

طراحی سیستم ناوبری برای یک هواپیمای بدون سرنشین مجهز به سنسور زاویه سنج

سعید محمدلو^۱، حبیب قنبر پوراصل^۲، علی جبار رشیدی^۳

۱ دانشگاه آزاد اسلامی، واحد گرمسار، باشگاه پژوهشگران و نخبگان جوان

۲ دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف

۳ مجتمع برق و الکترونیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۰۵/۱۰

پذیرش مقاله: ۱۳۹۲/۰۸/۲۱

چکیده

در این مقاله از الگوریتم «موقعیت یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان»^۱ برای ناوبری یک هواپیمای بدون سرنشین استفاده شده است. از یک سنسور زاویه سنج^۲ (مانند دوربین تک رنگ) برای مشاهده عوارض موجود بر روی زمین استفاده می شود که زاویه قرارگیری علائم مشخصه نسبت به محور طولی هواپیما را اندازه گیری می کند. به کمک «الگوریتم موقعیت یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان»، تخمین دقیقی از موقعیت و سرعت هواپیما و همچنین موقعیت دو بعدی علائم مشخصه بر روی زمین به دست می آوریم. در این الگوریتم، از فیلتر کالمن توسعه یافته^۳ به عنوان مکانیزم تلفیق اطلاعات سیستم ناوبری اینرسی^۴ و داده های به دست آمده از سنسور خارجی و همچنین از روش موقعیت یابی تأخیری مقید^۵ برای تعیین موقعیت اولیه علائم مشخصه^۶ استفاده شده است. برای بالا بردن دقت ناوبری و ترسیم یک نقشه دقیق از محیط، یک بار دیگر هواپیما همان مسیر قبلی را پرواز می کند و در پرواز دوم از داده های ذخیره شده در دور قبل استفاده می شود. نتایج به دست آمده از شبیه سازی ها، کارایی الگوریتم پیشنهادی در بهبود دقت ناوبری هواپیما را نشان می دهند.

کلید واژه

موقعیت یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان، فیلتر کالمن توسعه یافته، موقعیت یابی تأخیری مقید، ناوبری اینرسی.

مقدمه

می تواند این علائم را تشخیص دهد. مسئله اصلی این است که موقعیت علائم مشخصه از قبل معلوم نبوده و سیستم با حرکت در مسیر کم کم علائم مشخصه را یاد گرفته و موقعیت آنها را پیدا می کند و با پیدا نمودن موقعیت این علائم، می تواند توسط یک فیلتر مناسب، خطای سیستم ناوبری اینرسی را کاهش دهد.

الگوریتم «موقعیت یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان» مبتنی بر اطلاعاتی است که از سنسورها و مدل های ریاضی به دست می آیند. اطلاعاتی که از سنسورها به دست می آیند همراه با نویز می باشند، علاوه بر آن مدل های ریاضی نیز چندان دقیق نیستند. این شرایط موجب شده است که تخمینگرهای قطعی ابزاری ناکارآمد برای دستیابی به اهداف تخمینی مورد نظر باشند. تخمینگرهای اتفاقی، ابزاری مناسب هستند که در این موارد می توانند به کار گرفته شوند. رویکردهای متفاوتی وجود دارد که می توانند در نظر گرفته شوند. از فیلتر کالمن در مسائل تخمین به طور گسترده

مسئله «موقعیت یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان» به طور جدی در سال ۱۹۹۱ به عنوان مسئله تخمین موقعیت یک وسیله بدون دسترسی به اطلاعات از پیش تعیین شده توسط لئونارد و دورانت معرفی شد. «موقعیت یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان»^۱ فرآیند است که تحت این فرآیند یک نقشه از علائم مشخصه محیط پیرامون ایجاد می کنیم و از این نقشه استفاده کرده و موقعیت هواپیما را تخمین می زنیم [۱]. در این مقاله، هدف تلفیق اطلاعات سیستم ناوبری اینرسی و اطلاعات یک سیستم خارجی که اندازه گیری هایی در ارتباط با وضعیت و موقعیت نسبی هواپیما انجام می دهد، می باشد. اندازه گیری ها، یکسری علائم مشخصه هستند و یک سنسور

۱. کارشناس ارشد، smohammadlou@iau-garmsar.ac.ir (نویسنده مخاطب)

۲. استادیار، ghanbarpour@sharif.edu

۳. استادیار، aiorashid@yahoo.com

آن را بررسی می‌کنیم که به عنوان ابزار تلفیق در مسئله «موقعیت‌یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان» استفاده شده است. سپس مدل سینماتیک یک هواپیمای بدون سرنشین نوعی را ارائه خواهیم کرد. در ادامه، نحوه پیاده‌سازی مسئله «موقعیت‌یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان با مشاهدات صرفاً زاویه‌ای» برای افزایش دقت ناوبری هواپیمای بدون سرنشین تشریح می‌شود. در نهایت، نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که چگونه با استفاده از الگوریتم «موقعیت‌یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان» توانسته‌ایم دقت ناوبری هواپیما را نسبت به حالتی که تنها از سیستم ناوبری اینرسی استفاده می‌شود، بهبود بخشیم.

ساختار فیلتر کالمن توسعه یافته

همان‌طور که بیان شد، در مواردی که سیستم موردنظر غیرخطی باشد و یا رابطه مربوط به مقادیر اندازه‌گیری شده غیرخطی باشند، از فیلتر کالمن توسعه یافته برای تخمین حالت سیستم استفاده می‌شود. با توجه به بحث سری‌های تیلور، در مواردی که روابط توصیف‌کننده سیستم غیرخطی باشند، می‌توانیم فرآیند تخمین را حول مقدار تخمین فعلی با استفاده از مشتقات نسبی تابع توصیف‌کننده سیستم و تابع اندازه‌گیری خطی‌سازی کنیم تا تخمین خود را به دست آوریم.

فرض می‌کنیم که موردنظر، یک بردار حالت $x \in R^n$ و ورودی u دارد و معادلات دیفرانسیل آماری و غیرخطی زیر بر سیستم حاکم است (از زیرنویس k برای نشان دادن تغییرات زمانی استفاده کرده‌ایم):

$$\dot{x}_k = f(x_{k-1}, u_k, w_{k-1}) \quad (1)$$

مقادیر اندازه‌گیری شده $z \in R^m$ با رابطه زیر بیان می‌شود:

$$z_k = h(x_k, v_k) \quad (2)$$

که در آن متغیرهای تصادفی w_k و v_k نویز و نویز اندازه‌گیری هستند.

البته در عمل مقادیر w_k و v_k به‌طور جداگانه و قطعی در دسترس نیستند، لیکن می‌توانیم بردار حالت و بردار مقادیر اندازه‌گیری را با حذف w_k و v_k به دست آوریم:

$$\dot{\tilde{x}}_k = f(\tilde{x}_{k-1}, u_k, 0) \quad (3)$$

$$\tilde{z}_k = h(\tilde{x}_k, 0) \quad (4)$$

که در آن \tilde{x}_k تخمین پسین حالت سیستم می‌باشد (که از گام زمانی قبلی به دست آمده است).

برای تخمین یک که با روابط دیفرانسیلی غیرخطی بیان شده است، روابط جدیدی که تخمین را حول روابط (۳) و (۴)

استفاده می‌شود. فیلتر کالمن در مسائل تخمین که مدل‌های پیش‌بینی و تخمین خطی بوده و توزیع احتمال نویز، گوسی باشد استفاده می‌شود. از حالت توسعه یافته فیلتر کالمن^۲ در مواردی که در آنها مدل فضای حالت سیستم و مدل مشاهدات غیرخطی هستند، استفاده می‌شود.

در مسئله «موقعیت‌یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان»، روش حل بهینه دیگری مبتنی بر فیلترهای ذره‌ای با فرض غیرگوسی بودن توزیع احتمال وجود دارد که هزینه زیاد آن در مقیاس‌های بالا باعث شده است که استفاده از این روش به سادگی امکان‌پذیر نباشد.

در مسائلی که از تخمین‌گر استفاده می‌کنیم، لازم است که به بحث «بهینه بودن» توجه شود. در مسائل تخمین، بهینه بودن به این معنی است که راه‌حل استفاده شده، یک راه‌حل بیزین (تخمینی که در آن از یکسری اطلاعات قبلی مانند تابع چگالی احتمال مربوط به متغیری که می‌خواهیم تخمین بزنیم، استفاده کنیم) باشد. اگر تخمین‌گر فیلتر کالمن در تخمین به کار برده شود که در آن تمامی توزیع‌های احتمال گوسی بوده و مدل سیستم، مدل مشاهدات و مدل پیش‌بینی معین و خطی باشند و همچنین توزیع احتمال نویز گوسی باشد، در این صورت ادعا خواهیم کرد که تخمین انجام شده یک تخمین بهینه است. دلیل این ادعا این است که روش حلی که با این فرض‌ها اعمال می‌شود، یک راه‌حل بیزین خواهد بود. فیلتر کالمن توسعه یافته تخمین انجام می‌دهد که بسیار نزدیک به یک تخمین بیزین می‌باشد. لذا اعتقاد ما بر این است که فیلتر کالمن توسعه یافته در مسئله «موقعیت‌یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان» یک تخمین‌گر بهینه می‌باشد [۲ و ۳].

ایده اولیه مسئله «موقعیت‌یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان» قبل از اینکه به طور جدی توسط لئونارد و دورانت معرفی شود، توسط اسمیت، سلف و چیزمن ارائه شد [۴ و ۵] و در سال‌های اخیر نیز این مسئله مرکز توجه بسیاری از محققان بوده است. [۶ و ۷].

مسئله «موقعیت‌یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان» نوعاً با استفاده از سنسورهایی که قادر به اندازه‌گیری فاصله و زاویه علائم مشخصه هستند، انجام می‌گیرد. لیکن اگر سنسور استفاده شده تنها قادر به اندازه‌گیری زاویه باشد (مانند دوربین یا سنسورهای مادون قرمز که معمولاً اندازه کوچکی دارند و ارزان قیمت هستند)، در این حالت مسئله «موقعیت‌یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان» مقداری متفاوت خواهد بود که به آن اصطلاحاً «موقعیت‌یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان با مشاهدات صرفاً زاویه‌ای» گفته می‌شود. حل این مسئله، به ویژه زمانی که از دوربین استفاده می‌شود، چالش جدیدی برای محققان بوده است [۸-۱۰].

در این مقاله، ابتدا معادلات فیلتر کالمن توسعه یافته و ساختار

خطی سازی می کنند، به کار خواهیم برد.

$$x_k \approx \tilde{x}_k + A(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) + Ww_{k-1} \quad (5)$$

$$z_k \approx \tilde{z}_k + H(x_k - \tilde{x}_k) + Vv_k \quad (6)$$

A ماتریس ژاکوبین از مشتقات نسبی f نسبت به x است:

$$A_{[i,j]} = \frac{\partial f_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\hat{x}_{k-1}, u_k, 0) \quad (7)$$

W ماتریس ژاکوبین از مشتقات نسبی f نسبت به w است:

$$W_{[i,j]} = \frac{\partial f_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\hat{x}_{k-1}, u_k, 0) \quad (8)$$

H ماتریس ژاکوبین از مشتقات نسبی h نسبت به x است:

$$H_{[i,j]} = \frac{\partial h_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\tilde{x}_k, 0) \quad (9)$$

V ماتریس ژاکوبین از مشتقات نسبی h نسبت به v است:

$$V_{[i,j]} = \frac{\partial h_{[i]}}{\partial v_{[j]}}(\tilde{x}_k, 0) \quad (10)$$

مراحل کامل پیاده سازی فیلتر کالمن در روابط (۳) تا (۷) آمده

است.

$$\hat{x}_k^- = f(\hat{x}_{k-1}, u_k, 0) \quad (11)$$

$$P_k^- = A_k P_{k-1} A_k^T + W_k Q_{k-1} W_k^T \quad (12)$$

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + V_k R_k V_k^T)^{-1} \quad (13)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - h(\hat{x}_k^-, 0)) \quad (14)$$

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (15)$$

معادلات (۱۱) و (۱۲) مربوط به مرحله پیش بینی هستند که برای

به روز کردن زمان استفاده شده اند و تخمین های حالت و کواریانس

را از گام زمانی قبلی $k-1$ به گام زمانی فعلی یعنی k تصویر

می کنند. معادلات (۱۳)، (۱۴) و (۱۵) مربوط به مرحله تصحیح

هستند که تخمین های حالت و ماتریس کواریانس را با مقادیر

اندازه گیری شده z_k تصحیح می کنند. K بهره فیلتر کالمن و P

کواریانس تخمین می باشد [۱۱].

استفاده از فیلتر کالمن در مسئله «موقعیت یابی و ترسیم

نقشه به صورت همزمان»

در این قسمت، فیلتر کالمن را در مسئله «موقعیت یابی و ترسیم نقشه

به صورت همزمان» که کاربردی عمومی و فراگیر یافته است و در

اکثر مراجع از آن استفاده شده است، بررسی می کنیم. شکل (۱)

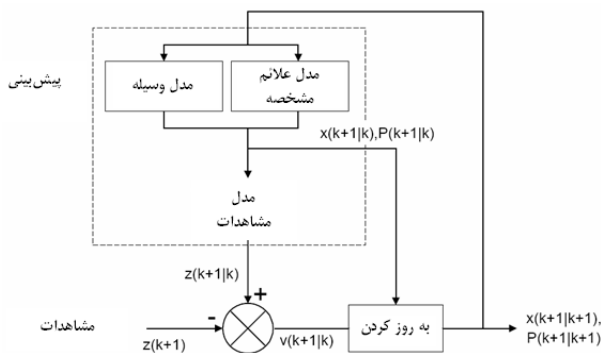
نقش فیلتر کالمن در این مسئله را نشان می دهد. هواپیما در محیط

حرکت می کند و مشاهداتی را از موقعیت علائم مشخصه موجود

در محیط نسبت به خود انجام می دهد. از مشاهدات انجام شده، برای

تخمین همزمان موقعیت هواپیما و موقعیت علائم مشخصه استفاده می شود. در این شکل فرض شده است که بردار x شامل تخمین های مربوط به موقعیت علائم مشخصه و موقعیت هواپیما می باشد.

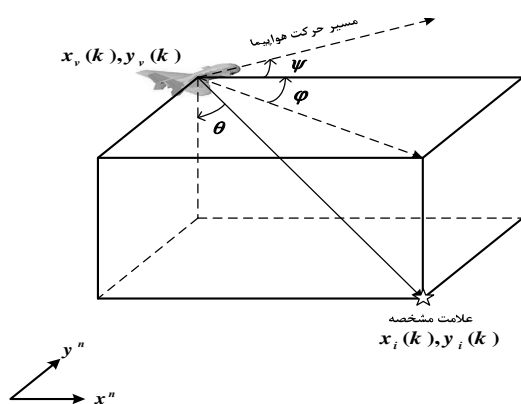
در فیلتر کالمن نشان داده شده در شکل (۱) از سه مدل کلیدی برای ناوبری استفاده شده است: مدل وسیله که بیانگر سینماتیک هواپیمای متحرک است، مدل علائم مشخصه و مدل سنسور که رابطه بین مشاهدات انجام شده و بردار حالت را بیان می کند [۱۲].



شکل ۱. فیلتر کالمن در مسئله «موقعیت یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان»

مدل سینماتیک هواپیما در مختصات دوبعدی

در این مقاله، الگوریتم «موقعیت یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان» را در مختصات دوبعدی پیاده کرده ایم. لذا لازم است که هواپیما به یک سنسور ارتفاع سنج نیز مجهز باشد تا هواپیما در یک ارتفاع ثابت پرواز کند. شکل (۲) مختصات پرواز هواپیما و زوایای فراز (θ) و آزیموت (φ) علامت مشخصه نسبت به هواپیما را که توسط سنسور اندازه گیری می شوند، نشان می دهد [۱۳].



شکل ۲. مختصات پرواز هواپیما و زاویه علامت مشخصه نسبت به آن

ناوبری اینرسی استرپدان^۲ در مختصات دو بعدی

ناوبری اینرسی را می توان به دو روش مختلف پیاده سازی کرد:

سیستم واقعی، داده‌های به دست آمده از سنسورهای اینرسی مقادیری از نویز را به همراه خود خواهند داشت. حال اگر از مؤلفه‌های شتاب گرانش زمین در دو راستای x_i, y_i صرف نظر کرده و نامعینی موجود در مقادیر اندازه‌گیری شده توسط ژيروسکوپ و شتاب‌سنج‌ها را نویز سفید فرض کنیم، فرم زمان گسسته معادلات سینماتیکی هواپیما در مختصات دوبعدی به صورت زیر نوشته می‌شود [۱۴]:

$$\begin{aligned} y(k) &= y(k-1) + (w_{zb} + n_z) \\ v_x(k) &= v_x(k-1) + (f_{xb} + n_x) \cos \psi - (f_{yb} + n_y) \sin \psi \\ v_y(k) &= v_y(k-1) + (f_{xb} + n_x) \sin \psi + (f_{yb} + n_y) \cos \psi \\ x(k) &= x(k-1) + v_x D t \\ y(k) &= y(k-1) + v_y D t \end{aligned} \quad (16)$$

این روابط، معادلات حالت غیرخطی سیستم در فضای دوبعدی می‌باشند که $\{\psi, v_x, v_y, x, y\}$ حالت‌های سیستم و $\{\omega_x, f_x, f_y\}$ ورودی‌های سیستم می‌باشند و Δt زمان نمونه‌برداری است.

تشریح الگوریتم «موقعیت‌یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان»
الگوریتم «موقعیت‌یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان» بیانگر حالت‌هایی از سیستم و حالت‌هایی از محیط پیرامون وسیله می‌باشد. وسیله در محیط مورد نظر با استفاده از سنسورهای خود برای مشاهده علائم مشخصه به حرکت خود ادامه می‌دهد. بنابراین حالت‌های سیستم در زمان k با بردار حالت افزوده شده $x(k)$ بیان می‌شوند که شامل n_v حالت برای بیان حالت‌های وسیله $x_v(k)$ و n_f حالت برای تعریف حالت‌های علائم مشخصه $x_f(k), i = 1, \dots, n_f$ می‌باشد.

$$x(k) = \begin{bmatrix} G_{x_v}(k) \\ G_{x_f}(k) \\ \vdots \\ G_{x_{n_f}}(k) \end{bmatrix} \quad (17)$$

$G_{x_i}(k)$ ، نشان می‌دهد که حالت‌های سیستم نسبت به یک مرجع مختصاتی نوشته شده‌اند. همان طور که قبلاً گفته شد، تعداد حالت‌های وسیله در مختصات دوبعدی $n_v = 5$ می‌باشد.

مدل هواپیما

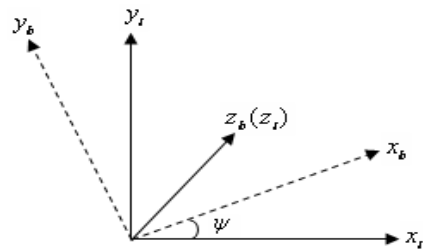
مدل یک سیستم بیان می‌کند که چگونه حالات سیستم به عنوان تابعی از زمان و ورودی تغییر می‌کنند که معمولاً با یک معادله دیفرانسیل غیرخطی برداری تعریف می‌شود:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) + v(t) \quad (18)$$

روش صفحه پایدار و روش استرپدان. در روش صفحه پایدار، ژيروسکوپ‌ها و شتاب‌سنج‌ها بر روی یک صفحه پایدار نصب می‌شوند. این صفحه در فضای اینرسی ثابت باقی می‌ماند و متأثر از حرکت‌های چرخشی وسیله نمی‌باشد. با توجه به پیچیدگی مکانیکی روش صفحه پایدار، در بیشتر کاربردها از روش استرپدان استفاده می‌شود که در آن سنسورها بر روی بدنه وسیله نصب می‌شوند. از مزیت‌های این روش می‌توان به هزینه پایین ساخت آن، اندازه کوچک آن و قابلیت اطمینان آن در مقایسه با روش صفحه پایدار اشاره کرد. در این مقاله از روش ناوبری استرپدان برای به دست آوردن مدل سینماتیکی وسیله استفاده شده است [۱۴].

ناوبری استرپدان در مختصات دوبعدی از دو شتاب‌سنج و یک ژيروسکوپ نرخی تک‌محوره تشکیل شده است که به بدنه وسیله وصل می‌شوند. راستایی که شتاب‌سنج‌ها قادر به اندازه‌گیری آن هستند همراستا با محورهای بدنی وسیله در صفحه حرکت (x_b, y_b) می‌باشند. ژيروسکوپ در راستای محور حساس به تغییرات زاویه نصب می‌شود که این راستا بر دو راستای شتاب‌سنج‌ها عمود می‌باشد (z_b) . در ناوبری اینرسی فرض می‌شود که حرکت وسیله نسبت به یک مختصات مرجع که با (x_i, y_i) نشان داده می‌شود، سنجیده می‌شود.

مختصات بدنه و مختصات مرجع در شکل (۳) نشان داده شده‌اند که در آن ψ زاویه جابه‌جایی بین بدنه وسیله و مختصات مرجع را بیان می‌کند.



شکل ۳. مختصات مرجع برای ناوبری دوبعدی

با توجه به شکل (۳)، زاویه ψ را که بیانگر وضعیت قرارگیری وسیله می‌باشد می‌توان از روی سرعت زاویه‌ای اندازه‌گیری شده توسط ژيروسکوپ (ω_{zb}) که نسبت به زمان می‌باشد، به دست آورد. از ψ و ω_{zb} استفاده کرده و نیروهای وارد بر سیستم (f_{xb}, f_{yb}) را به دست می‌آوریم. مؤلفه‌های نیروی گرانش زمین در مختصات مرجع را با g_{xi}, g_{zi} نشان می‌دهیم. حال شتاب وسیله $(\dot{v}_{xi}, \dot{v}_{yi})$ در دو راستای x_i, y_i مختصات مرجع با استفاده از این مقادیر قابل محاسبه است. یک بار دیگر از این مقادیر استفاده کرده و سرعت و موقعیت وسیله را به دست می‌آوریم. در یک

که در آن $u(t)$ ورودی سیستم بوده و نامعینی موجود در آن با متغیر تصادفی $v(t)$ نشان داده شده است.

فرم زمان گسسته این معادله به صورت زیر نوشته می شود:

$$x(k) = f(x(k-1), u(k)) + v(k) \quad (19)$$

مدل علائم مشخصه

برای الگوریتم «موقعیت یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان» معمولاً فرض می شود که علائم مشخصه ثابت هستند، هرچند نمی توان گفت که این فرض لازمه الگوریتم می باشد. لیکن دنبال کردن علائم مشخصه متحرک در محیط برای اهداف ناوبری مناسب نمی باشد. بنابراین، الگوریتم یک بخش دینامیکی خواهد داشت که مدل سینماتیک هواپیما است. لذا مدل علائم مشخصه را می توان به صورت ساده زیر نوشت:

$$x_m(k) = x_m(k-1) \quad (20)$$

که در آن x_m حالت های علائم مشخصه در گام زمانی k می باشد.

مدل سنسور

مشاهده حالت، به فرم فضای حالت و با تابع برداری غیرخطی زیر می تواند بیان شود.

$$z(t) = h(x(t), u(t), t) + w(t) \quad (21)$$

z بردار مشاهدات است که در زمان t انجام شده است و فرم زمان گسسته آن به صورت زیر است.

$$z(k) = h(x(k)) + w(k) \quad (22)$$

برای مشاهده علائم مشخصه در محیط، لازم است هواپیمای موردنظر به یک سنسور فاصله/زاویه سنج مجهز شود که شناسایی علائم مشخصه در محیط توسط آن انجام می شود [15].

پیاده سازی فیلتر کالمن در مسئله «موقعیت یابی و ترسیم

نقشه به صورت همزمان»

با در دست داشتن مدل مشاهدات و مدل، موقعیت یابی و ایجاد نقشه را می توان با استفاده از یک فیلتر کالمن توسعه یافته در سه مرحله انجام داد: پیش بینی، مشاهده و به روز کردن.

تخمین پسین از حالت سیستم تا زمان k که به مشاهدات انجام شده تا زمان k بستگی دارد را با $\hat{x}^+(k)$ نشان می دهیم:

$$\hat{x}^+(k) = \hat{x}(k | k) \quad (23)$$

همچنین تخمین پیشین از حالت در زمان k که از اطلاعات به دست آمده تا زمان $k-1$ حاصل شده است، تخمین یک پله به جلو نامیده و با $\hat{x}^-(k)$ نشان می دهیم:

$$\hat{x}^-(k) = \hat{x}(k | k-1) \quad (24)$$

فیلتر استفاده شده، تخمین پیشین حالت $\hat{x}^-(k)$ را با استفاده از مشاهده انجام شده از حالت در زمان k یعنی $z(k)$ ، تخمین به روز شده $\hat{x}^+(k)$ را ایجاد می کند.

نويز سیستم $v(k)$ (که ناشی از نويز ورودی است) و نويز اندازه گیری $w(k)$ ناهمبسته بوده و میانگین صفر دارند و کواریانس آنها به ترتیب $Q(k)$ و $R(k)$ می باشد.

در مرحله پیش بینی، از مدل حرکت وسیله که در رابطه (19) بیان شد استفاده می کنیم تا تخمینی از موقعیت وسیله $\hat{x}_v^-(k)$ در زمان k و با اطلاعات به دست آمده تا زمان $k-1$ به دست آوریم:

$$\hat{x}_v^-(k) = f_v(\hat{x}_v^+(k-1), u(k)) \quad (25)$$

با استفاده از مدل علائم مشخصه در رابطه (20)، مدل پیش بینی از علائم مشخصه را به دست می آوریم:

$$\hat{x}_m^-(k) = \hat{x}_m^+(k-1) \quad (26)$$

ماتریس کواریانس پیشین برای تخمین ها به صورت زیر محاسبه شود:

$$P^-(k) = \nabla_v f_v(k) P^+(k-1) \nabla_v f_v^T(k) + \nabla_u f_v(k) Q(k) \nabla_u f_v^T(k) \quad (27)$$

$\nabla_x f_v(k)$ ژاکوبین نسبت به حالت فعلی و $\nabla_u f_v(k)$ ژاکوبین نسبت به ورودی است.

مشاهدات تخمینی (مقادیر اندازه گیری شده) $\hat{z}^-(k)$ با استفاده از مدل مشاهدات h به دست می آیند که در این مدل، از حالت های تخمینی که از مرحله پیش بینی به دست آمده اند استفاده می شود.

$$\hat{z}^-(k) = h(\hat{x}^-(k)) \quad (28)$$

اختلاف بین مقادیر اندازه گیری شده واقعی $z(k)$ که از سنسورهای نصب شده بر روی وسیله به دست می آیند و مشاهدات تخمینی $\hat{z}^-(k)$ را تغییر \hat{v} یا باقیمانده \hat{v} می گوئیم.

$$v(k) = z(k) - \hat{z}^-(k) \quad (29)$$

کواریانس باقیمانده را $S(k)$ می نامیم که از روی کواریانس تخمین حالت فعلی $P^-(k)$ به دست می آید. مشتق مدل مشاهدات نسبت به حالت های سیستم را با $\nabla_x h(k)$ نشان می دهیم و آن را ژاکوبین مدل مشاهدات می نامیم. همچنین کواریانس مدل مشاهدات $R(k)$ است. $S(k)$ با رابطه زیر محاسبه می شود:

$$S(k) = \nabla_x h(k) P^-(k) \nabla_x h^T(k) + R(k) \quad (30)$$

در شبیه سازی ها نشان خواهیم داد که چگونه از باقیمانده می توان برای اعتبارسنجی تخمین ها استفاده کرد.

بعد از انجام مشاهدات و محاسبه باقیمانده و کواریانس آن، تخمین حالت را می توان با استفاده از یک ماتریس بهره بهینه

$\theta_{v_i}, \theta_{v_j}$ داشته باشیم که از دو موقعیت مختلف هواپیما (X_{v_i}, X_{v_j}) اندازه گیری شده‌اند. بنابراین، موقعیت علامت مشخصه از تقاطع دو خط واصل بین هواپیما و علامت مشخصه به دست می‌آید [۶].

$$x_f = g(x_{v_i}, x_{v_j}, \theta_{v_i}, \theta_{v_j}) \quad (35)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{x_{v_i} s_i c_j - x_{v_j} s_j c_i + (y_{v_j} - y_{v_i}) c_i c_j}{s_i c_j - s_j c_i} \\ \frac{y_{v_j} s_i c_j - y_{v_i} s_j c_i + (x_{v_i} - x_{v_j}) s_i s_j}{s_i c_j - s_j c_i} \end{bmatrix}$$

که در آن $c_i = \cos(\varphi_{v_i} + \theta_{v_i})$ و $s_i = \sin(\varphi_{v_i} + \theta_{v_i})$ می‌باشند.

کار اصلی که در روش موقعیت‌یابی اولیه مقید انجام می‌شود، ذخیره کردن موقعیت‌های قبلی وسیله و زاویه بین علامت مشخصه و هواپیما در هر کدام از این موقعیت‌ها می‌باشد. بنابراین، داده‌های اندازه گیری شده مربوط به یکی از علائم مشخصه را می‌توان در طول زمان در یک بردار ذخیره کرد تا زمانی که اطلاعات کافی برای موقعیت‌یابی اولیه علامت مشخصه در دسترس باشد. در این لحظه از تمامی اطلاعات اندازه گیری موجود می‌توان استفاده کرد تا به بهترین تخمین از موقعیت علامت مشخصه دست یابیم. برای این کار لازم است که از قیدی استفاده شود تا بتوانیم بهترین مقدار ممکن را از بین مقادیر موجود انتخاب کنیم و موقعیت اولیه مناسب را برای علامت مشخصه به دست آوریم. این قید را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$R = Z - F(XH) \quad (36)$$

در این رابطه، Z مقادیر اندازه گیری شده توسط سنسور است و $F(XH)$ از رابطه (۹) به دست می‌آید که در آن از مقادیر به دست آمده برای موقعیت علامت مشخصه (رابطه ۱۰) و (X, Y, φ) مربوط به مسیر مطلوب هواپیما استفاده می‌شود. رابطه (۳۶) را برای تک تک موقعیت‌های به دست آمده برای علامت مشخصه محاسبه می‌کنیم و از بین آنها کمترین مقدار را تعیین می‌کنیم و در نهایت، موقعیت علامت مشخصه متناظر با آن را به عنوان بهترین موقعیت انتخاب کرده و به بردار حالت اضافه می‌کنیم. کواریانس موقعیت اولیه علامت مشخصه از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P_f = A.P_0.A^T + B.R.B^T \quad (37)$$

A ماتریس ژاکوبین از مشتقات نسبی g نسبت به (X_{v_i}, X_{v_j}) ، B ماتریس ژاکوبین از مشتقات نسبی g نسبت به $(\theta_{v_i}, \theta_{v_j})$ ، P_0 ماتریس کواریانس افزوده شده متغیرهای حالت و R کواریانس مشاهدات است. بعد از به دست آوردن P_f ، ماتریس کواریانس افزوده شده را با اضافه کردن P_f به ماتریس کواریانس حالت‌های

$W(k)$ به روز کرد. با استفاده از این ماتریس بهره، یک مجموع وزنی از حالت‌های پیش‌بینی شده و مشاهدات را محاسبه می‌کنیم. ماتریس بهره با استفاده از کواریانس باقیمانده یعنی $S(k)$ و کواریانس حالت پیش‌بینی شده $P^-(k)$ محاسبه می‌شود که با $P^-(k)$ نسبت مستقیم و با $S(k)$ نسبت معکوس دارد. از این عامل وزنی برای محاسبه حالت به روز شده سیستم $\hat{x}^+(k)$ و همچنین کواریانس حالت به روز شده $P^+(k)$ استفاده می‌شود:

$$\hat{x}^+(k) = \hat{x}^-(k) + W(k)v(k) \quad (31)$$

$$P^+(k) = P^-(k) - W(k)S(k)W^T(k) \quad (32)$$

در روابط (۳۱) و (۳۲)، $W(k)$ با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$W(k) = P^-(k)\nabla_x h^T(k)S^{-1}(k) \quad (33)$$

پیاده‌سازی الگوریتم «موقعیت‌یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان» تنها با استفاده از اطلاعات مربوط به زاویه بین علامت مشخصه و هواپیما

در الگوریتم پایه‌ای «موقعیت‌یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان» از اطلاعات زاویه و فاصله بین علامت مشخصه و وسیله استفاده می‌شود. بردار حالت افزوده شده در این الگوریتم، $X_a = [X_v^T, X_f^T, 1, \dots, X_f^T]^T$ است که با بردار حالت وسیله X_v و گروه علائم مشخصه موجود در نقشه X_{f_i} بیان می‌شود. الگوریتم «موقعیت‌یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان صرفاً با مشاهدات زاویه‌ای»، با این فرض که موقعیت اولیه تمامی علائم مشخصه در نقشه مشخص باشند، همانند الگوریتم پایه‌ای «موقعیت‌یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان» است با این تفاوت که در این حالت، مدل مشاهدات برای علامت مشخصه X_{f_i} از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$z_i = h(X_v, X_{f_i}) = \arctan\left(\frac{y_{f_i} - y_v}{x_{f_i} - x_v}\right) - \varphi_v \quad (34)$$

در این مدل، تنها زاویه آزیموت علامت مشخصه نسبت به هواپیما اندازه گیری می‌شود و فرض شده است که علامت مشخصه در صفحه پروازی هواپیما قرار دارد. به عبارت دیگر، بردار مشاهدات یک بردار $1 \times n$ است که در آن n تعداد مشاهدات انجام شده می‌باشد.

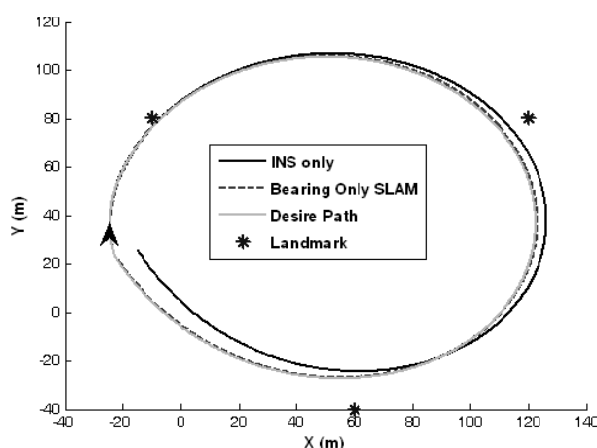
روش موقعیت‌یابی اولیه مقید برای تعیین موقعیت علائم مشخصه

مسئله اساسی در بحث موقعیت‌یابی اولیه علائم مشخصه این است که با استفاده از یک مقدار اندازه گیری شده از زاویه نمی‌توان موقعیت علامت مشخصه را به دست آورد و حداقل باید دو مقدار

سیستم به دست می آوریم.

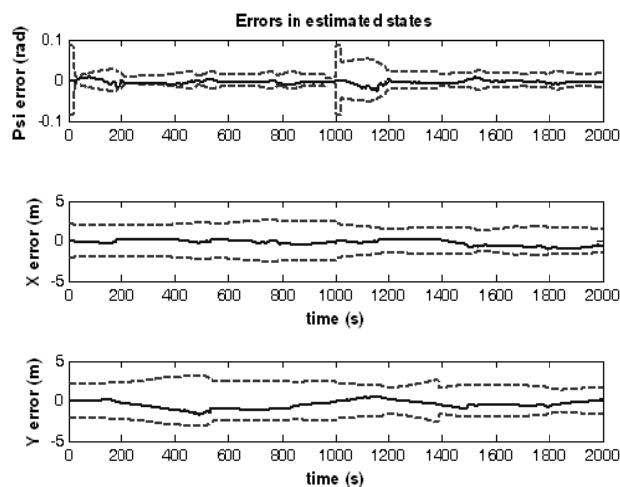
نتایج شبیه سازی

شکل (۴) نقشه ای از محیط شبیه سازی شده را نشان می دهد. برای مقایسه بیشتر، مسیری که هواپیما فقط با استفاده از سنسورهای واحد اندازه گیری اینرسی^۱ و بدون کمک گرفتن از الگوریتم «موقعیت یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان» طی می کند نیز نشان داده شده است.



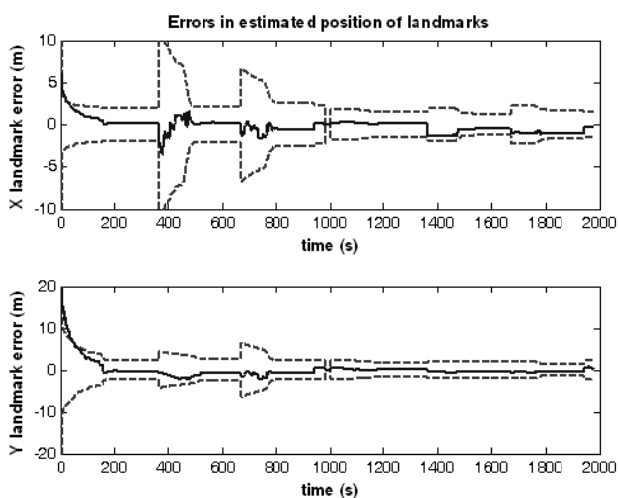
شکل ۴. مقایسه مسیر مطلوب با مسیرهای طی شده به کمک الگوریتم «موقعیت یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان» و سیستم ناوبری اینرسی

در شکل (۵) خطای تخمین موقعیت و جهت گیری هواپیما نشان داده شده است که در محدوده کواریانسی $\pm 2\sigma$ قرار گرفته است. کواریانس موقعیت هواپیما با حرکت در مسیر بزرگ تر می شود. وقتی که هواپیما به موقعیت اولیه خود می رسد (بعد از ثانیه ۱۱۰۰۰م) تخمین ها به درستی اصلاح شده و به دنبال آن نامعینی ها در موقعیت هواپیما کاهش می یابد.

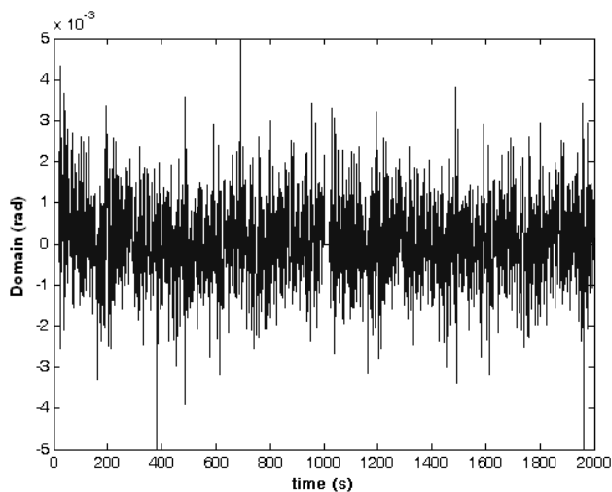


شکل ۵. خطاها در تخمین حالت های هواپیما و باند کواریانسی $\pm 2\sigma$

شکل (۶) خطای تخمین موقعیت علائم مشخصه را نشان می دهد که در محدوده کواریانسی $\pm 2\sigma$ قرار گرفته است. همان طور که می بینیم، وقتی برای اولین بار هر کدام از علائم مشخصه مشاهده می شود، کواریانس تخمین موقعیت آن مقدار زیادی دارد. با حرکت در مسیر، فیلتر کالمن کواریانس موقعیت علامت مشخصه را رفته رفته کاهش می دهد. از آنجا که از سه علامت مشخصه استفاده شده است، لذا این کار در طول مسیر سه بار تکرار می شود. در اینجا نیز، وقتی هواپیما به موقعیت اولیه خود می رسد (بعد از ثانیه ۱۱۰۰۰م) تخمین ها به درستی اصلاح شده و به دنبال آن نامعینی ها در موقعیت علائم مشخصه کاهش می یابد.



شکل ۶. خطاها در تخمین موقعیت علائم مشخصه و باند کواریانسی $\pm 2\sigma$ در شکل (۷) سیگنال باقیمانده نشان داده شده است. این سیگنال، خطای بین مشاهدات تخمینی و مشاهدات واقعی که از سنسور زاویه سنج به دست آمده است را نشان می دهد. همان طور که می بینیم، این سیگنال دامنه محدودی دارد و افزایشی یا کاهششی نیست که نشانگر همگرایی فیلتر می باشد.



شکل ۷. سیگنال باقیمانده

ارائه شده استفاده گردیده است. سپس مدل سینماتیک هواپیما در مختصات دوبعدی مدل سازی شد و به عنوان مدل فضای حالت در فیلتر کالمن استفاده شد. در ادامه، روش پیاده سازی الگوریتم «موقعیت یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان» تنها با استفاده از اطلاعات مربوط به زاویه بین علامت مشخصه و هواپیما و نیز روش موقعیت یابی اولیه مقید برای تعیین موقعیت علائم مشخصه تشریح شد. برای بررسی کارایی الگوریتم پیشنهادی، یک شبیه سازی از پرواز هواپیمای بدون سرنشین ترتیب داده شد که از الگوریتم «موقعیت یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان صرفاً با مشاهدات زاویه ای» بهره می برد. نتایج شبیه سازی نشان داد که استفاده از الگوریتم «موقعیت یابی و ترسیم نقشه به صورت همزمان» در ناوبری هواپیمای بدون سرنشین، به خوبی می تواند خطای اندازه گیری سنسورهای اینرسی را جبران کند و به دقت ناوبری بهتری نسبت به حالتی که تنها از سیستم ناوبری اینرسی استفاده می شود، دست یافتیم. برای بالا بردن بیشتر دقت ناوبری، در شبیه سازی ها یک بار دیگر هواپیما مسیر قبلی را پرواز کرد و در پرواز دوم با بهره بردن از داده های ذخیره شده در پرواز اول توانستیم دقت ناوبری را بالاتر ببریم. همچنین با بررسی های انجام شده، عملکرد خوب فیلتر کالمن و تطبیق مناسب پارامترهای آن در تلفیق صحه گذاری شد.

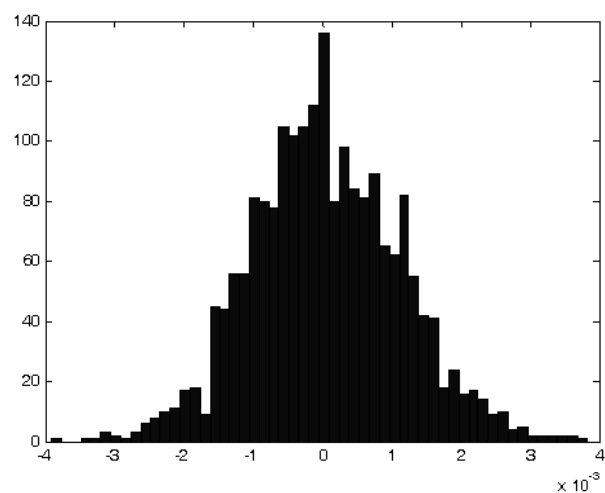
پی نوشت

1. Simultaneous Localization And Mapping (SLAM)
2. Bearing-Only Sensor
3. Extended Kalman Filter (EKF)
4. Inertial Navigation System
5. Delayed Constrained Initialization
6. Bearing-Only SLAM
7. Strapdown
8. Innovation
9. Residual
10. Inertial Measurement Unit (IMU)

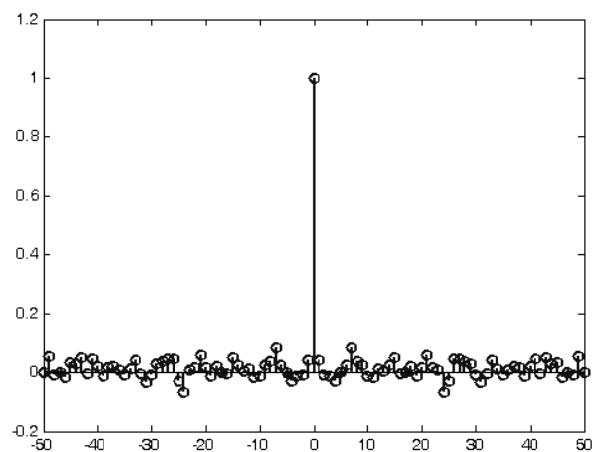
مراجع

1. John J. Leonard, and Hugh F. Durrant-Whyte. 1991. Simultaneous Map Building and Localization for an Autonomous Mobile Robot, IEEE International Conference on Intelligent Robot Systems, Osaka, Japan.
2. Jose E. Guivant. 2001. Efficient Simultaneous Localization and Mapping in Large Environments, A Doctor of Philosophy thesis University of Sydney.
3. Yaakov Bar-Shalom. 2001. *Estimation With Application to Tracking and Navigation*, John Wiley & Sons.
4. R. Smith, M. Self, and P. Cheeseman. 1987. A stochastic

برای بررسی عملکرد فیلتر، سیگنال باقیمانده را مورد بررسی و تحلیل قرار می دهیم. در فیلترینگ مناسب، سیگنال باقیمانده باید نویز سفید با میانگین صفر باشد. همان گونه که از شکل (۷) مشخص است، این سیگنال هم مقدار بسیار کوچکی دارد و هم شبیه به یک سیگنال نویز سفید است و این بدان معنی است که تمامی اطلاعات لازم را از تخمین انجام شده به دست آورده ایم و خطای حاصله گواه این مطلب است. لیکن برای اثبات این مدعا، در شکل (۸) توزیع احتمال سیگنال باقیمانده را رسم کرده ایم. همچنین شکل (۹) همبستگی این سیگنال را با خودش نشان می دهد. کاملاً واضح است که این سیگنال به مانند یک نویز سفید عمل می کند و همبستگی تنها در لحظه صفر وجود دارد.



شکل ۸. توزیع احتمال سیگنال باقیمانده



شکل ۹. همبستگی سیگنال باقیمانده با خودش

نتیجه گیری

در این مقاله، روشی مبتنی بر تلفیق اطلاعات سیستم ناوبری اینرسی با داده های یک سنسور زاویه سنج برای ناوبری دقیق یک هواپیمای بدون سرنشین ارائه شد. در ابتدای مقاله، به تشریح فیلتر کالمن توسعه یافته پرداخته شده که از آن به عنوان مکانیزم تلفیق در روش

- SLAM for Indoor Environments. IEEE International Conference on Emerging Technologies & Factory Automation (ETFAs).
11. Greg Welch, and Gray Bishop. 2006. *An Introduction to the Kalman Filter*. university of north Carolina. Available online at http://www.cs.unc.edu/~welch/media/pdf/kalman_intro.pdf
 12. Paul Michael Newman. 1999. On the Structure and Solution of the Simultaneous Localization and Map building Problem. Doctor of Philosophy thesis University of Sydney.
 13. Mitch Bryson, and Salah Sukkarieh. 2006. Building a Robust Implementation of Bearing-Only Inertial SLAM for a UAV. *Journal of Field Robotics*, Special issue on SLAM in the field 24(2): 113-143.
 14. D.H. Titterton, J.L. Weston. 2000. *Strapdown Inertial Navigation Technology*. The American Institute of Aeronautics and Astronautics and the Institution of Electrical Engineers. Press of England.
 15. Stefan Bernard Williams. 2001. Efficient Solution to Autonomous Mapping and Navigation Problems. Doctor of Philosophy thesis University of Sydney.
 5. R. Smith, M. Self, and P. Cheeseman. 1986. Estimating uncertain spatial relationships in robotics. *Proceedings of the Second Annual Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*, USA.
 6. G. P. Huang, A. I. Mourikis, and S. I. Roumeliotis. 2008. Analysis and improvement of the consistency of Extended Kalman Filter-based SLAM. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*.
 7. M. Liu, S. Huang, and G. Dissanayake. 2011. Feature based SLAM using laser sensor data with maximized information usage. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*.
 8. M. Wongphati, N. Niparnan, and A. Sudsang. 2009. Bearing Only FastSLAM Using Vertical Line Information from an Omnidirectional Camera. *IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*.
 9. M. Farrokhsiar, and H. Najjaran. 2010. A Higher Order Rao-Blackwellized Particle Filter for Monocular vSLAM. *IEEE American Control Conference (ACC)*.
 10. E. Guerra. 2011. New Approach on Bearing-only