توزیع تنش در کامپوزیت‌های لاستیکی تقویت شده با الیاف آرامید با در نظر گرفتن فاز واسط

محمد حسن زارع^۱، مهدی مندعلی^۲

۱ دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مکانیک، برق و کامپیوتر، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران
۲ استادیار، گروه مهندسی هوا فضا، دانشکده فنی و مهندسی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. mondali@srbiau.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۷/۰۸/۰۵

تاریخ پذیرش: ۹۹/۰۲/۰۲

چکیده

این مقاله با استفاده از مدل سه فازی میکرومکانیک با تقویت‌کننده کوتاه و فاز واسط، به تحلیل تنش در کامپوزیت‌های لاستیکی تقویت شده با الیاف آرامید می‌پردازد. با توجه به اهمیت فاز واسط در این نوع کامپوزیت‌ها از مدل اصلاح شده عقب افتادگی برشی و تکنیک تقویت‌کننده مجازی به منظور بررسی مکانیزم انتقال بار و توزیع تنش استفاده شده است. نتایج به‌دست آمده از مدل تحلیلی بیانگر این است که حداکثر تنش کششی در مرکز الیاف وجود دارد در حالی که تنش برشی میان رویه در انتهای الیاف به بیشترین مقدار خود می‌رسد. در این مدل خواص مکانیکی فاز واسط نظیر مدول الاستیک با متوسط‌گیری از خواص مکانیکی متغیر شعاعی حاصل می‌گردد. اثرات نسبت مدول، نسبت منطری، ضخامت و مدول الاستیک فاز واسط بر توزیع تنش محوری و برشی مورد بررسی قرار گرفته است. اهمیت این کار در مقایسه با مدل‌های ارائه شده قبلی این است که با استفاده از تکنیک تقویت‌کننده مجازی برای مدل میکرومکانیک سه فازی با الیاف کوتاه می‌توان با تعیین توزیع تنش در ناحیه زمینه به خواص مکانیکی کامپوزیت دست یافت. همچنین با مدلسازی المان محدود مدل سه فازی میکرومکانیک به صورت تمام پیوسته و مقایسه نتایج حاصل با نتایج مدل تحلیلی، سازگاری و تطابق خوبی مشاهده می‌شود.

واژگان کلیدی

تکنیک تقویت‌کننده مجازی، فاز واسط، کامپوزیت لاستیکی، انتقال تنش، کامپوزیت با تقویت‌کننده کوتاه

۱. مقدمه

پتروشیمی و غیره استفاده می‌شوند [۱، ۲]. قرار گرفتن الیاف و یا نفوذ ذرات در زمینه لاستیکی می‌تواند در بهبود استحکام، مقاومت

مطالعات نشان می‌دهد که کامپوزیت‌های لاستیکی تقویت شده با الیاف آرامید^۱ به طور گسترده‌ای در صنایع مختلف نظیر نفت و

در برابر خستگی و همچنین مقاومت در برابر خوردگی بسیار مؤثر باشد. بکارگیری این نوع کامپوزیت‌ها در دهه‌های اخیر در کاربردهای مهندسی تأییدی بر عملکرد رضایت بخش آنها بوده است [۳، ۴]. از آنجائی که بحث جدایش سطحی^۲ در این نوع کامپوزیت‌ها یک مسأله بسیار مهم بوده که منجر به آسیب جدی می‌گردد از این رو تلاش در جهت بهبود استحکام میان رویه^۳ ضروری است. به طور کلی کاهش تنش برشی میان رویه در انتهای الیاف می‌تواند از جدایش بین دو فاز جلوگیری کند. بررسی اثر خواص میان رویه بر رفتار گسیختگی کامپوزیت لاستیکی تقویت شده با الیاف کوتاه توسط زهانگ و همکارانش انجام گرفت [۵]. معروفترین مدل تشریح مکانیزم انتقال بار از زمینه به تقویت کننده در کامپوزیت‌ها، مدل عقب افتادگی برشی^۴ است که نخستین بار توسط کاکس مطرح گشت [۶]. در این تئوری بار اعمال شده به زمینه مستقیماً به تقویت‌کننده وارد نشده بلکه به وسیله زمینه از طریق سطوح انتهایی و جداره استوانه‌ای تقویت کننده به آن اعمال می‌گردد. امتیاز بسیار مهم مدل عقب افتادگی برشی در مقایسه با دیگر مدل‌ها نظیر مدل تسای [۷، ۸] و مدل اشبی [۹، ۱۰]، توانایی آن در توصیف چگونگی انتقال بار از زمینه به تقویت‌کننده می‌باشد. لذا به دلیل ویژگی‌های منحصر بفرد این مدل، محققان زیادی سعی در بر طرف کردن نقایص مدل عقب افتادگی برشی داشته‌اند [۱۱، ۱۲]. از جمله نقایص این مدل، حدس خطی بودن یا ثابت بودن تابع تنش برشی میان رویه می‌باشد که دور از واقعیت است [۱۳، ۱۴]. ایده‌ای که این تئوری را از وضعیت بحرانی خارج و به یک تئوری کارآمد تبدیل نمود، نخستین بار توسط سوئه [۱۵، ۱۶] ارائه گردید. این ایده که به عنوان تکنیک تقویت‌کننده مجازی^۵ شناخته شد توانست بسیاری از مشکلات تئوری عقب افتادگی برشی را به طور قابل قبول حل نماید به گونه‌ای که دیگر نیاز به حدس توابع تنش برشی یا تنش در انتهای تقویت‌کننده نیست و می‌توان این توابع را با دقت بسیار خوبی محاسبه نمود [۱۷]. همچنین سوئه [۱۸] با استفاده از تئوری عقب افتادگی برشی و تکنیک تقویت‌کننده مجازی مدول الاستیک کامپوزیت‌های با تقویت‌کننده کوتاه را به‌دست آورد که سازگاری بسیار خوبی با نتایج المان محدود داشت. گا^۶ [۱۹] برای به‌دست آوردن مدول الاستیک کامپوزیت‌های تقویت شده با نانو لوله از این تکنیک استفاده نمود و نتایج بسیار جالبی به‌دست آورد.

در میان عوامل تأثیر گذار بر خواص مکانیکی کامپوزیت‌ها، ناحیه فاز واسط^۶ به عنوان یکی از اجزای مهم تأثیر بسیار زیادی بر عملکرد کامپوزیت دارد [۲۰]. در طی فرآیند ساخت کامپوزیت، فعل و انفعالات شیمیایی و فیزیکی بین تقویت‌کننده و زمینه، فاز واسط را تشکیل می‌دهد که در بردارنده فصل مشترک زمینه و تقویت‌کننده می‌باشد. ناحیه فاز واسط به عنوان یک منطقه میانی که الیاف تقویت‌کننده و زمینه را به هم ارتباط می‌دهد، نقش مهمی در انتقال تنش بین تقویت‌کننده و زمینه دارد. مطالعات زیادی در مورد اثر ناحیه فاز واسط به ویژه در مواد نانوکامپوزیت تقویت شده با نانولوله انجام گرفته [۲۱]، به گونه‌ای که برای مدلسازی این ناحیه از المان‌های فنر غیرخطی جهت مدل کردن نیروهای واندروالس بین نانولوله و پلیمر به روش المان محدود استفاده گردیده است که این مدلسازی را پیچیده و زمان بر می‌کند [۲۲، ۲۳]. یوان با استفاده از مدل المان محدود اثر ناحیه فاز واسط را بر استحکام برشی کامپوزیت بررسی نمود [۲۴]. همچنین تأثیر ناحیه فاز واسط بر رفتار استحکام بخشی کامپوزیت زمینه فلزی تقویت شده با ذره توسط زهانگ بررسی گردید. نتایج عددی بیانگر این است که ناحیه فاز واسط نرم و سخت به ترتیب منجر به کاهش و افزایش استحکام کامپوزیت می‌گردد [۲۵]. مدل‌های تحلیلی بر مبنای تئوری عقب افتادگی برشی به ویژه در حالت الیاف کوتاه، بدون در نظر گرفتن فاز واسط صورت گرفته است [۱۹، ۲۶]. در میان روش‌های تحلیلی توسعه یافته به منظور تحلیل تنش در کامپوزیت‌های تقویت شده با الیاف کوتاه، تکنیک تقویت‌کننده مجازی پیشنهاد شده است. در این روش تک سلول^۷ در امتداد طول مدل به دو ناحیه مجزا تقسیم می‌شود. ناحیه ۱ شامل الیاف و زمینه و ناحیه ۲ که تماماً از جنس زمینه می‌باشد. نخست میدان تنش در ناحیه ۱ و بدون در نظر گرفتن ناحیه ۲ تعیین می‌گردد. سپس روابط به‌دست آمده برای میدان تنش در ناحیه ۱ را می‌توان برای ناحیه ۲ نیز بکار برد به شرط آنکه خواص مکانیکی الیاف با خواص زمینه جایگزین شود. در حقیقت با توجه به اینکه ناحیه‌ای از زمینه که در امتداد الیاف قرار دارد، الیاف مجازی نامیده می‌شود، لذا این روش به تکنیک تقویت‌کننده مجازی معروف است. بنابراین نوآوری مدل ارائه شده در این مقاله، استفاده از تکنیک تقویت‌کننده مجازی در مدل سه فازی به منظور تحلیل تنش در کامپوزیت‌های تقویت شده با الیاف کوتاه و با در نظر گرفتن فاز واسط می‌باشد که تاکنون توسط محققان

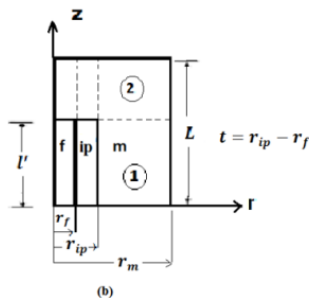
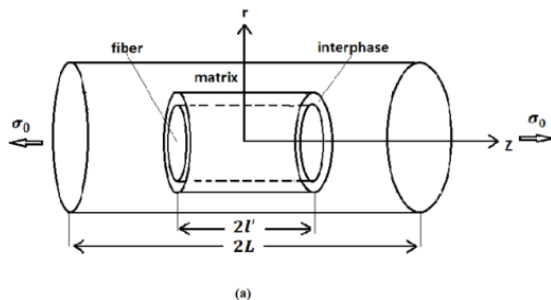
مجازی با خواص زمینه فرض می‌گردد [۲۸، ۲۹]. با اعمال شرایط مرزی مانند برابری تنش‌های محوری و برشی در انتهای ناحیه واقعی و ابتدای ناحیه مجازی می‌توان ثابت‌های بوجود آمده از حل هر ناحیه را به دست آورد و سپس توابع تنش برشی و محوری مربوط به تک سلول را تعیین نمود.

۲-۲. معادلات حاکم

برای هندسه متقارن مورد نظر در سیستم مختصات استوانه‌ای، معادلات تعادل بین تنش‌های برشی و محوری به صورت روابط ۱ و ۲ بیان می‌شوند [۳۰، ۳۱].

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0 \quad (2)$$



شکل ۱. a- مدل سه فازی المان حجم نمونه کامپوزیت تقویت شده با الیاف کوتاه b- مدل تک سلول

معادلات ۳ تا ۶ بیانگر روابط بین کرنش‌ها و جابجایی‌ها می‌باشند [۲۸].

$$\epsilon_{rr} = \frac{\partial u}{\partial r} \quad (3)$$

$$\epsilon_{\theta\theta} = \frac{u}{r} \quad (4)$$

$$\epsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (5)$$

$$\gamma_{rz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \quad (6)$$

معادلات ساختاری مورد استفاده در سیستم مختصات استوانه‌ای به فرم روابط ۷ تا ۱۰ هستند [۳۰، ۳۱].

دیگر گزارش نشده است. از این رو هدف، تحلیل میکرومکانیکی کامپوزیت تقویت شده با الیاف کوتاه با در نظر گرفتن ناحیه فاز واسط با استفاده از مدل اصلاح شده عقب افتادگی برشی و تکنیک تقویت‌کننده مجازی است. بنابراین همه مؤلفه‌های تنش، شامل تنش‌های برشی و محوری الیاف، زمینه و فاز واسط به صورت توابعی از جهات محوری و شعاعی به دست می‌آیند. به منظور لحاظ کردن اثر فاز واسط غیر همگن، خواص فاز واسط نظیر مدول الاستیک در راستای شعاع تک سلول تغییر می‌یابد. به منظور اعتبار سنجی مدل ارائه شده، مطالعه موردی بر روی کامپوزیت لاستیکی تقویت شده با الیاف آرامید انجام می‌گیرد. لذا تحلیل تنش در کامپوزیت تقویت شده با الیاف کوتاه با در نظر گرفتن فاز واسط و همچنین وابستگی شعاعی مؤلفه‌های تنش، تفاوت عمده کار حاضر نسبت به کارهای انجام شده پیشین می‌باشد.

۲. بیان مسأله

۲-۱. مدل هندسی

برای تحلیل مدل میکرومکانیک با الیاف و فاز واسط کوتاه از المان حجم نمونه^۱ به طول $2L$ مطابق شکل ۱ استفاده می‌گردد. مدل از سه استوانه هم محور شامل زمینه، فاز واسط و الیاف به ترتیب به شعاع r_m ، r_{ip} و r_f تشکیل شده که الیاف و فاز واسط آن به طول $2L'$ به صورت ناپیوسته و کوتاه در مرکز مدل قرار گرفته است. در شبیه‌سازی به روش مدل‌سازی المان محدود جهت سهولت کار از المان حجم نمونه مکعبی نیز استفاده می‌گردد [۲۷]. تنش کششی σ_0 به صورت یکنواخت روی سطوح انتهایی یعنی $z = \pm L$ اعمال شده است. همچنین به واسطه شرط تقارن محوری، آنالیز بر روی یک چهارم مدل انجام می‌شود. به منظور بکار بردن تکنیک تقویت‌کننده مجازی، خطوط خط چین که در انتهای مدل مشاهده می‌گردد بیانگر الیاف و فاز واسط مجازی است که در راستای الیاف و فاز واسط واقعی امتداد یافته‌اند. جهت حل مسأله به کمک تکنیک تقویت‌کننده مجازی، تک سلول کامپوزیت مورد نظر به دو ناحیه تقسیم می‌گردد. ناحیه ۱ که به صورت یک مدل با الیاف پیوسته است مبنای حل قرار دارد. ناحیه ۲ که تماماً از جنس زمینه می‌باشد با استفاده از روابط حاصل از ناحیه ۱ به دست می‌آید. در این مدل آن بخش از زمینه که در امتداد الیاف و فاز واسط واقعی است به عنوان الیاف و فاز واسط

وابستگی تنش برشی میان رویه به τ می‌توان مشتق تنش محوری را به صورت تابعی از z در نظر گرفت [۱۹]. سپس با جایگذاری تابع مورد نظر در معادله تعادل ۲ و انتگرال‌گیری نسبت به τ در محدوده الیاف از ۰ تا r ، فاز واسط و زمینه به ترتیب در محدوده r تا r_{ip} و r تا r_m روابط مربوط به توزیع تنش برشی در الیاف، فاز واسط و زمینه به صورت توابعی از τ_1 و τ_2 طبق روابط ۱۵ تا ۱۷ نتیجه می‌گردد.

$$\tau_{rz}^f = \frac{r}{r_f} \tau_1 \quad (۱۵)$$

$$\tau_{rz}^{ip} = \frac{\tau_1 r_f (r_{ip}^2 - r^2) + \tau_2 r_{ip} (r^2 - r_f^2)}{r (r_{ip}^2 - r_f^2)} \quad (۱۶)$$

$$\tau_{rz}^m = \frac{r_{ip}}{(r_m^2 - r_{ip}^2)} \left(\frac{r_m^2}{r} - r \right) \tau_2 \quad (۱۷)$$

با جایگذاری تنش برشی فاز واسط و زمینه طبق روابط ۱۶ و ۱۷ در معادلات ۶ و ۱۰ و انتگرال‌گیری در محدوده فاز واسط و زمینه، تنش برشی میان رویه الیاف-فاز واسط و زمینه-فاز واسط بر حسب جابجایی‌های محوری طبق روابط زیر به دست می‌آید.

$$\tau_1 = \frac{G_{ip} (r_{ip}^2 - r_f^2)}{r_f \left[r_{ip}^2 \ln \frac{r_{ip}}{r_f} - \frac{1}{2} (r_{ip}^2 - r_f^2) \right]} \left(W_{r_{ip}}^{ip} - W_{r_f}^{ip} \right) + \left[\frac{G_m \left[r_f^2 \ln \frac{r_{ip}}{r_f} - \frac{1}{2} (r_{ip}^2 - r_f^2) \right]}{r_m^2 \ln \left(\frac{r_m}{r_{ip}} \right) - \frac{1}{2} (r_m^2 - r_{ip}^2)} \right] \times \left[\frac{(r_m^2 - r_{ip}^2) (w_{r_m}^m - w_{r_{ip}}^m)}{r_f \left[r_{ip}^2 \ln \frac{r_{ip}}{r_f} - \frac{1}{2} (r_{ip}^2 - r_f^2) \right]} \right] \quad (۱۸)$$

$$\tau_2 = G_m \frac{(r_m^2 - r_{ip}^2) (w_{r_m}^m - w_{r_{ip}}^m)}{r_{ip} \left[r_m^2 \ln \left(\frac{r_m}{r_{ip}} \right) - \frac{1}{2} (r_m^2 - r_{ip}^2) \right]} \quad (۱۹)$$

به ترتیب جابجایی محوری زمینه در موقعیت شعاعی r_{ip} و r_m می‌باشند. همچنین جابجایی محوری فاز واسط در موقعیت شعاعی r_f و r_{ip} با $W_{r_{ip}}^{ip}$ و $W_{r_f}^{ip}$ بیان می‌شود. با جایگذاری روابط ۱۸ و ۱۹ در روابط عقب افتادگی برشی ۱۳ و ۱۴ و مشتق‌گیری از رابطه حاصل نسبت به z معادلات دیفرانسیلی مربوط به الیاف و فاز واسط به دست می‌آید.

$$\frac{d^2 \overline{\sigma_{zz}^f}}{dz^2} - \lambda^2 \overline{\sigma_{zz}^f} = \alpha \overline{\sigma_{zz}^{ip}} + \beta \sigma_0 \quad (۲۰)$$

$$\frac{d^2 \overline{\sigma_{zz}^{ip}}}{dz^2} - \bar{\lambda}^2 \overline{\sigma_{zz}^{ip}} = \bar{\alpha} \overline{\sigma_{zz}^f} + \bar{\beta} \sigma_0 \quad (۲۱)$$

از حل معادلات ۲۰ و ۲۱ مؤلفه‌های تنش برشی و محوری در هر سه فاز مدل مشخص می‌گردد. تنش محوری متوسط الیاف و فاز واسط به ترتیب با روابط ۲۲ و ۲۳ بیان می‌شوند.

$$\varepsilon_{rr} = \frac{1}{E} [\sigma_{rr} - \nu (\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz})] \quad (۷)$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{E} [\sigma_{\theta\theta} - \nu (\sigma_{rr} + \sigma_{zz})] \quad (۸)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{E} [\sigma_{zz} - \nu (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta})] \quad (۹)$$

$$\gamma_{rz} = \frac{\tau_{rz}}{G} \quad (۱۰)$$

در روابط ۱ تا ۱۰ σ_{rr} ، $\sigma_{\theta\theta}$ ، σ_{zz} و τ_{rz} به ترتیب مؤلفه‌های

تنش شعاعی، محیطی، محوری و برشی می‌باشند. همچنین ε_{rr} ، $\varepsilon_{\theta\theta}$ ، ε_{zz} و γ_{rz} مؤلفه‌های کرنش شعاعی، محیطی، محوری و

برشی در جهاتی است که با زیرنویس مشخص شده‌اند. u و w

جابجایی‌های شعاعی و محوری و E ، ν و G به ترتیب مدول

یانگ، نسبت پواسون و مدول برشی ماده همسانگرد هستند. از

فرضیات اساسی در تئوری عقب افتادگی برشی این است که از

مشتق جزئی جابجایی شعاعی نسبت به z در مقایسه با مشتق

جابجایی محوری نسبت به r صرف نظر می‌شود [۱۹، ۳۲]. لذا با

اعمال این فرض، رابطه ۶ به فرم $\gamma_{rz} = \frac{\partial w}{\partial r}$ ساده می‌گردد.

۳-۲. محاسبه تنش‌های محوری و برشی ناحیه تقویت شده

با انتگرال‌گیری از معادله تعادل ۲ نسبت به r در محدوده الیاف و

تعریف $\overline{\sigma_{zz}^f}$ به عنوان تنش محوری متوسط در الیاف مطابق روابط

۱۱ و ۱۲، رابطه عقب افتادگی برشی الیاف طبق رابطه ۱۳ حاصل

می‌گردد.

$$\frac{1}{\pi r_f^2} \int_0^{r_f} \frac{\partial \overline{\sigma_{zz}^f}}{\partial z} (2\pi r) dr + \frac{1}{\pi r_f^2} \int_0^{r_f} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}^f) (2\pi r) dr = 0 \quad (۱۱)$$

$$\overline{\sigma_{zz}^f} = \frac{1}{\pi r_f^2} \int_0^{r_f} \sigma_{zz}^f(r, z) (2\pi r) dr \quad (۱۲)$$

به صورت مشابه با انتگرال‌گیری از معادله تعادل ۲ نسبت به

به r در محدوده r_f تا r_{ip} و تعریف $\overline{\sigma_{zz}^{ip}}$ به عنوان تنش محوری

متوسط در فاز واسط، رابطه عقب افتادگی برشی فاز واسط به فرم

رابطه ۱۴ نتیجه می‌شود.

$$\frac{\partial \overline{\sigma_{zz}^f}}{\partial z} = -\frac{2\tau_1}{r_f} \quad (۱۳)$$

$$\frac{\partial \overline{\sigma_{zz}^{ip}}}{\partial z} = -\frac{2}{(r_{ip}^2 - r_f^2)} (r_{ip} \tau_2 - r_f \tau_1) \quad (۱۴)$$

همچنین τ_1 و τ_2 به ترتیب بیانگر تنش برشی میان رویه

الیاف-فاز واسط و فاز واسط-زمینه می‌باشد. با اعمال فرض عدم

$$m_1 = \sqrt{\frac{(\lambda^2 + \bar{\lambda}^2) + \sqrt{(\lambda^2 - \bar{\lambda}^2)^2 + 4\alpha\bar{\alpha}}}{2}} \quad (26)$$

$$m_2 = \sqrt{\frac{(\lambda^2 + \bar{\lambda}^2) - \sqrt{(\lambda^2 - \bar{\lambda}^2)^2 + 4\alpha\bar{\alpha}}}{2}}$$

$$A = \frac{G_{ip}}{\left[r_{ip}^2 \ln \frac{r_{ip}}{r_f} - \frac{1}{2}(r_{ip}^2 - r_f^2) \right]}$$

$$B = \frac{\left\{ \begin{aligned} & G_m(r_m^2 - r_{ip}^2) \left[r_f^2 \ln \left(\frac{r_{ip}}{r_f} \right) - \frac{1}{2}(r_{ip}^2 - r_f^2) \right] \\ & (r_{ip}^2 - r_f^2) \left[r_{ip}^2 \ln \frac{r_{ip}}{r_f} - \frac{1}{2}(r_{ip}^2 - r_f^2) \right] \\ & \times \\ & 1 \\ & \left[r_m^2 \ln \left(\frac{r_m}{r_{ip}} \right) - \frac{1}{2}(r_m^2 - r_{ip}^2) \right] \end{aligned} \right\}}{\quad} \quad (27)$$

$$C = \frac{G_m(r_m^2 - r_{ip}^2)}{(r_{ip}^2 - r_f^2) \left[r_m^2 \ln \left(\frac{r_m}{r_{ip}} \right) - \frac{1}{2}(r_m^2 - r_{ip}^2) \right]}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \chi_1 &= \frac{\left[r_m^2 \ln \left(\frac{r_m}{r_{ip}} \right) - \frac{1}{2}(r_m^2 - r_{ip}^2) \right]}{\left[r_m^4 \ln \left(\frac{r_m}{r_{ip}} \right) - \frac{1}{4}(r_m^2 - r_{ip}^2)(3r_m^2 - r_{ip}^2) \right]} \\ \chi_2 &= r_{ip}^2 - r_f^2 + \frac{E_m}{E_{ip}}(r_m^2 - r_{ip}^2) \\ \alpha &= \left[-2 \left(\frac{r_{ip}^2}{r_f^2} - 1 \right) \left(\frac{A}{E_{ip}} - \frac{B}{E_m} \chi_1 \chi_2 \right) \right] \\ \bar{\alpha} &= \left[\frac{2(C - B)}{E_m} r_f^2 \chi_1 - \frac{2A}{E_f} \right] \\ \beta &= \left[-2 \left(\frac{r_{ip}^2}{r_f^2} - 1 \right) \frac{B}{E_m} r_m^2 \chi_1 \right] \\ \bar{\beta} &= \left[-\frac{2(C - B)}{E_m} r_m^2 \chi_1 \right] \\ \lambda &= \sqrt{\left[2 \left(\frac{r_{ip}^2}{r_f^2} - 1 \right) \left(\frac{A}{E_f} + \frac{B}{E_m} r_f^2 \chi_1 \right) \right]} \\ \bar{\lambda} &= \sqrt{\left(\frac{2(C - B)}{E_m} \chi_1 \chi_2 + \frac{2A}{E_{ip}} \right)} \end{aligned} \right. \quad (28)$$

$$\left. \sigma_{zz}^f \right|_{im} = (\tilde{c}_1 e^{\tilde{m}_1 z} + \tilde{c}_2 e^{-\tilde{m}_1 z}) + (\tilde{c}_3 e^{\tilde{m}_2 z} + \tilde{c}_4 e^{-\tilde{m}_2 z}) + \frac{(\tilde{\beta} \bar{\alpha} - \tilde{\lambda}^2 \bar{\beta})}{(\tilde{\lambda}^2 \tilde{\lambda}^2 - \tilde{\alpha} \bar{\alpha})} \sigma_0 \quad (29)$$

$$\left. \sigma_{zz}^{ip} \right|_{im} = \frac{(\tilde{m}_1^2 - \tilde{\lambda}^2)}{\tilde{\alpha}} (c_1' e^{\tilde{m}_1 z} + c_2' e^{-\tilde{m}_1 z}) + \frac{(\tilde{m}_2^2 - \tilde{\lambda}^2)}{\tilde{\alpha}} (c_3' e^{\tilde{m}_2 z} + c_4' e^{-\tilde{m}_2 z}) - \left(\frac{\tilde{\beta} \tilde{\lambda}^2 - \tilde{\beta} \bar{\alpha}}{\tilde{\lambda}^2 \tilde{\lambda}^2 - \tilde{\alpha} \bar{\alpha}} \right) \sigma_0 \quad (30)$$

$$\tau_1|_{im} = -\frac{r_f}{2} [\tilde{m}_1 (\tilde{c}_1 e^{\tilde{m}_1 z} - \tilde{c}_2 e^{-\tilde{m}_1 z}) + \tilde{m}_2 (\tilde{c}_3 e^{\tilde{m}_2 z} - \tilde{c}_4 e^{-\tilde{m}_2 z})] \quad (31)$$

$$\left. \sigma_{zz}^f \right| = c_1 e^{m_1 z} + c_2 e^{-m_1 z} + c_3 e^{m_2 z} + c_4 e^{-m_2 z} + \frac{(\beta \alpha - \bar{\lambda}^2 \beta)}{(\lambda^2 \bar{\lambda}^2 - \alpha \bar{\alpha})} \sigma_0 \quad (22)$$

$$\left. \sigma_{zz}^{ip} \right| = \frac{(m_1^2 - \lambda^2)}{\alpha} (c_1 e^{m_1 z} + c_2 e^{-m_1 z}) + \frac{(m_2^2 - \lambda^2)}{\alpha} (c_3 e^{m_2 z} + c_4 e^{-m_2 z}) - \left(\frac{\beta \lambda^2 - \beta \bar{\alpha}}{\lambda^2 \bar{\lambda}^2 - \alpha \bar{\alpha}} \right) \sigma_0 \quad (23)$$

اکنون با استفاده از روابط ۲۲ و ۲۳ و معادلات عقب افتادگی برشی، تنش‌های برشی میان رویه به‌دست می‌آید.

$$\tau_1 = -\frac{r_f}{2} [m_1 (c_1 e^{m_1 z} - c_2 e^{-m_1 z}) + m_2 (c_3 e^{m_2 z} - c_4 e^{-m_2 z})] \quad (24)$$

$$\tau_2 = -\frac{m_1}{2r_{ip}\alpha} [(r_{ip}^2 - r_f^2)(m_1^2 - \lambda^2) + \alpha r_f^2] \times (c_1 e^{m_1 z} - c_2 e^{-m_1 z}) \quad (25)$$

$$- \frac{m_2}{2r_{ip}\alpha} [(r_{ip}^2 - r_f^2)(m_2^2 - \lambda^2) + \alpha r_f^2] \times (c_3 e^{m_2 z} - c_4 e^{-m_2 z})$$

ثابت‌های c_1 تا c_4 نشان داده شده در روابط ۲۲ تا ۲۵ با اعمال شرایط مرزی طبق روابط ۳۳ تا ۳۶ و استفاده از تکنیک تقویت‌کننده مجازی که در ادامه بیان خواهد شد، به‌دست می‌آیند. مجموعه پارامترهای مورد استفاده در معادلات طبق روابط ۲۶ تا ۲۸ بر حسب خواص مکانیکی و مشخصات هندسی مدل تعریف می‌گردند.

۲-۴. محاسبه تنش‌های محوری و برشی ناحیه مجازی (بدون تقویت‌کننده)

تحلیل تنش در مدل سه فازی شامل ناحیه تقویت‌شده با الیاف و قسمت انتهایی مدل می‌باشد که از زمینه خالص (بدون تقویت‌کننده) تشکیل شده است. روابط مربوط به ناحیه تقویت‌شده همان روابط به‌دست آمده برای مدل با الیاف و فاز واسط پیوسته است که در روابط ۲۲ تا ۲۵ ارائه گردید. برای حل ناحیه انتهایی مدل که بدون الیاف و فاز واسط است همانطور که اشاره شد از تکنیک تقویت‌کننده مجازی استفاده می‌گردد. یعنی الیاف و فاز واسط مجازی دارای خواصی برابر با زمینه هستند. از این رو با جایگزینی خواص زمینه برای الیاف و فاز واسط مجازی، توابع تنش محوری متوسط الیاف، فاز واسط و همچنین توابع تنش برشی میان رویه در ناحیه مجازی به‌ترتیب طبق روابط ۲۹ تا ۳۲ نتیجه می‌شود. جهت سادگی کار در این مرحله کلیه پارامترهای مورد نیاز در ناحیه مجازی با علامت ~ نشان داده شده است.

در میان رویه‌ها یعنی $E_{ip}(r_f) = E_f$ و $E_{ip}(r_{ip}) = E_m$ طبق رابطه ۳۸ محاسبه می‌شوند.

$$\begin{cases} P = \frac{E_f}{r_f Q} = \frac{E_m}{r_{ip} Q} \\ Q = \frac{\ln E_m - \ln E_f}{\ln r_{ip} - \ln r_f} \end{cases} \quad (38)$$

به منظور به‌دست آوردن مدول یانگ متوسط فاز واسط، با انتگرال‌گیری از $E_{ip}(r)$ در محدوده فاز واسط [۳۲] مدل فاز واسط یکنواخت به فرم رابطه ۳۹ ارائه می‌گردد.

$$E_{ip}^{ave.} = \frac{E_f}{t \cdot (Q + 1)} \left[\frac{r_{ip}^{Q+1} - r_f^{Q+1}}{r_f^Q} \right] \quad (39)$$

۳. نتایج

ماده مورد مطالعه در این تحقیق کامپوزیت لاستیکی تقویت شده با الیاف آرامید می‌باشد که خواص مکانیکی آن در جدول ۱ بیان شده است. ابعاد هندسی مدل شامل شعاع و نصف طول المان حجم نمونه، به ترتیب $r_m = 5 r_f$ و $L = 15 r_f$ در نظر گرفته می‌شود [۳۶]. همچنین ابعاد الیاف یعنی $r_f = 6 \mu m$ و الیاف می‌باشند [۳۶]. در این بررسی نسبت ضخامت فاز واسط به شعاع الیاف از ۰/۲ تا ۱ متغیر می‌باشد.

جدول ۱. خواص مکانیکی کامپوزیت لاستیکی تقویت شده با الیاف آرامید [۳۷]

ماده	مدول یانگ (GPa)	نسبت پواسون
الیاف	۱۳۶	۰/۲
زمینه	۰/۱۲۸	۰/۳

شکل ۲ تغییرات مدول یانگ فاز واسط را در جهت شعاعی به ازای نسبت‌های مختلف (t/r_f) نشان می‌دهد. با توجه به بزرگتر بودن مدول یانگ الیاف نسبت به زمینه و اینکه شرط پیوستگی مدول در میان رویه‌ها باید برقرار باشد از این رو با افزایش شعاع، مدول $E_{ip}(r)$ کاهش می‌یابد. شکل ۳ تغییرات مدول یانگ متوسط فاز واسط را بر حسب ضخامت فاز واسط نشان می‌دهد. ملاحظه می‌گردد که با افزایش ضخامت، مدول به آرامی کاهش یافته و فاز واسط نرمتر می‌گردد.

$$\begin{aligned} \tau_{2|im} = & \left[\begin{aligned} & \bar{m}_1 (\bar{m}_1^2 - \bar{\lambda}^2) (c_1' e^{\bar{m}_1 z} - c_2' e^{-\bar{m}_1 z}) \\ & + \\ & \bar{m}_2 (\bar{m}_2^2 - \bar{\lambda}^2) (c_3' e^{\bar{m}_2 z} - c_4' e^{-\bar{m}_2 z}) \end{aligned} \right] \\ & \times \left(-\frac{r_{ip}^2 - r_f^2}{2r_{ip} \bar{\alpha}} \right) + \\ & \left[\begin{aligned} & \bar{m}_1 (\bar{c}_1 e^{\bar{m}_1 z} - \bar{c}_2 e^{-\bar{m}_1 z}) \\ & + \\ & \bar{m}_2 (\bar{c}_3 e^{\bar{m}_2 z} - \bar{c}_4 e^{-\bar{m}_2 z}) \end{aligned} \right] \\ & \times \left(-\frac{r_f^2}{2r_{ip}} \right) \end{aligned} \quad (32)$$

شرایط مرزی اعمال شده در مرکز، سطح خارجی، انتهای تقویت‌کننده و میان رویه‌ها [۳۳]، مربوط به مدل المان حجم نمونه مطابق شکل ۱ به‌ترتیب طبق روابط ۳۳ تا ۳۶ بیان می‌گردند. با اعمال شرایط مرزی در روابط ۲۲ الی ۲۵ مربوط به توزیع تنش در ناحیه تقویت شده و همچنین روابط ۲۹ الی ۳۲ که بیانگر توزیع تنش در قسمت انتهای مدل می‌باشد، ثابت‌های این معادلات یعنی c_1 تا c_4 ، c_1' تا c_4' و \bar{c}_1 تا \bar{c}_4 حاصل می‌گردند.

$$\begin{aligned} \tau_{rz}^f|_{z=0} &= 0 \\ \tau_{rz}^{ip}|_{z=0} &= 0 \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \tau_{rz}^m|_{z=0} &= 0 \\ \tau_{rz}^m &= 0 \quad (r = r_m) \end{aligned}$$

$$\tau_{rz}^m|_{im} = 0 \quad (r = r_m)$$

$$\sigma_{zz}^f|_{im} = \sigma_0 \quad (z = L) \quad (34)$$

$$\sigma_{zz}^{ip}|_{im} = \sigma_0 \quad (z = L)$$

$$\sigma_{zz}^m|_{im} = \sigma_0 \quad (z = L)$$

$$\sigma_{zz}^f|_{im} = \sigma_{zz}^f \quad (z = l') \quad (35)$$

$$\sigma_{zz}^{ip}|_{im} = \sigma_{zz}^{ip} \quad (z = l')$$

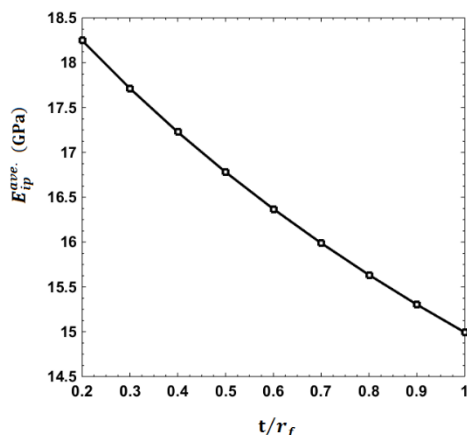
$$\tau_{rz}^f = \tau_{rz}^{ip} \quad (r = r_f) \quad (36)$$

$$\tau_{rz}^m = \tau_{rz}^{ip} \quad (r = r_{ip})$$

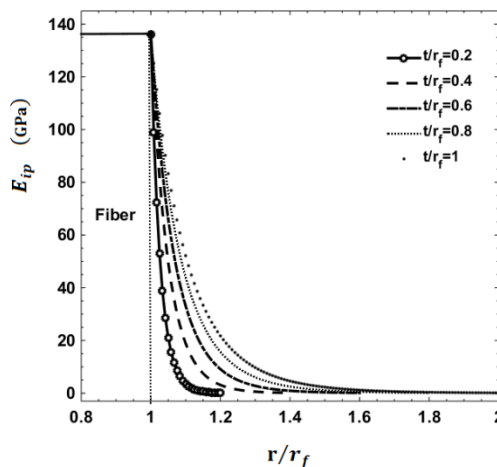
تأثیر خواص متغیر فاز واسط بر خواص کلی کامپوزیت به طور گسترده مورد بررسی قرار گرفته است [۳۴، ۳۵]. بعضی از این روابط به صورت تجربی برای خواص متغیر فاز واسط به فرم یک رابطه توانی در جهت شعاع پیشنهاد شده است [۳۲].

$$E_{ip}(r) = P \cdot r^Q \quad (37)$$

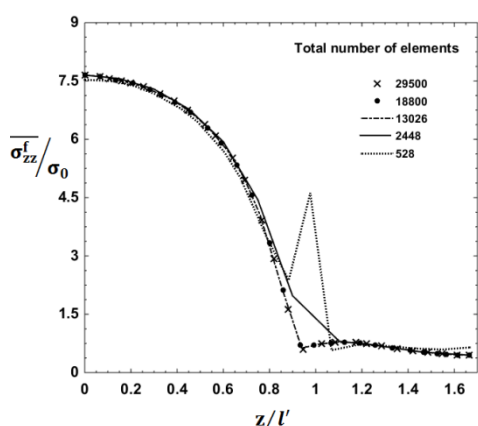
که $E_{ip}(r)$ بیانگر مدول یانگ متغیر فاز واسط، r شعاع و P و Q دو پارامتر هستند که از شرایط پیوستگی مدول یانگ فاز واسط



شکل ۳. تغییر مدول یانگ متوسط فاز واسط بر حسب ضخامت فاز واسط



شکل ۲. تغییر مدول یانگ فاز واسط در جهت شعاعی برای ضخامت‌های متغیر فاز واسط



شکل ۴. نمودار همگرایی مش مربوط به توزیع تنش محوری نرمالایز شده الیاف در امتداد طول نرمالایز شده

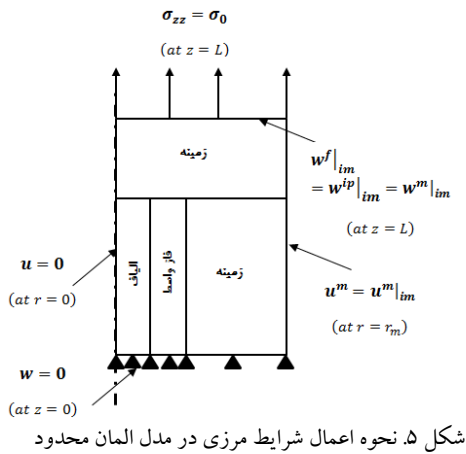
۳-۱. اعتبار سنجی

به منظور اعتبار سنجی نتایج تحلیلی، شبیه سازی المان محدود با استفاده از نرم افزار آباکوس بر مبنای مدل سه فازی مطابق شکل ۱ انجام شده است. هر سه ناحیه الیاف، فاز واسط و زمینه به صورت الاستیک و کاملاً پیوسته مدلسازی شد. جهت مش‌بندی از المان مستطیلی متقارن محوری چهار گره‌ای^۹ (CAX4R) استفاده گردید. بطور کلی در گوشه‌های نوک تیز ناحیه اتصال زمینه با تقویت‌کننده، مقادیر تنش‌ها به شدت وابسته به اندازه ابعاد المان بکار گرفته شده می‌باشد. بر این اساس هر چقدر اندازه المان در زمینه کوچکتر شده و یا به عبارتی در نواحی بسیار نزدیک به گوشه‌های نوک تیز تقویت‌کننده، مقدار این تنش‌ها افزایش می‌یابد. چنین میدان‌های تنشی را اصطلاحاً تنش‌های تکین یا سینگولار^{۱۰} می‌نامند. اما در نواحی دور از نوک تقویت‌کننده‌ها اندازه المان‌ها تأثیری در نتایج حاصل ندارند. از آنجا که در مسأله اخیر بررسی میدان تنش در نوک تقویت‌کننده مد نظر نمی‌باشد، لذا بحث همگرایی مش در نواحی بسیار نزدیک به نوک المان روی نتایج حاصل تأثیری نخواهد داشت. شکل ۴ بیانگر توزیع تنش محوری نرمالایز شده الیاف در راستای محوری به ازای تعداد المان‌های مختلف می‌باشد. ملاحظه می‌گردد که به ازای تعداد المان ۱۸۸۰۰، ۲۹۵۰۰ و ۱۳۰۲۶ نتایج بسیار به هم نزدیک می‌باشد. از این رو برای اینکه نتایج مربوط به تنش در ناحیه انتهایی تقویت‌کننده نیز مستقل از شبکه‌بندی باشد تعداد المان در این تحلیل ۱۳۰۲۶ در نظر گرفته شد.

شرایط مرزی شامل شرط مرزی جابجایی صفر در جهت شعاعی در مرکز مدل یعنی موقعیت $r = 0$ ، شرط مرزی جابجایی صفر در جهت محوری در مرکز مدل در موقعیت $z = 0$ و شرط مرزی تنش در جهت محوری در سطح آزاد مدل می‌باشد. همچنین مطابق شکل ۵ در سطح خارجی مدل در موقعیت $r = r_m$ همه جابجایی‌های شعاعی با هم برابرند و در موقعیت $z = L$ شرط برابری تمام جابجایی‌های محوری برقرار است. که $u^m|_{im}$ و $w^m|_{im}$ به ترتیب بیانگر جابجایی شعاعی زمینه در ناحیه حقیقی و مجازی و $w^f|_{im}$ ، $w^{ip}|_{im}$ و $w^m|_{im}$ به ترتیب بیانگر جابجایی محوری الیاف، فاز واسط و زمینه در ناحیه مجازی یعنی قسمت انتهایی مدل می‌باشند.

نسبت ضخامت (t/r_f) و مدول الاستیک متوسط برای فاز واسط به ترتیب $0/6$ و $16/3$ گیگا پاسکال در نظر گرفته شده

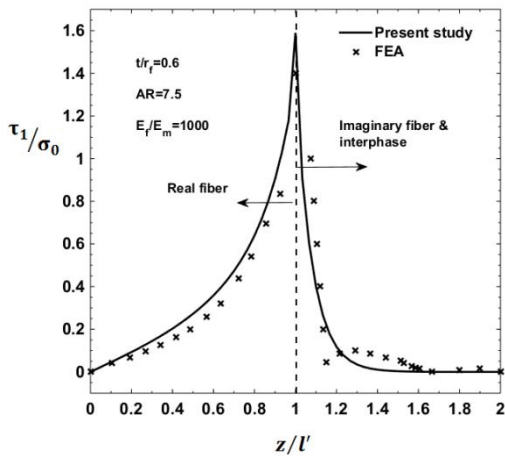
رو دقت مدل تحلیلی پیشنهاد شده و نتایج ارائه شده در این بررسی به خوبی تأیید می‌گردد.



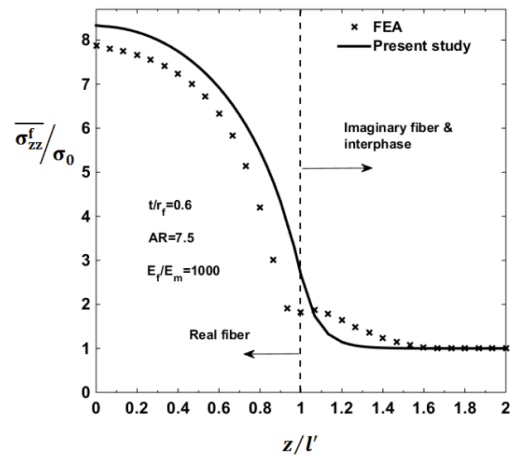
شکل ۵. نحوه اعمال شرایط مرزی در مدل المان محدود

است. نتایج مربوط به تنش محوری الیاف و تنش برشی میان رویه الیاف-فاز واسط حاصل از شبیه‌سازی عددی و مدل تحلیلی به ترتیب در شکل‌های ۶ و ۷ بیان شده است. مقایسه نشان می‌دهد که تطابق خوبی بین نتایج تحلیلی با شبیه‌سازی عددی وجود دارد. در نهایت، صحت سنجی مدل تحلیلی با مقایسه نتایج به دست آمده از اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی موجود انجام می‌گیرد. شکل ۸ مقایسه‌ای بین پیش‌بینی مدل تحلیلی و داده آزمایشگاهی حاصل از طیف نگاری رامان^{۱۱}، مربوط به تنش محوری الیاف را نشان می‌دهد. اطلاعات بیشتر مربوط به نتایج آزمایشگاهی تنش محوری الیاف در مرجع [۳۷] قابل دست‌یابی است.

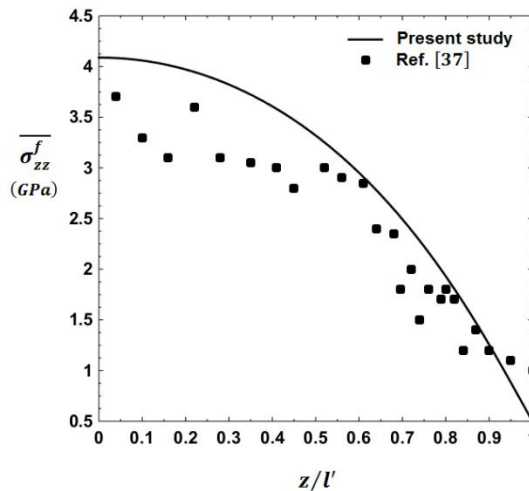
مطابق شکل ۸ تنش محوری متوسط الیاف تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی به ویژه در محدوده $z/l' > 0.5$ دارد. از این



شکل ۷. مقایسه بین نتایج تحلیلی و عددی مربوط به تنش برشی میان رویه نرمالایز شده الیاف-فاز واسط در امتداد طول نرمالایز شده الیاف



شکل ۶. مقایسه بین نتایج تحلیلی و عددی مربوط به تنش محوری متوسط نرمالایز شده الیاف در امتداد طول نرمالایز شده الیاف



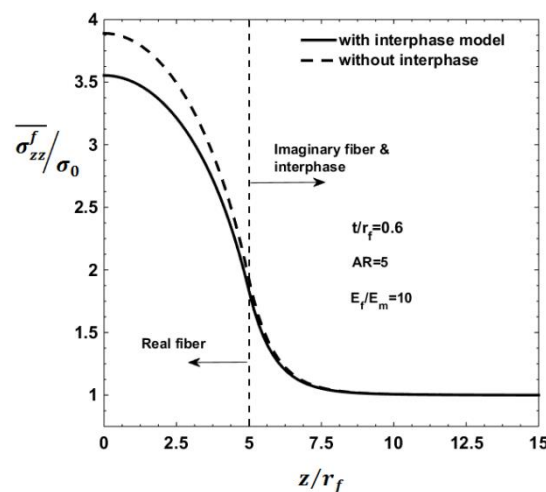
شکل ۸. مقایسه پیش‌بینی مدل تحلیلی با داده آزمایشگاهی موجود مربوط به تنش محوری الیاف در امتداد طول نرمالایز شده الیاف

۳-۲. اثر فاز واسط

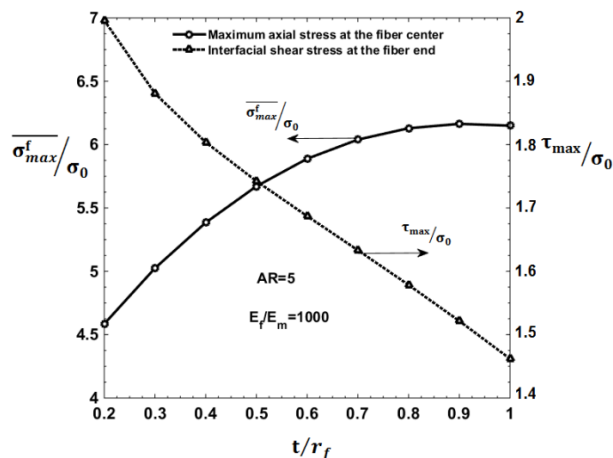
واسط نسبت به مدل فاز واسط در سطح بالاتری قرار دارد. علت این امر به واسطه این حقیقت است که ناحیه فاز واسط توانایی بیشتری در تحمل بار محوری نسبت به زمینه دارد. از این رو سهم الیاف در تحمل بار در مدل فاز واسط کمتر می‌شود.

توزیع حداکثر تنش محوری در مرکز الیاف ($z = 0$) و حداکثر تنش برشی میان رویه در انتهای الیاف ($z = l'$) در شکل ۱۱ ارائه شده است. مشاهده می‌گردد که با افزایش ضخامت فاز واسط، تنش محوری در مرکز الیاف افزایش و تنش برشی در انتهای الیاف کاهش می‌یابد. هر چند با افزایش ضخامت، کاهش مدول الاستیک متوسط فاز واسط را به همراه دارد ولی در مقابل نسبت حجمی فاز واسط را افزایش می‌دهد. این بدان معنی است که با افزایش ضخامت، الیاف بار محوری بیشتری را تحمل می‌کند.

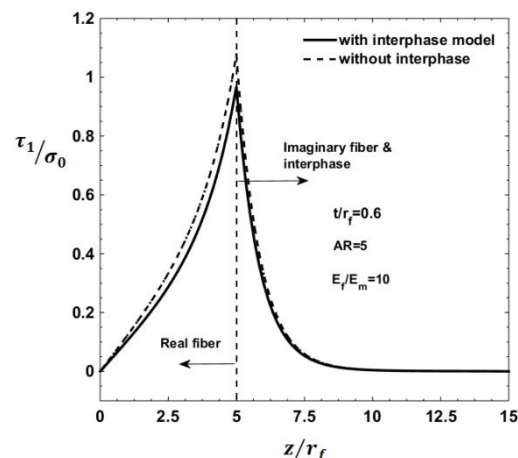
شکل‌های ۹ و ۱۰ به ترتیب توزیع تنش محوری متوسط الیاف و تنش برشی میان رویه الیاف-فاز واسط، نرمالایز شده با تنش اعمالی σ_0 را نشان می‌دهد. خطچین عمودی در نمودارها مرز بین ناحیه حقیقی و مجازی را بیان می‌کند. شکل ۹ نشان می‌دهد تنش محوری در مرکز الیاف ($z=0$) بیشترین مقدار و با افزایش فاصله تا انتهای الیاف به تندی کاهش می‌یابد. در حالی که تنش برشی میان رویه مطابق شکل ۱۰ در مرکز مدل کمترین مقدار ($\tau_1 = 0$) و با افزایش فاصله تا انتهای الیاف روند افزایشی دارد و سپس در ناحیه مجازی کاهش یافته تا در نهایت در سطح بیرونی مدل به صفر برسد. همچنین مقایسه‌ای بین تنش محوری متوسط الیاف در مدل فاز واسط و حالت بدون فاز واسط انجام گرفته است. ملاحظه می‌شود تنش پیش‌بینی شده الیاف در حالت بدون فاز



شکل ۹. توزیع تنش محوری متوسط نرمالایز شده الیاف در امتداد طول نرمالایز شده نسبت به شعاع الیاف



شکل ۱۱. توزیع حداکثر تنش محوری نرمالایز شده الیاف و حداکثر تنش برشی میان رویه بر حسب ضخامت نرمالایز شده فاز واسط



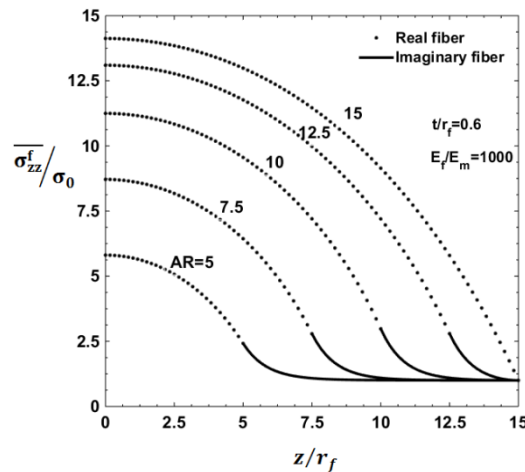
شکل ۱۰. توزیع تنش برشی میان رویه نرمالایز شده الیاف-فاز واسط در امتداد طول نرمالایز شده نسبت به شعاع الیاف

۳-۳. اثر نسبت منظری و نسبت مدول

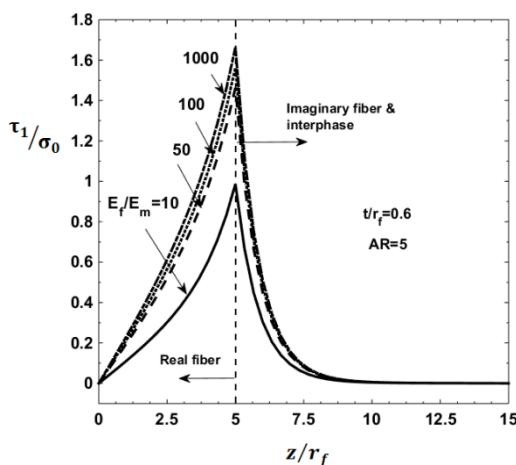
شکل ۱۲ نتایج تحلیل مدل سه فازی میکرومکانیک با الیاف کوتاه و ناحیه فاز واسط را در نسبت‌های منظری متفاوت، بیان می‌کند. ملاحظه می‌گردد که با افزایش نسبت منظری، از آنجائی که سهم الیاف در تحمل تنش اعمالی بیشتر می‌شود، تنش محوری متوسط الیاف در ناحیه تقویت شده افزایش و در ناحیه بدون تقویت‌کننده تغییرات جزئی دارد. همچنین به ازای نسبت منظری ۱۵ طول الیاف برابر با طول کل مدل و تبدیل به مدل با الیاف و فاز واسط پیوسته می‌گردد.

در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ به ترتیب تنش محوری متوسط و تنش برشی میان رویه الیاف-فاز واسط، در امتداد محوری برای نسبت‌های مختلف مدول یانگ الیاف به زمینه مشاهده می‌گردد.

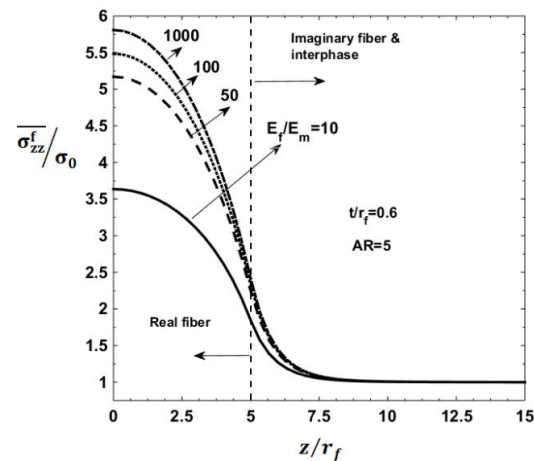
همانطور که از شکل ۱۳ دیده می‌شود تنش محوری الیاف در مرکز بیشترین مقدار و به تدریج تا انتهای مدل کاهش می‌یابد. همچنین مشاهده می‌شود با افزایش نسبت مدول که بیانگر زمینه ضعیفتر است، تنش محوری الیاف در سطح بالاتری قرار دارد. شکل ۱۴ نشان می‌دهد که تنش برشی میان رویه الیاف-فاز واسط به تدریج از مرکز به سمت انتهای ناحیه تقویت شده افزایش و سپس تا انتهای مدل کاهش می‌یابد. همچنین با کاهش نسبت مدول، تنش برشی میان رویه نیز کاهش می‌یابد. دلیل این امر به واسطه این حقیقت است که با کاهش نسبت مدول، زمینه قویتر و قادر به تحمل بخش عمده‌ای از تنش اعمالی است. در نتیجه الیاف تنش محوری و برشی کمتری را تحمل می‌کند.



شکل ۱۲. تنش محوری متوسط نرمالایز شده الیاف در امتداد طول نرمالایز شده نسبت به شعاع الیاف به ازای مقادیر مختلف نسبت منظری



شکل ۱۴. توزیع تنش برشی میان رویه نرمالایز شده الیاف-فاز واسط در امتداد طول نرمالایز شده نسبت به شعاع الیاف به ازای مقادیر مختلف نسبت مدول



شکل ۱۳. توزیع تنش محوری متوسط نرمالایز شده الیاف در امتداد طول نرمالایز شده نسبت به شعاع الیاف به ازای مقادیر مختلف نسبت مدول

بازنگری مراجع دیگر مشاهده می‌شود [۳۱]، در مرکز مدل که تنش برشی به مقدار صفر می‌رسد، تنش محوری حداکثر است. همچنین با افزایش نسبت منطری، از آنجائی که سهم الیاف در تحمل تنش اعمالی بیشتر می‌شود، تنش محوری متوسط الیاف در ناحیه تقویت شده افزایش و در ناحیه بدون تقویت‌کننده تغییرات جزئی دارد. با در نظر گرفتن مدول یانگ متوسط برای فاز واسط و افزایش نسبت مدول الیاف به زمینه، افزایش تنش محوری الیاف و تنش برشی میان رویه را نتیجه می‌دهد که این امر به واسطه کاهش مدول زمینه و افزایش سهم الیاف در تحمل تنش می‌باشد. لذا الیاف قوی‌تر شده و در نتیجه ظرفیت تحمل بار افزایش می‌یابد. به هر حال اگر مدول الاستیک الیاف و زمینه یکسان باشد، الیاف به عنوان تقویت‌کننده اثری بر استحکام کامپوزیت ندارد. نتایج به دست آمده از مدل تحلیلی ارائه شده، تطابق خوبی با نتایج حاصل از آنالیز المان محدود و داده‌های آزمایشگاهی موجود دارد که این بیانگر توانایی مدل ارائه شده می‌باشد.

۴. نتیجه‌گیری

در این مطالعه یک مدل سه فاز مایکرومکانیک شامل الیاف، زمینه و ناحیه فاز واسط به منظور بررسی مکانیزم انتقال تنش در کامپوزیت‌های زمینه لاستیکی تقویت شده با الیاف کوتاه توسعه داده شد. با بکار بردن مدل حجم نمونه و استفاده از تئوری عقب افتادگی برشی و تکنیک تقویت‌کننده مجازی، حل تحلیلی کاملی در محدوده الاستیک برای تعیین مؤلفه‌های تنش انجام گرفته است. نتایج تحلیلی ارائه شده با این روابط، قابلیت تحمل تنش در این نوع کامپوزیت‌ها را بررسی می‌کند. جهت صحت سنجی نتایج ارائه شده با مدل تحلیلی، آنالیز المان محدود با نرم افزار آباکوس انجام گردید. مقایسه نشان می‌دهد که تطابق خوبی بین نتایج تحلیلی با شبیه‌سازی عددی وجود دارد. همچنین اثرات نسبت منطری و نسبت مدول بر تنش محوری الیاف و تنش برشی میان رویه الیاف-فاز واسط بررسی شد. تنش محوری به تدریج از انتهای الیاف حقیقی افزایش یافته تا در مرکز به بیشترین مقدار خود برسد در حالی که تنش برشی میان رویه در انتهای الیاف حقیقی حداکثر و در مرکز به صفر می‌رسد. لذا همان گونه که در

۵. مأخذ

- [1] Kashani, M. R., Aramid Short Fiber Reinforced Rubber as a Tire Tread Composite, *Journal of applied polymer science*, Vol. 113, No. 2, pp. 1355-1363, 2009.
- [2] Gu, B., Chen, Y. and Zhou, J., Design, Manufacture and Performance Evaluation of Non-Asbestos Sealing Composites, in: *Advances in Composite Materials-Ecodesign and Analysis*, Eds.: InTech, Vol. 64, pp. 21-54, 2011.
- [3] Dasheng, Z., Boqin, G. and Ye, C., Micromechanical Model of Stress Distribution and Transfer in Short-Fiber-Reinforced Elastomer Matrix Composite, *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*, Vol. 5, No. 8, pp. 1546-1550, 2008.
- [4] Tian, M., Su, L., Cai, W., Yin, S., Chen, Q., Fong, H. and Zhang, L., Mechanical Properties and Reinforcement Mechanisms of Hydrogenated Acrylonitrile Butadiene Rubber Composites Containing Fibrillar Silicate Nanofibers and Short.
- [5] Zhang, B., Gu, B. and Yu, X., Failure Behavior of Resorcinol-Formaldehyde Latex Coated Aramid Short Fiber Reinforced Rubber Sealing under Transverse Tension, *Journal of Applied Polymer Science*, Vol. 132, No. 12, 2015.
- [6] Cox, H., The Elasticity and Strength of Paper and Other Fibrous Materials, *British journal of applied physics*, Vol. 3, No. 3, pp. 72-79, 1952.
- [7] Halpin, J. C., *Primer on Composite Materials Analysis*, Lancaster (PA), Technomic, Vol. 130, 1984.
- [8] Tandon, G. and Weng, G., The Effect of Aspect Ratio of Inclusions on the Elastic Properties of Unidirectionally Aligned Composites, *Polymer composites*, Vol. 5, No. 4, pp. 327-333, 1984.
- [9] Eshelby, J. D., The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion, and Related Problems, *Proc. R. Soc. Lond. A*, Vol. 241, No. 1226, pp. 376-396, 1957.
- [10] Mori, T. and Tanaka, K., Average Stress in Matrix and Average Elastic Energy of Materials with Misfitting Inclusions, *Acta metallurgica*, Vol. 21, No. 5, pp. 571-574, 1973.
- [11] Lu, Y. and Liaw, P., Effects of Particle Orientation in Silicon Carbide Particulate Reinforced Aluminum Matrix Composite Extrusions on Ultrasonic Velocity Measurement, *Journal of composite materials*, Vol. 29, No. 8, pp. 1096-1116, 1995.
- [12] Lawrence, P., Some Theoretical Considerations of Fibre Pull-out from an Elastic Matrix, *Journal of Materials Science*, Vol. 7, No. 1, pp. 1-6, 1972.

- [13] Takaku, A. and Arridge, R., The Effect of Interfacial Radial and Shear Stress on Fibre Pull-out in Composite Materials, *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 6, No. 17, pp. 2038-2047, 1973.
- [14] Luk, V. and Keer, L., Stress Analysis for an Elastic Half Space Containing an Axially-Loaded Rigid Cylindrical Rod, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 15, No. 10, pp. 805-827, 1979.
- [15] Hsueh, C. H., Analytical Evaluation of Interfacial Shear Strength for Fiber Reinforced Ceramic Composites, *Journal of the American Ceramic Society*, Vol. 71, No. 6, pp. 490-493, 1988.
- [16] Hsueh, C.-H., Interfacial Debonding and Fiber Pull-out Stresses of Fiber-Reinforced Composites, *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 123, No. 1, pp. 1-11, 1990.
- [17] Hsueh, C.-H., Interfacial Debonding and Fiber Pull-out Stresses of Fiber-Reinforced Composites Vii: Improved Analyses for Bonded Interfaces, *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 154, No. 2, pp. 125-132, 1992.
- [18] Hsueh, C.-H., Young's Modulus of Unidirectional Discontinuous-Fibre Composites, *Composites Science and Technology*, Vol. 60, No. 14, pp. 2671-2680, 2000.
- [19] Gao, X.-L. and Li, K., A Shear-Lag Model for Carbon Nanotube-Reinforced Polymer Composites, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 42, No. 5-6, pp. 1649-1667, 2005.
- [20] Safarabadi, M., More Accurate Evaluation of Curing Residual Stress Field Considering Interphase Characteristics, *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 1, No. 1, pp. 3-12, 2014. (In Persian)
- [21] Esbati, A. H. and Irani, S., Multiscale Modeling of Fracture in Polymer Nanocomposite Reinforced by Intact and Functionalized Cnts, *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 4, No. 1, pp. 35-46, 2017. (In Persian)
- [22] Zakeri, M., Shayanmehr, M. and Shokrieh, M. M., Interface Modeling of Nanotube Reinforced Nanocomposites by Using Multi-Scale Modeling Method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 5, pp. 1-11, 2012. (In Persian)
- [23] Sina Alemi Parvin, Asghar Mohammadpour Fattahi, Numerical prediction of elastic properties of carbon nanotube reinforced composites using multi-scale method, *Aerospace Knowledge and Technology Journal*, Vol. 7, No. 1, pp. 117-128, 2018. (In Persian)
- [24] Meini, Y., Yanqing, Y., Bin, H. and Yaojin, W., Effect of Interface Reaction on Interface Shear Strength of Sic Fiber Reinforced Titanium Matrix Composites, *Rare Metal Materials and Engineering*, Vol. 38, No. 8, pp. 1321-1324, 2009.
- [25] Zhang, W., Li, L. and Wang, T., Interphase Effect on the Strengthening Behavior of Particle-Reinforced Metal Matrix Composites, *Computational Materials Science*, Vol. 41, No. 2, pp. 145-155, 2007.
- [26] Mondali, M. and Yousefi, M. R., Prediction a Range for Elastic Modulus of Cnt Reinforced Polymer Composites Using Analytical Method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 7, pp. 52-60, 2014. (In Persian)
- [27] Shokrieh, M. M., Soveity, S. and Mosalmani, R., An Investigation on Effects of Aspect Ratio of Representative Volume Element on Elastic Modulus of a Carbon Nanotubes Reinforced Polymer, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 9, pp. 107-116, 2014. (In Persian)
- [28] Abedian, A., Mondali, M. and Pahlavanpour, M., Basic Modifications in 3d Micromechanical Modeling of Short Fiber Composites with Bonded and Debonded Fiber End, *Computational Materials Science*, Vol. 40, No. 3, pp. 421-433, 2007.
- [29] Mondali, M. and Abedian, A., An Analytical Model for Stress Analysis of Short Fiber Composites in Power Law Creep Matrix, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 57, pp. 39-49, 2013.
- [30] Timoshenko, S. and Goodier, J., *Theory of Elasticity*, third ed., New York: McGraw-Hill Book Co., Inc., 1970.
- [31] Taheri Behrooz, F., Mahdavizade, S. M. and Gholami, M. J., Micromechanics of Stress Transfer through the Interphase in Pull out Test of Fiber through the Resin, *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 4, No. 3, pp. 283-294, 2017. (In Persian)
- [32] Yin Yao, Shaohua Chen, Peijian Chen, The effect of a graded interphase on the mechanism of stress transfer in a fiber-reinforced composite, *Mechanics of Materials*, Vol. 58, pp. 35-54, 2013.
- [33] Rahnama, H. and Shokrieh, M. M., Exact Micromechanical Stress Analysis of Long Fiber Composites under Uniform Tensile Loading, *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 2, No. 3, pp. 1-10, 2015. (In Persian)
- [34] Papanicolaou, G., Anifantis, N., Keppas, L. and Kosmidou, T. V., Stress Analysis of Short Fiber-Reinforced Polymers Incorporating a Hybrid Interphase Region, *Composite Interfaces*, Vol. 14, No. 2, pp. 131-152, 2007.
- [35] Shen, L. and Li, J., Effective Elastic Moduli of Composites Reinforced by Particle or Fiber with an Inhomogeneous Interphase, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, No. 6, pp. 1393-1409, 2003.
- [36] Yu, X., Gu, B. and Zhang, B., Effects of Short Fiber Tip Geometry and Inhomogeneous

Interphase on the Stress Distribution of Rubber Matrix Sealing Composites, Journal of Applied Polymer Science, Vol. 132, No. 16, pp. 1-8, 2015.
[37] Coffey, A., O'Bradaigh, C. and Young, R., Interfacial Stress Transfer in an Aramid

Reinforced Thermoplastic Elastomer, Journal of materials science, Vol. 42, No. 19, pp. 8053-8061, 2007.

پی نوشت

-
1. Aramid fiber reinforced rubber composites (AFRR)
 2. Interfacial debonding
 3. Interface
 4. Shear-lag model
 5. Imaginary reinforcement technique
 6. Interphase region
 7. Unit cell
 8. Representative volume element (RVE)
 9. 4 node bilinear axisymmetric quadrilateral
 10. Singular
 11. Raman spectroscopy