

بررسی تأثیر نانوذرات در جریان آشفته یک لوله با شار حرارتی ثابت با رویکرد اویلری-لاگرانژی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۱۰/۲۵

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۴/۲۵

عطیه فرخ^۱، میراعلم مهدی^۲

۱- کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهیدرجایی، تهران

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهیدرجایی، تهران، m.mahdi@sru.ac.ir

چکیده

در این مطالعه با استفاده از روش دینامیک سیالات محاسباتی تأثیر کسر حجمی، قطر ذرات در بازه عدد رینولدز ۱۰ الی ۱۰۰ هزار به روش حجم محدود و رویکرد اویلری-لاگرانژی برای دو حالت هندسه دو بعدی و سه بعدی در یک لوله بررسی شده است. همچنین تأثیر نیروی ترموفورس و براونی بر عدد ناسلت بررسی شده است. نتایج بدست آمده برای سه حالت با نیروی ترموفورس، با نیروی براونی و در غیاب این دو نیرو تا رینولدز ۶۰ هزار با تقریب خوبی بر نتایج آزمایشگاهی منطبق بود. تأثیر نیروها و تفاوت اعداد ناسلت مربوطه از رینولدز بالای ۶۰ هزار قابل مشاهده است. برای بررسی اضافه کردن نانوذره به عملکرد سیال پایه، ضریب عملکرد حرارتی تعریف شده است. نتایج نشان می‌دهد با افزودن نانو ذرات ضریب عملکرد حرارتی افزایش یافته به طوری که به عنوان مثال در رینولدز ۶۰ هزار ضریب عملکرد برای کسر حجمی ۲،۴ و ۶ درصد به ترتیب برابر ۱/۰۸، ۱/۲۲ و ۱/۶ است و با افزایش قطر نانوذرات ۴۰، ۳۰، ۲۰، ۱۰ نانومتر به ترتیب به صورت ۱/۲۱، ۱/۱۳، ۱/۱۱، ۱/۰۹ کاهش می‌یابد. از نانوسیال و نتیجه بهبود انتقال حرارت مربوط به آن می‌توان در خنک کاری تجهیزات فضایی و ماهواره استفاده کرد.

واژه‌های کلیدی: انتقال حرارت، نانوسیال، اویلری-لاگرانژی، آشفته‌گی

Investigating the effect of nanoparticles in the turbulent flow of a tube with a constant heat flux with the Eulerian-Lagrangian approach

Atie Farrokh¹, Miralam Mahdi²

1- Ms.c student, Faculty of Mechanical Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran

2- MSc Associate Professor, Faculty of Mechanical Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, M.mahdi@sru.ac.ir

Abstract

In this study, using the computational fluid dynamics method, the effect of volume fraction, particle diameter in the Reynolds number range of 10 to 100,000 has been investigated using the finite volume method and Eulerian-Lagrangian approach for two-dimensional and three-dimensional geometries in a pipe. Also, the effect of thermoforce and Brownian force on Nusselt number has been investigated. The results obtained for three cases with thermoforce force, with Brownian force and in the absence of these two forces up to Reynolds 60,000 were in good agreement with the laboratory results. The effect of the forces and the difference of the corresponding Nusselt numbers from Reynolds above 60 thousand can be seen. To evaluate the addition of nanoparticles to the performance of the base fluid, the thermal performance coefficient is defined. The results show that with the addition of nanoparticles, the coefficient of thermal performance increased, so that, for example, at Reynolds 60,000, the coefficient of performance for the volume fraction of 2, 4 and 6% is 1.08, 1.22 and 1.6, respectively, and with the increase in diameter Nanoparticles of 40, 30, 20, and 10 nm are reduced by 1.21, 1.13, 1.11, and 1.09, respectively. This nanofluid and its related results can be used in the cooling of space equipment and satellites.

Keywords: Heat transfer, nanofluid, Eulerian-Lagrangian, turbulence.



۱. مقدمه

یکی از روش‌های جدید جهت بهبود انتقال حرارت استفاده از نانوسیالات است که از یک سیال پایه به همراه ذرات معلق در مرتبه نانو تشکیل می‌شوند [۱،۲]. هدف استفاده از این سیالات نوین شامل: کاهش سطح انتقال حرارت، در نتیجه کاهش مصرف مواد و انرژی لازم برای ساخت مبدل‌های حرارتی است. با این حال، برای این که نانوسیال‌ها کاربردهای عملی پیدا کنند، باید چندین مشکل حل شود. اولین و مهمترین آن ارائه روش‌های دقیق و قابل اعتماد به مهندسان برای محاسبه ضرایب انتقال حرارت و عوامل اصطکاک است. مشکل دوم، خواص ترموفیزیکی نانوسیالات است که تعیین آن آسان نیست [۳،۴]. سومین مشکلی که تاکنون کاربرد عملی نانوسیال‌ها را متوقف کرده است، پایداری آنها است [۵،۶]. با توجه به هزینه‌های تحقیقات تجربی و زمان طولانی طراحی و ساخت پایه‌های اندازه گیری و همچنین اندازه گیری‌های خسته کننده، روش‌های عددی یک رویکرد ضروری است. که امکان ارزیابی سریع و دقیق فناوری‌های جدید را فراهم می‌کند. با این حال، باید به خاطر داشت که هر کار عددی باید به صورت تجربی یا در صورت امکان با یک راه حل تحلیلی تأیید شود. دو رویکرد اصلی در مدل‌سازی جریان‌های نانوسیال وجود دارد، [۷-۱۱]. مدل اول، تک‌فاز؛ با توجه به اندازه نانوذرات (مشابه ابعاد مولکول‌های مایع)، فرض بر این است که مخلوط حاصل، مایعی همگن را تشکیل می‌دهد که خواص آن ناشی از خواص مایع پایه و ذرات جامد است. از این رو، از روش‌های کلاسیک مکانیک پیوسته برای حل مجموعه معادلات حاکم استفاده می‌شود. مدل دوم، رویکرد دوفاز، یک نانوسیال به

عنوان مخلوط جامد-مایع دو فاز درمان می‌شود. مطالعاتی با این روش‌ها در زمینه شبیه‌سازی عددی نانوسیال انجام شده است که در ادامه به چند مورد اشاره می‌شود. بورتز و همکاران [۱۲] یک شبیه‌سازی عددی جریان نانوسیال آشفته در یک لوله با شار حرارتی یکنواخت در دیواره را با استفاده از رویکرد تک فاز با مدل آشفتگی SST k- ω انجام داد. مشخص شد که عدد ناسلت با افزایش کسر حجمی به طور قابل توجهی افزایش می‌یابد. با این حال، ضریب اصطکاک و توان پمپ نیز افزایش می‌یابد. کریستیوان و همکاران [۱۳] از رویکرد اویلری برای مطالعه جریان‌های آرام و متلاطم نانوسیال در یک لوله یکنواخت گرم شده استفاده کرد. برای جریان آشفته، از مدل آشفتگی k- ϵ استفاده شد. مشخص شد که ضریب انتقال حرارت نانوسیال به طور قابل توجهی در مقایسه با مایع پایه در هر دو جریان آرام و آشفته افزایش می‌یابد. با توجه به این مطالعه رویکرد اویلری باید برای نانوسیالات با کسر حجمی بالاتر اعمال شود. سجاد و همکاران [۱۴] جریان آرام نانوسیال را در یک لوله گرم شده یکنواخت را با استفاده از مدل تک فاز با خواص وابسته به دما مورد مطالعه قرار داد. مشخص شد که افزایش ضریب انتقال حرارت محلی در ناحیه ورودی بیشتر است. علاوه بر این، افزودن نانوذرات منجر به افزایش میانگین ضریب انتقال حرارت می‌شود، اما با افزایش کسر حجمی با افت فشار بالاتر روبه رو می‌شود. مینه آ و همکاران [۱۵] با استفاده از چهار مدل تک فاز و دو مدل مخلوط، یک مطالعه بین مقایسه ای بر روی جریان آرام سه بعدی نانوسیال‌ها در لوله گرم شده یکنواخت انجام داد. مشخص شد که روش عددی، نتایجی بیشتر از نتایج تجربی

۱۰۰

سال ۱۲ - شماره ۲

پاییز و زمستان ۱۴۰۲

نشریه علمی

دانش و فناوری هوا فضا



حرارتی ثابت با رویکرد اویلری-لاگرانژی
دررسی تأثیر نانوذرات در جریان آشفته تک لوله با شار

پیش‌بینی می‌کنند و رویکرد دو فاز برای شبیه‌سازی رفتار نانوسیال مناسب‌تر است. اونیوریکا و آیکپونموبا [۱۶] یک مدل مخلوط را برای مطالعه جریان آرام نانوسیال‌ها در داخل یک لوله یکنواخت گرم شده به کار بردند. نانوسیال با خواص ثابت آزمایش شده در نظر گرفته شد. مشخص شد که HTC با افزایش کسر حجمی ذرات افزایش می‌یابد. جمالی و طغرابی [۱۷] با استفاده از رویکرد تک‌فازی، انتقال از جریان آرام به جریان آشفته نانوسیال را در یک لوله هم‌دمای مطالعه کردند. اثر قطر نانوذرات، کسر حجمی ذرات و نوع نانوذرات مورد بررسی قرار گرفت. مشخص شد که افزودن نانوذرات بر شروع انتقال تأثیری ندارد. فادودون و همکاران [۱۸] جریان متلاطم نانوسیالات را در یک لوله یکنواخت گرم شده با استفاده از رویکرد تک‌فاز مطالعه کردند. مدل آشفتگی $k-\epsilon$ با خواص وابسته به دمای نانوسیال اعمال شد. افزایش انتقال حرارت با افزایش همزمان افت فشار برای افزایش کسر حجمی ذرات مشاهده شد.

در طراحی فضاپیماها سیستم کنترل حرارتی وظیفه دارد در طول مراحل مأموریت تمام سیستم اجزای فضاپیما را در بازه دمایی قابل قبولی نگه دارد. فن‌آوری‌های گوناگونی برای انجام این عمل وجود دارد: پوشش، عایق چن لایه، لوورها، بخاری، رادیاتورها و لوله‌های حرارتی. در مورد آخر یعنی لوله‌های حرارتی برای انتقال مقادیر نسبتاً زیاد گرما بدون نیرو الکتریکی استفاده می‌شود. از نانوسیال‌ها می‌توان در این بخش استفاده کرد.

در این مطالعه به بررسی تغییر خواص حرارتی نانوسیال در یک لوله همراه با شار حرارتی ثابت در قطرهای (۳۰، ۲۰، ۱۰، و ۴۰ نانومتر) و

رینولدزهای مختلف در بازه ۱۰۰۰۰ تا ۱۰۰۰۰۰ پرداخته شده است. نانوسیال شامل سیال پایه آب و فاز گسسته اکسید آلومینیوم است. درصد حجمی فاز دوم جهت بررسی ۰/۰۲، ۰/۰۴ و ۰/۰۶ انتخاب شده است. لوله افقی با مقطع دایروی به قطر ۰/۱۹ متر انتخاب شده است. تاثیر موارد یاد شده بر عملکرد حرارتی و اعمال نیروی ترموفورس و براونی بر نتایج بررسی شده است.

در این مطالعه مفروضات زیر جهت ساده سازی مساله در نظر گرفته شده است:

- ۱) جریان سیال تراکم‌ناپذیر، نیوتنی و متلاطم است.
- ۲) تقریب بوزینسک‌ناچیز است زیرا لوله به صورت افقی قرار می‌گیرد.
- ۳) فاز سیال و فاز نانوذرات در تعادل حرارتی و بدون لغزش بین خود هستند و با سرعت محلی یکسانی جریان دارند.
- ۴) نانوذرات از نظر اندازه و شکل کروی و یکنواخت هستند.
- ۵) اثرات تشعشع و اتلاف ویسکوز ناچیز است.

۲. معادلات حاکم

با توجه به اینکه روش حل عددی به صورت اویلری-لاگرانژی است، معادلات حاکم برای فاز پیوسته و گسسته به صورت جداگانه بوده که ارتباط معادلات از طریق ترم چشمه صورت می‌گیرد. در این بخش هر کدام از این معادلات آورده شده است.

معادلات فاز پیوسته

معادلات فاز پیوسته شامل معادلات پیوستگی، اندازه حرکت و انرژی است. باتوجه به اینکه تغییر



$$S_h = \sum_{np} -\frac{m_p}{\delta V} c_p \frac{dT_p}{dt} \quad (5)$$

در صورتی که t زمان است و V_p و T_p سرعت و دما نانوذرات هستند. علاوه بر این، m_p ، np و δV به ترتیب جرم نانوذرات، تعداد ذرات درون یک حجم سلول و حجم سلول هستند.

معادلات فاز گسسته

معادله تعادل نیرو برای یک ذره معلق در سیال برای محاسبه مسیر ذرات استفاده می شود. نیروهای برهمکنش بین سیال و ذرات شامل نیروهای درگ، براونی و ترموفورس است. نیروهای براونی و ترموفورس در اثر برخورد تصادفی مولکولهای سیال به ذرات معلق ایجاد می شوند. توجه داشته باشید که نیروی گرانش برای نانوذرات بسیار کم است، مخصوصاً در مورد فعلی که قطر ذرات برابر با ۱۰ نانومتر است. برای ۵۰ نانومتر بزرگتر، نیروی گرانش ممکن است تأثیر کمی داشته باشد. بنابراین این نیرو در محاسبات در نظر گرفته نمی شود. معادله حرکت یک فاز ذره به صورت زیر است [۲۱]:

$$\frac{dX_p}{dt} = V_p \quad (6)$$

$$\frac{dV_p}{dt} = \frac{F_D(V_f - V_p)}{\text{نیروی درگ}} + \frac{f_B}{\text{نیروی براونی}} + \frac{f_{th}}{\text{نیروی ترموفورس}} \quad (7)$$

که در آن زیرنویس های "f" و "p" به ترتیب بیانگر سیال و ذره هستند. اولین عبارت در سمت راست معادله (۷) نیروی پسا است. در اینجا از نیروی کشش استوکس کانینگهام استفاده شده است. بر این اساس، [۲۰]

فازی صورت نمی گیرد ترم چشمه در معادله پیوستگی وجود ندارد و برای اینکه انتقال انرژی و اندازه حرکت بین فاز گسسته و پیوسته وجود دارد، این ارتباط از طریق ترم چشمه برقرار خواهد شد. [۱۹]

معادله پیوستگی

$$\text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (1)$$

معادله مومنتوم

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V} \vec{V}) = -\text{grad}P + \mu(\nabla^2 \vec{V}) + S_v \quad (2)$$

معادله انرژی

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V} C_p T) = k(\nabla^2 T) + S_h \quad (3)$$

که در آن V ، P ، T و t به ترتیب بردار سرعت، فشار، دما و زمان هستند. علاوه بر این، μ ، ρ ، C_p و k به ترتیب ویسکوزیته، چگالی، ظرفیت گرمایی و هدایت حرارتی برای آب به عنوان فاز پیوسته هستند. توجه داشته باشید که S_h و S_v به ترتیب عبارت های ترم چشمه تکانه و انرژی ذرات با سیال هستند. این اصطلاحات به صورت زیر تعریف می شوند [۲۰]:

$$S_v = \sum_{np} -\frac{m_p}{\delta V} \frac{dV_p}{dt} \quad (4)$$



می‌باشد.

$$F_D = \frac{18\mu_f}{d^2 \rho_p C_c} \quad (8)$$

که در آن C_c تصحیح کانینگهام است که با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$C_c = 1 + \frac{2\lambda}{d} [1.257 + 0.4e^{-(1.1d/2\lambda)}] \quad (9)$$

که λ مسیر آزاد میانگین سیال است. نیروی ترموفورس به صورت زیر داده شده است:

$$f_{th} = \frac{36\mu^2 C_s}{\rho_f \rho_p d_p^2 (1 + 3C_m Kn)} \times \frac{(k_f/k_p + C_t + Kn) \nabla T}{(1 + 2k_f/k_p + 2C_t Kn) T} \quad (10)$$

که در آن k_f ، k_p و Kn به ترتیب رسانایی حرارتی سیال و نانو ذره و عدد نادسن هستند. همچنین

$$C_s = 1.17, C_t = 2.18, C_m = 1.14$$

در معادله (۷)، نیروی براونی به صورت داده شده است،

$$f_B = \zeta \sqrt{\frac{\pi S_0}{\Delta t}} \quad (11)$$

در اینجا، ζ اعداد تصادفی گاوسی مستقل با میانگین صفر و واریانس واحد است. در رابطه ۱۱ S_0 شدت طیفی نیروی براونی است که به صورت زیر ارزیابی می‌شود:

$$S_0 = \frac{216vK_B T}{\pi^2 \rho_f d_p^2 \left(\frac{\rho_p}{\rho_f}\right)^2 C_c} \quad (12)$$

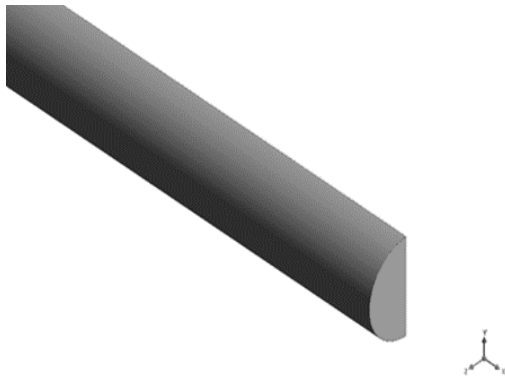
در اینجا T ، v و K_B به ترتیب دمای مطلق سیال، ویسکوزیته سینماتیکی و ثابت بولتزمن است و برابر با $K_B = 1.38 \times 10^{-23} J K^{-1}$

۳. مدل سازی و شرایط مرزی

در این مطالعه هندسه لوله‌ای است که مشخصات آن در جدول انشان داده شده است. همان طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود به منظور کاهش حجم و زمان محاسبات با حفظ دقت کافی لوله به صورت تقارن محوری مدل سازی شده است.

جدول ۱. ابعاد هندسه مدل [۲۲]

مشخصات لوله	اندازه
قطر لوله	0.019m
طول لوله	1m



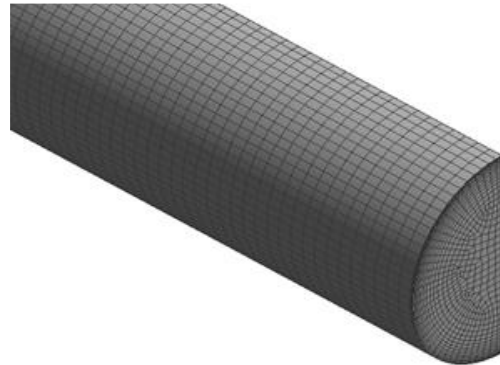
شکل ۱. هندسه مدل سازی

مدل سازی میدان به صورت دو بعدی و سه بعدی انجام شده شبکه بندی آن با مدل سویپ انجام گرفته است. سلول در نزدیک دیواره‌ها به منظور بهبود کیفیت بررسی و حساسیت مطالعه تغییرات رفتار جریان در نزدیکی دیواره ریزتر و کوچک شده است. در حالت دو بعدی مش انتخابی ۱۳۸۰۶۹ گره و ۱۳۶۰۰۰ المان دارد. در حالت سه بعدی مش انتخابی ۱۶۷۳۶۷۲ گره و ۱۵۸۴۷۹۲ المان دارد. با افزایش تعداد سلول و ریزتر کردن سائز المان‌ها تغییر محسوسی در

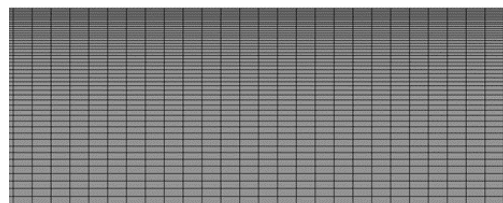




نتیجه شبیه‌سازی مشاهده نشده است بنابراین نتیجه مستقل از مش است. در شکل ۲ و شکل ۳ می‌توان به ترتیب شبکه بندی انجام شده را برای حالت ۳ بعدی و ۲ بعدی مشاهده کرد.



شکل ۲. شبکه بندی در حالت سه بعدی



شکل ۳. شبکه بندی در حالت دو بعدی

استقلال از شبکه بررسی شد و γ^+ کمتر از ۱ است. از شبکه لایه مرزی روی دیواره لوله استفاده شد و همچنین مش از سمت مرکز لوله به سمت لوله ریزتر شد. برای بررسی استقلال از شبکه برای سه مش عدد ناسلت در رینولدز ۶۰۰۰ برای آب در جدول ۵-۶ آورده شده است. مش انتخابی برای حل با ۱۳۸۰۶۹ گره و ۱۳۶۰۰۰ المان می‌باشد.

جدول ۲ استقلال از شبکه

تعداد گره	عدد ناسلت تجربی	عدد ناسلت شبیه‌سازی	درصد خطا %
۶۹۳۶۳	۳۶۸/۳۲۵۹۷	۳۶۵/۹۸۰۷	۰/۶۳
۱۳۸۰۶۹	۳۶۸/۳۲۵۹۷	۳۶۸/۷۵۶۴	۰/۱۲
۷۰۸۲۴۶	۳۶۸/۳۲۵۹۷	۳۶۸/۶۴۲۳	۰/۰۹

معادلات با دقت مرتبه دوم و با رویکرد اویلری-لاگرانژی حل شدند. جریان به صورت پایا و در دو حالت دو بعدی و سه بعدی با استفاده از نرم‌افزار فلونت نسخه ۲۰۲۱ شبیه‌سازی شده است. از مدل آشفتگی $SST k-\omega$ برای مدل‌سازی آشفتگی جریان استفاده شده است. مساله با استفاده از نرم افزار فلونت شبیه‌سازی شده است. برای همگرایی جریان نانوسیال، سیال پایه یا همان آب به صورت پایا و ذرات را به صورت گذرا شبیه سازی شده است. برای صرفه جویی در زمان و محاسبات به دلیل تقارن هندسه در راستای لوله، مساله به صورت تقارن محور بررسی شده است. برای حل معادلات فشار حالت استاندارد به کار گرفته شد و معادلات فشار و سرعت کوپل شدند. مساله به صورت دو راهه مدل‌سازی شده و معادلات مومنتوم و انرژی با مرتبه دوم حل شده‌اند. از بین نیروهای موجود در روش اویلری-لاگرانژی نیروی جرم مجازی و گرادیان فشار و ترموفورس و براونی انتخاب شده و گزینه کوپلینگ توربولانس دو طرفه^۱ فعال گردیده شد. برای قانون پسا مدل کروی استفاده گردید اما برای اعمال نیروی براونی باید از مدل استوکس-کانیگهام برای قانون پسا استفاده کرد. بررسی‌های انجام شده در حوزه رینولدز بین ۱۰۰۰۰ تا ۱۰۰۰۰۰ انجام شده است. شرط مرزی اعمال شده در جدول ۳ آورده شده است.

برای خواص آب از رابطه وابسته به دما استفاده شد که توسط کیز و کراوفورد [۲۳] تهیه شده است و در بازه دمای ۲۷۸ الی ۳۶۳ کلوین معتبر است و در جدول ۴ آورده شده است.

^۱ Two-Way Turbulence Coupling

جدول ۳. شرط مرزی

متغیر	مقدار	واحد
T	273	k
Re	10000-100000	
I	$0.16Re^{-\frac{1}{8}}$	
قطر ذره	10-20-30-40	nm
کسر حجمی	0.02, 0.04, 0.06	
\bar{P}	0	Pa
\bar{u}	(0 0 0)	m/s
\dot{q}	50000	W/m^2

جاگذاری شده است. [۱۹]

$$Re = \frac{v_m D_h}{\nu} \quad (13)$$

در این رابطه v_m سرعت میانگین است که ما از آن به عنوان شرط مرزی ورودی استفاده می‌کنیم.
چگالی:

$$\rho_{nf} = (1-x)\rho_f + x\rho_p \quad (14)$$

گرمای ویژه

$$(\rho C_p)_{nf} = (1-x)(\rho C_p)_f + x(\rho C_p)_p \quad (15)$$

رسانایی گرمایی

به دلیل نبود نتایج تجربی و رابطه‌ای که به قطر و اندازه نانوذرات و همچنین دما بستگی داشته باشد، در رابطه با خواص ترموفیزیکی نانوسیال، از همبستگی زیر که توسط کرکین [۲۵] پیشنهاد شده است در این مطالعه استفاده شده است. وی برای بررسی رسانایی حرارتی نانوسیال که به دما و غلظت حجمی نانوسیال، قطر اندازه و هدایت حرارتی نانوذرات و همچنین سیال پایه بستگی دارد، همبستگی زیر را معرفی کرد. او از تحلیل رگرسیون استفاده کرد و همبستگی زیر را با انحراف معیار ۱,۸۶ درصد خطا پیشنهاد کرد:

$$\frac{K_{nf}}{K_f} = 1 + 4.4Re_p^{0.4}Pr_f^{0.66} \left(\frac{T}{T_{fr}}\right)^{10} \times \left(\frac{K_p}{K_f}\right)^{0.03} x^{0.66} \quad (16)$$

رینولدز ذره در رابطه اخیر به صورت زیر تعریف می‌شود

$$Re_p = \frac{\rho_f u_B d_p}{\mu_f} = \frac{2\rho_f k_b T}{\pi \mu_f^2 d_p} \quad (17)$$

جدول ۴ خواص سیال پایه

خواص مواد	مقدار	واحد
فاز پیوسته [۲۳]		
ρ	$1.33 \times 10^{-5} T^3 - 1.63 \times 10^{-2} T^2 + 5.92 T + 330.12$	kg/m^3
C_p	$10^{-3}(-1.43 \times 10^{-7} T^3 + 1.49 \times 10^{-4} T^2 - 5.14 \times 10^{-2} T + 10.01)$	J/kgK
K	$3.81 \times 10^{-7} T^3 - 3.66 \times 10^{-4} T^2 + 0.12 T - 12.16$	W/mK
ν	$-2.62 \times 10^{-12} T^3 + 2.7 \times 10^{-9} T^2 - 9.33 \times 10^{-7} T + 1.08 \times 10^{-4}$	
فاز گسسته [۲۴]		
ρ	3880	kg/m^3
C_p	773	J/kgK
K	36	W/mK

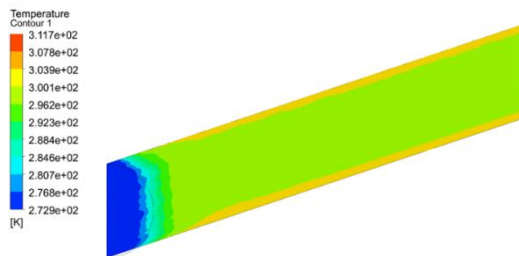
برای به دست آوردن سرعت در ورودی از رابطه رینولدز زیر استفاده شد و در آن خواص نانو سیال را از روابطی که در ادامه ذکر می‌شود



$$\overline{Nu} = \frac{1}{L} \int_0^L Nu(x) dx \quad (23)$$

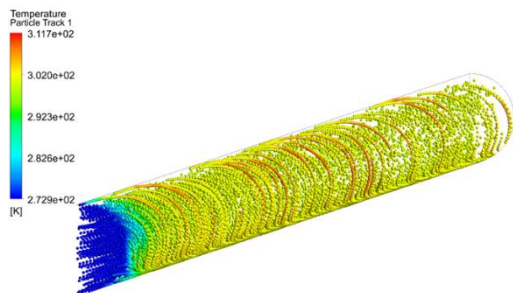
۴. بررسی نتایج

با مدل- سازی، شبکه بندی و تعریف شرایط مرزی مطابق جدول (۳)، شبیه‌سازی انجام شده است. در شکل ۴ توزیع دما در راستای x در صفحه‌ای وسط لوله نشان داده شده است. که با استفاده از این شکل می‌توان دریافت که بیشترین مقدار دما $311/7$ که روی دیواره است. و کمترین مقدار دما 273 کلون در ورودی است.



شکل ۴. توزیع دما در راستای x در صفحه‌ای وسط لوله

در شکل ۵ مسیر ذره بر حسب دما نشان داده شده است. همان طور که از شکل مشخص است ذراتی که نزدیک دیواره است دمایش افزایش یافته و به مسیرش در لوله ادامه می‌دهد.



شکل ۵. مسیر نانوذرات بر حسب دما

شکل ۶ مقدار \overline{Nu} برای آب خالص را بر حسب عدد رینولدز در بازه 10000 تا 100000 در دو

که در این رابطه T_{fr} دمای انجامد سیال پایه یعنی آب ($237/16$ کلون) است، k_b ثابت بولتزمن است. این رابطه برای قطر ذره بین 10 تا 150 نانومتر معتبر است. T دمای نانوسیال است و برای دمای بین 234 تا 294 این رابطه صحیح است. u_B سرعت براونی نانوذرات است که با نسبت قطر ذرات و زمان $\tau_D = d_p^2/6D$ محاسبه می‌شود. و D در اینجا ضریب پخش اینستین است.

ویسکوزیته دینامیکی

$$\frac{\mu_f}{\mu_{nf}} = 1 - 34.87 \left(\frac{d_p}{d_f} \right)^{-0.3} x^{1.03} \quad (18)$$

این رابطه برای بازه قطر ذره 25 تا 200 نانومتر و کسر حجمی $0/01$ تا $7/1$ درصد و دمای نانوسیال 293 الی 333 معتبر است. d_f قطر سیال از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$d_f = 1 \left(\frac{6M}{N\pi\rho_f} \right)^{-1/3} \quad (19)$$

N عدد آواگادرو و M جرم مولی سیال پایه است. ابتدا هندسه برای جریان تک فاز آب حل شد و عدد ناسلت حاصل از نتیجه آن با مقدار رابطه ناسلت نوتر و رز [۲۶] که برای آب خالص ارائه داده اند اعتبار سنجی شد.

$$\overline{Nu} = 5 + 5Re^{0.856}Pr^{0.347} \quad (20)$$

عدد ناسلت محلی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Nu = \frac{h(x)}{K_f}, \quad h(x) = \frac{q''}{T_w - T_m(x)} \quad (21)$$

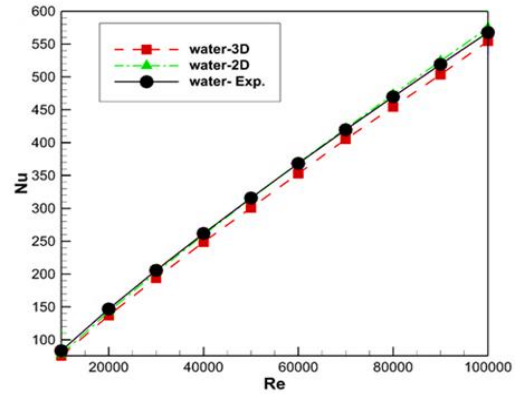
برای شار حرارتی ثابت و یکنواخت برای $T_m(x)$ داریم:

$$T_m(x) = T_{m,i} + \frac{q''\pi D_h}{\dot{m} - C_p} x \quad (22)$$

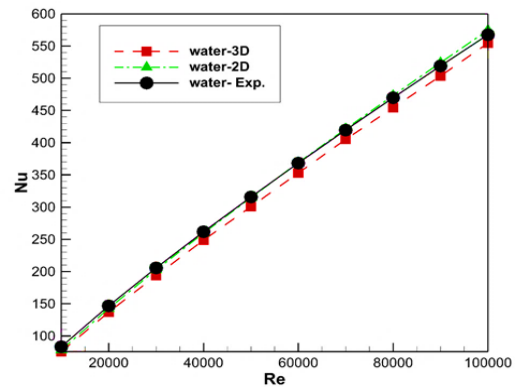
با استفاده از دو رابطه اخیر عدد ناسلت میانگین با جاگذاری نتایج مدل‌سازی از رابطه زیر به دست می‌آید:



حالت دو بعدی و سه بعدی نشان می‌دهد. نتیجه حل حالت دو بعدی به طور کامل با نتایج تجربی هم پوشانی دارد. در حالت سه بعدی نیز ماکزیمم خطای عدد ناسلت با مقدار تجربی کمتر از ۴ درصد است.



شکل ۶. ناسلت میانگین برای آب خالص بر حسب عدد رینولدز در دو حالت سه بعدی و دو بعدی



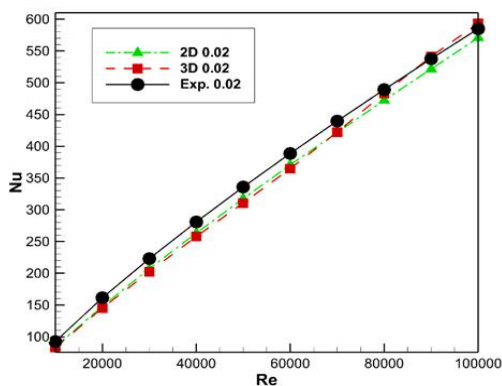
شکل ۶. ناسلت میانگین برای آب خالص بر حسب عدد رینولدز در دو حالت سه بعدی و دو بعدی

در ادامه جهت اضافه کردن نانوذرات و بررسی عدد ناست میانگین برای نانوسیال و همگرایی نتیجه، سیال پایه را به طور پایا حل کرده و تزریق و معادلات نانوذرات را به صورت گذرا در نظر گرفته شد. برای اعتبارسنجی نتایج از رابطه زیر استفاده می‌شود که توسط پاک و چو [۲۷] معرفی شده و تنها تابع رینولدز و پرانتل است و به طور مستقیم به کسر حجمی و قطر نانوذره

بستگی ندارد. بلکه با تاثیر مستقیم در خواص نانوسیال و به تبع آن بر عدد پرانتل (با ثابت در نظر گرفتن عدد رینولدز به عنوان ورودی) بر عدد ناسلت تاثیر می‌گذارد.

$$\overline{Nu} = 0.021Re^{0.8}Pr^{-5} \quad (24)$$

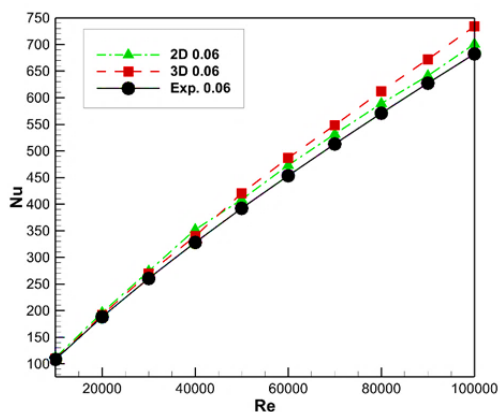
در شکل ۷ عدد ناسلت برای نانوسیال آلومینیوم اکسید در کسر حجمی ۲ درصد برای مدل سه بعدی و دو بعدی به ازای رینولدز ۱۰ تا ۱۰۰ هزار نشان داده شده است. نتیجه حالت دو بعدی و سه بعدی تا رینولدز ۷۰ هزار به طور تقریبی یکسان است و بعد از آن از یکدیگر جدا می‌شوند. روند حل دو بعدی با روند تجربی یکسان است. برای هر دو مدل بیشترین خطا کمتر از ۱ درصد است. عدد ناسلت برای مقدار تجربی و مدلسازی در رینولدز ۱۰ هزار بسیار به هم نزدیک است. اما با افزایش رینولدز عدد ناسلت در نتایج تجربی افزایش بیشتری نسبت به نتایج حل دارد. بعد از رینولدز ۷۰ هزار فاصله بین نتایج دو بعدی و تجربی باقی می‌ماند اما شدت افزایش ناسلت نتیجه سه بعدی افزایش داشته به طوری که مقدار آن در رینولدز ۹۰ هزار برابر می‌شود.



شکل ۷. ناسلت میانگین برای آب- آلومینیوم اکسید با کسر حجمی ۲ درصد بر حسب عدد رینولدز در دو حالت سه بعدی و دو بعدی

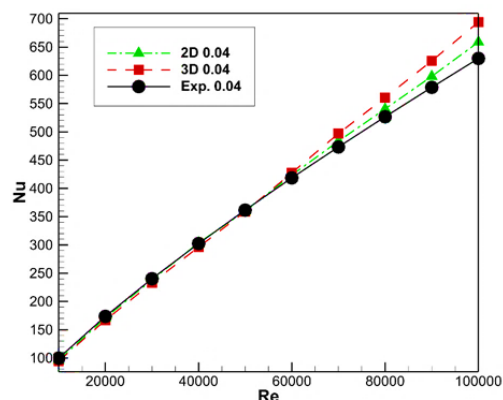
در شکل ۸ نمودار عدد ناسلت برای نانوسیال

در شکل ۱۰ عدد ناسلت برای مدل دو بعدی که کمترین میزان خطا را با رابطه تجربی داشت برای کسرحجمی های ۲ و ۳ و ۶ درصد نشان داده است. همان طور که از شکل پیداست با افزایش کسر حجمی عدد ناست افزایش می یابد. این روند افزایشی برای کسر حجمی ۶ با شیب بیشتر و برای کسر حجمی ۴ بعد از آن در رتبه دوم و در نهایت برای کسر حجمی ۲ با شیب کمتر دیده می شود. با افزایش ناسلت اختلاف عدد ناسلت مربوط به کسرحجمی های مختلف بیشتر می شود. به طوری که در ابتدا برای رینولدز ۱۰ هزار این اختلاف (افزایش عدد ناسلت) حدود ۱۰ است و در آخر در رینولدز ۱۰۰ هزار بین کسر حجمی ۶ و ۲ حدود ۱۵۰ عدد افزایش در ناسلت دیده می شود و برای کسر حجمی بین ۴ و ۶ بعد از رینولدز ۴۰ هزار تقریباً ثابت و برابر با ۵۰ است. در کسر حجمی ۲ درصد مقدار ناسلت تفاوت چندانی ندارد از این رو درصد حجمی ۴ و ۶ درصد در ادامه روند مورد توجه و بررسی قرار می گیرد.



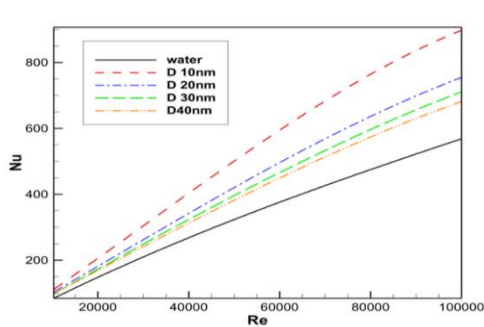
شکل ۹. ناسلت میانگین برای آب- آلومینیوم اکسید با کسرحجمی ۶ درصد بر حسب عدد رینولدز در دو حالت سه بعدی و دو بعدی

آلومینیوم اکسید در کسر حجمی ۴ درصد برای مدل سه بعدی و دو بعدی به ازای رینولدز ۱۰ تا ۱۰۰ هزار نشان داده شده است. نتایج برای هر دو هندسه تا رینولدز ۶۰ هزار هم پوشانی دارد اما بعد از آن نتایج شبیه سازی برای هر دو مدل از نتایج تجربی فاصله گرفته که درصد خطای حالت سه بعدی بیشتر از حالت دو بعدی است که مقدار بیشینه درصد خطا برای مدل سه بعدی ۸ درصد و برای دو بعدی ۳/۷ درصد است.

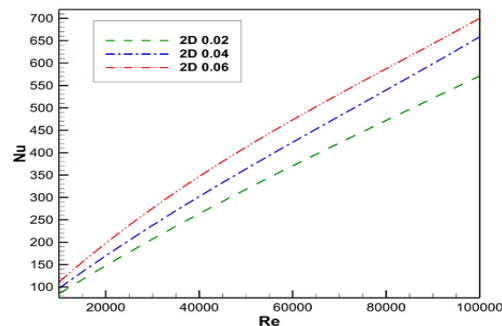


شکل ۸. ناسلت میانگین برای آب- آلومینیوم اکسید با کسرحجمی ۴ درصد بر حسب عدد رینولدز در دو حالت سه بعدی و دو بعدی

در شکل ۹ نمودار عدد ناسلت برای نانوسیال آلومینیوم اکسید در کسر حجمی ۶ درصد برای مدل سه بعدی و دو بعدی به ازای رینولدز ۱۰ تا ۱۰۰ هزار نشان داده شده است. با افزایش عدد رینولدز میزان افزایش عدد ناسلت به ترتیب ابتدا برای حالت سه بعدی سپس دوبعدی بیشتر از مقدار تجربی است. این اختلاف مقدار بین حل و مقدار تجربی برای مدل دو بعدی بعد از رینولدز ۳۰ هزار تقریباً ثابت می ماند اما برای مدل سه بعدی تا رینولدز ۱۰۰ هزار فزاینده است. به طوری که در انتها به ۱۱ درصد خطا می رسد که بیشتر مقدار خطا در این مساله است.

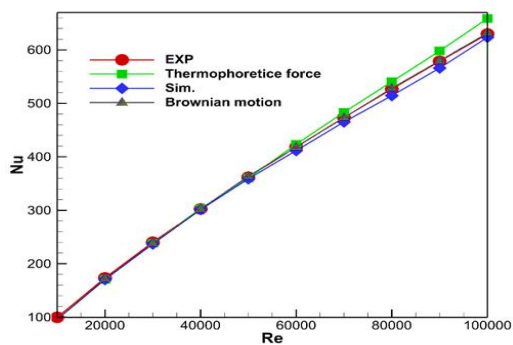


شکل ۱۲. ناسلت میانگین برای آب- آلومینیوم اکسید با کسر حجمی ۶ درصد بر حسب عدد رینولدز در حالت دو بعدی برای قطر ذرات ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ نانومتر



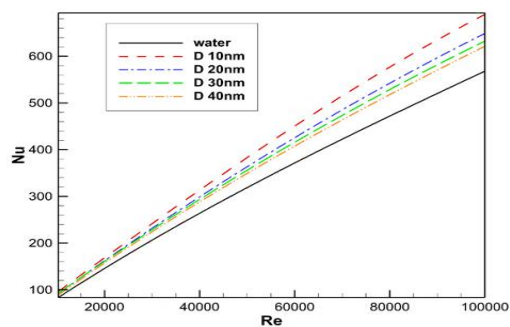
شکل ۱۰. ناسلت میانگین برای آب- آلومینیوم اکسید با کسر حجمی ۲.۴۶ درصد بر حسب عدد رینولدز در حالت دو بعدی

همان طور که در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود تا رینولدز ۵۰۰۰۰ مقادیر ناسلت برای هر سه حالت منطبق بر مقدار تجربی می‌باشد. با افزایش رینولدز مقدار شبیه سازی بدون حضور این دو نیرو از مقدار تجربی کمتر می‌شود. و نتایج شبیه سازی با حضور نیروی ترموفورس بیشتر از نتایج داده تجربی می‌شود و با افزایش رینولدز این فاصله بیشتر می‌شود. اما نتایج مربوط به شبیه سازی با نیروی براونی تطابق بسیار خوبی با نتایج تجربی دارد.



شکل ۱۳. ناسلت میانگین برای نانوسپال با کسر حجمی ۴ درصد بر حسب عدد رینولدز در چهار حالت، تجربی، در غیاب نیروی ترموفورس و براونی، با نیروی براونی، و با نیروی ترموفورس

در شکل ۱۱ و ۱۲ به ترتیب میزان افزایش عدد ناسلت بر حسب افزایش عدد رینولدز برای کسر حجمی ۴ و ۶ درصد بر اساس قطر ذرات ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد با کاهش قطر ذرات مقدار عدد ناسلت در هر دو کسر حجمی افزایش یافته است. همان طور که در شکل مشاهده می‌شود بیشترین عدد ناسلت مربوط به قطر ذره ۱۰ نانو متر است و با افزایش قطر ذره، عدد ناسلت به ناسلت آب نزدیک می‌شود. نکته دیگری که از نمودار می‌توان دریافت کرد، برای قطر های ۳۰ و ۴۰ نانومتر عدد ناسلت بسیار نزدیک به هم است. یعنی می‌توان گفت برای قطرهای ۳۰ نانومتر به بعد با افزایش قطر ذره کاهش عدد ناسلت کمتر شده و در نهایت به مقدار مشخصی می‌رسد که باز هم از مقدار عدد ناسلت در رینولدز مربوطه بیشتر است.



شکل ۱۱. ناسلت میانگین برای آب- آلومینیوم اکسید با کسر حجمی ۴ درصد بر حسب عدد رینولدز در حالت دو بعدی برای قطر ذرات ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ نانومتر

ضریب عملکرد حرارتی

ضریب عملکرد حرارتی برای جریان آشفته لوله

توسط سورش و همکاران [۲۸] به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\xi = \left(\frac{\overline{Nu}_{nf}}{\overline{Nu}_f} \right) \left(\frac{f_{nf}}{f_f} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (25)$$

که در آن f ضریب اصطکاک داری است و برای جریان های آشفتنه در یک لوله دایره ای به صورت تعریف شده است:

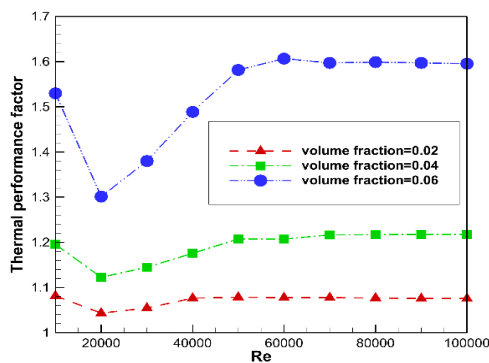
$$f = \frac{2D_h \Delta P}{\rho L v_m^2} \quad (26)$$

همان طور که در شکل ۱۴ مشاهده

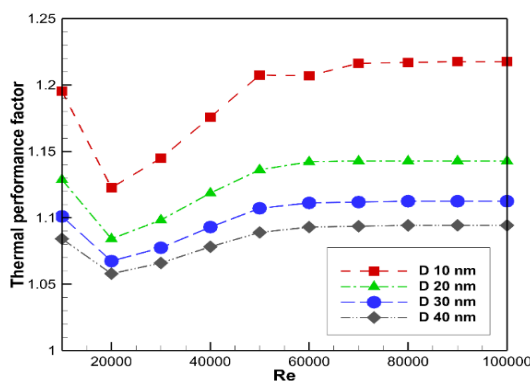
می‌شود، با توجه با این که ضریب عملکرد حرارتی برای سیال پایه نزدیک به ۱ است و ضریب عملکرد حرارتی برای تمام نانوسیالات مورد بررسی بیشتر از ۱ است، در نتیجه این نشان دهنده به صرفه بودن افزودن نانوذره به سیال پایه در مقابل افت فشار سیال در لوله است. با افزایش کسر حجمی مقدار ضریب عملکرد حرارتی افزایش می‌یابد. روند هر سه کسر حجمی مشابه یکدیگرند به طوری که از رینولدز ۱۰ هزار تا ۲۰ هزار ضریب کاهش یافته است که شیب این کاهش با افزایش کسر حجمی افزایش می‌یابد. سپس تا رینولدز ۵۰ هزار افزایش می‌یابد که در این مرحله نیز شیب افزایش ضریب با کسر حجمی افزایش می‌یابد. و بعد از رینولدز ۵۰ هزار تقریباً روند ثابتی را می‌توان برای ضریب عملکرد حرارتی در نظر گرفت.

در شکل ۱۵ ضریب عملکرد حرارتی برای نانوسیال با کسر حجمی ۴ درصد بر حسب عدد رینولدز در چهار قطر ذره ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ نانومتر نشان داده شده است. با افزایش قطر نانوذره ضریب عملکرد حرارتی کاهش می‌یابد.

ممکن است به این دلیل باشد که با کاهش قطر اندازه نانوذرات از ۴۰ به ۱۰ نانومتر، ویسکوزیته دینامیکی و هدایت حرارتی نانوسیال با افزایش غلظت حجمی نانوذرات افزایش می‌یابد. از این رو ویسکوزیته بالاتر به کاهش ضخامت لایه مرزی منجر می‌شود که منجر به افزایش انتقال حرارت می‌شود، در حالی که هدایت حرارتی بالاتر منجر به تشدید ضریب عملکرد حرارتی می‌شود.



شکل ۱۴. ضریب عملکرد حرارتی برای نانوسیال با کسر حجمی ۰.۰۲، ۰.۰۴ و ۰.۰۶ درصد بر حسب عدد رینولدز



شکل ۱۵. ضریب عملکرد حرارتی برای نانوسیال با کسر حجمی ۴ درصد بر حسب عدد رینولدز در چهار قطر ذره ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ نانومتر

۵. نتیجه‌گیری

با افزایش رینولدز عدد ناسلت برای آب و نانوسیال افزایش می‌یابد. هر قدر کسر حجمی نانوذره

ing Applications of Nanotechnology. From Energy to Drug Delivery; Korada, V.S., Hamid, N.H.B., Eds.; Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 2017.

- [6] Abdullah, M.; Malik, S.R.; Iqbal, M.H.; Sajid, M.M.; Shad, N.A.; Hussain, S.Z.; Razzaq, W.; Javed, Y. Sedimentation and stabilization of nano-fluids with dispersant. *Colloids Surf. A Physicochem. Eng. Asp.* 554, 86–92, 2018.
- [7] Kamyar, A.; Saidur, R.; Hasanuzzaman, M. Application of Computational Fluid Dynamics (CFD) for nanofluids. *Int. J. Heat Mass Transf.* 55, 4104–4115, 2012.
- [8] Kumar, S.; Chakrabarti, S. A Review: Enhancement of Heat Transfer with Nanofluids. *Int. J. Eng. Res. Technol.* 3, 549–557, 2014.
- [9] Kakaç, S.; Pramuanjaroenkij, A. Single-phase and two-phase treatments of convective heat transfer enhancement with nanofluids- A state-of-the-art review. *Int. J. Therm. Sci.* 100, 75–97, 2016.
- [10] Mahian, O.; Kolsi, L.; Amani, M.; Estellé, P.; Ahmadi, G.; Kleinstreuer, C.; Marshall, J.S.; Siavashi, M.; Taylor, R.A.; Niazmad, H.; et al. Recent advances in modeling and simulation of nanofluid flows-Part I: Fundamentals and theory. *Phys. Rep.* 790, 1–48, 2019.
- [11] Mahian, O.; Kolsi, L.; Amani, M.; Estellé, P.; Ahmadi, G.; Kleinstreuer, C.; Marshall, J.S.; Taylor, R.A.; Abu-Nada, E.; Rashidi, S.; et al. Recent advances in modeling and simulation of nanofluid flows-Part II: Applications. *Phys. Rep.* 791, 1–59, 2019.
- [12] Boertz, H.; Baars, A.J.; Cieślinski, J.T.; Smolen, S. Numerical Study of Turbulent Flow and Heat Transfer of Nanofluids in Pipes. *Heat Transf. Eng.* 39, 241–251, 2018.
- [13] Kristiawan, B.; Santoso, B.; Wijayanta, A.T.; Aziz, M.; Miyazaki, T. Heat Transfer Enhancement of TiO₂/Water Nanofluid at Laminar and Turbulent Flows: A Numerical Approach for Evaluating the Effect of Nanoparticle Loadings. *Energies* 11, 1584, 2018.
- [14] Sajjad, M.; Kamran, M.S.; Shaikat, R.; Zeinelabdeen, M.I.M. Numerical investigation of laminar convective heat transfer of graphene oxide/ethylene glycol-water nanofluids in a horizontal tube. *Eng. Sci. Technol. Int. J.* 21, 727–735, 2018.
- [15] Minea, A.A.; Buonomo, B.; Burggraf, J.; Ercole, D.; Karpaiya, K.R.; Di Pasqua, A.;

بیشتر باشد این افزایش در مقدار ناسلت بیشتر دیده می‌شود. و با افزایش قطر ذره این افزایش عدد ناسلت در کسر حجمی یکسان، کاهش می‌یابد. ضریب عملکرد حرارتی با افزایش کسر حجمی افزایش می‌یابد اما با افزایش قطر ذره کاهش می‌یابد. این ضریب با افزایش عدد ناسلت ابتدا روند نزولی داشته تا عدد رینولدز ۲۰ هزار سپس تا رینولدز ۵۰ هزار روند آن افزایشی می‌شود و از این رینولدز به بعد روند با افزایش عدد رینولدز تقریباً روند ثابتی را دارا می‌باشد. تا رینولدز ۵۰۰۰۰ مقادیر ناسلت برای هر سه حالت حضور نیروی ترموفورس، براونی و عدم حضور این دو نیرو منطبق بر مقدار تجربی می‌باشد. با افزایش عدد رینولدز مقدار نتایج حاصل از شبیه‌سازی بدون حضور این دو نیرو از مقدار تجربی کمتر می‌شود. و نتایج شبیه‌سازی با حضور نیروی ترموفورس بیشتر از نتایج داده تجربی می‌شود و با افزایش رینولدز این فاصله بیشتر می‌شود. اما نتایج مربوط به شبیه‌سازی با نیروی براونی تطابق بسیار خوبی با نتایج تجربی دارد.

۶. مآخذ

- [1] Webb, R.L. Principles of Enhanced Heat Transfer; John Wiley & Sons, Inc.: New York, NY, USA, 1994.
- [2] Mousa, M.H.; Miljkovic, N.; Nawaz, K. Review of heat transfer enhancement techniques for single phase flows. *Renew. Sust. Energ. Rev.* 137, 110566, 2021.
- [3] Gupta, M.; Singh, V.; Kumar, R.; Said, Z. A review on thermophysical properties of nanofluids and heat transfer applications. *Renew. Sust. Energ. Rev.* 74, 638–670, 2017.
- [4] Angayarkanni, S.A.; Philip, J. Review on thermal properties of nanofluids: Recent developments. *Adv. Colloid Interface Sci.* 225, 146–176, 2015.
- [5] Ilyas, S.U.; Pendyala, R.; Marneni, N. Stability of nanofluids. *Topics in Mining, Metallurgy and Materials Engineering. In Engineer-*



- conductivity and viscosity of liquid by dispersing ultra-fine particles (dispersion of Al₂O₃, SiO₂ and TiO₂ ultra-fine particles), *Netsu Bussei* 40 , 227–233, 1993.
- [23] M. Corcione, Empirical correlating equations for predicting the effective thermal conductivity and dynamic viscosity of nanofluids, *Energy Convers. Manag.* 52 , 789–793, 2011.
- [24] R.H. Notter, M.W. Rouse, A solution to the Graetz problem-III. Fully developed region heat transfer rates, *Chem. Eng. Sci.* 27 , 2073–2093, 1972.
- [25] B.C. Pak, Y.I. Cho, Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles, *Exp. Heat Transf.* 11 , 151–170, 1998.
- [26] S. Suresh, M. Chandrasekar, S.C. Sekhar, Experimental studies on heat transfer and friction factor characteristics of CuO/water nanofluid under turbulent flow in a helically dimpled tube, *Exp. Thermal Fluid Sci.* 35 , 542–549, 2011.
- Sekrani, G.; Steffens, J.; Tibaut, J.; Wichmann, N.; et al. NanoRound: A benchmark study on the numerical approach in nanofluids' simulation. *Int. Commun. Heat Mass Transf.* 108, 104292, 2019.
- [16] Onyiriuka, E.J.; Ikponmwoba, E.A.A. Numerical investigation of mango leaves-water nanofluid under laminar flow regime. *Niger. J. Technol.* 38, 348–354, 2019.
- [17] Jamali, M.; Toghraie, D. Investigation of heat transfer characteristics in the developing and the developed flow of nanofluid inside a tube with different entrances in the transition regime. *J. Therm. Anal. Calorim.* 139, 685–699, 2020.
- [18] Fadodun, O.G.; Amosun, A.A.; Salau, A.O.; Olaloye, D.O.; Ogundeji, J.A.; Ibitoye, F.I.; Balogun, F.A. Numerical investigation and sensitivity analysis of turbulent heat transfer and pressure drop of Al₂O₃/H₂O nanofluid in straight pipe using response surface methodology. *Arch. Thermodyn.* 41, 3–30, 2020.
- [19] Goutam, S., and Paul, M. C. (2014) Discrete phase approach for nanofluids flow in pipe. In: *Second International Conference on Advances In Civil, Structural and Mechanical Engineering- CSM*, 16-17 Nov 2014, Birmingham, UK. 2014.
- [20] R. Deepak Selvakumar, S. Dhinakaran. Heat transfer and particle migration in nanofluid flow around a circular bluff body using a two-way coupled Eulerian-Lagrangian approach. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 115 , 282–293, 2017.
- [21] M. Bovand, S. Rashidi, G. Ahmadi, J.A. Esfahani, Effects of trap and reflect particle boundary conditions on particle transport and convective heat transfer for duct flow-A two-way coupling of EulerianLagrangian Model, *Applied Thermal Engineering*, doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.applthermaleng>. 2016.07.124, 2016.
- [20] Goutam, S., and Paul, M. C. Discrete phase approach for nanofluids flow in pipe. In: *Second International Conference on Advances In Civil, Structural and Mechanical Engineering- CSM*, 16-17 Nov 2014, Birmingham, UK, 2014.
- [21] W.M. Kays, M.E. Crawford, *Convection heat and mass transfer*, 2nd ed. McGraw Hill, New York, 1980.
- [22] H. Masuda, A. Ebata, K. Teramae, N. Hishinuma, Alternation of thermal

