

طراحی صفحه ایزوگرید با شبکه تقویتی بهینه و ارزیابی تأثیر ترک مرکزی بر رفتار کمانشی آن

مهناز ذاکری^۱، صبا شیرزادی^۲، ابوالفضل جعفری^۳

۱ استادیار، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، m.zakeri@kntu.ac.ir

۲ فارغ التحصیل کارشناسی، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

۳ فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۰/۲۸

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۴/۰۷

چکیده

استفاده از صفحات نازک با تقویت‌کننده‌های شبکه‌ای، کاربرد گسترده‌ای در طراحی سازه‌های سبک و مقاوم در صنایع هوافضایی دارد. در این مقاله تأثیر حضور یک ترک مرکزی بر بار بحرانی کمانش صفحه نازک تقویت‌شده با طرح ایزوگرید بهینه شده تحت بار فشاری مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. صفحه موردنظر توسط چهار ریب افقی و سه ریب مورب تقویت شده است که شبکه‌های شش‌ضلعی را در صفحه ایجاد می‌کنند. طراحی شبکه بهینه بر اساس معادلات موجود در مراجع انجام شده و سپس مدل‌سازی و تحلیل عددی با استفاده از نرم‌افزار اجزای محدود آباکوس انجام می‌گیرد تا تأثیر طول و زاویه قرارگیری ترک و تغییر ضریب پواسون ماده بر ضرایب بار کمانشی بررسی می‌شود. نتایج نشان می‌دهند که نحوه اثر این پارامترها به شدت تحت تأثیر شرایط مرزی قرار می‌گیرد. در صفحاتی که هر چهار لبه دارای تکیه‌گاه ساده هستند، افزایش طول ترک باعث افزایش بار بحرانی کمانش و افزایش زاویه ترک باعث کاهش این بار می‌شود. از طرف دیگر، وقتی لبه‌های طولی صفحه آزاد باشند، روند فوق تغییر می‌کند طوری که افزایش طول ترک سبب کاهش بار بحرانی کمانش شده و افزایش زاویه ترک بار بحرانی کمانش را افزایش می‌دهد. همچنین تغییر ضریب پواسون در هر دو شرایط تکیه‌گاهی تأثیر اندکی بر پایداری صفحه دارد و نتایج نشان می‌دهند که افزایش ضریب پواسون، بار کمانش را به مقدار ناچیزی کاهش می‌دهد.

واژگان کلیدی

صفحه تقویت‌شده، شبکه ایزوگرید، طراحی بهینه، ترک مرکزی، بار بحرانی کمانش.

۱. مقدمه

این‌رو پوسته‌ها و صفحات نازک کاربردهای فراوانی در این صنایع پیدا کرده‌اند. سازه فضاپیما، هواپیماها، زیردریایی‌ها و مخازن تحت

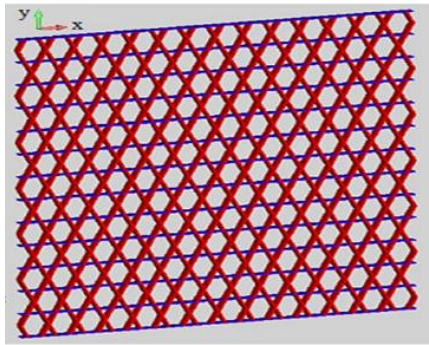
دستیابی به سازه‌های سبک با مقاومت بالا یکی از دغدغه‌های مهم طراحان و مهندسان در صنایع مکانیک و هوافضا است. از

فشار از جمله نمونه‌های مهمی است که در آنها از صفحات نازک بهره گرفته می‌شود. برای سنجش ایمنی چنین سازه‌هایی باید تمام پدیده‌هایی که باعث کاهش ظرفیت تحمل بار در صفحات می‌شود، به دقت مورد بررسی قرار گیرند. از جمله عواملی که باعث کاهش مقاومت سازه‌ها می‌شود، حضور ترک است که می‌تواند ضریب ایمنی و عملکرد سازه را به شدت تحت تاثیر قرار دهد. از سوی دیگر در صفحات نازک، ناپایداری کمانشی تحت فشار از جمله پدیده‌های رایج است و وجود نقایصی مانند سوراخ یا ترک در صفحه، می‌تواند این پدیده را سرعت بخشد. برای افزایش مقاومت و ایمنی چنین سازه‌هایی می‌توان به تقویت صفحه با استفاده از تقویت‌کننده‌ها پرداخت. این روش به علت کارایی و ضریب باربری بالا، امروزه کاربرد گسترده‌ای پیدا کرده است. مزیت دیگر این روش دستیابی به وزن کمتر در مقایسه با راهکار افزایش ضخامت صفحه می‌باشد.

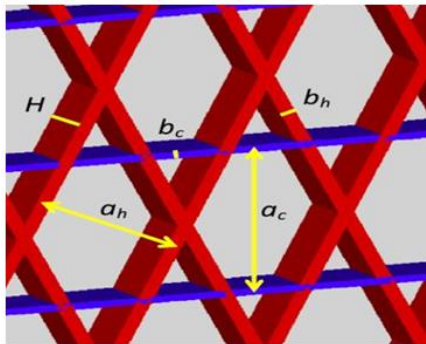
دیکسون و استرانیکان [۱] از اولین پژوهشگرانی بودند که تغییر شکل کمانشی و میدان تنش مربوط به آن را در اطراف شکاف مرکزی یک ورق فلزی مطالعه کردند. آن‌ها نشان دادند که با گسترش تغییر شکل کمانشی تحت بارگذاری کششی، ماکزیمم تنش در نوک شکاف افزایش می‌یابد. سپس در سال ۱۹۷۹، مارکستروم و استوکروز [۲] ویژگی‌های کمانشی صفحات الاستیک ترک‌دار تحت بارگذاری کششی تک محوره را به کمک روش المان محدود تحلیل نموده و وابستگی برخی از ویژگی‌های تنش پیش‌کمانشی، بارهای بحرانی و مودهای کمانش را نسبت به هندسه و شرایط مرزی، مورد بحث قرار دادند. باروت و همکارانش [۳] موضوع کمانش محلی و شکست صفحات کامپوزیتی نازک دارای ترک مایل را تحت بارگذاری کششی و فشاری، مورد بررسی قرار دادند. نتایج پژوهش آن‌ها نشان داد که با تغییر زاویه ترک از حالت افقی به ترک عمودی، بزرگی بار کمانش موضعی افزایش و نرخ آزادسازی انرژی پتانسیل کاهش می‌یابد. در سال ۲۰۰۱ گاز و دایشل [۴] مطالعه‌ای در رابطه با کمانش صفحه آلومینیومی نازک دارای ترک لبه‌ای و تحت کشش انجام دادند و دریافتند که ظرفیت حمل بار صفحه، به شرایط مرزی وابسته است. بریگنتی [۵] در سال ۲۰۰۵، کمانش صفحات نازک مستطیلی دارای ترک را مورد بررسی قرار داد. وی با مدل‌سازی المان محدود، تاثیر پارامترهای مختلف مانند طول نسبی ترک، زاویه ترک و ضریب پواسون را بر ضریب بار بحرانی کمانش در

هر دو حالت بارگذاری کششی و فشاری تحلیل کرد. نتایج عددی این پژوهش نشان داد که در حالت بارگذاری فشاری، تغییرات کم زاویه ترک، باعث کاهش ضریب بار کمانشی می‌شود و همچنین در زوایای کوچکتر از ۶۰ درجه، ترک دارای اثر مفیدی است و بار کمانشی را نسبت به حالت بدون ترک افزایش می‌دهد. در سالهای اخیر، در زمینه کمانش صفحات تقویت‌شده حاوی ترک نیز پژوهش‌هایی صورت گرفته است که از آن جمله می‌توان به کار مارگاریتز و تولیوس [۶] اشاره کرد. ایشان مقاومت نهایی صفحه ترک‌دار با یک استرینگر تقویت کننده طولی را به روش المان محدود در نرم‌افزار آباکوس بررسی کردند. آن‌ها با قرار دادن ترک در محل تقاطع استرینگر و صفحه دریافتند که طول ترک بر روی مود شکست این صفحات تاثیر زیادی دارد و وجود ترک باعث کاهش مقاومت نهایی صفحه می‌شود. دنگ و کاپانیا [۷] رفتار کمانشی صفحات تقویت شده ترک‌دار با شبکه تقویت‌کننده‌ی مستطیلی را با قرار دادن ترک در دو موقعیت مرکزی و لبه‌ای مطالعه نموده و نتایج حاصل از روش ریلی را با نتایج به دست آمده از روش المان محدود مقایسه کردند که مطابقت زیادی بین این نتایج مشاهده شد. ژو و همکارانش [۸] مقاومت نهایی باقی‌مانده صفحات ترک‌دار تحت فشار تک‌محوره را که دارای شبکه تقویت‌کننده مستطیلی با استرینگرهای طولی و عرضی بودند، به روش المان محدود مورد مطالعه قرار دادند. ایشان تاثیر پارامترهای ترک را بر استحکام نهایی باقیمانده در صفحات تقویت شده اورتوگرید تحت بار محوری فشاری بررسی نمودند. بیات‌فر و همکاران [۹] با استفاده از روش اجزای محدود، به مطالعه استحکام باقیمانده در صفحات حاوی ترک با تقویت‌کننده طولی تحت بار فشاری پرداختند. نتایج ایشان نشان داد که استحکام باقیمانده این نوع سازه‌ها بسیار متاثر از اندازه و موقعیت ترک می‌باشد. در سال ۲۰۱۵، وانگ و همکارانش [۱۰] به تحلیل مقاومت نهایی صفحات تقویت‌شده ترک‌دار و بدون ترک با تقویت‌کننده‌های T شکل در راستای عرضی صفحه پرداختند. آن‌ها پارامترهای موثر بر مقاومت نهایی صفحات سالم از جمله نسبت ابعاد صفحه و شرایط مرزی را مورد بررسی قرار دادند. قاسمی قلعه بهمن و صلواتی [۱۱] نیز ضرایب شدت تنش و ضرایب ترم‌های مرتبه بالاتر ترک در حالت‌های مختلف مود شکست را با استفاده از روش اجزای محدود توسعه یافته مطالعه کردند. ذاکری و جعفری [۱۲] صفحه نازک تقویت‌شده ایزوگرید

مستطیلی به عرض $L_a = 261 \text{ mm}$ (در جهت x) و طول $L_b = 422 \text{ mm}$ (در جهت y) و نسبت منظری $r = L_b/L_a$ تحت بار فشاری طولی، مدل‌سازی می‌شود که شبکه‌ی تقویت‌کننده‌ی آن دارای ۴ ریب افقی و ۳ ریب مورب می‌باشد (شکل ۲). همچنین زاویه بین ریب‌های مورب با جهت قائم y ، با پارامتر φ تعریف می‌شود.

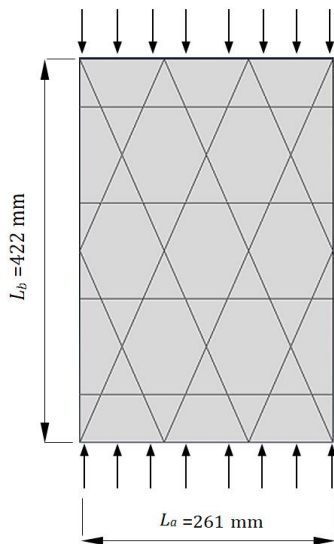


(الف)



(ب)

شکل ۱. الف) صفحه مشبک ایزوگرید با سلول‌های ۶ ضلعی، ب) متغیرهای طراحی صفحه مشبک ایزوگرید [۱۴]



شکل ۲. هندسه و بارگذاری صفحه مشبک ایزوگرید

با شبکه بندی لوزی را تحت شرایط بارگذاری تک‌محوری و دومحوری مورد مطالعه قرار دادند و تأثیر پارامترهای مختلف بر ضرایب شدت تنش را تحلیل کردند. توتارو [۱۳] صفحات مشبک ایزوگرید تحت بارگذاری فشاری را بررسی نموده و با هدف کمینه کردن وزن سازه، به طراحی بهینه شبکه کازومه پرداخت. نتایج او نشان داد که این شبکه در مقایسه با سایر چینش‌های تقویت‌کننده، وزن کمتر و مقاومت کمانشی بیشتری دارد. در سال ۲۰۱۷ وانگ و همکاران [۱۴] طرح جدیدی با تقویت‌کننده‌های منحنی شکل پیشنهاد کرده و به بهینه‌سازی بار کمانشی در صفحات تقویت‌شده با تغییر مشخصات شبکه منحنی پرداختند. سپس در سال ۲۰۱۸ [۱۵] پژوهش‌های خود بر روی شبکه منحنی را ادامه دادند. هدف این پژوهش، بررسی میزان حساسیت بار کمانش موضعی و کلی به تغییر پارامترهایی نظیر جنس ماده، تغییر زوایای ریب‌های منحنی و پارامترهای شکل سلول ساختار مشبک بود.

آنچه در این مقاله به آن پرداخته می‌شود، طراحی یک شبکه ایزوگرید بهینه بر اساس روابط توتارو [۱۳] و سپس بررسی تأثیر حضور یک ترک مرکزی بر رفتار کمانشی صفحه تقویت‌شده با این شبکه است. بدین منظور تأثیر پارامترهای هندسی ترک و ضریب پواسون بر ضریب بار کمانشی مجموعه بررسی می‌شود. شبکه تقویت‌کننده مورد نظر، شبکه کازومه بهینه شده است که کاربرد آن برای بهبود رفتار کمانشی، افزایش مقاومت نهایی و افزایش بار بحرانی صفحه توصیه شده است. اما ایجاد ترک، در شرایط مرزی مختلف می‌تواند تأثیر متفاوتی بر عملکرد این سازه داشته باشد. در ادامه، این تأثیرات با استفاده از حل عددی اجزای محدود، مورد بررسی و ارزیابی قرار خواهند گرفت.

۲. شبیه‌سازی عددی

در پژوهش حاضر، به منظور تحلیل عددی رفتار کمانشی صفحات مشبک ایزوگرید (شکل ۱-الف) از نرم‌افزار اجزای محدود آباکوس استفاده می‌شود. هندسه صفحات مورد نظر با توجه به روابط حاکم بر شبکه‌ی بهینه‌سازی شده در مرجع [۱۳] طراحی می‌شود که متغیرهای طراحی آن در شکل ۱-ب نمایش داده شده است. در این شکل H ضخامت ریب‌های تقویت‌کننده، b_c و b_h به ترتیب عرض ریب‌های افقی و مورب و a_h و a_c به ترتیب فاصله بین دو ریب افقی و دو ریب مورب می‌باشند. بدین ترتیب صفحه

هر ۴ لبه‌ی صفحه دارای تکیه‌گاه ساده هستند و خواص مکانیکی صفحه و شبکه تقویتی شامل مدول الاستیسیته و ضریب پواسون به ترتیب برابر با ۷۲۳۹۴ مگاپاسکال و ۰/۳۳ می‌باشند [۱۳]. در ادامه، روند محاسبه پارامترهای طراحی شبکه تقویت‌کننده برای صفحه مورد نظر و همچنین نحوه شبیه‌سازی اجزای محدود بیان می‌شود.

۲-۱. روند طراحی صفحه تقویت شده با هندسه بهینه

در این پژوهش برای طراحی پارامترهای هندسی تقویت‌کننده‌ها شامل عرض بهینه‌ی ریب‌ها و زاویه‌ی قرارگیری آن‌ها، از نمودار حداقل جرم شبکه بر حسب زاویه‌ی ریب‌های مورب برای نسبت‌های منطقی مختلف (شکل ۳) براساس نتایج مرجع [۱۳] استفاده می‌شود. در این مرجع با تحلیل کماتشی صفحات نازک تقویت‌شده و بهره‌گیری از روش‌های بهینه‌سازی، نمودارهایی برحسب پارامترهای طراحی برای صفحات دارای تکیه‌گاه ساده در چهار لبه (SSSS) و صفحاتی که فقط دارای تکیه‌گاه ساده در دو لبه طولی (SFSF) می‌باشند استخراج شده است. در روند محاسبات برای رسیدن به حداقل جرم، روابطی نیز برای محاسبه‌ی مقادیر بهینه ضخامت و عرض ریب‌ها برای شرایط تکیه‌گاهی مذکور ارائه شده است. با توجه به نمودار شکل ۳، بهترین مقدار برای پارامترهای هندسی در شرایط مرزی SSSS عبارت است از $\frac{b_c}{b_h} = 1/45$ و $\varphi = 22^\circ$. به طور مشابه، با استخراج مقادیر از مرجع [۱۳] این مقادیر برای شرایط تکیه‌گاهی SFSF برابر است با: $\frac{b_c}{b_h} = 1/35$ ، $\varphi = 26/3^\circ$. مقدار پارامترهای طراحی در جدول ۱ ارائه شده است که در آن k_{opt} ضریب کماتش موضعی است.

برای تعیین ضخامت بهینه ریب‌ها در شرایط مرزی SSSS، می‌توان از رابطه‌ی (۱) استفاده کرد [۱۳]:

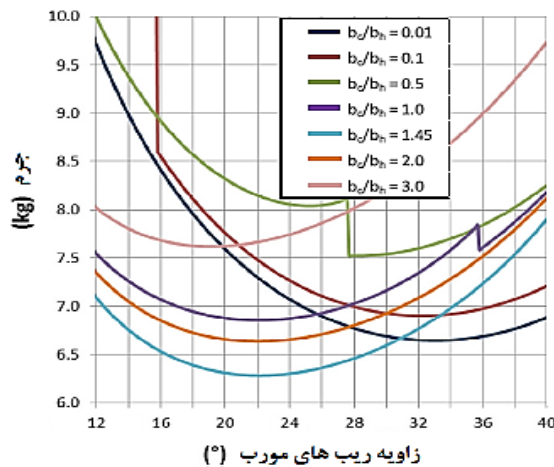
$$H_{opt} = 0.62 \left(\frac{12P}{E} \right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{L_a}{\pi}} k_{opt}^{\frac{1}{8}} \quad (1)$$

در این رابطه E مدول الاستیسیته، P مقدار نیروی فشاری وارد بر صفحه، L_a عرض صفحه و H_{opt} ضخامت بهینه ریب‌های افقی و مورب می‌باشد. از آن‌جا که مقدار نیروی کماتشی شبکه مورد نظر مجهول است، برای محاسبه ضخامت بهینه تقویت‌کننده‌ها از روند سعی و خطا با بهره‌گیری از مدل‌های نرم‌افزاری استفاده می‌شود. بدین صورت که ابتدا شبکه مورد نظر

با مقدار دلخواه اولیه برای ضخامت ریب، مدل شده و مورد تحلیل کماتشی قرار می‌گیرد. با جایگذاری بار کماتش به‌دست آمده از این تحلیل در رابطه (۱) ضخامت جدید برای ریب‌ها به‌دست می‌آید. با این ضخامت اصلاح شده، بار دیگر حل عددی انجام گرفته و بار کماتشی محاسبه می‌شود تا ضخامت مجدداً اصلاح گردد. این روند تا جایی ادامه پیدا می‌کند که ضخامت نهایی حاصل از فرمول تقریباً با ضخامت مورد استفاده در مدل اجزای محدود برابر شود و خطای محاسبه به کمتر از ۵٪ برسد. بدین ترتیب، با اعمال این روش و تکرار آن در چند مرحله، ضخامت ریب‌ها در شرایط تکیه‌گاهی SSSS برابر با ۹/۶۴ میلی‌متر تعیین می‌شود.

جدول ۱. پارامترهای طراحی تقویت‌کننده‌ها در شرایط مرزی مختلف

شرایط مرزی صفحه		پارامتر طراحی
SFSF	SSSS	
۱/۳۵	۱/۴۵	$\frac{b_c}{b_h}$
۲۶/۴	۲۲	φ (°)
۱/۸	۱/۸	b_h (mm)
۲/۴۳	۲/۷	b_c (mm)
۶/۳	۶/۸	k_{opt}



شکل ۳. نمودار حداقل جرم شبکه بر حسب زاویه ریب‌های مورب برای نسبت‌های منطقی مختلف در شرایط تکیه‌گاهی SSSS [۱۳]

از طرفی با توجه به این نکته که بهترین حالت طراحی پوسته تقویت شده، زمانی است که صفحه و استرینگرها به صورت یکپارچه عمل کرده و همزمان با هم کماتش کنند، می‌توان ضخامت مناسب برای صفحه را نیز تخمین زد. برای این منظور سلول مرکزی صفحه را که حاوی ترک است در نظر گرفته و ابتدا کمترین تنش کماتشی برای استرینگرهای اطراف سلول مرکزی

$$H_{opt} = 0.572 \left(\frac{12P}{E} \right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{L_a}{\pi}} k_{opt}^{\frac{1}{8}} \quad (4)$$

جدول ۲. پارامترهای طراحی پوسته در شرایط مرزی مختلف

شرایط مرزی صفحه		پارامتر طراحی
SFSF	SSSS	
۹/۰۲	۹/۶۴	ضخامت ریبها (mm)
۵۰/۵۹	۵۷/۱۲	بلندترین طول استرینگر در سلول مرکزی (mm)
۳۰۱/۴۶	۲۳۶/۴۷	تنش کمانشی استرینگر بحرانی (MPa)
۲۰/۴ t^2	۱۷/۵ t^2	تنش کمانشی پوسته (MPa)
۳/۸	۳/۶	ضخامت پوسته (mm)

۲-۲. مدل‌سازی اجزای محدود

پس از تعیین متغیرهای طراحی، صفحه نازک و شبکه‌ی تقویت‌کننده ایزوگرید با حضور یک ترک در وسط سلول مرکزی، مدل‌سازی شده و پس از اعمال شرایط تکیه‌گاهی و بارگذاری واحد در لبه‌های عرضی صفحه، تحلیل کمانشی انجام می‌شود. برای مدل‌سازی صفحه از المان‌های ۸ گره S8R و برای شبکه‌ی تقویت‌کننده از المان‌های تیر در نرم‌افزار آباکوس استفاده شده و پس از بررسی همگرایی نتایج، تعداد المان‌های مورد استفاده مجموعاً حدود ۲۸۰۰۰ المان می‌باشد. برای افزایش دقت محاسبات، در نوک ترک از المان‌های تکین استفاده شده و همچنین تراکم المان‌ها در این ناحیه افزایش یافته است. شکل ۵-الف نمونه‌ای از مش‌ریزی صفحات را نشان می‌دهد. در شکل ۵-ب نیز نحوه مش‌ریزی در اطراف ترک ملاحظه می‌شود.

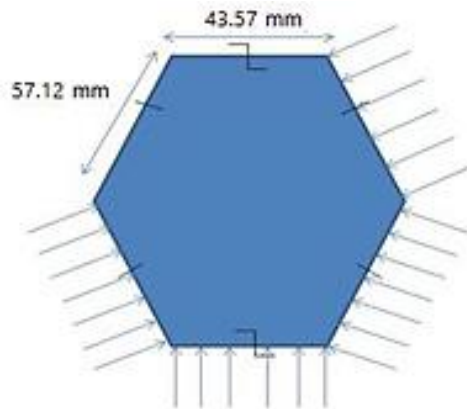
۲-۳. اعتبارسنجی

پیش از تحلیل رفتار صفحه تقویت شده مورد طراحی، لازم است روند مدل‌سازی و تحلیل در نرم‌افزار اجزای محدود صحه‌گذاری شود. از آنجا که تاکنون پژوهش عددی یا تجربی مشابهی برای سازه مورد نظر انجام نشده است، اعتبارسنجی در چهار مرحله به شرح زیر انجام گرفته و با تحلیل صفحات در شرایط مختلف، صحت تمام مراحل مدل‌سازی بررسی شده است.

مرحله اول- برای صحه‌گذاری مدل‌سازی صفحه‌ی نازک، اعمال صحیح شرایط مرزی و انجام تحلیل کمانش، یک صفحه ساده تحت بارگذاری فشاری تک‌محوره با تکیه‌گاه‌های ساده در

که مربوط به استرینگر با بلندترین طول است، محاسبه می‌شود. سپس این تنش با تنش کمانشی پوسته ۶ ضلعی سلول (شکل ۴) برابر قرار داده می‌شود.

با در نظر گرفتن استرینگرها به صورت تیر دو سر گیردار و با استفاده از فرمول کلاسیک اولر طبق رابطه (۲)، تنش کمانشی بحرانی استرینگر به دست می‌آید. در رابطه (۲) طول موثر تیر وابسته به شرایط مرزی می‌باشد که برای تیر دو سر گیردار به طول l مقدار آن برابر است با $l_e = 0.5l$ همچنین مساحت مقطع و I_s ممان اینرسی استرینگر است.



شکل ۴. سلول ۶ ضلعی در صفحه مشبک ایزوگرید

$$(\sigma_{cr})_s = \frac{\pi^2 EI_s}{l_e^2 A_s} \quad (2)$$

برای محاسبه تنش کمانشی یک پوسته N ضلعی با فرض آن‌که همه لبه‌ها دارای تکیه‌گاه‌های ساده باشند، می‌توان از رابطه (۳) استفاده کرد [۱۶]:

$$\sigma = C \frac{Et^2}{a^2(1-\nu^2)} \quad (3)$$

در این رابطه t ضخامت پوسته، E مدول الاستیسیته، ν ضریب پواسون، a طول ضلع N ضلعی منتظم و $C = 0.597$ ضریب ثابتی است که با توجه به تعداد اضلاع N ضلعی انتخاب شده است. در ادامه، پوسته به صورت ۶ ضلعی منتظم تقریب زده شده و تنش کمانشی آن، طبق جدول ۲ به دست می‌آید. در نهایت با برابر قرار دادن مقدار تنش بحرانی پوسته و استرینگر، مقدار ضخامت پوسته تعیین می‌شود.

به‌طور مشابه و با استفاده از روابط متناظر، این مقادیر برای صفحات با شرایط تکیه‌گاهی SFSF قابل محاسبه است که نتایج آن در جدول ۲ ارائه شده است. ضخامت بهینه تیرها در شرایط SFSF، از رابطه (۴) محاسبه می‌شود [۱۳].

هر چهار لبه آن مدل‌سازی می‌شود. سپس بار کمانش حاصل از حل عددی، با نتایج روابط حاکم بر صفحه مقایسه می‌شود.

ابعاد صفحه به صورت طول 200mm ، عرض $b = 100\text{mm}$ و ضخامت $t = 0.25\text{mm}$ انتخاب شده و مشخصات مکانیکی آن $E = 70\text{ GPa}$ و $\nu = 0.1$ می‌باشند. پس از اعمال شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده در هر چهار لبه صفحه و بار فشاری در لبه‌های عرضی، تحلیل کمانشی انجام شده و نیروی بحرانی کمانش $P_{cr} = 36/27\text{ N}$ به دست می‌آید.

از طرف دیگر می‌توان از رابطه تئوری حاکم بر صفحات برای محاسبه نیروی بحرانی صفحه استفاده کرد [17]:

$$P_{cr} = \frac{k \pi^2 E t^3}{12 b (1 - \nu^2)} \quad (5)$$

با توجه به ابعاد صفحه و ضریب کمانشی k که بر اساس شرایط مرزی تعیین می‌شود، بار بحرانی کمانش $36/34\text{ N}$ خواهد بود. اختلاف بین نتیجه حل عددی با این مقدار، 0.2% درصد است که صحت مدل‌سازی صفحه و تحلیل کمانشی آن در نرم‌افزار را تایید می‌کند.

مرحله دوم- به منظور صحت‌گذاری بر مدل‌سازی ترک، صفحه‌ی حاوی ترک مرکزی تحت بار محوری فشاری، در دو وضعیت زاویه‌ای ترک طبق مرجع [18] تحلیل شده و نتایج حاصل از تحلیل اجزای محدود با نتایج موجود در این مرجع مقایسه می‌شوند. ابعاد صفحه به صورت طول 200mm ، عرض $b = 100\text{mm}$ و ضخامت $t = 0.25\text{mm}$ هستند و هر چهار لبه آن تکیه‌گاه ساده دارند. ترک به طول نسبی 0.3 در مرکز صفحه در دو وضعیت زاویه‌ای متفاوت 0 و 30 درجه قرار داده می‌شود و مشخصات ماده به صورت $E = 70\text{ GPa}$ و $\nu = 0.1$ اعمال می‌گردد.

پس از تحلیل کمانشی صفحه، با تعریف پارامتری به نام نسبت بار کمانشی (λ) که طبق رابطه (6) عبارت است از نسبت تنش کمانشی صفحه ترک‌دار به تنش کمانشی صفحه متناظر بدون ترک [5]، مقادیر حاصل شده برای این پارامتر از حل اجزای محدود با مقادیر ذکر شده در مرجع مقایسه می‌شوند (جدول 3).

$$\lambda = \frac{\sigma_0}{\sigma_{E,c}} \quad (6)$$

اختلاف اندک در نتایج، صحت مدل‌سازی و تحلیل صفحه ترک‌دار را نشان می‌دهد.

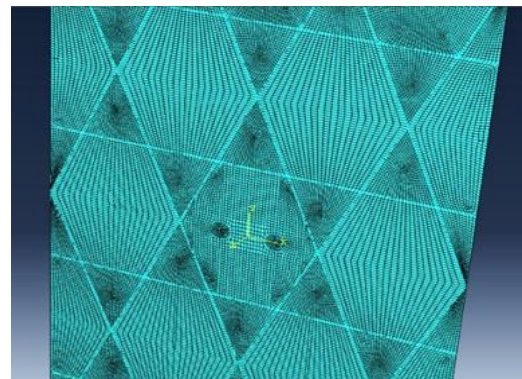
جدول 3. مقایسه نسبت بار کمانشی صفحه ترک‌دار حاصل از مدل‌سازی

حاضر با نتایج موجود در مرجع [18]

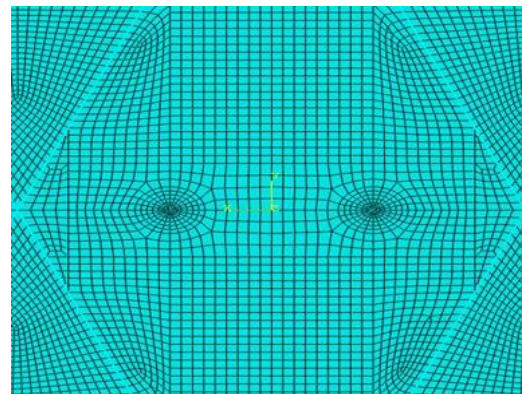
زاویه ترک	λ ، پژوهش حاضر	λ ، مرجع [18]	اختلاف %
0	-1/0.13	-1/0.48	3/34
30	-1/0.10	-1/0.39	2/81

مرحله سوم- به منظور صحت‌گذاری بر مدل‌سازی شبکه تقویت‌کننده، یک شبکه‌ی ایزوگرید با ویژگی‌هایی مطابق با مرجع [13]، شبیه‌سازی شده و نتایج حاصل از تحلیل کمانشی این شبکه با نتایج موجود در آن مرجع مقایسه می‌شود. ابعاد این شبکه $L_a = 1220\text{mm}$ و $L_b = 1373\text{mm}$ ، با تکیه‌گاه‌های ساده در چهار لبه و تحت بار فشاری محوری 200 kN در نظر گرفته شده است. ضخامت پهنه ریب‌ها $36/3$ میلی‌متر و عرض ریب‌های افقی و مورب به ترتیب $2/7$ و $1/8$ میلی‌متر است. جهت تطابق با مقاله مرجع، مشخصات ماده آن $E = 80\text{ GPa}$ و $\nu = 0.33$ اعمال می‌شوند.

شبکه مورد نظر در نرم‌افزار آباکوس مدل شده و پس از اعمال شرایط مرزی و بارگذاری، تحلیل کمانش انجام شد. بار



(الف)



(ب)

شکل 5. الف) نحوه مش‌ریزی صفحه‌ی مشبک ایزوگرید، ب) مش‌ریزی در نوک ترک

۳. تحلیل نتایج

در این بخش نقش پارامترهای مختلف بر بار کمانشی بررسی می‌شود. این پارامترها عبارتند از: طول نسبی ترک، زاویه ترک، ضریب پواسون و شرایط تکیه‌گاهی. ترک مرکزی با طول‌های نسبی ۰/۲، ۰/۴، ۰/۶ و ۰/۸ و نسبت به قطر سلول ۶ ضلعی و همچنین زوایای ۰، ۱۵، ۳۰، ۴۵، ۶۰ و ۷۵ و ۹۰ درجه نسبت به محور افقی x در نظر گرفته شده است.

جدول ۴- مقایسه نسبت بار کمانشی از نتایج حل عددی حاضر با نتایج موجود در مرجع [۷]

طول نسبی ترک ($2a/L$)	شماره مود	λ ، پژوهش حاضر	λ ، مرجع [7]	درصد اختلاف
۰/۱	۱	۱/۷۲۲	۱/۶۸۷	۲/۰۷
	۲	۳/۵۷۸	۳/۴۴۱	۳/۹۶
	۳	۳/۹۵۳	۴/۰۲۴	-۱/۷۶
	۴	۴/۲۸۹	۴/۲۰۴	۲/۰۲
	۵	۵/۰۲۷	۴/۹۷۸	۱/۰۰
۰/۲	۱	۱/۴۴۴	۱/۴۱۴	۲/۱۱
	۲	۳/۰۱۱	۲/۹۷۸	۱/۱۱
	۳	۳/۱۳۰	۳/۰۶۲	۲/۲۲
	۴	۴/۰۶۱	۳/۹۹۲	۱/۷۳
	۵	۴/۹۳۲	۵/۰۸۹	-۳/۰۸

نتایج عددی نشان می‌دهد که برای صفحه‌ای با تکیه‌گاه‌های ساده، نیروی بحرانی کمانش $52/45$ kN می‌باشد، در حالی که برای صفحه‌ای با ابعاد مشابه که با استفاده از شبکه ایزوگرید پهنه تقویت شده است، بار بحرانی کمانشی حدود $172/04$ kN است. یعنی استفاده از این شبکه، مقاومت کمانشی را بیش از ۳ برابر افزایش می‌دهد. شکل ۷ مود اول کمانشی صفحات تقویت شده بدون ترک را برای دو شرایط تکیه‌گاهی نمایش می‌دهد. در صورت وجود ترکی با زاویه‌ی صفر درجه، مقایسه نیروی کمانشی صفحات تقویت‌شده و ساده نشان می‌دهد که باز هم نیروی کمانش بیش از ۳ برابر افزایش یافته است. برای شرایط تکیه‌گاهی SFSF نیز نتایج مشابهی به دست آمده است (شکل ۸).

۳-۱. اثر طول نسبی بر نسبت بار کمانشی

با استفاده از پارامتر بی‌بعد نسبت بار کمانشی λ می‌توان اثر طول نسبی ترک بر بار کمانشی را برای زوایای مختلف ترک بررسی کرد. همان‌طور که در مجموعه نمودارهای شکل ۹ و شکل ۱۰ مشاهده می‌شود، در شرایط تکیه‌گاهی SSSS (شکل ۹) در اکثر

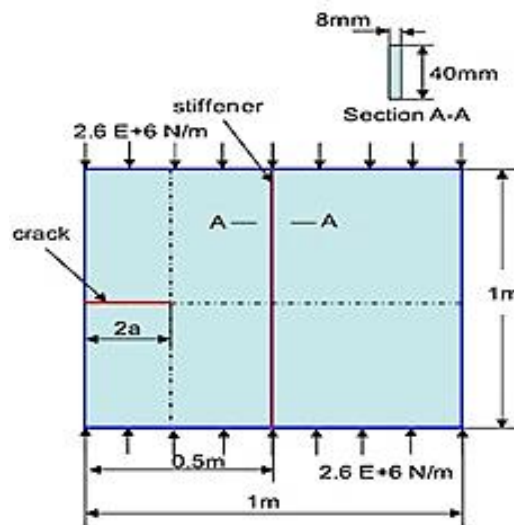
بحرانی حاصل برابر $197/3$ kN است. از طرفی بار بحرانی کمانش صفحه طبق مرجع [۱۳] برابر 196 kN می‌باشد. اختلاف بین این دو نتیجه $0/66$ درصد است که نشان دهنده صحت روند مدل‌سازی و تحلیل کمانشی شبکه است.

مرحله چهارم- برای صحنه‌گذاری تحلیل عددی صفحه نازک تقویت‌شده ترک‌دار، صفحه‌ای با یک ریب تقویت‌کننده و ترک لبه‌ای با شرایط مرزی و ویژگی‌های مکانیکی ذکر شده در مرجع [۷] مدل‌سازی شده است. شکل ۶ هندسه و ابعاد این صفحه را نشان می‌دهد. تیری با مقطع مستطیلی به ابعاد 40×8 mm به عنوان تقویت‌کننده طولی در جهت y در وسط صفحه قرار گرفته و صفحه دارای ترک لبه‌ای، بارگذاری فشاری در لبه‌های عرضی و تکیه‌گاه‌های ساده در هر چهار لبه است. ویژگی‌های ماده به صورت $E = 205/8$ GPa و $\nu = 0/3$ هستند.

نتایج تحلیل کمانش با استفاده از پارامتر بی‌بعد نسبت بار به صورت $\lambda = P_{cr}/P_0$ بیان شده است که در آن P_{cr} بار بحرانی کمانش صفحه تقویت شده ترک‌دار و P_0 بار بحرانی کمانش صفحه بدون ترک و تقویت کننده است که با توجه به فرمول زیر تعیین می‌شود:

$$P_0 = \frac{\pi^2 E t^3}{[3(1-\nu^2)l^2]} \quad (7)$$

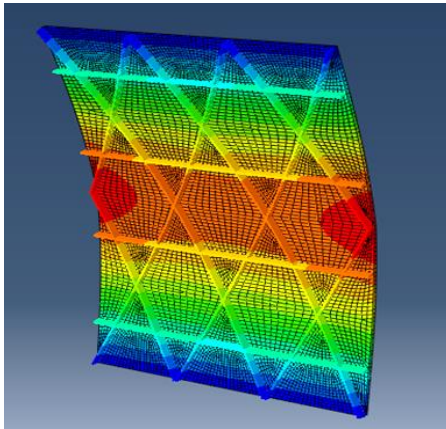
با مقایسه مقدار λ براساس نتایج حاصل از نرم‌افزار، با نتایج موجود در مرجع [۷] طبق جدول ۴ مشاهده می‌شود که اختلاف نتایج برای پنج مود اول کمانشی، کمتر از ۴ درصد است.



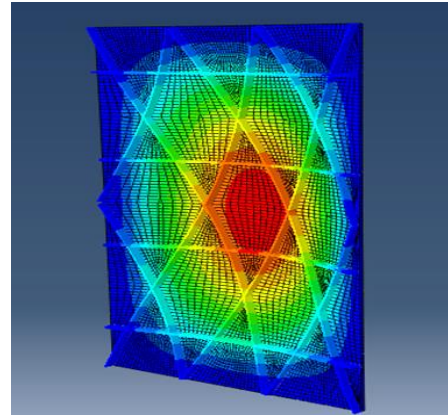
شکل ۶. هندسه صفحه تقویت شده دارای ترک لبه‌ای [۷]

موارد با افزایش طول ترک، مقدار λ خصوصاً در زوایای کوچکتر از ۶۰ درجه، مقدار کمی افزایش می‌یابد. در حالی که در زوایای

بزرگتر از ۶۰ درجه تاثیر طول ترک ناچیز می‌باشد. این نکته خصوصاً در ضریب پواسون‌های کمتر مشاهده می‌شود.

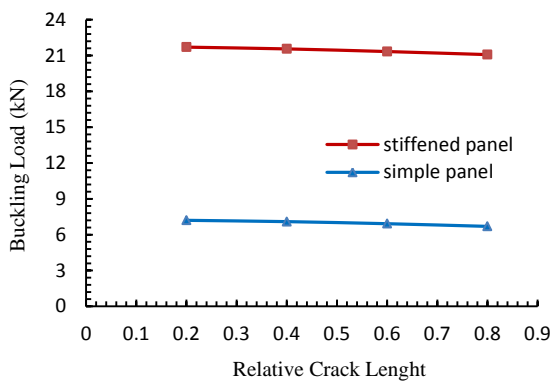


(ب)

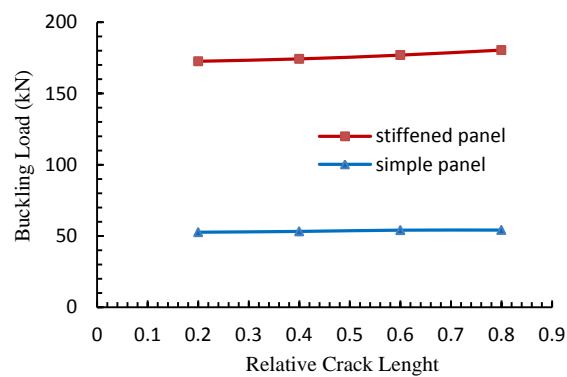


(الف)

شکل ۷. مود اول کمانشی صفحه تقویت شده با شرایط تکیه‌گاهی الف (SSSS، ب) SFSSF



(ب)



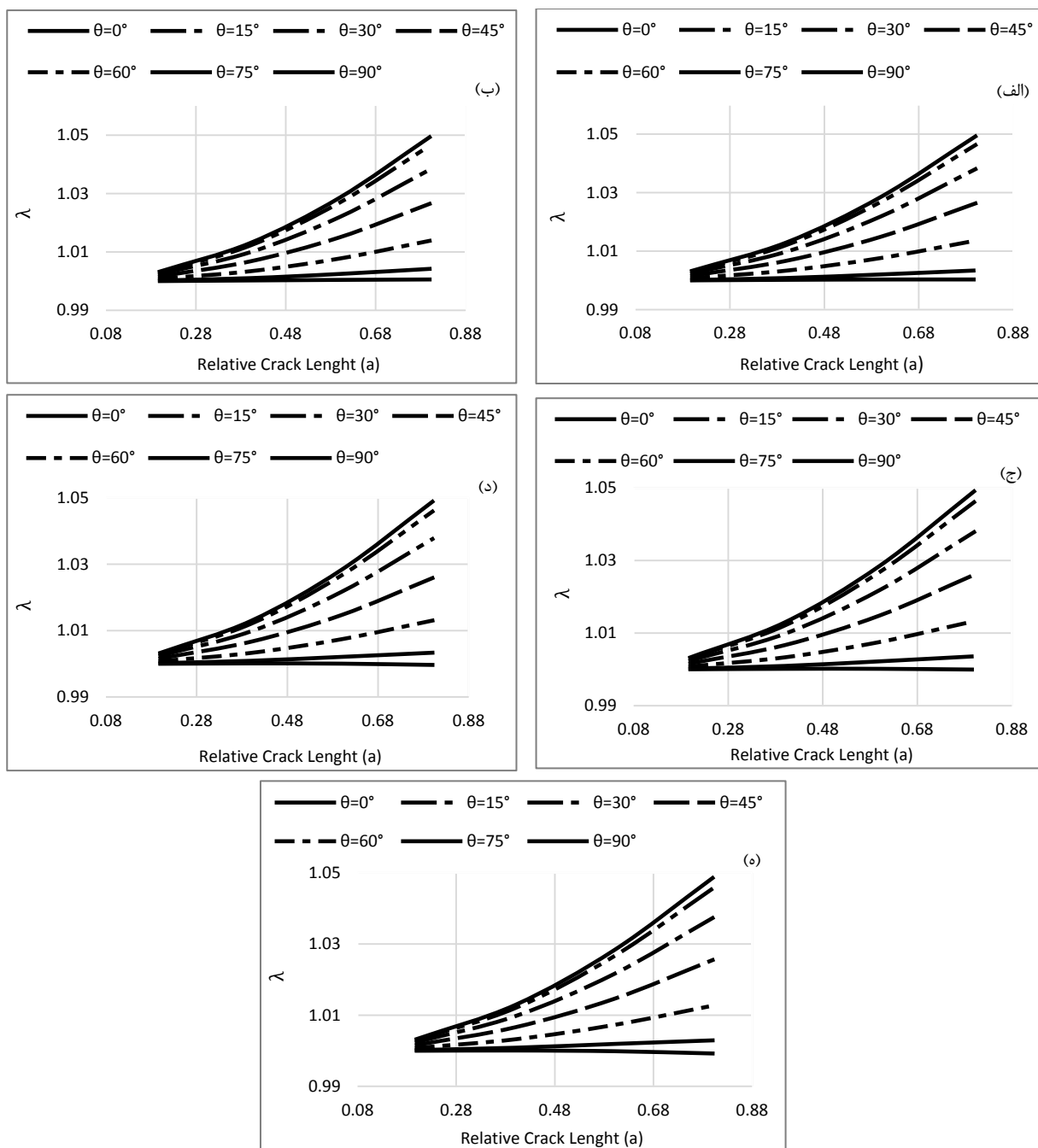
(الف)

شکل ۸. مقایسه بار کمانشی در صفحات ترک‌دار ساده و تقویت‌شده با ضریب پواسون ۰/۳۳ و زاویه ترک ۰ درجه در شرایط تکیه‌گاهی

الف (SSSS، ب) SFSSF

و کمانش را به تاخیر می‌اندازد. همان‌طور که در نمودارهای شکل ۱۰ مشخص است، وقتی صفحه ترک در جهت اعمال بارگذاری باشد، وجود ترک تاثیر چندانی بر بار کمانشی ندارد و با افزایش طول نسبی ترک، نسبت بار کمانشی تقریباً ثابت باقی می‌ماند. در صورتی که وقتی صفحه ترک عمود بر جهت اعمال بار فشاری باشد، تاثیر طول ترک بر نسبت بار کمانشی افزایش می‌یابد. از طرف دیگر در شرایط مرزی SFSSF بر خلاف شرایط مرزی SSSS در اکثر موارد نسبت بار کمانشی کمتر از ۱ است. این بدان معناست که بار بحرانی کمانشی در صفحات ترک‌دار کمتر از صفحات بدون ترک است و وجود ترک پایداری صفحه را کاهش می‌دهد.

هرچه ضریب پواسون افزایش یافته و به مقادیر تراکم ناپذیر نزدیک می‌شود، تاثیر طول ترک بر بار کمانشی برای زوایای بزرگتر از ۶۰ درجه نیز افزایش می‌یابد. به‌طور مثال برای ضریب پواسون بیش از ۰/۴ و زاویه ترک ۹۰ درجه با افزایش طول ترک، مقدار نسبت بار کمانشی، اندکی بیشتر از سایر حالت‌ها تغییر می‌کند (شکل ۹-ه)، در حالی که برای ضریب پواسون‌های کمتر از ۰/۴ و زاویه ترک ۹۰ درجه، مقادیر نسبت بار کمانشی با تغییر طول نسبی ترک، تقریباً ثابت است. از نمودارهای شکل ۹ مشاهده می‌شود که در زوایای کوچکتر از ۶۰ درجه، نسبت بار کمانشی بیشتر از ۱ می‌باشد ($|\lambda| > 1$). در این صفحات، ترک در مقابل توسعه امواج انحنایی کمانش، به‌عنوان یک مانع عمل می‌کند [۵]



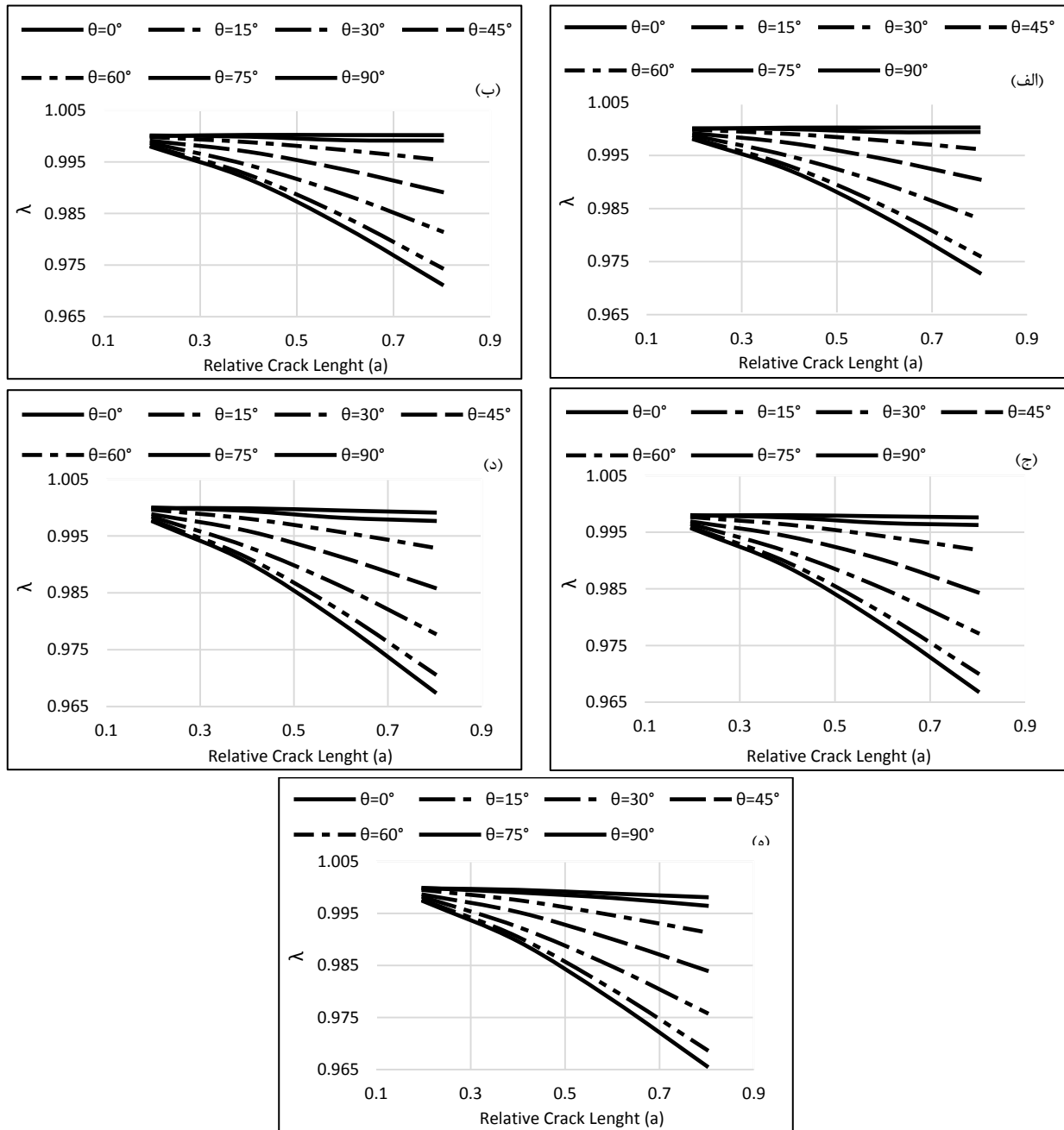
شکل ۹. نسبت بار کمانشی بر حسب طول نسبی ترک برای زوایای ترک و ضرایب پواسون مختلف در شرایط تکیه‌گاهی SSSS

(الف) $\nu = 0.1$ ، (ب) $\nu = 0.2$ ، (ج) $\nu = 0.33$ ، (د) $\nu = 0.4$ ، (ه) $\nu = 0.49$

۳-۲. اثر زاویه ترک بر نسبت بار کمانشی

برای اینکه تاثیر زاویه‌ی ترک به روشنی مشخص شود، نمودار نسبت بار کمانشی بر حسب تغییر زاویه نیز برای طول‌های نسبی مختلف برای موادی با ضریب پواسون‌های متفاوت در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ ترسیم شده است. برای شرایط تکیه‌گاهی ساده SSSS

ملاحظه می‌شود که تاثیر طول ترک در زوایای کمتر از ۶۰ درجه بیشتر است. همچنین شیب تغییرات بار کمانشی با افزایش طول نسبی ترک افزایش می‌یابد. شیب تغییرات نسبت بار کمانشی نسبت به زاویه ترک در طول نسبی ۰/۸ بسیار بیشتر از طول نسبی ۰/۲ است.

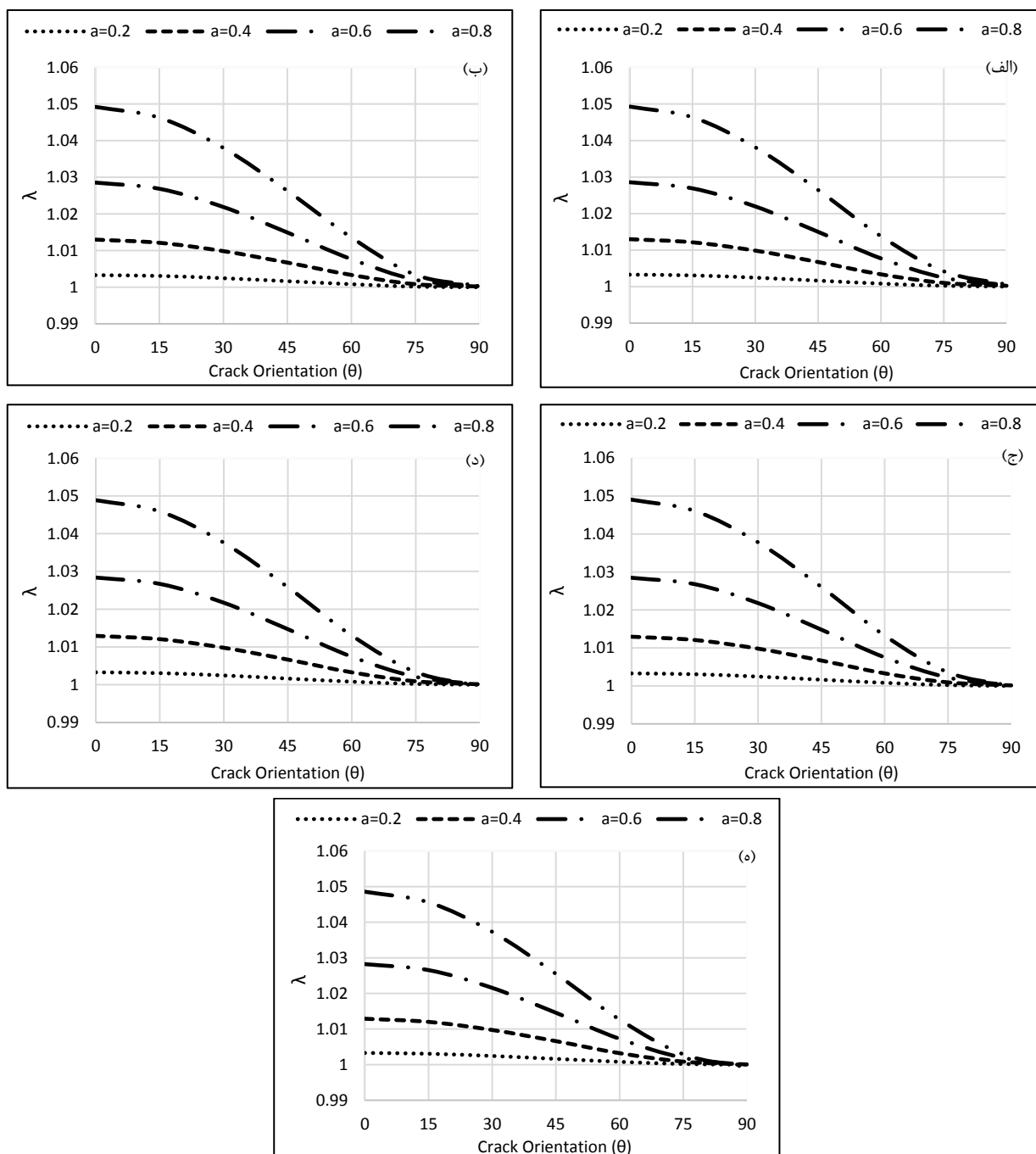


شکل ۱۰. نسبت بار کمانشی بر حسب طول نسبی ترک برای زوایای ترک و ضرایب پواسون مختلف در شرایط تکیه‌گاهی SFSF

(الف) $\nu=0.1$ ، (ب) $\nu=0.2$ ، (ج) $\nu=0.33$ ، (د) $\nu=0.4$ ، (ه) $\nu=0.49$

رفتار کمانشی صفحه بهبود یافته و مقاوم‌تر می‌شود. این تاثیر با افزایش طول نسبی ترک نمایان‌تر است. در اکثر موارد، جز موارد محدودی که زاویه ترک ۹۰ درجه است، نسبت بار کمانشی کمتر از ۱ بوده و نشان می‌دهد وجود ترک به عنوان یک نقص، باعث ناپایداری سریع‌تر صفحه نسبت به صفحه سالم است. هرچند وجود ترک طولی (موازی با جهت اعمال بار) با طول نسبی کمتر، شرایط بهتری را از نظر رفتار کمانشی در سازه به‌وجود می‌آورد.

با تعریف زاویه گذر به عنوان زاویه‌ای که در آن بار کمانشی صفحه تقریباً برابر بار کمانشی صفحه متناظر بدون ترک است ($|\lambda|=1$)، ملاحظه می‌شود که در اکثر نمونه‌ها زاویه گذر بین ۸۵ تا ۹۰ درجه می‌باشد. در شرایط تکیه‌گاهی SFSF روند تغییر نسبت بار کمانشی بر حسب زاویه ترک با شرایط مرزی SSSS متفاوت است (شکل ۱۲) و با افزایش زاویه، نسبت بار افزایش می‌یابد. یعنی هرچه زاویه ترک به ۹۰ درجه نزدیک‌تر می‌شود،



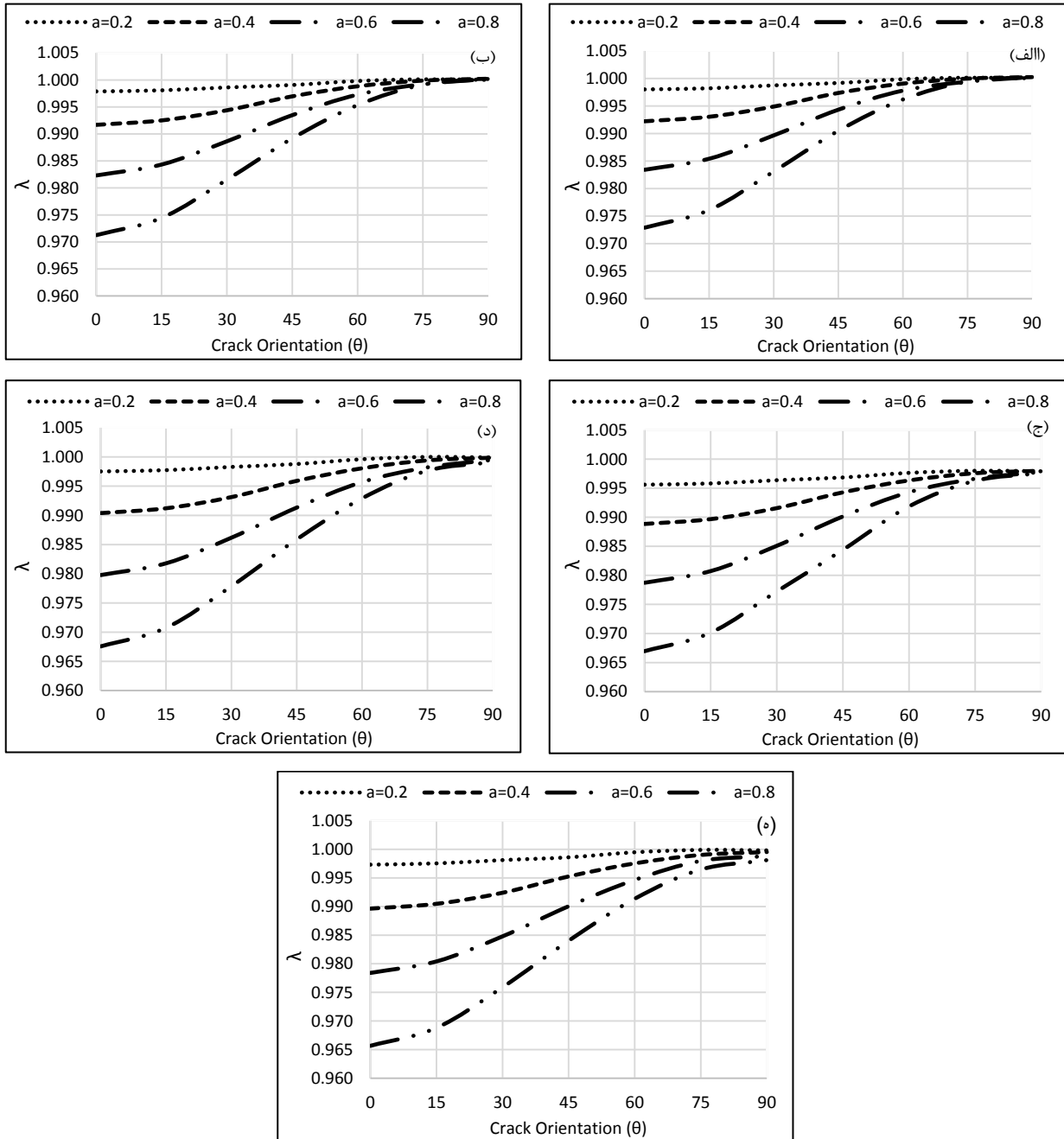
شکل ۱۱. نسبت بار کمانشی برحسب زاویه ترک برای طول‌های نسبی و ضرایب پواسون مختلف در شرایط تکیه گاهی SSSS

(الف) $\nu=0.1$ ، (ب) $\nu=0.2$ ، (ج) $\nu=0.33$ ، (د) $\nu=0.4$ ، (ه) $\nu=0.49$

۳-۳. اثر ضریب پواسون بر نسبت بار کمانشی

در این بخش تغییر نسبت بار کمانشی بر حسب تغییر ضریب پواسون برای دو زاویه ترک ۰ و ۹۰ درجه و طول‌های نسبی متفاوت برای شرایط مرزی SSSS بررسی شده است. شکل ۱۳ نشان می‌دهد که تغییر ضریب پواسون باعث ایجاد تاثیرات اندک در نسبت بار کمانشی می‌شود. در حالت کلی وقتی ضریب پواسون به ناحیه تراکم‌ناپذیر نزدیک می‌شود، مقادیر نسبت بار کمانشی

کاهش می‌یابد، این کاهش در مواردی که ترک در جهت اعمال بار قرار دارد، اندکی بیشتر است. در این نمودار همچنین تاثیر زیاد طول ترک بر نسبت بار کمانشی در زاویه صفر درجه نسبت به زاویه ۹۰ درجه مشهود است. برای ترک ۹۰ درجه، افزایش طول نسبی ترک تاثیر چندانی بر نسبت بار کمانشی ندارد اما اگر ترک در راستای عمود بر جهت اعمال بار باشد با افزایش طول نسبی ترک، نسبت بار کمانشی افزایش می‌یابد.



شکل ۱۲. نسبت بار کماتشی برحسب زاویه ترک برای طول‌های نسبی و ضرایب پواسون مختلف در شرایط تکیه‌گاهی SFSF

(الف) $\nu=0.1$ ، (ب) $\nu=0.2$ ، (ج) $\nu=0.33$ ، (د) $\nu=0.4$ ، (ه) $\nu=0.49$

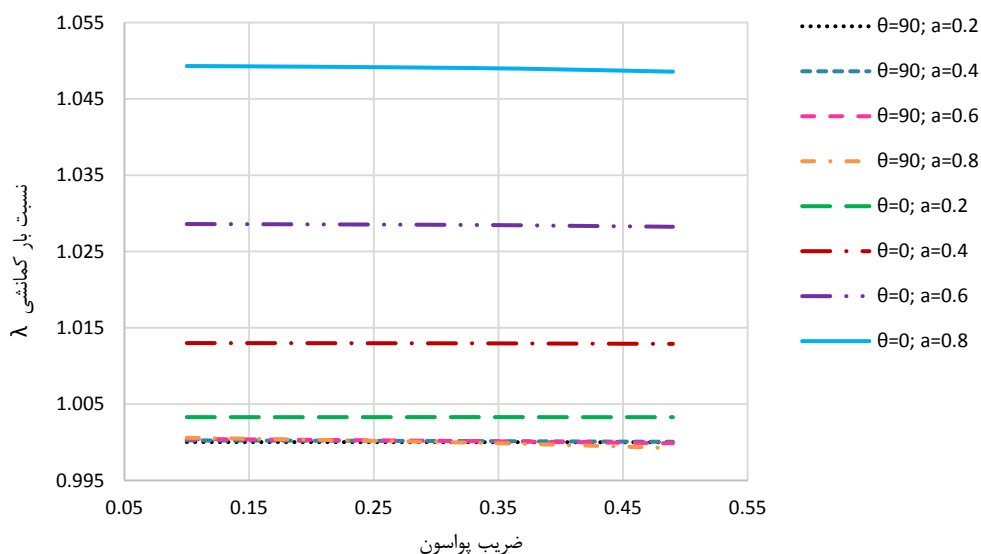
با در نظر گرفتن این نکته که K_I مرتبط با مود اول بوده و میزان باز شدن لبه‌های ترک نسبت به هم را نشان می‌دهد، مقدار K_I منفی در اکثر زوایا نشان‌دهنده فشرده شدن لبه‌های ترک بر روی هم است. در واقع با تغییر زاویه ترک بین 0° تا 75° درجه، لبه‌های ترک نهایتاً نسبت به هم باز نمی‌شوند، بلکه روی هم فشرده می‌شوند و فقط در زاویه 90° درجه K_I مقدار مثبت داشته و اندکی بازشدگی در لبه‌های ترک مشاهده می‌شود.

۳-۴. ضرایب شدت تنش در نوک ترک

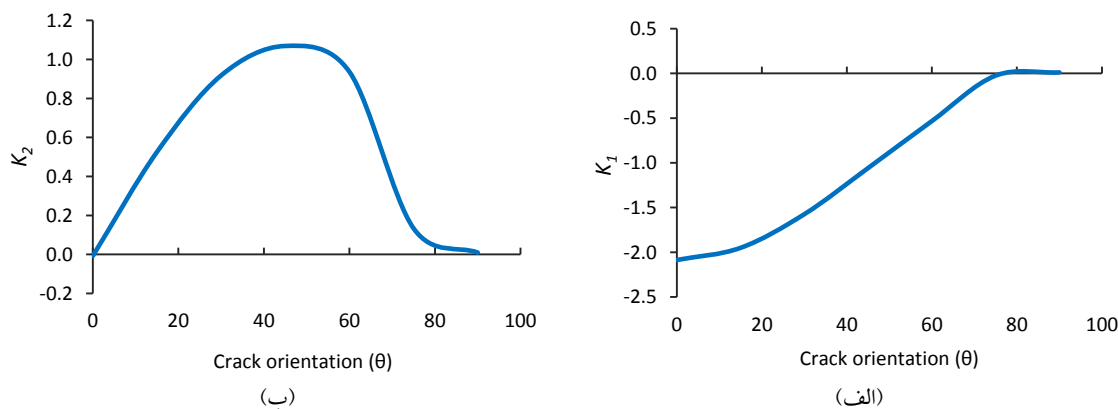
برای یافتن علت افزایش نسبت بار کماتشی در اثر حضور ترک ($|\lambda| > 1$) در برخی از شرایط، ضرایب شدت تنش K_I و K_2 در نوک ترک نیز بررسی شده‌اند. به عنوان نمونه، شکل ۱۴ نمودارهای مربوط به صفحه‌ای با شرایط تکیه‌گاهی ساده در هر چهار لبه با ضریب پواسون 0.33 و طول ترک نسبی 0.6 را نشان می‌دهد.

مقدار K_2 نشان‌دهنده تنش برشی و لغزش داخل صفحه‌ای در لبه‌های ترک است و در زوایای کمتر از ۷۵ درجه، گرچه لبه‌های ترک از هم باز نمی‌شوند، بر روی هم خواهند لغزید که این امر می‌تواند تاثیر اندکی بر شدت بار کمانشی داشته باشد.

با توجه به نمودارهای شکل ۱۴ می‌توان بخشی از رفتار کمانشی صفحه ترک‌دار را تفسیر کرد. وقتی مقدار K_I منفی باشد، لبه‌های ترک بر روی هم فشرده شده و مانند یک قید می‌شود که در واقع صفحه را نسبت به کمانش مقاوم‌تر می‌کند. پس با وجود حضور ترک، بار کمانشی صفحه نسبت به حالت بدون ترک افزایش می‌یابد.



شکل ۱۳. نسبت بار کمانشی بر حسب ضریب پواسون برای زوایای ترک ۰ و ۹۰ درجه و طول‌های نسبی مختلف، شرایط تکیه‌گاهی SSSS



شکل ۱۴. الف) نمودار ضریب K_I ، ب) نمودار ضریب K_2 بر حسب تغییر زاویه ترک برای طول نسبی ترک ۰/۶ و شرایط تکیه‌گاهی SSSS

مرزی مختلف، متفاوت می‌باشد. به منظور جمع‌بندی نتایج به‌دست آمده، می‌توان آن‌ها را به صورت زیر طبقه‌بندی کرد:
- در صفحاتی که در هر چهار لبه دارای تکیه‌گاه‌های ساده هستند، افزایش طول ترک در اکثر موارد سبب افزایش اندک در مقدار بار بحرانی کمانش می‌شود. با دو برابر شدن طول ترک

۴. جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

شبکه تقویت‌کننده ایزوگرید مورد استفاده در این پژوهش، ضمن بهبود رفتار کمانشی صفحه، عملکرد بهینه در افزایش وزن سازه دارد. از طرف دیگر، وجود ترک در صفحه سبب تغییر رفتار کمانشی می‌شود. تاثیر وجود ترک بر بار بحرانی کمانش در شرایط

- تغییر ضریب پواسون در هر دو شرایط تکیه‌گاهی، تاثیر اندکی دارد. افزایش ضریب پواسون بار بحرانی کمانش را خصوصاً در شرایط تکیه‌گاهی SSSS به مقدار ناچیزی کاهش می‌دهد.

- در شرایط تکیه‌گاهی SSSS در اکثر موارد، خصوصاً در مواردی که زاویه ترک کمتر از 60° درجه می‌باشد، نسبت بار بحرانی کمانش بیشتر از ۱ است. بدان معنا که وجود ترک رفتار کمانش صفحه را اندکی بهبود بخشیده است، در واقع ترک به عنوان مانعی در برابر گسترش امواج کمانشی بوجود آمده در صفحه، عمل می‌کند. این امر می‌تواند ناشی از اثر ضریب شدت تنش K_1 منفی بر فشردگی لبه‌های ترک باشد. در حالی که در شرایط تکیه‌گاهی SFSF، این وضعیت به ندرت در ترک‌هایی با زاویه‌ی 90° درجه مشاهده می‌شود.

- در هر دو شرایط تکیه‌گاهی وقتی راستای ترک در جهت اعمال بار است، تاثیر ترک بر نسبت بار کمانشی ناچیز می‌باشد و افزایش طول ترک در مقاومت کمانشی تغییری ایجاد نمی‌کند.

صفر درجه در صفحه با $\nu = 0.2$ ، مقدار λ حدود ۴ درصد افزایش پیدا می‌کند.

- در صفحاتی که لبه‌های طولی آن‌ها آزاد و دو لبه‌ی دیگر دارای تکیه‌گاه‌های ساده هستند، افزایش طول نسبی ترک، مقدار بار بحرانی کمانش را کاهش می‌دهد. لذا در شرایط مرزی SFSF بر خلاف شرایط مرزی SSSS، در اکثر موارد نسبت بار کمانشی کمتر از ۱ است.

- در شرایط تکیه‌گاهی SSSS افزایش زاویه ترک باعث کاهش بار بحرانی کمانش می‌شود. بیشترین میزان کاهش، 5% است که از ترکی با طول نسبی 0.8 ناشی می‌شود.

- افزایش زاویه ترک در شرایط تکیه‌گاهی SFSF، اثر مثبتی بر مقاومت کمانشی صفحه دارد. با نزدیکتر شدن زاویه ترک به 90° درجه، رفتار کمانشی صفحه بهبود می‌یابد.

۵. مآخذ

- [1] James R Dixon, J. S. Strannigan, Stress distribution and buckling in thin sheets with central slits, ICF2, Brighton (UK) 1969.
- [2] Karl Markström, Bertil StoÅkers, Buckling of cracked members under tension, International Journal of Solids and Structures, Vol. 16, No.3, pp. 217-229, 1980.
- [3] A. Barut, E. Madenci, V. O. Britt, J. H. Starne s, Buckling of a thin, tension-loaded, composite plate with an inclined crack, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 58, No.3, pp.233-248, 1997.
- [4] A. N. Guz, M. Sh. Dyshel, Fracture and buckling of thin panels with edge crack in tension, Theoretical and Applied Fracture Mechanics, Vol. 36, No.1, pp. 57-6, 2001.
- [5] R. Brighenti, Buckling of cracked thin-plates under tension or compression, Thin-Walled Structures, Vol. 43, No.2, pp. 209-224, 2005.
- [6] Y. Margaritis, M. Toullos, The ultimate and collapse response of cracked stiffened plates subjected to uniaxial compression, Thin-Walled Structures, Vol. 50, No.1, pp. 157-173, 2012.
- [7] Thi D. Dang, Rakesh K. Kapania, Ritz approach for buckling prediction of cracked-stiffened structures, Journal of Aircraft, Vol. 50, No. 3, pp. 965-974, 2013.
- [8] M. Cai Xu, Y. Garbatov, C. Guedes Soares, Residual ultimate strength assessment of stiffened panels with locked cracks, Thin-Walled Structures, Vol. 85, pp. 398-410, 2014.
- [9] A. Bayatfar, M. R. Khedmati, Ph. Rigo, Residual ultimate strength of cracked steel unstiffened and stiffened plates under longitudinal compression, Thin-Walled Structures, Vol. 84, pp. 378-392, 2014.
- [10] F. Wang, J. K. Paik, B. J. Kim, W. Cui, T. Hayat, B. Ahmad, Ultimate shear strength of intact and cracked stiffened panels, Thin-Walled Structures, Vol. 88, pp. 48-57, 2015.
- [11] A. Ghasemi Ghalebahman, S. Salavati, Utilizing the extended finite element method for determining crack stress intensity factors and higher order terms coefficients, Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, No. 2, pp. 135-146, 2015. (in Persian)
- [12] M. Zakeri, A. Jafari, Investigation of stress field parameters in a cracked stiffened plate under mixed mode I/II, Modares Mechanical Engineering, Vol. 5, No. 2, pp. 93-107, 2016. (in Persian)
- [13] G. Totaro, Optimal design concepts for flat isogrid and anisogrid lattice panels longitudinally compressed, Composite Structures, Vol. 129, pp. 101-110, 2015.
- [14] D. Wang, M. M. Abdalla, and W. Zhang, Buckling optimization design of curved stiffeners for grid-stiffened composite structures, Composite Structures, Vol. 159, pp. 656-666, 2017.
- [15] D. Wang, M. M. Abdalla, W. Zhang, Sensitivity analysis for optimization design of non-uniform curved grid-stiffened composite (NCGC) structures, Composite Structures, Vol. 193, No. March, pp. 224-236, 2018.

- [16] Warren C. Young, Richard G. Budynas, Roark's Formulas for Stress and Strain, 7th ed., McGraw-Hill, 2002.
- [17] T.H.G. Megson, Aircraft structures for engineering students, 6th Edition, Butterworth-Heinemann, 2017.
- [18] R. Brighenti, Buckling sensitivity analysis of cracked thin plates under membrane tension or compression loading, Nuclear Engineering and Design, Vol. 239, No. 6, pp. 965-980, 2009.