

مطالعه رفتار ترموآکوستیکی پوسته استوانه‌ای تابعی مدرج سرامیکی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی در محیط حرارتی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۹/۲۷

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۲/۰۸

محمد بوالحسنی^۱، علی ترکاشوند^۲، کامران دانشجو^{۳*}، مجید بختیاری^۴

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی فناوری ماهره، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۲- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۳- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۴- استادیار، مهندسی فضایی، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

* صندوق پستی ۱۳۱۱۴-۱۶۸۴۶، پست الکترونیک kjoo@iust.ac.ir

چکیده

در این مقاله رفتار ترموآکوستیک یک پوسته استوانه‌ای تابعی مدرج تقویت شده با نانولوله‌های کربنی در مجاورت یک گرادیان دمایی بررسی می‌شود. سازه مورد نظر در مجاورت یک جریان خارجی قرار دارد و توسط یک موج صوتی مایل تحریک می‌شود. پوسته از مواد سرامیکی ساخته شده و نانولوله‌های کربنی به صورت درجه بندی شده در امتداد ضخامت آن توزیع شده‌اند. همچنین خواص موثر مواد تشکیل دهنده به صورت وابسته به دما فرض شده‌اند. برای استخراج معادلات دینامیکی حرکت پوسته، از اصل همپلتون و تئوری مرتبه سوم تغییر شکل های برشی استفاده می‌شود. سپس با به کارگیری معادلات برهمکنش سیال و سازه، معادلات آکوستیکی پوسته تعیین می‌گردند. در نهایت تاثیر پارامترهای موثر فیزیکی و محیطی بر انتقال صوت پوسته بررسی می‌شوند. نتایج نشان می‌دهند که، تاثیر توزیع نانولوله‌های کربنی بر انتقال صوت، در فرکانس‌های بالا محسوس تر است و افزایش دما به سبب کاهش سفتی سازه، باعث کاهش افت انتقال صوت می‌گردد.

واژه‌های کلیدی: رفتار ترموآکوستیک، ماتریس سرامیکی، نانولوله‌های کربنی، گرادیان حرارتی، تئوری مرتبه سوم برشی

Study of thermoacoustic behavior of functionally graded ceramic cylindrical shell reinforced with carbon nanotubes in thermal environment

Mohammad Bolhasani¹, Ali Tarkashvand², Kamran. Daneshjou^{1*}, Majid Bakhtiari⁴

1 M.Sc.Student, School of Advanced Technologies, Iran University of Science & Technology, Tehran

2 PhD Student, Mechanical Engineering Department, Iran University of Science & Technology, Tehran

3 Professor, Mechanical Engineering Department, Iran University of Science & Technology, Tehran

4 Assistant Professor, School of Advanced Technologies, Iran University of Science & Technology, Tehran

* P.O.B. 16846-13114 Tehran, Iran, kjoo@iust.ac.ir

Abstract

In this paper, the thermoacoustic behavior of a functionally graded cylindrical shell reinforced with carbon nanotubes in the presence of a temperature gradient is investigated. The structure is submerged in an external flow and is excited by an oblique sound wave. The shell is made of ceramic material, and the carbon nanotubes are distributed in a graded form in the thickness direction. The effective properties of the constituents are also assumed to be temperature-dependent. Hamilton's principle and third-order shear deformation theory are used to derive the dynamic equations of shell motion. Then, using the interactions of fluid and structure, the acoustic equations of the shell are determined. Finally, the effect of physical and environmental parameters on the sound transmission of the shell is investigated. According to the results, the effect of carbon nanotube distribution on sound transmission is more significant at high frequencies, and increasing the temperature due to reducing the stiffness of the structure decreases the sound transmission loss.

Keywords: Thermoacoustic behavior, Ceramic matrix, Carbon nanotubes, Temperature gradient, third-order shear deformation theory

۱۵۱

سال ۱۳ - شماره ۲

پاییز و زمستان ۱۴۰۳

نشریه علمی

دانش و فناوری هوا فضا





۱- مقدمه

در سال‌های اخیر، کامپوزیت تقویت شده با نانولوله‌های کربنی به دلیل استحکام بالا، پایداری حرارتی و مقاومت در برابر خوردگی عالی، به عنوان یک ماده پیشرفته به طور گسترده مورد توجه قرار گرفته است. با ترکیب خواص عالی نانولوله‌های کربنی با مزایای ذاتی مواد سرامیکی از جمله پایداری حرارتی، مقاومت در برابر خوردگی بالا، چگالی جرمی کم و عایق الکتریکی، می‌توان کامپوزیت‌هایی با زمینه سرامیک و تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با خواص عملکردی و ساختاری مورد نیاز جهت کاربرد در صنایع مختلفی مانند هوافضا (بدنه موشک‌های بالستیک)، انرژی (پره‌های توربین‌های نیروگاهی) و دفاعی (جلیقه‌های ضد گلوله) تهیه کرد [۱-۴]. نانولوله‌های کربنی همچنین به عنوان یک تقویت کننده عالی در کامپوزیت‌های زمینه پلیمری و فلزی با هدف بهبود خواص مکانیکی و حرارتی آن‌ها به کار گرفته شده‌اند. در همین راستا به دلیل خواص عالی، صفحات/پوسته‌های کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی در سال‌های اخیر به طور گسترده مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. بورون و آمبروزینی [۵] پاسخ دینامیکی یک ساندویچ پنل دو لایه ساخته شده از اپوکسی و نانولوله‌های کربنی به عنوان لایه داخلی و آلومینیوم به عنوان لایه خارجی تحت بار ضربه‌ای انفجاری را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها نشان دادند که اضافه کردن نانولوله‌های کربنی می‌تواند بر تردی ذاتی^۱

رزین اپوکسی غلبه کند. پس از آن، بررسی ارتعاشات آزاد و رفتار خمشی یک صفحه نسبتاً ضخیم کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی بر اساس تئوری مرتبه اول برشی و بکارگیری متد المان محدود توسط ژو و همکاران [۶] انجام گرفت. توماس و روی [۷] به مطالعه ارتعاشات پوسته‌های کامپوزیتی درجه بندی شده تقویت شده با نانولوله‌های کربنی پرداختند. در کار آنها یک مدل میرایی ریلی جهت بررسی تاثیر نانولوله‌های بر ظرفیت میرایی پوسته استخراج شد. نتایج نشان دادند که توزیع و کسر حجمی نانولوله‌ها تاثیر موثری بر مشخصه‌های ارتعاشی و میرایی سازه مورد نظر دارد. به پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی درجه بندی شده تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را در محیط‌های حرارتی مطالعه کردند. تحلیل ارتعاشات آزاد صفحات کامپوزیتی تابعی مدراج تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با مشخصات هندسی دلخواه توسط فانتوزی و همکاران [۹] بررسی شده است. ملک زاده و همکاران [۱۰] به مطالعه مشخصه‌های ارتعاشی صفحات مورب تابعی مدراج تقویت شده با نانولوله‌های کربنی پرداختند. آنها تاثیر پارامترهای هندسی مانند ضخامت، نسبت شعاع به طول و همچنین توزیع‌های مختلف و کسر حجمی نانولوله‌ها و شرایط مرزی مختلف را بر پارامترهای بی‌بعد فرکانسی در این سازه‌های را بررسی نمودند. کیانی و همکاران ارتعاشات آزاد

شکل‌های مختلف سازه‌های کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی از جمله صفحات [۱۱]، صفحات مورب [۱۲]، پوسته‌های استوانه‌ای [۱۳] و کروی [۱۴] را مورد بررسی قرار دادند.

مطالعه انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای امروزه به یک موضوع مهم در طراحی سازه‌های مهندسی که در معرض امواج فشاری صوتی و نویزهای ایجاد شده از منابع مختلف قرار دارند تبدیل شده است. بنابراین در سال‌های اخیر این زمینه علمی توجه بسیاری از محققین را به خود جلب نموده است. اولین مطالعه انجام گرفته در زمینه افت انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای توسط اسمیت [۱۵] در سال ۱۹۵۷ با عنوان انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای جدارنازک انجام گرفته است. او در مطالعه خود مسئله انتقال صوت در این سازه‌های را مورد مطالعه قرار داد. چندین سال مطالعات مختلفی جهت توسعه کار اسمیت در زمینه افت انتقال صوت توسط محققان مختلفی از جمله اینگارد [۱۶]، فاکسول و فرانکلین [۱۷] انجام گرفت، تا اینکه در سال ۱۹۶۶ وایت [۱۸] انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای با طول محدود را بررسی نمود و توانست نتایج مهمی از مطالعه خود ارائه نماید. کوال [۱۹] در سال ۱۹۷۶ مطالعات گذشته را به شکلی دقیق‌تر ادامه داد. او با استفاده از روشی تحلیلی از طریق متد امپدانس^۲ و تئوری پوسته فلگی^۳، انتقال صوت در دماغه هواپیما را در شرایط پرواز مورد مطالعه قرار داد. لی و کیم [۲۰] انتقال صوت در یک پوسته استوانه‌ای نازک همسانگرد را با استفاده از مدل‌های تحلیلی و تجربی محاسبه کردند. در این مطالعه، پوسته استوانه‌ای بلند در معرض یک موج صفحه‌ای مایل قرار گرفته بود. در حل تحلیلی ارائه شده توسط آنها، حلی دقیق

بر مبنای تئوری کلاسیک پوسته‌ها ارائه شده است. گینت و همکاران [۲۱] افت انتقال صوت پوسته استوانه‌ای کامپوزیت چند لایه را در دو مدل مقایسه کردند. مدل اول شامل یک استوانه کامپوزیت لایه‌ای متقارن و مدل دوم شامل یک استوانه کامپوزیت چند لایه ضخیم گسسته بود که در آن میدان جابجایی و معادلات حرکت به صورت جداگانه برای هر لایه توضیح داده می‌شدند. علاوه بر این، در مطالعه آنها، میدان جابجایی توسط نظریه میندلین محاسبه شد و در هر دو مدل، اثرات خمشی، برشی عرضی و همچنین اثرات اینرسی چرخشی و زاویه لایه‌های اورتوتروپیک در نظر گرفته شد. دانشجو و همکاران [۲۲] تلاش کردند تا مطالعه کیم که محدود به مطالعه پوسته‌های استوانه‌ای ایزوتروپ بود را برای پوسته‌های استوانه‌ای تشکیل شده از کامپوزیت‌های لایه‌ای ادامه دهند. در این بررسی حلی تحلیلی با استفاده از حل همزمان معادلات حرکت پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی و معادلات امواج صوتی ارائه گردید. نتایج بدست آمده در بررسی اثرات مختلف محیطی و هندسی حاکی از این بود که افزایش زاویه برخورد باعث کاهش مقادیر افت انتقال صوت در فرکانس‌های پایین‌تر شده است. همچنین نشان دادند که افزایش عدد ماخ در جریان خارجی، کاهش مقدار افت انتقال صوت را به همراه دارد. در ادامه دانشجو و همکاران [۲۳-۲۵] انتقال صوت از پوسته‌های استوانه‌ای ضخیم را با استفاده از تئوری سه بعدی الاستیسیته را مورد بررسی قرار دادند. آنها میدان جابجایی را به فرم توابع پتانسیل لامه در نظر گرفتند و با استفاده از تجزیه هلمهولتز به حل معادلات پرداختند. اخیرا احمدی و همکاران [۲۶] با روشی تحلیلی به بررسی افت انتقال صوت در





پوسته‌های استوانه‌ای ساخته شده از مواد پلیمری و تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با استفاده از تئوری مرتبه اول برشی پرداخته‌اند. فو و همکاران [۲۷] رفتار ترموآکوستیک پوسته‌های استوانه‌ای با تخلخل درجه‌بندی شده و قرار گرفته روی بستر الاستیک را تحت بارگذاری حرارتی غیر خطی مطالعه نموده‌اند.

مقدمه فوق به وضوح نشان می‌دهد که رفتار ترموآکوستیک پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده با نانولوله‌های کربنی به صورت درجه بندی شده تا به حال مورد بررسی قرار نگرفته است، بنابراین هدف اصلی این مقاله پر کردن این شکاف مطالعاتی به روشی تحلیلی می‌باشد. در این مقاله یک روش دقیق و موثر برای بررسی رفتار آکوستیک یک پوسته استوانه‌ای ساخته شده از مواد سرامیکی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تحت تاثیر یک گرادیان حرارتی به کار گرفته شده است. برای این منظور چهار نوع مختلف توزیع نانولوله‌ها در ماتریس سرامیکی در نظر گرفته شده است. همچنین خواص موثر مواد تشکیل دهنده از جمله سرامیک و نانولوله‌های کربنی به صورت هم زمان وابسته به دما فرض شده‌اند. معادلات حرکت پوسته براساس اصل همیلتون و با استفاده از تئوری مرتبه سوم برشی استخراج شده‌اند. با به کارگیری معادلات برهمکنش سازه و سیال، معادلات ترموآکوستیک پوسته مورد نظر تعیین می‌گردند. در نهایت تاثیر پارامترهای موثر هندسی و فیزیکی بر رفتار ترموآکوستیک پوسته استوانه ای مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲- مشخصات مدل

همان طور که در شکل ۱ قابل مشاهده است سازه مورد مطالعه یک پوسته استوانه‌ای دایروی کامپوزیتی تابعی مدرج تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با طول بی نهایت، ضخامت h ، شعاع R نسبت به سطح میانی می باشد. یک سیستم مختصات منحنی الخط روی صفحه میانی با مولفه‌های $(\eta_1 \eta_2 \eta_3)$ به ترتیب در جهت‌های طولی، محیطی و شعاعی قرار گرفته است. پوسته مورد بررسی از سرامیک ساخته شده و توسط نانولوله‌های کربنی با توابع توزیع مختلف تقویت شده است. پوسته مورد نظر توسط یک موج صوتی صفحه‌ای مورب با زاویه برخورد γ تحریک می‌شود و تحت تاثیر یک جریال خارجی با سرعت V قرار دارد. و همچنین فرض شده که داخل پوسته کاملاً جاذب است و فقط امواج ورودی وجود دارند. در نهایت سازه مورد نظر تحت یک گرادیان دمایی در راستای ضخامت قرار دارد.

۳- استخراج خواص موثر پوسته

پوسته استوانه‌ای تابعی مدرج مورد نظر با دو فاز ماده شامل سرامیک و نانولوله‌های کربنی بررسی شده است. سرامیک به عنوان ماتریس زمینه و نانولوله‌های کربنی به عنوان فاز تقویت کننده در نظر گرفته شده‌اند، که توزیع نانولوله‌ها در ماتریس بصورت درجه بنده شده یا یکنواخت است. توزیع‌های مختلف کسر حجمی نانولوله‌های کربنی به صورت زیر می‌باشد [۲۸]:

$$V_{CNT} = \begin{cases} V_{CNT}^* & UD \\ \left(1 + \frac{2\eta_3}{h}\right) V_{CNT}^* & FG_V \\ 4 \left(\frac{|\eta_3|}{h}\right) V_{CNT}^* & FG_X \\ 4 \left(\frac{1}{2} - \frac{|\eta_3|}{h}\right) V_{CNT}^* & FG_O \end{cases} \quad (1)$$

به طوریکه

$$\alpha_{11}^C = \frac{V_{CNT} E_{11}^{CNT}(T) \alpha_{11}^{CNT}(T) + V_M E^M \alpha^M}{V_{CNT} E_{11}^{CNT}(T) + V_M E^M} \quad (9)$$

$$\alpha_{22}^C = (1 + \nu_{12}^C) V_{CNT} \alpha_{22}^{CNT}(T) + (1 + \nu_M) V_M \alpha^M - \nu_{12}^C \alpha_{11}^C \quad (10)$$

که α_{11}^{CNT} ، ρ_{CNT} ، ν_{CNT} ، G_{22}^{CNT} ، E_{22}^{CNT} ، E_{11}^{CNT} و α_{22}^{CNT} به ترتیب مدول یانگ طولی و عرضی، مدول برشی، نسبت پواسون، چگالی، ضریب انبساط حرارتی طولی و عرضی می‌باشند. E^M ، ρ_M ، ν_M ، G^M ماتریس سرامیکی هستند. V_{CNT} و V_M به ترتیب کسر حجمی نانولوله‌های کربنی و ماتریس می‌باشند.

به علاوه، خواص مواد سرامیکی و همچنین نانولوله‌های کربنی از جمله مدول یانگ، نسبت پواسون، ضریب انبساط حرارتی و چگالی وابسته به دما فرض شده‌اند. در این مقاله همچنین فرض شده است که گرادیان دمایی فقط در راستای ضخامت و به صورت خطی طبق رابطه زیر وجود دارد [۳۰]:

$$T(\eta_3) = T_i + (T_i - T_o) Y \left(\frac{\eta_3}{h} + \frac{1}{2} \right) \quad (11)$$

که

$$T\left(\frac{h}{2}\right) = T_o \quad T\left(-\frac{h}{2}\right) = T_i \quad (12)$$

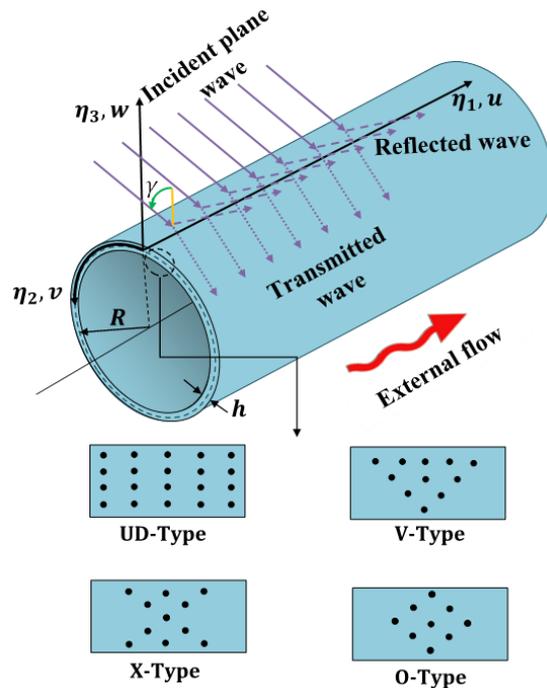
با توجه به اینکه پوسته مورد نظر در محیط حرارتی قرار دارد، پس خواص مواد ماتریس سرامیکی به صورت یک تابع غیرخطی وابسته به دما به صورت زیر محاسبه می‌گردد [۳۱ و ۳۲]:

$$P = P_0(P_{-1}T^{-1} + 1 + P_1T + P_2T^2 + P_3T^3) \quad (13)$$

که در این معادله، P_0 ، P_{-1} ، P_1 ، P_2 و P_3 ضرایب دمایی هستند و برای هر ماده دارای مقادیر یکتایی می‌باشند که در جدول ۴ داده

$$V_{CNT}^* = \frac{W_{CNT}}{W_{CNT} + \left(\frac{\rho_{CNT}}{\rho_M}\right) - \left(\frac{\rho_{CNT}}{\rho_M}\right) W_{CNT}} \quad (2)$$

در این معادله، W_{CNT} کسر جرمی نانولوله‌ها، ρ_{CNT} و ρ_M به ترتیب چگالی نانولوله‌ها و ماتریس سرامیکی می‌باشند.



شکل ۱ هندسه پوسته استوانه‌ای سرامیکی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با توزیع‌های مختلف نانولوله‌ها تحت تاثیر موج صوتی

بر طبق مدل میکرومکانیکی (قانون مخلوط‌ها) خواص موثر پوسته درجه بندی شده به صورت زیر می‌باشد [۲۹]:

$$E_{11}^C = E_{11}^{CNT}(T) V_{CNT} + E^M V_M \quad (3)$$

$$\frac{1}{E_{22}^C} = \frac{V_{CNT}}{E_{22}^{CNT}(T)} + \frac{V_M}{E^M} \quad (4)$$

$$\frac{1}{G_{22}^C} = \frac{V_{CNT}}{G_{22}^{CNT}(T)} + \frac{V_M}{G^M} \quad (5)$$

$$\nu_{12}^C = \nu_{CNT}(T) V_{CNT} + \nu_M V_M \quad (6)$$

$$\nu_{21}^C = \frac{E_{22}^C}{E_{11}^C} \nu_{12}^C \quad (7)$$

$$\rho_{12}^C = \rho_{CNT}(T) V_{CNT} + \rho_M V_M \quad (8)$$





شده‌اند. همچنین در این تحقیق خواص نانولوله-های کربنی نیز وابسته به دما فرض شده است و این خواص شامل مدول یانگ طولی و عرضی، مدول برشی و ضرایب انبساط حرارتی طولی و عرضی به صورت یک جندجمله‌ای درجه چهار به صورت زیر برآورد شده‌اند.

$$\Pi = \Pi_1 T^4 + \Pi_2 T^3 + \Pi_3 T^2 + \Pi_4 T + \Pi_5 \quad (14)$$

که $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4$ و Π_5 ضرایب دمایی نانولوله‌های کربنی ((10,10)SWCNT) در بازه دمایی $300K^0 \leq N \leq 1000K^0$ بر طبق داده‌های [۳۳] می‌باشند. این ضرایب در جدول ۳ ذکر شده‌اند.

۴- معادلات حاکم بر پوسته استوانه ای

در این مقاله، از تئوری مرتبه سوم تغییر شکل های برشی ردی (TSDT) جهت محاسبه میدان جابجایی پوسته استوانه‌ای مورد نظر استفاده شده است. بر طبق این تئوری سه مولفه جابجایی بر حسب جابجایی‌های صفحه میانی به صورت زیر توصیف می‌گردند [۳۴ و ۳۵]:

$$U(\eta_1, \eta_2, \eta_3, t) = u(\eta_1, \eta_2, t) + \eta_3 \varphi_1(\eta_1, \eta_2, t) - \eta_3^3 C_1 \left(\varphi_1 + \frac{\partial w}{\partial \eta_1} \right) \quad (15)$$

$$V(\eta_1, \eta_2, \eta_3, t) = v(\eta_1, \eta_2, t) + \eta_3 \varphi_2(\eta_1, \eta_2, t) - \eta_3^3 C_1 \left(\varphi_2 - \frac{v}{R} + \frac{\partial w}{\partial \eta_2} \right) \quad (16)$$

$$W(\eta_1, \eta_2, \eta_3, t) = w(\eta_1, \eta_2, t) \quad (17)$$

که (U, V, W) نمائگر مولفه‌های جابجایی پوسته در راستاهای η_1, η_2 و η_3 می‌باشند،

$(u, v, w, \varphi_1, \varphi_2)$ توابع نامعلومی هستند که باید محاسبه شوند. در این میان (u, v, w) نشان دهنده جابجایی‌های صفحه میانی پوسته به ترتیب در راستاهای محوری، محیطی و شعاعی هستند، φ_1 و φ_2 نرمال‌های عرضی و چرخشی حول محورهای η_2 و η_1 می‌باشند و در نهایت $C_1 = \frac{4}{3h^2}$.

روابط کرنش-جابجایی برای یک پوسته استوانه‌ای بر اساس تئوری مرتبه سوم برشی به صورت زیر می‌باشند [۳۶]:

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{(1 + \frac{\eta_3}{R})} (1 + \frac{\eta_3}{R}) (\varepsilon_{11}^0 + \eta_3 \varepsilon_{11}^1 + \eta_3^3 \varepsilon_{11}^3) \quad (18)$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{1}{(1 + \frac{\eta_3}{R})} (\varepsilon_{22}^0 + \eta_3 \varepsilon_{22}^1 + \eta_3^3 \varepsilon_{22}^3) \quad (19)$$

$$\varepsilon_{13} = \frac{1}{(1 + \frac{\eta_3}{R})} (1 + \frac{\eta_3}{R}) (\varepsilon_{13}^0 + \eta_3^2 \varepsilon_{13}^2 + \eta_3^3 \varepsilon_{13}^3) \quad (20)$$

$$\varepsilon_{23} = \frac{1}{(1 + \frac{\eta_3}{R})} (\varepsilon_{23}^0 + \eta_3^2 \varepsilon_{23}^2 + \eta_3^3 \varepsilon_{23}^3) \quad (21)$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{(1 + \frac{\eta_3}{R})} (1 + \frac{\eta_3}{R}) (\chi_1^0 + \eta_3 \chi_1^1 + \eta_3^3 \chi_1^3) + (\chi_2^0 + \eta_3 \chi_2^1 + \eta_3^3 \chi_2^3) \quad (22)$$

که

$$\varepsilon_{11}^1 = \frac{\partial \varphi_1}{\partial \eta_1}, \varepsilon_{22}^1 = \frac{1}{R} \frac{\partial \varphi_2}{\partial \eta_2}, \chi_1^1 = \frac{\partial \varphi_2}{\partial \eta_1} \quad (23)$$

$$\chi_2^1 = \frac{1}{R} \frac{\partial \varphi_1}{\partial \eta_2}, \varepsilon_{11}^3 = -C_1 \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial \eta_1} + \frac{\partial^2 w}{\partial \eta_1^2} \right) \quad (24)$$

$$\varepsilon_{22}^3 = -C_1 \left(\frac{1}{R} \left(-\frac{\partial v}{R \partial \eta_2} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial \eta_2} + \frac{\partial^2 w}{R \partial \eta_2^2} \right) \right) \quad (25)$$

قابل ذکر است که در این تحقیق روابط بین مدول برشی به صورت $G_{13} = G_{12}$ و از تنش‌ها روی ضخامت پوسته، نیروها و ممان‌ها به صورت زیر حاصل می‌گردند [۳۴]:

$$\begin{Bmatrix} N_{11} \\ M_{11} \\ P_{11} \\ N_{12} \\ M_{12} \\ P_{12} \\ Q_{13} \\ R_{13} \\ P_{13} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left(1 + \frac{\eta_3}{R}\right) \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \eta_3 \sigma_{11} \\ \eta_3^3 \sigma_{11} \\ \sigma_{12} \\ \eta_3 \sigma_{12} \\ \eta_3^3 \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \eta_3^2 \sigma_{13} \\ \eta_3^3 \sigma_{13} \end{Bmatrix} d\eta_3 - \begin{Bmatrix} N_{11}^T \\ M_{11}^T \\ P_{11}^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (۳۶)$$

$$\begin{Bmatrix} N_{22} \\ M_{22} \\ P_{22} \\ N_{21} \\ M_{21} \\ P_{21} \\ Q_{23} \\ R_{23} \\ P_{23} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_{22} \\ \eta_3 \sigma_{22} \\ \eta_3^3 \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \\ \eta_3 \sigma_{12} \\ \eta_3^3 \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \eta_3^2 \sigma_{23} \\ \eta_3^3 \sigma_{23} \end{Bmatrix} d\eta_3 - \begin{Bmatrix} N_{22}^T \\ M_{22}^T \\ P_{22}^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (۳۷)$$

$$\chi_1^3 = -C_1 \left(-\frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \eta_1} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial \eta_1} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial \eta_1 \partial \eta_2} \right) \quad (۲۶)$$

$$\chi_2^3 = \frac{-C_1}{R} \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial \eta_2} + \frac{\partial^2 w}{\partial \eta_1 \partial \eta_2} \right), \varepsilon_{13}^0 = \varphi_1 + \frac{\partial w}{\partial \eta_1} \quad (۲۷)$$

$$\varepsilon_{23}^0 = \varphi_2 - \frac{v}{R} + \frac{\partial w}{R \partial \eta_2}, \varepsilon_{13}^2 = -3C_1 \left(\varphi_1 - \frac{u}{R} + \frac{\partial w}{\partial \eta_1} \right) \quad (۲۸)$$

$$\varepsilon_{23}^2 = -3C_1 \left(\varphi_2 + \frac{\partial w}{R \partial \eta_2} \right), \varepsilon_{13}^3 = -2 \frac{C_1}{R} \left(\varphi_1 + \frac{\partial w}{\partial \eta_1} \right) \quad (۲۹)$$

$$\varepsilon_{23}^2 = -2 \frac{C_1}{R} \left(\varphi_2 - \frac{v}{R} + \frac{\partial w}{R \partial \eta_2} \right) \quad (۳۰)$$

طبق قانون هوک روابط تنش-کرنش به صورت زیر تعیین می‌گردند.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \alpha_{11}^c \\ \alpha_{22}^c \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (۳۱)$$

که N_{ij}, M_{ij}, Q_{ij} به ترتیب نیروهای درون صفحه‌ای، ممان‌های خمشی و نیروهای برشی هستند و R_{ij} و P_{ij} نمایانگر تنش‌های مراتب بالاتر می‌باشند. قابل ذکر است که این ترم‌های ذکر شده به قرار دادن معادلات (۱۸) تا (۲۲) در (۳۱) و سپس قرار دادن این معادلات در معادلات (۳۶) و (۳۷) محاسبه می‌گردند، که مقادیر آنها در پیوسته ذکر شده‌اند.

تنش‌های مرتبه بالاتر حرارتی هستند که به صورت زیر محاسبه می‌گردند [۲۷]:

که $\Delta T = T(\eta_3) - T_0$ و T_0 دمای اولیه پوسته و $Q_{ij} (i, j = 1, 2, 4, 5, 6)$ ثوابت الاستیک انتقال یافته هستند که به صورت زیر محاسبه می‌گردند.

$$Q_{11} = \frac{E_{11}(\eta_3, T)}{1 - (\nu_{12}(\eta_3, T)\nu_{21}(\eta_3, T))} \quad (۳۲)$$

$$Q_{22} = \frac{E_{22}(\eta_3, T)}{1 - (\nu_{12}(\eta_3, T)\nu_{21}(\eta_3, T))} \quad (۳۳)$$

$$Q_{12} = \frac{Q_{21}}{\nu_{12}(\eta_3, T)E_{22}(\eta_3, T)} = \frac{Q_{21}}{1 - (\nu_{12}(\eta_3, T)\nu_{21}(\eta_3, T))} \quad (۳۴)$$

$$Q_{66} = G_{12}(\eta_3, T), \quad Q_{44} = G_{23}, \quad Q_{55} = G_{13} \quad (۳۵)$$



$$\begin{aligned}
\delta w: & -(-C_1 R \frac{\partial^2(P_{11})}{\partial \eta_1^2} + N_{22} \\
& - \frac{\partial}{\partial \eta_1} (N_{11} \frac{\partial w}{\partial \eta_1} + N_{12} \frac{\partial w}{\partial \eta_2}) \\
& - \frac{\partial}{\partial \eta_2} (N_{12} \frac{\partial w}{\partial \eta_1} + N_{22} \frac{\partial w}{\partial \eta_2}) - f_e \\
& - \frac{C_1}{R} \frac{\partial^2 P_{22}}{\partial \eta_2^2} - C_1 \left(\frac{\partial^2 P_{21}}{\partial \eta_1 \partial \eta_2} + \frac{\partial^2 P_{12}}{\partial \eta_1 \partial \eta_2} \right) \\
& - \left(R \frac{\partial(Q_{13})}{\partial \eta_1} - 3C_1 R \frac{\partial R_{13}}{\partial \eta_1} \right. \\
& - \left. \left(\frac{\partial(Q_{23})}{\partial \eta_2} - 3C_1 \frac{\partial(R_{23})}{\partial \eta_2} \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{2C_1}{R} \frac{\partial P_{23}}{\partial \eta_2} \right) \right) - I_1 R \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \\
& - C_1 R K_4 \frac{\partial \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right)}{\partial \eta_1} \\
& - C_1 R J_5 \frac{\partial \left(\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} \right)}{\partial \eta_1} \\
& - \frac{\partial \left(\frac{\partial \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right)}{\partial \eta_1} \right)}{\partial \eta_1} - C_1 \Gamma_4 \frac{\partial \left(\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right)}{\partial \eta_2} \\
& + C_1^2 R I_7 \frac{\partial \left(\frac{\partial \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right)}{\partial \eta_1} \right)}{\partial \eta_1} - C_1 \Gamma_4 \frac{\partial \left(\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right)}{\partial \eta_2} \\
& + \frac{C_1^2 I_7}{R} \frac{\partial \left(\frac{\partial \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right)}{\partial \eta_2} \right)}{\partial \eta_2} \\
& - C_1 J_5 \frac{\partial \left(\frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2} \right)}{\partial \eta_2} + R \left(1 + \frac{h}{2R} \right) q_3 \\
& = 0
\end{aligned} \tag{۴۳}$$

$$\begin{aligned}
\delta \varphi_1: & -(-R \frac{\partial(M_{11})}{\partial \eta_1} + C_1 R \frac{\partial(P_{11})}{\partial \eta_1} \\
& - \frac{\partial(M_{21})}{\partial \eta_2} \\
& + c_1 \frac{\partial(P_{21})}{\partial \eta_2} + R(Q_{13} \\
& - 3C_1 R_{13})) - (\bar{K} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\
& + \bar{J} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} \\
& - C_1 J_5 R \frac{\partial \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right)}{\partial \eta_1} \\
& + R \left(1 + \frac{h}{2R} \right) q_4 = 0
\end{aligned} \tag{۴۴}$$

$$\begin{aligned}
& [N_{11}^T \quad M_{11}^T \quad P_{11}^T] \\
& = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left(1 + \frac{\eta_3}{R} \right) A_{11} [1 \quad \eta_3 \quad \eta_3^3] \Delta T d\eta_3 \tag{۳۸}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [N_{22}^T \quad M_{22}^T \quad P_{22}^T] \\
& = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} A_{22} [1 \quad \eta_3 \quad \eta_3^3] \Delta T d\eta_3 \tag{۳۹}
\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} A_{11} \\ A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{11}^C \\ \alpha_{22}^C \end{bmatrix} \tag{۴۰}$$

اکنون با استفاده از اصل همپلتون، معادلات حرکت پوسته مورد نظر با توجه به تئوری مرتبه سوم برشی به صورت زیر حاصل می گردند.

$$\begin{aligned}
\delta u: & - \left(-R \frac{\partial(N_{11})}{\partial \eta_1} - \frac{\partial N_{21}}{\partial \eta_2} \right) \\
& - \left(\bar{K} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \bar{J} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} \right. \\
& \left. - C_1 K_4 R \frac{\partial \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right)}{\partial \eta_1} \right) \\
& + R \left(1 + \frac{h}{2R} \right) q_1 = 0
\end{aligned} \tag{۴۱}$$

$$\begin{aligned}
\delta v: & - \left(-\frac{\partial(N_{22})}{\partial \eta_2} - C_1 \frac{\partial \left(\frac{P_{22}}{R} \right)}{\partial \eta_2} - R \frac{\partial N_{12}}{\partial \eta_1} \right. \\
& \left. - C_1 \frac{\partial(P_{12})}{\partial \eta_1} - (Q_{23} \right. \\
& \left. - 3C_1 R_{23} - \frac{2C_1}{R} P_{23}) \right. \\
& \left. - (-\bar{G} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \bar{G} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2} \right. \\
& \left. - C_1 \Gamma_4 \frac{\partial \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right)}{\partial \eta_2} \right) + R \left(1 + \frac{h}{2R} \right) q_2 = 0
\end{aligned} \tag{۴۲}$$



$$c_1 \nabla^2 (P_1^I + P_1^R) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right)^2 (P_1^I + P_1^R) \quad (53)$$

که c_1 سرعت موج صوتی در فضای خارجی، ∇ اپراتور گرادیان و ∇^2 اپراتور لاپلاسین سه بعدی می‌باشند ($\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \eta_3^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \eta_3} + \left(\frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \eta_2^2} + \frac{\partial^2}{\eta_1^2} \right)$). با توجه به فرض جاذب کامل بودن حفره داخلی استوانه، فقط موج انتقالی در آن وجود دارد، معادله موج صوتی در داخل حفره به صورت زیر داده شده است [۲۰] و [۲۵]:

$$c_3 \nabla^2 P_3^T = \frac{\partial^2 p_3^T}{\partial t^2} \quad (54)$$

که c_3 سرعت موج صوتی در داخل حفره است. با توجه به اینکه روی سطوح داخلی و خارجی پوسته سرعت ذرات آکوستیکی در جهت نرمال با سرعت نرمال پوسته برابر است، شرایط مرزی سطح مشترک سیال و سازه به صورت زیر می‌باشد [۲۰]:

$$\frac{\partial (P_1^I + P_1^R)}{\partial \eta_3} = -\rho_1 \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right)^2 W \quad \text{at } \eta_3 = R \quad (55)$$

$$\frac{\partial (P_3^T)}{\partial \eta_3} = -\rho_3 \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \quad \text{at } \eta_3 = R \quad (56)$$

که W مولفه جابجایی پوسته در جهت η_3 و ρ_3 و ρ_1 به ترتیب چگالی سیال خارجی و داخلی می‌باشند.

$$\begin{aligned} \delta \varphi_2: & - \left(- \frac{\partial (M_{22})}{\partial \eta_2} + C_1 \frac{\partial (P_{22})}{\partial \eta_2} - R \frac{\partial (M_{12})}{\partial \eta_1} + C_1 R \frac{\partial (P_{12})}{\partial \eta_1} + R(Q_{23} - 3C_1 R_{23}) \right) \\ & - \left(\bar{I} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \bar{J} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2} - C_1 J_5 \frac{\partial \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right)}{\partial \eta_2} + R \left(1 + \frac{h}{2R} \right) q_5 = 0 \right) \end{aligned} \quad (45)$$

که

$$\mathbf{q} = [0, 0, (P_1^I + P_1^R) - P_3^T, 0, 0]^T \quad (46)$$

و

$$I_i = \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho (\eta_3)^{i-1} \left(1 + \frac{\eta_3}{R} \right) d\eta_3, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \quad (47)$$

$$K_i = I_i, \quad \Gamma_i = I_i + \left(\frac{C_1}{R} \right) I_{i+3} \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (48)$$

$$J_i = I_i - (C_1) I_{i+2} \quad i = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (49)$$

$$\bar{K} = R K_1, \quad \bar{J} = R J_2, \quad \bar{G} = R \left(J_2 + \frac{C_1}{R} J_5 \right) \quad (50)$$

$$\bar{I} = R \left(\Gamma_1 + \frac{C_1}{R} \Gamma_4 \right), \quad \bar{K} = R (K_2 - C_1 K_4) \quad (51)$$

$$\bar{J} = R (J_3 - C_1 J_5), \quad \bar{I} = R (\Gamma_2 - C_1 \Gamma_4) \quad (52)$$

۵- معادلات سیال و شرایط مرزی

همان طور که در شکل ۱ قابل مشاهده است، فشار موج صوتی در فضای خارجی پوسته استوانه ای جمع دو موج برخوردی (P_1^I) و موج انعکاسی (P_1^R) می‌باشد. پس معادله موج به صورت زیر داده شده است [۲۰ و ۲۵]:



۶- معادلات ارتعاشی - آکوستیکی

موج هارمونیکی صفحه‌ای برخوردی در مختصات استوانه‌ای به صورت زیر تعریف می‌گردد [۱۹ و ۲۰]

$$P_1^I(\eta_1, \eta_2, \eta_3, t) = P_0 \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n (-j)^n J_n(k_{1r}\eta_3) \exp(j(\omega t - k_{1z}\eta_1 - n\eta_2)) \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (57)$$

که

$$\epsilon_n = \begin{cases} 1 & (n = 0) \\ 2 & (n \geq 1) \end{cases} \quad (58)$$

و P_0 بزرگی دامنه موج برخوردی، $j = \sqrt{-1}$ ، J_n تابع بسل نوع اول از مرتبه n ، ω فرکانس زاویه‌ای می‌باشند. اعداد موج k_{1z} و k_{1r} به صورت زیر تعیین می‌گردند.

$$k_{1z} = k_1 \sin(\gamma), \quad k_{1r} = k_1 \cos(\gamma) \quad (59)$$

$$k_1 = \frac{\omega}{c_1} \left(\frac{1}{1 + M_1 \sin(\gamma)} \right) \quad (60)$$

که M_1 عدد ماخ جریان خارجی می‌باشد. به علاوه امواج صوتی انعکاس شده به خارج و انتقال یافته به داخل پوسته به صوت زیر تعیین می‌گردند [۱۹ و ۲۳]:

$$P_1^R(\eta_1, \eta_2, \eta_3, t) = \sum_{n=0}^{\infty} P_{1n}^R H_n^2(k_{1r}\eta_3) \exp(j(\omega t - k_{1z}\eta_1 - n\eta_2)) \quad (61)$$

$$P_3^T(\eta_1, \eta_2, \eta_3, t) = \sum_{n=0}^{\infty} P_{3n}^T H_n^1(k_{3r}\eta_3) \exp(j(\omega t - k_{3z}\eta_1 - n\eta_2)) \quad (62)$$

که H_n^1 و H_n^2 به ترتیب توابع هنکل از مرتبه اول و دوم از درجه n ، P_{1n}^R و P_{3n}^T به ترتیب دامنه‌های موج‌های انعکاسی و انتقالی می‌باشند.

$$k_3 = \frac{\omega}{c_3} \quad \text{و} \quad k_{3r} = \sqrt{k_3^2 - k_{3z}^2}$$

دلیل اینکه امواج گذرا در محیط صوت و در پوسته، ناشی از امواج برخوردی گذرا می‌باشند، برای اعداد موج در راستای η_3 در سیستم باید رابطه $k_{3z} = k_{1z}$ برقرار باشد.

۷- رویکرد حل

مولفه‌های جابجایی و چرخش صفحه میانی پوسته به صورت زیر محاسبه می‌گردند [۲۰ و ۳۷]:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} \begin{Bmatrix} jU_n \\ jV_n \\ W_n \\ j\varphi_{1n} \\ j\varphi_{2n} \end{Bmatrix} \exp(j(\omega t - k_{1z}\eta_1 - n\eta_2)) \quad (63)$$

به منظور حل مسئله، معادله (۶۳) و معادلات (۵۸) تا (۶۲) و همچنین معادلات شرایط مرزی آکوستیکی باید در معادلات (۴۱) تا (۴۵) جایگذاری شوند. این کار یک سیستم معادلات خطی با هفت معادله کوپل شده بر اساس مود محیطی و فرکانس زاویه‌ای به صورت زیر ایجاد می‌کند:

$$[S]\{\zeta\} = [F] \quad (64)$$

در این معادله ماتریسی، ζ متغیر مجهول شامل سه مولفه جابجایی، دو مولفه چرخشی و مولفه‌های موج‌های انتقالی به سازه و انعکاسی وجود دارد. در نهایت با حل معادله (۶۴) برای هر کدام از مدهای محیطی در فرکانس داده شده یا یک بازه فرکانسی، متغیرهای مجهول معادله محاسبه می‌گردند.

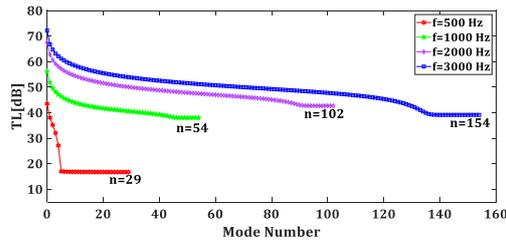
۸- محاسبه افت انتقال صوت

افت انتقال صوت (TL) به عنوان نسبت توان صوتی برخوردی و انتقالی بر واحد طول استوانه به صورت زیر تعیین می‌گردد [۳۸ و ۳۹]:

$$TL(\gamma) = 10 \log_{10} \left(\frac{W^I(\gamma)}{\sum_{n=0}^{\infty} W^T(\gamma)} \right) \quad (65)$$

که توان صوتی انتقالی $W^I(\gamma)$ در واحد طول پوسته استوانه‌ای به صورت زیر محاسبه می‌گردد:





شکل ۲ نمودار همگرایی افت انتقال صوت پوسته استوانه‌ای سرامیکی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی در فرکانس‌های مختلف

در شکل ۲ تعداد مود مورد نیاز برای همگرایی در فرکانس‌های ۵۰۰، ۱۰۰۰، ۲۰۰۰ و ۳۰۰۰ هرترز محاسبه شده‌اند. برای این منظور پوسته استوانه‌ای ساخته شده از سیلیکون نیتراید تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با مشخصات لیست شده در جداول ۱، ۳ و ۴ مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به شکل ۲ می‌توان دریافت که با افزایش فرکانس، برای همگرایی TL به تعداد مود بیشتری نیاز است.

جدول ۱ پارامترهای هندسی پوسته استوانه‌ای سرامیکی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی و شرایط شبیه‌سازی در این مقاله

خارج استوانه	داخل استوانه	پوسته		ماده و سیال	
		نانولوله کربنی	سیلیکون نیتراید		
هوای	هوای	۱۴۰۰	-	kg/m ³	چگالی
-	-	۰.۱۷۵	-	-	نسبت پواسون
۲۹۶۶	۳۲۸.۵	-	-	m/s	سرعت صوت
-	-	۲.۷	-	m	شعاع
-	-	۲	-	mm	ضخامت
-	-	۰.۱۲	-	-	کسر حجمی
-	-	۰.۲	-	-	عدد ماخ
-	۴۵	-	-	deg	زاویه برخورد
-	۳۰۰	-	-	K	دمای اولیه

$$\dot{W}^T(\gamma) = \frac{1}{2} Re \left\{ \int_0^{2\pi} P_3^T \frac{\partial}{\partial t} (W_n)^* R d \eta_2 \right\} \quad (66)$$

که Re و $*$ به ترتیب قسمت‌های حقیقی و مزدوج مختلط را نشان می‌دهند. و همچنین $\dot{W}^T(\gamma)$ توان صوت برخوردی بر واحد طول استوانه به صورت زیر تعیین می‌گردد.

$$\dot{W}^T(\gamma) = \frac{P_0^2 \cos(\gamma) R}{\rho_1 c_1} (1 + M \sin(\gamma)) \quad (67)$$

۹- نتایج و بحث

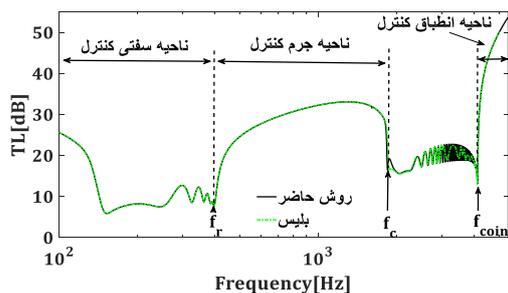
۹-۱- همگرایی

از آنجایی که معادلات جابجایی، چرخش و TL به صورت سری نامتناهی هستند، تجزیه و تحلیل تعداد کافی مد باید برای اطمینان از همگرایی پاسخ‌ها اعمال شود. بنابراین، TL با توجه به شماره مود آنالیز می‌شود. ضرایب افت انتقال برای یک پوسته استوانه‌ای نازک توسط تنگ و همکارانش [۴۰] با در نظر گرفتن مساله همگرایی محاسبه شده است.

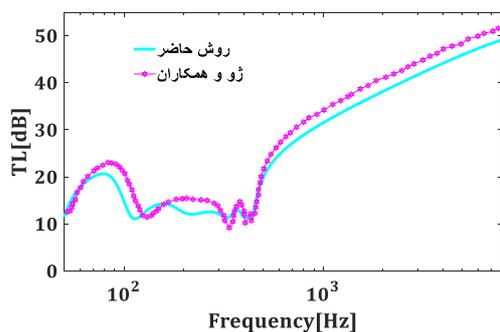
زمانی که مساله همگرایی در یک فرکانس معین مورد ارزیابی واقع شود، در تمامی فرکانس‌های کمتر از آن فرکانس این شرط برقرار خواهد بود زیرا در فرکانس‌های بالاتر تعداد جملات بیشتری برای محاسبه میزان افت انتقال نیاز می‌باشد، بنابراین لازم است که تعداد مودهای مورد نیاز برای همگرایی برای بالاترین فرکانس مربوط به بازه دلخواه فرکانسی مورد بررسی قرار گیرد.



همچنین مقادیر افت انتقال صوت در مطالعه آنها با استفاده از متد بایوت محاسبه شده‌اند. در صورتی که در کار حاضر از تئوری مرتبه سوم برشی که اثرات مربوط به ترم های برشی و چرخشی را به خوبی مدل می‌کند، جهت بررسی رفتار ارتعاشی- آکوستیکی پوسته استفاده شده است.



شکل ۳ نتایج مقایسه کار حاضر با مطالعه بلیس و لیزور [۴۱] برای یک پوسته استوانه‌ای ایزوتروپیک



شکل ۴ نتایج مقایسه کار حاضر با مطالعه ژو و همکاران [۴۲] برای یک پوسته استوانه‌ای آلومینیومی

روابط فرکانس‌های مهم آکوستیکی از جمله فرکانس رینگ، بحرانی و انطباقی به صورت زیر داده شده‌اند [۲۳]. قابل ذکر است که فرکانس رینگ، معرف فرکانسی است که در آن فرکانس طول موج مربوط به موج طولی در ماده با طول-موج مربوط به موج محیطی برابر است، فرکانس بحرانی حاصل انطباق فضایی در راستای شعاعی بین بردار موج ناشی از تحریک و عدد موج محیطی پوسته می‌باشد و در نهایت فرکانس انطباقی، فرکانسی است که در آن سرعت دنبال

مدل تحلیلی به دست آمده در این مقاله، این قابلیت را دارد که برای طراحی سازه‌های استوانه‌ای شکل متشکل از مواد ناهمسانگرد و کامپوزیت لایه‌ای، که در معرض ارتعاشات آکوستیکی می‌باشند به کار روند.

لذا در ابتدا برای نشان دادن صحت مدل پیشنهادی، نتایج مطالعه بلیس و لیزور [۴۱] برای یک پوسته استوانه‌ای جدار نازک از جنس آلومینیوم و مشخصات ذکر شده در جدول ۲، با نتایج بدست آمده در کار حاضر مورد مقایسه قرار گرفته است. با توجه به این شکل ۳ مشاهده می‌گردد که نتایج حاصل از هر دو مدل دارای تطابق بسیار خوبی در بازه فرکانسی مشخص شده دارند. قابل ذکر است که بلیس و لیزور [۴۱] از تئوری شبه سه بعدی (غیر صفر در نظر گرفتن سفتی در راستای نرمال بر پوسته) با در نظر گرفتن اثرات خمش، برش و اینرسی چرخشی و طولی استفاده نموده‌اند.

شکل ۴ مقایسه‌ای دیگر را بین روش به کار گرفته شده در این مقاله و مطالعه ژو و همکاران [۴۲] برای یک پوسته استوانه‌ای همگن از جنس آلومینیوم و شعاع ۱.۸۳ متر تحت تاثیر یک جریان خارجی با عدد ماخ یک ($M=1$) و مشخصات هندسی و خواص مکانیکی داده شده در [۲۸] نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۴ قابل مشاهده است که نتایج بدست آمده در این مقاله با نتایج مطالعه ژو و همکاران [۴۲] با اختلافی اندک، دارای مطابقت خوبی می‌باشد. این اختلاف به وجود آمده به این دلیل است که ژو و همکاران معادلات حرکت پوسته استوانه‌ای را بر اساس تئوری پوسته نازک لاو استخراج نموده‌اند و

کردن امواج صوت با سرعت امواج خمشی در دیواره پوسته برابر است.

$$f_r = \frac{1}{2\pi R} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (68)$$

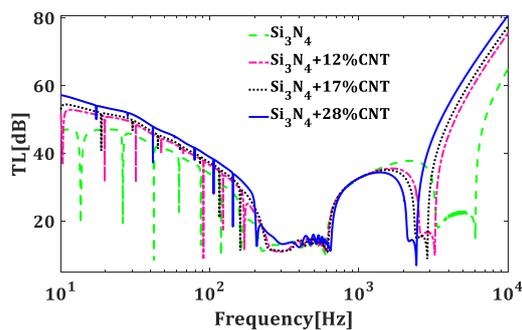
$$f_c = \frac{c_1^2 (1 + M \sin(\gamma))^2}{2\pi h} \sqrt{\frac{12\rho(1 - \nu^2)}{E}} \quad (69)$$

$$f_{coin} = \frac{c_1^2 (1 + M \sin(\gamma))^2}{2\pi h \sin^2(\gamma)} \sqrt{\frac{12\rho(1 - \nu^2)}{E}} \quad (70)$$

جدول ۲ شرایط محیطی و خواص پوسته برای مقایسه با کار بلیس و لیزور [۴۱]

ماده و سیال	پوسته آلومینیوم	داخل استوانه هوا	خارج استوانه هوا	چگالی	مدول یانگ	نسبت پواسون	سرعت صوت	شعاع	ضخامت	زاویه برخورد
	۲۷۶۸	۱.۲۹	۱.۲۹	kg/m^3	GPa	-	-	-	-	-
	۶۹	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	۰.۳	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	-	۳۴۰	۳۴۰	m/s	-	-	-	-	-	-
	۲	-	-	m	-	-	-	-	-	-
	۶	-	-	mm	-	-	-	-	-	-
	۴۵	-	-	deg	-	-	-	-	-	-

حرارتی قرار دارد، ابتدا از جنس سرامیک خالص و سپس با نانولوله‌های کربنی با درصد‌های مختلف کسر حجمی تقویت شده، نظر گرفته شده است. با توجه به این شکل قابل مشاهده است که با اضافه کردن نانولوله‌های کربنی به سازه، به سبب افزایش سفتی سازه، افت انتقال صوت در ناحیه سفتی کنترل افزایش می‌یابد، در مقابل به علت کاهش چگالی سازه (چگالی کمتر نانولوله‌های کربنی) افت انتقال صوت در ناحیه جرم کنترل کاهش می‌یابد. همچنین تقویت سازه مورد نظر با نانولوله‌های کربنی به سبب کاهش فرکانس‌های بحرانی و انطباقی، باعث افزایش افت انتقال صوت در فرکانس‌های بالا (ناحیه انطباق کنترل) می‌گردد.



شکل ۵ تاثیر اضافه کردن نانولوله‌های کربنی در ماتریس سرامیکی بر افت انتقال صوت

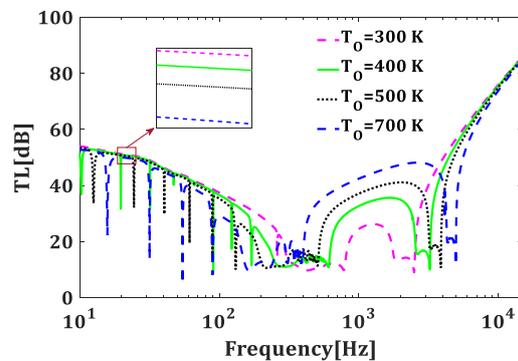
۳-۳-۹- تاثیر گرادیان حرارتی بر افت انتقال صوت جهت بررسی تاثیر گرادیان دمایی بر افت انتقال صوت، پوسته استوانه‌ای سرامیکی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با توزیع X شکل، در معرض یک جریان خارجی با سرعت ۰.۲ ماخ با دمای اولیه ۳۰۰ کلوین در نظر گرفته شده است. در ادامه با ثابت فرض کردن دمای سطح داخلی ($T_i = 300K$)، دمای سطح خارجی پوسته افزایش می‌یابد. با توجه به شکل ۶ نمایان است که، با افزایش دمای سطح خارجی پوسته مورد نظر، افت

۳-۳-۹- بررسی پارامترهای مختلف بر افت انتقال صوت در این بخش به بررسی پارامترهای محیطی و سازه‌ای بر افت انتقال صوت از پوسته استوانه‌ای زمینه سرامیکی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی پرداخته شده است. قابل ذکر است که مشخصات سیال و مواد در جداول ۱ و ۴ ارائه شده‌اند، پس این مقادیر به استثنا جاهایی که در متن اشاره شده در شبیه سازی استفاده شده‌اند.

۳-۳-۹- تاثیر نانولوله‌های کربنی بر افت انتقال صوت شکل ۵، تاثیر تقویت سازه مورد نظر را با نانولوله‌های کربنی نشان می‌دهد. برای این منظور یک پوسته استوانه‌ای که در معرض یک گرادیان



انتقال صوت در فرکانس‌های کوچک‌تر از فرکانس رینگ کاهش می‌یابد و در فرکانس‌های بین فرکانس رینگ و بحرانی افت انتقال صوت افزایش می‌یابد. این به سبب کاهش سفتی سازه و همچنین ایجاد پدیده نرم شوندگی به علت تنش‌های حرارتی فشاری داخلی به دلیل افزایش دما می‌باشد. همچنین افزایش دما باعث افزایش فرکانس‌های بحرانی و انطباقی و به تبع آن کاهش افت انتقال صوت در ناحیه انطباق کنترل می‌گردد.

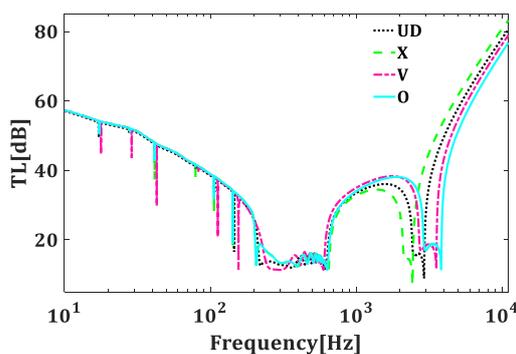


شکل ۶ تاثیر گرادیان حرارتی بر افت انتقال صوت در پوسته استوانه‌ای سرامیکی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی

۹-۳-۳- تاثیر توزیع‌های مختلف نانولوله‌های کربنی بر افت انتقال صوت

شکل ۷ تاثیر الگوی توزیع نانولوله‌های کربنی را بر افت انتقال صوت نشان می‌دهد. برای این منظور نانولوله‌های کربنی با الگوهای مختلف یکنواخت، O، V، X در ماتریس سرامیکی پوسته استوانه‌ای مورد نظر توزیع شده‌اند. همچنین در این بخش جهت واضح‌تر بودن این تاثیر، کسر حجمی نانولوله‌های کربنی ۲۸ درصد در نظر گرفته شده است. با توجه به شکل ۷ مشاهده می‌شود که الگوی توزیع نانولوله‌های کربنی در فرکانس‌های پایین تاثیر محسوسی در افت انتقال صوت ندارد. اما در فرکانس‌های بالا مشاهده می‌شود که توزیع

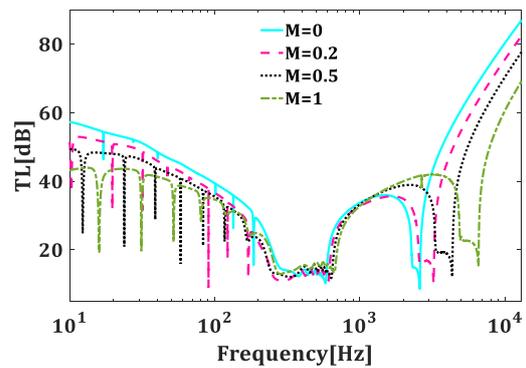
نوع X دارای بیشترین افت انتقال صوت و توزیع نوع O درای کمترین افت انتقال صوت می‌باشد. دلیل این موضوع این است که در الگوی نوع X نانولوله‌های کربنی به شکلی در ماتریس سرامیکی توزیع شده‌اند که نواحی دورتر از صفحه میانی پوسته را تقویت می‌کنند، که این باعث می‌شود که پوسته تحت تنش‌های خمشی به وجود آمده به سبب امواج صوتی فرکانس بالا مقاوم‌تر شوند. در مقابل توزیع نوع O نانولوله‌های بیشتر نواحی نزدیک به صفحه میانی را تقویت می‌کنند، که این باعث ضعیف‌تر شدن در برابر اثرات خمشی در فرکانس‌های بالا نسبت به توزیع نوع X می‌شود.



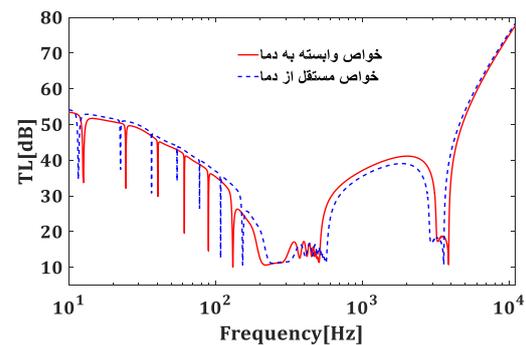
شکل ۷ تاثیر توزیع‌های مختلف نانولوله‌های کربنی در ماتریس سرامیکی

۹-۳-۴- تاثیر سرعت جریان خارجی بر افت انتقال صوت برای مشاهده تاثیر سرعت جریان خارجی بر تغییرات افت انتقال صوت، پوسته استوانه‌ای مورد نظر در معرض جریان خارجی با اعداد ماخ مختلف ۰، ۰.۲، ۰.۵ و ۱ در نظر گرفته شده است. شکل ۸ منحنی افت انتقال صوت در یک پوسته استوانه‌ای با توزیع نوع X تحت گرادیان دمایی ۱۰۰ کلوین را نشان می‌دهد. با توجه به این شکل افزایش عدد ماخ باعث کاهش افت انتقال صوت در ناحیه سفتی کنترل و افزایش افت انتقال صوت در ناحیه جرم کنترل می‌گردد، که این به

سبب دو پدیده مهم سفتی منفی و میرایی تشعشی [۴۲ و ۴۳] اتفاق می‌افتد. به علاوه افزایش عدد ماخ به سبب افزایش فرکانس‌های بحرانی و انطباقی، باعث کاهش افت انتقال صوت در فرکانس‌های بالا (ناحیه انطباق کنترل) می‌گردد.



شکل ۸ تاثیر اعداد ماخ مختلف سیال خارجی بر افت انتقال صوت



شکل ۹ تاثیر خواص وابسته به دمای مواد تشکیل دهنده پوسته استوانه‌ای بر افت انتقال صوت

۹-۳-۵- تاثیر خواص وابسته به دما مواد پوسته

جهت بررسی تاثیر خواص وابسته به دما بر روی افت انتقال صوت، پوسته مورد نظر تحت یک گرادیان دمایی قرار می‌گیرد. در این بخش ابتدا خواص مواد وابسته دما و سپس مستقل از دما (خواص مواد در ۳۰۰ کلوین) فرض شده است. با توجه به شکل ۹ پوسته استوانه‌ای ساخته شده از مواد وابسته به دما در ناحیه سفتی کنترل به دلیل کاهش سفتی سازه با توجه به معادلات (۱۳) و (۱۴) افت انتقال صوت کمتری را نشان

می‌دهد. همچنین به دلیل تغییر در خواص مواد با توجه به معادلات ذکر شده، فرکانس رینگ به سمت فرکانس‌های پایین‌تر و فرکانس‌های بحرانی و انطباقی به سمت فرکانس‌های بالاتر سوق می‌یابند، که این باعث افزایش افت انتقال صوت در ناحیه جرم کنترل و کاهش در فرکانس‌های بالا می‌گردد.

۱۰- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر، با به کارگیری یک روش تحلیلی و استفاده از تئوری مرتبه سوم تغییر شکل‌های برشی، انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای سرامیکی تقویت شده توسط نانولوله‌های با الگوهای توزیع درجه بندی شده، در یک محیط حرارتی مورد بررسی قرار گرفته است. پس از صحت‌سنجی روش پیشنهادی و بررسی اثر پارامترهای مختلف فیزیکی و شرایط محیطی، نتایج بررسی‌ها به شرح زیر خلاصه می‌گردد:

۱. مقایسه مدل پیشنهادی با مدل شبه سه بعدی بلیس و لیزور نشان می‌دهد که مدل حاضر دارای دقت بسیار خوبی جهت پیش‌بینی افت انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای دارد.

۲. نتایج نشان دادند که با تقویت پوسته استوانه‌ای سرامیکی با نانولوله‌های کربنی، به سبب افزایش سفتی و همچنین کاهش چگالی سازه، افت انتقال صوت در ناحیه سفتی کنترل افزایش و در ناحیه جرم کنترل کاهش می‌یابد.

۳. با افزایش دمای سطح بیرونی پوسته استوانه‌ای، به سبب کاهش سفتی سازه و ایجاد پدیده نرم‌شوندگی به سبب تنش‌های حرارتی فشاری داخلی، افت انتقال صوت در



- aligned CNT forests. *J Alloys Compd* 2017;701:722–6.
- [5] de Borbón F, Ambrosini D. Dynamic response of composites sandwich plates with carbon nanotubes subjected to blast loading. *Compos Part B Eng* 2013;45:466–73.
- [6] Zhu P, Lei ZX, Liew KM. Static and free vibration analyses of carbon nanotube-reinforced composite plates using finite element method with first order shear deformation plate theory. *Compos Struct* 2012;94:1450–60.
- [7] Thomas B, Roy T. Vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite shell structures. *Acta Mech* 2016;227:581–99.
- [8] Song ZG, Zhang LW, Liew KM. Vibration analysis of CNT-reinforced functionally graded composite cylindrical shells in thermal environments. *Int J Mech Sci* 2016;115:339–47.
- [9] Fantuzzi N, Tornabene F, Baccocchi M, Dimitri R. Free vibration analysis of arbitrarily shaped Functionally Graded Carbon Nanotube-reinforced plates. *Compos Part B Eng* 2017;115:384–408.
- [10] Shojaee M, Setoodeh AR, Malekzadeh P. Vibration of functionally graded CNTs-reinforced skewed cylindrical panels using a transformed differential quadrature method. *Acta Mech* 2017;228:2691–711.
- [11] Kiani Y. Free vibration of carbon nanotube reinforced composite plate on point supports using Lagrangian multipliers. *Meccanica* 2017;52:1353–67.
- [12] Kiani Y. Free vibration of FG-CNT reinforced composite skew plates. *Aerosp Sci Technol* 2016;58:178–88.
- [13] Mirzaei M, Kiani Y. Free vibration of functionally graded carbon nanotube reinforced composite cylindrical panels. *Compos Struct* 2016;142:45–56.
- [14] Kiani Y. Free vibration of FG-CNT reinforced composite spherical shell panels using Gram-Schmidt shape functions. *Compos Struct* 2017;159:368–81.
- [15] Smith Jr PW. Sound transmission through thin cylindrical shells. *J Acoust Soc Am* 1957;29:721–9.
- [16] Ingard U. Influence of fluid motion past a plane boundary on sound reflection, absorption, and transmission. *J Acoust Soc Am* 1959;31:1035–6.
- [17] Foxwell JH, Franklin RE. The vibrations of a thin-walled stiffened cylinder in an acoustic field. *Aeronaut Q* 1959;10:47–64.
- [18] White PH. Sound transmission through a finite, closed, cylindrical shell. *J*

- فرکانس‌های پایین تر از فرکانس رینگ کاهش و در فرکانس‌های بین فرکانس رینگ و فرکانس بحرانی افزایش می‌یابد.
۴. الگوی توزیع نانولوله‌های کربنی، در فرکانس‌های پایین تاثیر محسوس بر افت انتقال صوت ندارد، اما در فرکانس‌های بالا، توزیع نوع X به دلیل تقویت نواحی دورتر از صفحه میانی استوانه و افزایش استحکام خمشی، دارای افت انتقال صوت بیشتری می‌باشد.
۵. نتایج نشان دادند که با افزایش سرعت جریال خارجی، به دلیل ایجاد دو پدیده سفتی منفی و میرایی تشعشعی، افت انتقال صوت در ناحیه سفتی کنترل کاهش و در ناحیه جرم کنترل افزایش می‌یابد.
- وابسته به دما فرض کردن خواص مواد، به دلیل تغییر در خواص مکانیکی مواد با سبب افزایش دما، باعث می‌شود که در ناحیه سفتی کنترل افت انتقال صوت کمتر و در ناحیه جرم کنترل افت انتقال صوت بیشتری، نسبت به مستقل بودن خواص مواد با تغییرات دما، نشان می‌دهد
- ۱۱-ماخذ**
- [1] Cho J, Boccaccini AR, Shaffer MSP. Ceramic matrix composites containing carbon nanotubes. *J Mater Sci* 2009;44:1934–51.
- [2] Curtin WA, Sheldon BW. CNT-reinforced ceramics and metals. *Mater Today* 2004;7:44–9.
- [3] Estili M, Kwon H, Kawasaki A, Cho S, Takagi K, Kikuchi K, et al. Multiwalled carbon nanotube-reinforced ceramic matrix composites as a promising structural material. *J Nucl Mater* 2010;398:244–5.
- [4] Han D, Mei H, Farhan S, Xiao S, Bai Q, Cheng L. Anisotropic compressive properties of CNT/SiC composites produced by direct matrix infiltration of vertically

differential quadrature method. *Aerosp Sci Technol* 2020;107:106261.

- [31] Hong C-C. Vibration frequency of thick functionally graded material cylindrical shells with fully homogeneous equation and third-order shear deformation theory under thermal environment. *J Vib Control* 2020;1077546320951663.
- [32] Shen H-S. *Functionally graded materials: nonlinear analysis of plates and shells*. CRC press; 2016.
- [33] Shen H-S, Zhang C-L. Thermal buckling and postbuckling behavior of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates. *Mater Des* 2010;31:3403–11.
- [34] Reddy JN. *Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis*. CRC press; 2003.
- [35] Gholami R, Ansari R. Nonlinear harmonically excited vibration of third-order shear deformable functionally graded graphene platelet-reinforced composite rectangular plates. *Eng Struct* 2018;156:197–209.
- [36] Leissa AW. *Vibration of shells (NASA SP-288)*. US Gov Print Off Washington, DC 1973.
- [37] Daneshjou K, Shokrieh MM, Moghaddam MG, Talebitooti R. Analytical model of sound transmission through relatively thick FGM cylindrical shells considering third order shear deformation theory. *Compos Struct* 2010;93:67–78.
- [38] Daneshjou K, Talebitooti R, Kornokar M. Vibroacoustic study on a multilayered functionally graded cylindrical shell with poroelastic core and bonded-unbonded configuration. *J Sound Vib* 2017;393:157–75.
- [39] Blaise A, Lesueur C. Acoustic transmission through a 2-D orthotropic multi-layered infinite cylindrical shell. *J Sound Vib* 1992;155:95–109.
- [40] Tang YY, Silcox RJ, Robinson JH. *Sound transmission through two concentric cylindrical sandwich shells* 1996.
- [41] Blaise A, Lesueur C. Acoustic transmission through a "3-D" orthotropic multi-layered infinite cylindrical shell, part II: validation and numerical exploitation for large structures. *J Sound Vib* 1994;171:665–80.
- [42] Zhou J, Bhaskar A, Zhang X. The effect of external mean flow on sound transmission through double-walled cylindrical shells lined with poroelastic material. *J Sound Vib* 2014;333:1972–90.
- [43] Sgard F, Atalla N, Nicolas J. Coupled FEM-BEM approach for mean flow effects *Acoust Soc Am* 1966;40:1124–30.
- [19] Koval LR. On sound transmission into a thin cylindrical shell under "flight conditions." *J Sound Vib* 1976;48:265–75.
- [20] Lee J-H, Kim J. Study on sound transmission characteristics of a cylindrical shell using analytical and experimental models. *Appl Acoust* 2003;64:611–32.
- [21] Ghinet S, Atalla N, Osman H. Diffuse field transmission into infinite sandwich composite and laminate composite cylinders. *J Sound Vib* 2006;289:745–78.
- [22] Daneshjou K, Nouri A, Talebitooti R. Analytical model of sound transmission through orthotropic cylindrical shells with subsonic external flow. *Aerosp Sci Technol* 2009;13:18–26.
- [23] Daneshjou K, Talebitooti R, Tarkashvand A. Analysis of sound transmission loss through thick-walled cylindrical shell using three-dimensional elasticity theory. *Int J Mech Sci* 2016;106:286–96.
- [24] Daneshjou K, Talebitooti R, Tarkashvand A. Investigation on sound transmission through thick-wall cylindrical shells using 3D-theory of elasticity in the presence of external and mean air-gap flow. *J Vib Control* 2018;24:975–1000.
- [25] Daneshjou K, Talebitooti R, Tarkashvand A. An exact solution of three-dimensional elasticity for sound transmission loss through FG cylinder in presence of subsonic external flow. *Int J Mech Sci* 2017;120:105–19.
- [26] Ahmadi M, Talebitooti M, Talebitooti R. Analytical investigation on sound transmission loss of functionally graded nanocomposite cylindrical shells reinforced by carbon nanotubes. *Mech Based Des Struct Mach* 2020;1–18.
- [27] Fu T, Wu X, Xiao Z, Chen Z. Thermoacoustic response of porous FGM cylindrical shell surround by elastic foundation subjected to nonlinear thermal loading. *Thin-Walled Struct* 2020;156:106996.
- [28] Mohandes, M., & Ghasemi, A. R. (2019). A new approach to reinforce the fiber of nanocomposite reinforced by CNTs to analyze free vibration of hybrid laminated cylindrical shell using beam modal function method. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 73, 224-234.
- [29] Tsai S. *Introduction to composite materials*. Routledge; 2018.
- [30] Yas M-H, Rahimi S. Thermal buckling analysis of porous functionally graded nanocomposite beams reinforced by graphene platelets using Generalized



$$N_{11} = A_{11}\epsilon_{11}^{(0)} + B_{11}\epsilon_{11}^{(1)} + E_{11}\epsilon_{11}^{(3)} + A_{12}\epsilon_{22}^{(0)} + B_{12}\epsilon_{22}^{(1)} + E_{12}\epsilon_{22}^{(3)} - N_{11}^T \quad (1-پ)$$

$$M_{11} = B_{11}\epsilon_{11}^{(0)} + D_{11}\epsilon_{11}^{(1)} + F_{11}\epsilon_{11}^{(3)} + B_{12}\epsilon_{22}^{(0)} + D_{12}\epsilon_{22}^{(1)} + F_{12}\epsilon_{22}^{(3)} - M_{11}^T \quad (2-پ)$$

$$P_{11} = E_{11}\epsilon_{11}^{(0)} + F_{11}\epsilon_{11}^{(1)} + H_{11}\epsilon_{11}^{(3)} + E_{12}\epsilon_{22}^{(0)} + F_{12}\epsilon_{22}^{(1)} + H_{12}\epsilon_{22}^{(3)} - P_{11}^T \quad (3-پ)$$

$$N_{12} = A_{66}W_1^{(0)} + B_{66}W_1^{(1)} + E_{66}W_1^{(3)} + A'_{66}W_2^{(0)} + B'_{66}W_2^{(1)} + E'_{66}W_2^{(3)} \quad (4-پ)$$

$$M_{12} = B_{66}W_1^{(0)} + D_{66}W_1^{(1)} + F_{66}W_1^{(3)} + B'_{66}W_2^{(0)} + D'_{66}W_2^{(1)} + F'_{66}W_2^{(3)} \quad (5-پ)$$

$$P_{12} = E_{66}W_1^{(0)} + F_{66}W_1^{(1)} + H_{66}W_1^{(3)} + E'_{66}W_2^{(0)} + F'_{66}W_2^{(1)} + H'_{66}W_2^{(3)} \quad (6-پ)$$

$$Q_{13} = A_{55}\epsilon_{13}^{(0)} + D_{55}\epsilon_{13}^{(2)} + E_{55}\epsilon_{13}^{(3)} \quad (7-پ)$$

$$R_{13} = D_{55}\epsilon_{13}^{(0)} + F_{55}\epsilon_{13}^{(2)} + G_{55}\epsilon_{13}^{(3)} \quad (8-پ)$$

$$P_{13} = E_{55}\epsilon_{13}^{(0)} + G_{55}\epsilon_{13}^{(2)} + H_{55}\epsilon_{13}^{(3)} \quad (9-پ)$$

$$N_{22} = A_{21}\epsilon_{11}^{(0)} + B_{21}\epsilon_{11}^{(1)} + E_{21}\epsilon_{11}^{(3)} + A_{22}\epsilon_{22}^{(0)} + B_{22}\epsilon_{22}^{(1)} + E_{22}\epsilon_{22}^{(3)} - N_{22}^T \quad (10-پ)$$

$$M_{22} = B_{21}\epsilon_{11}^{(0)} + D_{21}\epsilon_{11}^{(1)} + F_{21}\epsilon_{11}^{(3)} + B_{22}\epsilon_{22}^{(0)} + D_{22}\epsilon_{22}^{(1)} + F_{22}\epsilon_{22}^{(3)} - M_{22}^T \quad (11-پ)$$

$$P_{22} = E_{21}\epsilon_{11}^{(0)} + F_{21}\epsilon_{11}^{(1)} + H_{21}\epsilon_{11}^{(3)} + E_{22}\epsilon_{22}^{(0)} + F_{22}\epsilon_{22}^{(1)} + H_{22}\epsilon_{22}^{(3)} - P_{22}^T \quad (12-پ)$$

$$N_{21} = A'_{66}W_1^{(0)} + B'_{66}W_1^{(1)} + E'_{66}W_1^{(3)} + A''_{66}W_2^{(0)} + B''_{66}W_2^{(1)} + E''_{66}W_2^{(3)} \quad (13-پ)$$

$$M_{21} = B'_{66}W_1^{(0)} + D'_{66}W_1^{(1)} + F'_{66}W_1^{(3)} + B''_{66}W_2^{(0)} + D''_{66}W_2^{(1)} + F''_{66}W_2^{(3)} \quad (14-پ)$$

$$P_{21} = E'_{66}W_1^{(0)} + F'_{66}W_1^{(1)} + H'_{66}W_1^{(3)} + E''_{66}W_2^{(0)} + F''_{66}W_2^{(1)} + H''_{66}W_2^{(3)} \quad (15-پ)$$

$$Q_{23} = A_{44}\epsilon_{23}^{(0)} + D_{44}\epsilon_{23}^{(2)} + E_{44}\epsilon_{23}^{(3)} \quad (16-پ)$$

$$R_{23} = D_{44}\epsilon_{23}^{(0)} + F_{44}\epsilon_{23}^{(2)} + G_{44}\epsilon_{23}^{(3)} \quad (17-پ)$$

$$P_{23} = E_{44}\epsilon_{23}^{(0)} + G_{44}\epsilon_{23}^{(2)} + H_{44}\epsilon_{23}^{(3)} \quad (18-پ)$$

$$\begin{Bmatrix} A_{11} & B_{11} & D_{11} & E_{11} & F_{11} & G_{11} & H_{11} \\ A_{55} & B_{55} & D_{55} & E_{55} & F_{55} & G_{55} & H_{55} \\ A_{66} & B_{66} & D_{66} & E_{66} & F_{66} & G_{66} & H_{66} \end{Bmatrix} \quad (19-پ)$$

$$= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \begin{matrix} Q_{11} \\ Q_{55} \\ Q_{66} \end{matrix} \right\} \left(1 + \frac{\eta_3}{R} \right) \{ 1, \eta_3, \eta_3^2, \eta_3^3, \eta_3^4, \eta_3^5, \eta_3^6 \} d\eta_3$$

$$= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \begin{matrix} Q_{12} \\ Q_{21} \\ Q_{66} \end{matrix} \right\} \{ 1, \eta_3, \eta_3^2, \eta_3^3, \eta_3^4, \eta_3^5, \eta_3^6 \} d\eta_3$$

on vibro-acoustic behavior of planar structures. AIAA J 1994;32:2351-8.

[44] Reddy, J. N., & Chin, C. D. (1998). Thermomechanical analysis of functionally graded cylinders and plates. Journal of thermal Stresses, 21(6), 593-626.

۱۲- پیوست

جدول ۳ ضرایب خواص وابسته به دمای نانولوله‌های کربنی

خواص	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	Π_5
مدول یانگ طولی (E_{11})	۳.۹۴۲	-1.195×10^{-4}	1.259×10^{-7}	-5.872×10^{-9}	6.562×10^{-12}
مدول یانگ عرضی (E_{22})	۴.۸۹۴	-1.486×10^{-4}	1.569×10^{-7}	-7.232×10^{-9}	8.227×10^{-12}
مدول برشی (G_{12})	-۷.۱۸۸	1.814×10^{-4}	-1.628×10^{-7}	6.272×10^{-9}	1.106×10^{-12}
ضریب انبساط حرارتی طولی (α_{11})	1.627×10^{-18}	7.294×10^{-15}	-2.544×10^{-11}	2.173×10^{-8}	-9.81×10^{-7}
ضریب انبساط حرارتی عرضی (α_{22})	-2.897×10^{-20}	6.754×10^{-17}	2.521×10^{-13}	-9.733×10^{-10}	5.426×10^{-6}

جدول ۴ ضرایب خواص وابسته به دمای سیلیکون نینتراید [۴۴]

خواص	P_0	P_{-1}	P_1	P_2	P_3
مدول یانگ (E)	3.484×10^{11}	.	-3.02×10^{-2}	2.16×10^{-7}	-8.26×10^{-11}
نسبت بواسون (ν)	۰.۲۴۰۰
چگالی (ρ)	۲۳۷۰
ضریب هدایت حرارتی (K)	۱۴.۷۳۳
ضریب انبساط حرارتی (α)	5.872×10^{-9}	.	9.05×10^{-3}	.	.

سیلیکون نینتراید، Si₃N₄



-
- ¹ Inherent brittleness
 - ² Impedance method
 - ³ Flügge's shell theory

۱۶۹

سال ۱۳ - شماره ۲

پاییز و زمستان ۱۴۰۳

نشریه علمی

دانش و فناوری هوا فضا



مطالعه رفتار ترمو آکوستیکی پوسته استوانه‌ای تابعی مدرج سرامیکی
تقویت شده با نانولوله‌های کربنی در محیط حرارتی