

بهینه‌سازی غیرخطی و مقید مسیر پرواز یک ماهواره بر سه مرحله‌ای نوعی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۹/۰۸

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۱/۳۰

مهران مهدی آبادی^۱، نعمت اله قهرمانی^۲، سعید محمدحسینی^۳

۱- دکتری، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر، mahdiabadi@mut.ac.ir

۲- دانشیار، مجتمع دانشگاهی برق و الکترونیک، دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر

۳- دانشیار، مجتمع دانشگاهی برق و مکاترونیک، دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر

چکیده

در این مقاله، بهینه‌سازی مسیر یک ماهواره بر سه مرحله‌ای نوعی ارائه شده است. از نتایج این بهینه‌سازی برای شکل‌دهی برنامه فراز بهینه به عنوان هدایت پیش‌تنظیم و افزایش جرم محموله استفاده شده است. در این بهینه‌سازی، قیود دینامیکی مسیر و شرایط نقطه تزریق در نظر گرفته شده است. نتایج حاصله از الگوریتم بهینه‌سازی بر اساس مدل یک نمونه نوعی شبیه‌سازی شده است. با توجه به مدل غیرخطی و مقید، استفاده از روش بهینه‌سازی عددی برای این مساله اجتناب‌ناپذیر است. برنامه بهینه‌سازی با استفاده از یک الگوریتم غیرخطی و مقید، برنامه فراز بهینه را از روش برنامه‌ریزی مربعی متوالی استخراج می‌کند. برای اجرای برنامه‌ی فراز، یک تابع زمانی زاویه فراز مطلوب موشک حامل در هر مرحله از عملیات بهینه‌سازی به عنوان ورودی به برنامه اعمال می‌شود. الگوریتم بهینه‌سازی مسیر و جرم طوری طراحی شده است که علاوه بر بهینه‌سازی بار محموله برای یک موشک حامل سه‌مرحله‌ای، پارامترهای مسیر و شرایط نهایی تزریق را به عنوان قیود بهینه‌سازی در نظر بگیرد. نتایج شبیه‌سازی‌های مختلف برنامه تهیه شده، کارایی آن را در بهینه‌سازی جرم بار محموله و تحقق شرایط تزریق مداری و تعیین مسیرهای قابل دسترس را نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: برنامه فراز، موشک ماهواره‌بر نوعی، تزریق مداری، بهینه‌سازی مسیر، هدایت پیش‌تنظیم

Constrained nonlinear trajectory optimization of a three-stage typical-satellite launch vehicle

Mehran Mahdi Abadi¹, Nematollah Ghahremani², Saeed Mohammad Hoseini³

1- Ph.D, Faculty of Aerospace, Malek Ashtar University of Technology, Iran.

2- Associate Professor, Faculty of Electrical Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Iran.

3- Associate Professor, Faculty of Electrical and Mechatronic, Malek Ashtar University of Technology, Iran.

Abstract

In this paper, the Trajectory optimization of a typical three-stage satellite launch vehicle is presented. The results of this optimization can be used as a preset guidance law in the launch vehicles. In this optimization, the dynamic constraints of the Trajectory and the conditions of the insertion point are considered. The results obtained from the optimization algorithm are based on the model of a typical example. Due to the nonlinear and constrained model, the use of numerical optimization method for this problem is inevitable. The optimization program uses a non-linear and constrained algorithm to extract the optimal sub-optimal program from the sequential quadratic programming method. To run the flight program, a time function of the desired flight angle of the launch vehicle is applied as an input to the program at each stage of the optimization operation. The trajectory and mass optimization algorithm is designed in such a way that in addition to optimizing the payload for a three-stage carrier rocket, it considers the path parameters and the final insertion conditions as optimization constraints. The results of various simulations of the prepared program show its efficiency in optimizing the payload mass and fulfilling the orbital insertion conditions and determining the accessible Trajectories.

Keywords: pitch program, satellite launch vehicle, orbital insertion, trajectory optimization, preset guidance.

۹۱

سال ۱۴ - شماره ۱

پیاورد تابستان ۱۴۰۴

نشریه علمی

دانش و فناوری هوافضا



۱- مقدمه

یکی از روش‌های مرسوم هدایت ماهواره برها، مخصوصاً در مراحل قبل از تزریق محموله در مدار، هدایت پیش‌تنظیم است. در این نوع از هدایت، زاویه فراز و سمت برای هر لحظه از زمان پرواز، بر اساس شبیه‌سازی‌های نرم‌افزاری و ناهمزمان با پرواز، استخراج شده و به صورت جداولی مجزا در کامپیوتر پرواز موشک ذخیره می‌شود. بنابراین در این نوع هدایت، مقادیر لحظه‌ای این جداول، فرامین هدایت در هر یک از کانال‌ها را تشکیل می‌دهد. این روش هدایت، اولین بار در موشک وی ۲ آلمان‌ها و بعد از آن در اکثر گونه‌های مختلف موشک اسکاد روسی مورد استفاده قرار گرفته است [۱]. تلاش برای ارضای قیود مسیر ماهواره بر در این روش به مراتب کمتر از سایر روش‌های هدایت است. در واقع ماهواره بر بر اساس برنامه از پیش تعیین شده‌ای به مسیر خود ادامه می‌دهد. طراحی این روش به گونه‌ای صورت می‌گیرد که زاویه حمله ماهواره بر در حداکثر فشار دینامیکی، حداقل شود [۲]. تئوری کنترل افق پیش‌بین قابلیت تنظیم موثر و بهنگام زاویه حمله را داراست [۳]. برنامه فراز نسبت به برنامه سمت از اهمیت بیشتری برخوردار است. استخراج برنامه زمانی زاویه فراز با چند روش مختلف قابل انجام است. یک روش، بهینه‌سازی مبتنی بر حداقل کردن مصرف سوخت و یا حداکثر کردن بار محموله موشک ماهواره بر با در نظر گرفتن قیودی چون دامنه زاویه حمله و الزامات بردار سرعت تزریق مداری می‌باشد [۴-۶]. طراحی برنامه فراز یکی از مراحل مهم طراحی ماهواره بر به شمار می‌رود. چون با بهینه‌سازی مسیر، جرم محموله نیز افزایش خواهد یافت. بنابراین طراحی ماهواره بر با هدف ماکزیمم یا

می‌نیمم کردن یک تابع هدف و قیود طراحی صورت می‌گیرد. تفاوت کارهای انجام شده، در نوع روش بهینه‌سازی، میزان پیچیدگی معادلات دینامیک پرواز و حجم قیود حاکم بر مساله است. اکثر نرم‌افزارهای بهینه‌سازی و شبیه‌سازی پرواز نیز بر این اساس، توسعه یافته و مورد استفاده قرار می‌گیرند [۷، ۸].

قبل از توسعه کامپیوترهای دیجیتال، حل مساله بهینه‌سازی مسیر به علت پیچیدگی معادلات دینامیک پرواز و قیود حاکم بر آن امکان پذیر نبوده است. به همین علت پاسخ تحلیلی مساله با در نظر گرفتن معادلات دینامیک ساده انجام شده است [۹]. اکثر روش‌های تحلیلی بر پایه شرایط لازمه بهینه‌سازی استوار بوده و از روش حساب تغییرات، مساله بهینه‌سازی را حل می‌کنند [۸]. برای این منظور، شرایط لازم بهینگی مسیر بر اساس حساب تغییرات بدست آمده و پاسخ آن به صورت تحلیلی حاصل می‌شود. دست‌یابی به پاسخ تحلیلی تنها برای موارد خاص ساده شده قابل حصول است [۸]. اما با پیشرفت فناوری و استفاده از پردازنده‌های دیجیتال، امکان بهره‌گیری از روش‌های عددی در مسائل بهینه‌سازی میسر شده است. این امر سبب افزایش دقت تحلیل مسائل بهینه‌سازی، توسعه معادلات دینامیک پرواز با قابلیت افزودن شرایط مختلف شده است. امکان استفاده از روش‌های عددی در تحلیل مسائل بهینه‌سازی، قابلیت بهره‌گیری از الگوریتم‌های پیچیده‌تر نظیر الگوریتم‌های تکاملی یا روش‌های بهینه‌سازی غیرخطی را فراهم کرده است [۱۰]. روش‌های بهینه‌سازی عددی به دو دسته کلی روش‌های مستقیم و غیرمستقیم تقسیم‌بندی می‌شوند. روش‌های غیرمستقیم مشابه روش‌های تحلیلی، با



استفاده از شرایط لازم بهینگی بر اساس حساب تغییرات و به صورت عددی به حل مساله بهینه‌سازی می‌پردازند. اما در روش‌های مستقیم، معادلات دینامیک سیستم به صورت مستقیم انتگرال گیری شده و شرایط ارضای قیود مساله بهینه‌سازی بررسی می‌شود. در واقع مزیت روش‌های مستقیم، تبدیل مساله بهینه‌سازی غیرخطی به یک مساله برنامه‌ریزی غیرخطی است. این کار با گسسته‌سازی معادلات دینامیک غیرخطی و تبدیل آنها به معادلات جبری حاصل می‌شود.

در [۱۱]، فرمان زاویه فراز بر اساس توابع تکه‌ای اسپلاین تعریف شده و پارامترهای طراحی آن در صفحه فراز بهینه‌سازی می‌شوند. بهینه‌سازی مقید صورت گرفته بر اساس الگوریتم ژنتیک صورت گرفته است. در استفاده از این روش، جهت دستیابی به دقت بالا، بایستی از منحنی‌های مرتبه بالاتر استفاده کرد که این امر منجر به افزایش تعداد پارامترهای بهینه‌سازی می‌شود. برخی از محققین نیز سعی کرده‌اند که با استفاده از گسسته‌سازی معادلات و قیود غیرخطی و بر اساس اصل هم‌نشانی، مساله بهینه‌سازی را به یک مساله ساده برنامه‌ریزی غیرخطی تبدیل کرده و مساله را حل کنند [۱۲]. نکته حایز اهمیت در استفاده از این روش‌ها این است که دقت گسسته‌سازی تاثیر مستقیمی در دقت نهایی پاسخ بهینه خواهد داشت. در [۱۳]، مساله حداکثر کردن بار محموله بر اساس روش بهینه‌سازی حساب تغییرات برای موشک‌های حامل چندمرحله‌ای ارائه شده است. برای این منظور، جهت استخراج راستای بهینه‌ی بردار تراست، از ضرایب لاگرانژ استفاده شده و یک مسیر بهینه تحلیلی ارائه شده است. به طور کلی

عیب روش‌های تحلیلی در دستیابی به یک مسیر بهینه در این است که این روش‌ها تنها برای موارد خاص دارای جواب است. علاوه بر این، استفاده از ضرایب لاگرانژ یا متغیرهای همجوار سبب دو برابر شدن تعداد متغیرهای سیستم شده و حل معادلات دینامیک را پیچیده‌تر می‌کند. بهینه‌سازی مسیر ماهواره‌برهای چندمرحله‌ای با استفاده از روش شبه طیفی توسعه یافته در بسته نرم‌افزاری دی‌دو ۱، در مرجع [۱۴] انجام شده است. این کار با استفاده از روش‌های مستقیم و با بهره‌گیری از یک بسته نرم‌افزاری صورت گرفته است. نتایج عددی ارائه شده، بیانگر دستیابی به تولید مسیرهای بهینه ماهواره‌برها در حداکثر ۵ مرحله می‌باشد. بنابراین ادعا شده است که امکان تولید مسیرهای بهینه همزمان و هدایت پیش بین وجود دارد. استفاده از روش مستقیم که دارای الگوریتم‌های بهینه‌سازی عددی هستند، منجر به پاسخ‌های بهینه‌سازی دقیق و سریع می‌شوند. ولی حجم بودن برنامه بهینه‌سازی مستقیم می‌تواند چالشی اساسی در استفاده از این روش باشد. در [۵] به حل مساله بهینه‌سازی یک ماهواره‌بر سوخت مایع چندمرحله‌ای بر پایه شبیه‌سازی پرداخته شده است. در این کار با استفاده از ترکیب روش‌های تکاملی و روش‌های مبتنی بر گرادیان، سعی در ارائه روش جدیدی برای بهینه‌سازی مسیر شده است. برای این منظور از روش تکاملی الگوریتم ژنتیک برای یافتن پاسخ نزدیک به بهینه و از روش برنامه‌ریزی مربعی متوالی برای یافتن پاسخ دقیق بهره گرفته شده است. البته تمایز این کار در این است که علاوه بر بهینه‌سازی مسیر، طراحی مراحل ماهواره‌بر نیز به طور همزمان صورت می‌گیرد. بنابراین مساله





بهینه‌سازی پارامترهای طراحی و همچنین برآورده شدن قیود طراحی با درجه آزادی بیشتری قابل انجام است. استفاده از دو روش مستقیم و غیرمستقیم، برای یافتن پاسخ تقریبی برای مساله بهینه‌سازی مسیر، روش ترکیبی است که در مرجع [۱۵] از آن بهره گرفته شده است. در این کار در روش غیرمستقیم با استفاده از روش حساب تغییرات به حل مساله پرداخته شده است. علاوه بر این در روش مستقیم، بر اساس روش هم‌نشانی مستقیم، مساله بهینه‌سازی مسیر با گسسته‌سازی به مساله برنامه‌ریزی غیرخطی تبدیل شده و در نهایت با استفاده از روش برنامه‌ریزی مربعی متوالی، مساله حل شده است.

در این مقاله، بهینه‌سازی مسیر پرواز و جرم یک ماهواره‌بر نوعی سه مرحله‌ای با استفاده از مدل غیرخطی آن صورت گرفته است. هدف اصلی بهینه‌سازی مسیر و جرم، یافتن مسیری برای ماهواره‌بر است که در آن جرم سوخت موتورهای حامل برای یک ماموریت معین (ارتفاع یا سرعت تزریق ماهواره) کاهش یافته و جرم نهایی تزریق ماهواره‌بر بهینه شود. برای این منظور، تابع زمانی فراز به عنوان ورودی به الگوریتم بهینه‌سازی مقید مسیر اعمال شده و پاسخ حاصله از آن بایستی قیود در نظر گرفته شده برای مساله را ارضا کند.

گرچه در زمینه بهینه‌سازی مسیر قبلاً تحقیقات زیادی صورت گرفته است [۱۰، ۱۶-۱۸]، اما در اغلب آنها به مسائل عملی و محدودیت‌های طراحی، فناوری و پیاده‌سازی کمتر توجه شده است. در این مقاله، با در نظر گرفتن قیودی نظیر قید زاویه حمله (این محدودیت علاوه بر الزامات سیستم کنترل، الزامات طراحی سازه ماهواره‌بر را هم برآورده

می‌کند) و قیود نقطه تزریق ماهواره‌بر بهینه‌سازی صورت گرفته و سپس یک برنامه زمانی برای زاویه فراز بدست آمده است. قیود نقطه تزریق شامل قید سرعت، ارتفاع و قید زاویه مسیر نقطه تزریق مسیر ماهواره‌بر می‌باشد. علاوه بر در نظر گرفتن محدودیت‌های مهم فوق، اثر دینامیک سیستم کنترل بر روی فرامین هدایت لحاظ شده است. پس از طراحی مسیر و برنامه فراز، مدلی از برنامه فراز تهیه شده و در یک برنامه شبیه‌سازی دینامیک پرواز ماهواره‌بر نوعی بکار رفته است. از این نتایج مهم در طراحی سیستم هدایت و کنترل ماهواره‌بر استفاده می‌شود.

۲- مراحل مسیر پرواز موشک حامل

طراحی و تفکیک مراحل مختلف پرواز موشک حامل از لحظه پرتاب تا مرحله تزریق بار محموله در مدار، برای تبیین و تحلیل صحیح مساله بهینه‌سازی مسیر، امری ضروری است. مراحل پرواز یک موشک حامل سه مرحله‌ای به چند مرحله مهم زیر تقسیم می‌شود:

• مرحله اول پرواز: مسیر پرواز عمودی

مرحله پرواز عمودی و حرکت در جو غلیظ است که معمولاً حدود ۵ تا ۱۰ ثانیه طول می‌کشد. در مدت زمان پرواز عمودی، موشک حامل با زاویه فراز ۹۰ درجه از سطح زمین جدا شده و در طول مدت زمان پرواز عمودی، زاویه حمله‌ی موشک نزدیک صفر نگه داشته می‌شود. این کار برای برخاست صحیح موشک ماهواره‌بر از روی سکوی پرتاب ضروری است.

• مرحله دوم: مسیر حرکت در جو غلیظ تا

جدایش بلوک اول

پس از طی مسیر عمودی پرواز و در لحظه معینی، به طور پیوسته و به آهستگی از زاویه فراز موشک کاسته می شود تا موشک حامل از مسیر عمودی خود به سمت مدار از پیش تعیین شده آن، منحرف گردد. طولانی شدن مسیر پرواز عمودی موشک حامل، سبب افزایش تلفات جاذبه می شود. بنابراین طولانی شدن زمان صعود عمودی موشک، تاثیرات نامطلوبی بر بهینگی مسیر پرواز موشک خواهد داشت. کاهش زاویه فراز با اعمال نیروهای آیرودینامیکی به سازه موشک همراه خواهد بود. بنابراین زمان شروع انجام مانور در لحظه ای رخ می دهد که سرعت موشک تا حد امکان کوچک باشد. این کار سبب کاهش تلفات آیرودینامیکی در طی انجام مانور خواهد شد. در این لحظه فرمان زاویه حمله از رابطه زیر تبعیت می کند [۱۹]:

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \gamma + \theta(t - t_v) \quad (1)$$

که پارامترهای $\theta, t_v, \alpha, \gamma$ و t به ترتیب، زاویه مسیر، زاویه حمله، مدت زمان پرواز عمودی، نرخ زاویه فراز و زمان جاری شبیه سازی هستند. در یک فرایند کلی طراحی، متغیرهای بهینه سازی زیرمجموعه ای از متغیرهای طراحی هستند. در این مقاله، پارامترهای t_v و θ به عنوان پارامترهای بهینه سازی در نظر گرفته شده اند. پس از تغییر زاویه فراز در یک مدت زمان محدود، فرمان هدایت به گونه ای است که زاویه حمله صفر شده و در لحظات فشار دینامیکی حداکثر، کمترین نیروهای جانبی به موشک وارد شود. پس از انحراف موشک حامل از مسیر عمودی، کاهش پیوسته زاویه فراز آن بوسیله چرخش ثقلی انجام می شود. چرخش ثقلی، چرخش سرعت موشک حامل ناشی از نیروی جاذبه در زاویه حمله

نزدیک به صفر است. در این حالت، تغییرات زمانی زاویه فراز موشک به صورت زیر حاصل می شود [۲۰]:

$$\dot{\theta} = \dot{\gamma} = -\frac{g}{v} \cos \gamma \quad (2)$$

• مرحله سوم پرواز: مسیر حرکت بین جدایش بلوک اول و دوم

پرواز موشک حامل در جو رقیق و پس از جدایش طبقه اول آن آغاز می شود. در این مرحله، به منظور کاهش ممان های اغتشاشی وارده بر موشک حامل، زاویه فراز تقریباً ثابت نگه داشته می شود. این مدت زمان که از لحظه اتمام سوخت مرحله قبل تا روشن شدن موتور پیشرانش مرحله بعد طول می کشد، زمان سرش نامیده می شود. طولانی بودن زمان سرش در مواردی که تزریق به زمان کافی نیاز داشته باشد، مفید است، ولی دارای تلفات جاذبه می باشد. در موشک های حامل سوخت جامدی که به زمان کافی برای جهت دهی بردار سرعت به سمت نقطه تزریق نیاز دارند، از این زمان برای این منظور استفاده می شود [۲۱]. در ماهواره بر نوعی در نظر گرفته شده در این مقاله، که یک ماهواره بر نوعی و بدون سامانه جهت دهی بردار سرعت است، موتور هر مرحله از موشک حامل، بلافاصله بعد از موتور مرحله قبل شروع بکار می کند. این کار سبب کاهش تلفات جاذبه و در نتیجه عدم کاهش سرعت این نوع حامل ها می شود. بنابراین نیروی تراست این ماهواره بر تا لحظه تزریق مداری به طور پیوسته وجود دارد.

• مرحله چهارم پرواز: مسیر حرکت در جو تقریباً خلا

از لحظه روشن شدن موتور مرحله سوم تا





لحظه تزریق مداری است. در این مرحله، کاهش زاویه فراز تا هنگام رسیدن به سرعتی همراستا با افق محلی و در نقطه تزریق بار محموله در مدار، به طور پیوسته انجام می‌شود. چون این مرحله از پرواز موشک حامل در جو رقیق صورت می‌گیرد، بنابراین محدودیتی بر روی پارامترهایی نظیر زاویه حمله و بارهای آیرودینامیکی وجود ندارد. قیود مهم در این مرحله از پرواز، قیود نهایی نقطه تزریق مداری است که پارامترهایی مانند ارتفاع، زاویه مسیر و اندازه سرعت نهایی را شامل می‌شود.

۳- تعریف مساله بهینه سازی غیرخطی و مقید مسیر پرواز ماهواره بر

در طول مسیر پرواز موشک حامل از نقطه برخاستن از زمین تا لحظه تزریق مداری، برخی از عوامل سبب اتلاف انرژی موشک حامل می‌شوند. تلفاتی نظیر تلفات نیروی جاذبه، تلفات نیروی پسا و تلفات نیروی تراسست از موارد اتلاف انرژی ماهواره بر می‌باشد. مساله بهینه سازی مسیر پرواز، حداقل کردن تلفات انرژی نامطلوب با در نظر گرفتن محدودیت‌هایی نظیر فشارهای دینامیکی، بارهای سازه‌ای و نرخ افزایش دمای ناشی از نیروهای آیرودینامیکی است. برای بهینه‌سازی مسیر پرواز موشک حامل، بردار متغیرهای مسیر پرواز بر اساس برنامه زمانی زاویه حمله مطلوب به صورت زیر تعریف شده است:

$$\underline{x} = [t_v \quad \theta_{k1} \quad \theta_{k2} \quad \theta_{k3} \quad m(t_f^3) \quad \theta]^T \quad (3)$$

که t_v مدت زمان پرواز عمودی ماهواره بر، θ_{ki} ها مقادیر زاویه فراز ماهواره بر در انتهای هر یک از فازهای پرواز آن است. پارامتر $m(t_f^3)$ ، مقدار افزونگی جرم بهینه است که می‌توان پس از

بهینه‌سازی مسیر به بار محموله اولیه اضافه کرد. پارامتر θ نیز نرخ تغییرات زاویه فراز در هنگام شروع چرخش پس از پرواز عمودی ماهواره بر است.

تابع هدف‌های مختلفی برای مساله بهینه‌سازی مسیر پرواز موشک حامل قابل تعریف است که می‌توان به توابع هدفی نظیر حداکثر کردن میزان بار محموله موشک حامل، حداقل کردن میزان سوخت مصرفی هر بلوک موشک حامل اشاره کرد. در واقع در مورد دوم، هدف بهینه‌سازی، حداقل کردن نسبت نیروی تراسست به وزن خواهد بود. در این مقاله، برنامه فراز استخراج شده با هدف بهینه سازی حداکثر کردن بار محموله انجام شده است. بنابراین تابع هدف بهینه سازی در نظر گرفته شده را می‌توان به صورت بیان کرد:

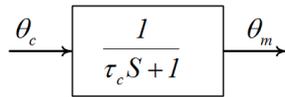
$$J(\underline{x}) = -m(t_f^3) \quad (4)$$

تابع زمانی جرم موشک در حالت کلی تابعی از پارامترهای مختلفی از جمله پارامترهای مسیر پرواز است. این تابع به صورت زیر قابل بیان است:

$$m(t) = f(m_0^1, \dot{m}^1, m_0^2, \dot{m}^2, m_0^3, \dot{m}^3, m_{load}, t, t_{b1}, t_{b2}, t_{b3}) \quad (5)$$

$$m(t) = \begin{cases} m_0^1 & t \leq 0 \\ m_0^1 - \dot{m}^1 t & 0 \leq t \leq t_{b1} \\ m_0^2 - \dot{m}^2 (t - t_{b1}) & t_{b1} \leq t \leq t_{b2} \\ m_0^3 - \dot{m}^3 (t - t_{b2}) & t_{b2} \leq t \leq t_{b3} \\ m_{payload} + m(t_f^3) & t \geq t_{b3} \end{cases} \quad (6)$$

که در رابطه فوق m_0^3, m_0^2, m_0^1 به ترتیب جرم اولیه مراحل اول، دوم و سوم موشک حامل و $\dot{m}^3, \dot{m}^2, \dot{m}^1$ به ترتیب نرخ زمانی تغییرات جرم مراحل اول، دوم و سوم است. علاوه بر این، سایر پارامترهای بردار \underline{x} به صورت ضمنی در جرم



شکل ۲. دینامیک سیستم کنترل در نظر گرفته شده با توجه به شکل ۲ می‌توان نوشت:

$$\tau_c \dot{\theta}_m + \theta_m = \theta_c \Rightarrow \quad (8)$$

$$\dot{\theta}_m = \frac{1}{\tau_c} (\theta_c - \theta_m) \quad (9)$$

با حل معادله دینامیک فوق در هر لحظه از زمان، زاویه فراز واقعی موشک θ_m بدست می‌آید. بنابراین در رابطه ۹ به جای θ ، می‌توان زاویه فراز واقعی موشک θ_m را جایگزین کرد. تاثیر سیستم کنترل در بهینه‌سازی مسیر به ازای دو مقدار متفاوت τ_c در جدول ۲ ارائه شده است.

۵- الگوریتم استخراج برنامه زمانی زاویه فراز

الگوریتم دستیابی به برنامه زمانی فراز بهینه بر اساس فلوجارت ارائه شده در شکل ۳ قابل دستیابی است. بر این اساس، برنامه زمانی فراز اولیه به صورت شکل ۴ به عنوان ورودی به مساله بهینه‌سازی مسیر اعمال شده است. این کار با در نظر گرفتن بردار پارامترهای بهینه‌سازی و حل مساله بهینه‌سازی بر اساس حداکثر کردن تابع هزینه جرم بار محموله و برآورده شدن قیود نهایی نقطه تزریق صورت گرفته است.

فرم کلی برنامه زمانی زاویه فراز که به عنوان ورودی به الگوریتم بهینه‌سازی اعمال شده است، در شکل ۴ نشان داده شده است. هر یک از نواحی مشخص شده در برنامه زاویه فراز، بخشی از مسیر پروازی موشک ماهواره بر است که دارای نکات کلیدی زیر است:

در ناحیه ۱، موشک مسیر عمودی خود را طی کرده و زوایای فراز و مسیر ۹۰ درجه بوده و زاویه

$m(t_f^3)$ تاثیرگذارند. رابطه برنامه زمانی فراز پس از مرحله عمودی تا لحظه تزریق مداری، از رابطه (۷) محاسبه شده و به عنوان ورودی به مساله بهینه‌سازی مسیر، اعمال شده است.

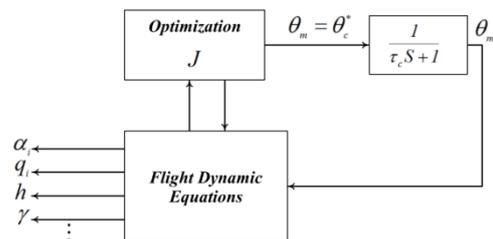
۴- اثر سیستم کنترل روی فرامین هدایت

با بهینه‌سازی مسیر بر اساس معادلات دینامیکی رابطه (۱۵) تا رابطه (۱۹)، فرمان هدایت $\theta_c = \theta(t)$ حاصل می‌شود. در عمل θ_c به موشک اعمال شده و بدلیل تاثیر سیستم کنترل، زاویه فراز واقعی موشک θ_m با فرمان هدایت اعمال شده به آن کاملاً متفاوت خواهد بود.

$$\theta_i(t) = \theta_{k_{i-1}} + \left(\theta_{k_{i-1}} - \theta_{k_i} \right) \left(n_{k_i}^2 - 2n_{k_i} \right) \quad (7)$$

$$n_{k_i} = \left(\frac{t - t_{k_{i-1}}}{t_{k_i} - t_{k_{i-1}}} \right)$$

در شکل ۱ تاثیر سیستم کنترل در تغییر فرمان هدایت اعمالی به ماهواره بر نشان داده شده است.

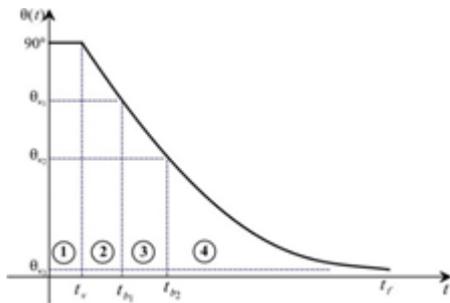


شکل ۱. اثر دینامیک سیستم کنترل در بهینه‌سازی

در این مقاله، تاثیر سیستم کنترل روی فرامین هدایت به صورت یک دینامیک مرتبه اول با ثابت زمانی τ_c در نظر گرفته شده است.



در ناحیه ۴، موشک وارد جو رقیق شده و محدودیت‌های زاویه حمله از روی آن برداشته می‌شود. این بخش از پرواز، شامل محدودیت‌های نقطه تزریق مداری است که در طراحی روش‌های هدایت ماهواره‌برها بدان پرداخته می‌شود. در این مقاله، برنامه فراز طوری طراحی شده است که حالت نامی شرایط تزریق بار محموله به مدار نیز برآورده شود.

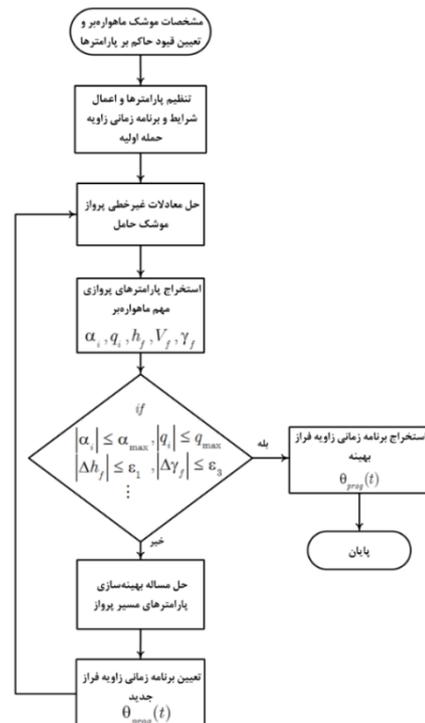


شکل ۴. فرم کلی تابع زمانی زاویه فراز

۶- روش حل مساله بهینه‌سازی غیرخطی

در این مقاله برای حل مساله بهینه‌سازی مسیر و دست‌یابی به برنامه زاویه فراز موشک حامل، از روش بهینه‌سازی مرتبه دوم متوالی ۲ استفاده شده است. این روش، یکی از مناسب‌ترین روش‌های حل عددی مسائل بهینه‌سازی غیرخطی و مقید و مسائل کنترل بهینه است. این روش با استفاده از الگوریتم برنامه‌ریزی غیرخطی و گسسته‌سازی دینامیک‌های مسیر به حل مساله بهینه‌سازی می‌پردازد [۱۷]. روش برنامه‌ریزی مربعی متوالی، روشی مبتنی بر گرادیان است و دقت، سرعت و عملکرد مناسب آن در حل مسائل بهینه‌سازی غیرخطی، از مزایای این روش نسبت به سایر روش‌های بهینه‌سازی غیرخطی است. این روش، تعمیم روش نیوتن برای تحلیل مسائل

حمله صفر است. در ابتدای ناحیه ۲، مرحله عبور از زاویه فراز ۹۰ درجه بوده که زاویه حمله منفی شده و زاویه مسیر کاهش می‌یابد. در این بازه زمانی، اندازه زاویه حمله معمولاً از ۵ درجه تجاوز نمی‌کند [۲۲]. ناحیه ۳، ناحیه چرخش ثقلی است. با افزایش سرعت ماهواره‌بر، زاویه حمله به آرامی کاهش یافته و وقتی فشار دینامیکی به قله نزدیک می‌شود، چرخش ثقلی شروع می‌شود. بنابراین در بخشی از ناحیه ۲ و ۳، که در جو غلیظ قرار دارد، زاویه حمله تقریباً صفر بوده و زاویه فراز معادل زاویه مسیر می‌شود. این کار برای عبور از حداکثر فشار دینامیکی ضروری است. با محدود کردن زاویه حمله در فشار دینامیکی حداکثر، عملاً بارهای دینامیکی عمودی وارده بر موشک محدود می‌شود. بنابراین برای کاهش بارهای عمودی وارده بر بدنه موشک، محدود شدن زاویه حمله به نزدیکی صفر بسیار ضروری است.



شکل ۳. دیاگرام نحوه استخراج برنامه زاویه فراز

بهینه

غیرخطی غیرمقید است. در روش نیوتن، گام بعدی پاسخ در همسایگی نقطه جاری و با حداقل کردن یک مدل مربعی از مساله بدست می آید. در واقع الگوریتم برنامه ریزی مربعی متوالی، تابع هدف را با یک تقریب مربعی از آن و قیود حاکم بر مساله را با تقریب‌های خطی آنها جایگزین کرده و سپس آن را حل می کند. این روش برای مسائل بهینه سازی بزرگ و کوچک مناسب بوده و در مواجهه با مسائل بهینه سازی غیرخطی، عملکرد بسیار خوبی از خود نشان می دهد. در مجموعه نرم افزارهایی نظیر اپتیمیا، متلب و برنامه ریزی مربعی متوالی از این روش تحلیل استفاده شده است [۲۳].

هدف از حل مسائل بهینه سازی مقید، در هر قدم از بهینه سازی، کاهش مقدار تابع هزینه و نزدیک شدن به شرایط ارضای قیود مساله است. در اغلب موارد، دست یابی به این دو هدف به طور همزمان میسر نمی شود. الگوریتم برنامه ریزی مربعی بر اساس ایده نیوتن و بسط مرتبه دوم سری تیلور تابع حاصل شده است. این بسط به صورت زیر قابل بیان است [۲۴]:

$$p(\underline{x}, \underline{v}) = f(\underline{x}) + \sum_{i \in \mathcal{X}} v_i |c_i(\underline{x})| + \sum_{i \in \mathcal{I}} v_i \max(c_i(\underline{x}), 0) \quad (10)$$

که در این صورت بر اساس ایده نیوتن، بردار پارامترهای جهت \underline{d} ، با صفر کردن جملات دوم و سوم رابطه فوق حاصل می شود. تفاوت نرم افزارهای مختلفی که از روش برنامه ریزی مربعی متوالی استفاده می کنند، اختلاف در تابع جریمه آنها است که به شرایط و مشخصات مساله

بهینه سازی تعیین شده برای آنها بستگی دارد. در نظر گرفتن جملات دوم و سوم در تابع جریمه فوق، سبب تسریع در همگرا شدن پاسخ مساله بهینه سازی خواهد شد.

۷- شبیه سازی و تحلیل نتایج

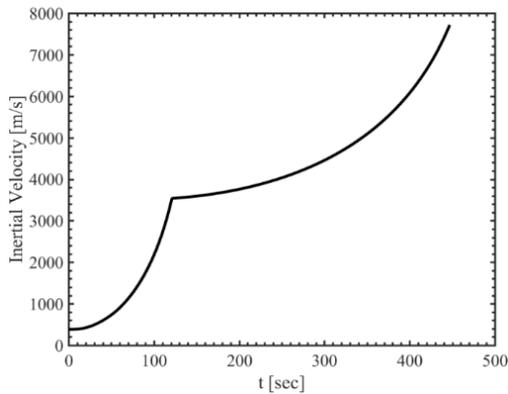
الگوریتم بهینه سازی مسیر و دست یابی به برنامه زمانی زاویه فراز بهینه، بر اساس روش بهینه سازی غیرخطی برنامه ریزی مربعی متوالی توسعه یافته و پیاده سازی شده است. بستر نرم افزاری تهیه شده، امکان اعمال قیود نهایی نقطه تزریق مسیر پرواز و همچنین قیود حاکم بر زاویه حمله در طول پرواز را داراست. علاوه بر این، امکان اعمال سایر قیود حاکم بر مسیر (نظیر قیود حرارت و ...) نیز در این بستر نرم افزاری میسر می باشد. علاوه بر این، در بستر نرم افزاری تهیه شده، امکان بهینه سازی مسیر ماهواره برهای چندمرحله ای وجود دارد. با استفاده از این تابع، الگوریتم بهینه سازی مسیر یک ماهواره بر نوعی با جرم کل اولیه (m_0^1) ۵۰ تن توسعه یافته است.

این ماهواره بر دارای زمان سرش نبوده و موتور پیشرانش هر یک از مراحل دوم و سوم، بلافاصله پس از جدایش

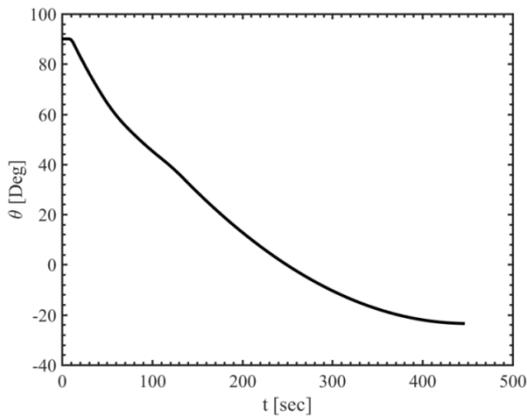
مرحله قبلی آن شروع بکار می کند. مقدار بار محموله اولیه این ماهواره بر، قبل از فرایند بهینه سازی، ۱۷۰ کیلوگرم بوده و مدار تزریق آن دایروی و در ارتفاع پایین ۵۰۰ کیلومتری است. وزن فیرینگ محافظ بار محموله، ۲۰ کیلوگرم در نظر گرفته شده است. شرایط اولیه زیر برای حل معادلات دینامیک پرواز در نظر گرفته شده است:



در شکل ۶، برنامه زمانی فراز بهینه بر اساس بهینه‌سازی مسیر انجام شده، نشان داده شده است. فرم عمومی این منحنی در شکل ۴ نشان داده شده و نواحی مختلف آن تشریح شده است. منحنی زاویه مسیر شکل ۷، شباهت زیادی به منحنی زاویه فراز داشته و در نقطه تزریق، مقدار انتهایی زاویه مسیر بایستی به صفر یا عددی بسیار نزدیک به صفر همگرا شود.



شکل ۵. نمودار سرعت اینرسی موشک حامل سه مرحله‌ای



شکل ۶. تابع زمانی زاویه فراز بهینه موشک حامل

زیرا در نقطه تزریق، بایستی بردار سرعت، همراستا با افق محلی شود. منحنی تغییرات زاویه حمله در شکل ۸ ارائه شده است. این منحنی بر اساس رابطه ۲۱ حاصل شده است. در نظر گرفتن قید بر روی زاویه حمله، در ناحیه ۳ که ناحیه پرواز در جو غلیظ بوده و حداکثر فشار دینامیکی

$$r(0) = 6378136 \text{ m}, \lambda(0) = 53^\circ$$

$$V_I(0) = R_e \omega \cos \phi = 380 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (11)$$

$$\gamma(0) = 90^\circ, m(0) = 50000 \text{ kg}$$

انتگرال‌گیری معادلات دینامیک پرواز موشک حامل ارائه شده در پیوست با استفاده از روش رانگ-کوتای مرتبه ۴ صورت گرفته است. قیود زاویه حمله در نظر گرفته شده برای مساله بهینه‌سازی مسیر ماهواره بر نوعی در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول ۱. قیود بهینه‌سازی مسیر ماهواره بر نوعی

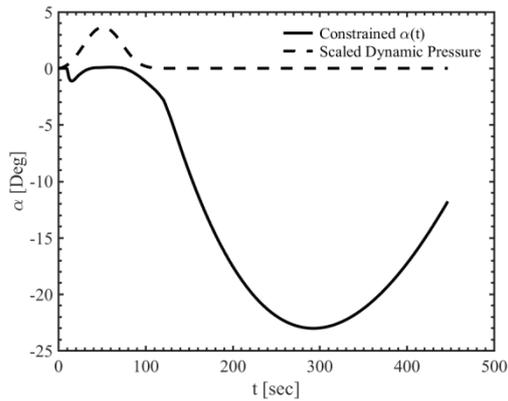
ناحیه ۴	ناحیه ۳	ناحیه ۲	ناحیه ۱	
نامقید	$\leq 0.3^\circ$	$\leq 2^\circ$	0	زاویه حمله

این قیود بر حسب هر یک از نواحی مشخص شده در شکل ۴ بیان شده‌اند. قیود نقطه تزریق نیز برای شرایط نامی در نظر گرفته شده است. تاثیر دینامیک سیستم کنترل بر روی شرایط نقطه تزریق در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲. اثر ثابت زمانی سیستم کنترل در بهینه‌سازی زاویه فراز

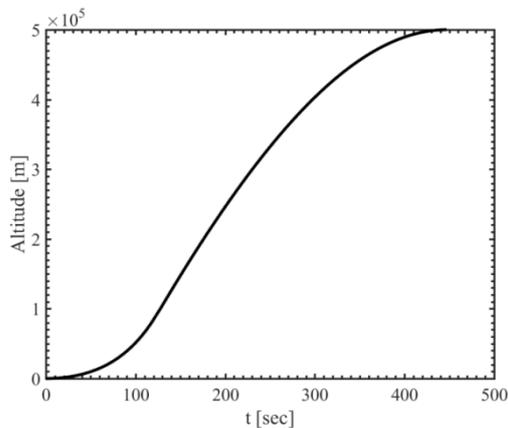
$ \Delta \gamma_f $	$ \Delta V_f $	$ \Delta h_f $	ثابت زمانی
0.33×10^{-3} (deg)	136.18 (ms ⁻¹)	112 m	$\tau_c = 0.5 \text{ s}$
0.28×10^{-3} (deg)	138.75 (ms ⁻¹)	654 m	$\tau_c = 0.7 \text{ s}$

شکل ۵ تغییرات سرعت موشک حامل تا رسیدن به نقطه تزریق را نشان می‌دهد. این تغییرات به علت عدم وجود زمان سُرش، بدون اتلاف بوده و همواره صعودی است.



شکل ۸. منحنی تغییرات زاویه حمله موشک حامل

نتایج دقیق عددی حاصل از شبیه سازی بر اساس قیود جدول ۱، در جداول ۲ و ۳ ارائه شده است.



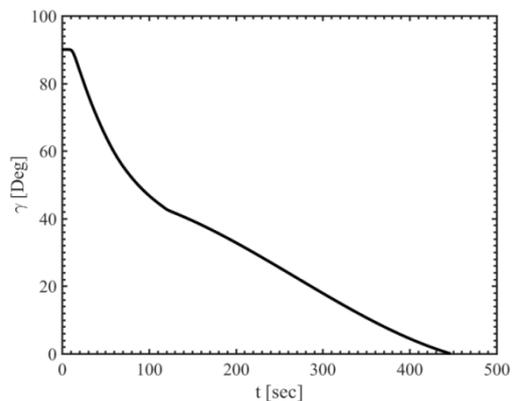
شکل ۹. منحنی تغییرات ارتفاع موشک حامل

با توجه به شکل ۱۰، حداکثر فشار دینامیکی در بازه زمانی ۴۵ تا ۵۰ ثانیه رخ می دهد. بنابراین زاویه حمله موشک بایستی در بازه زمانی مناسب اطراف این بازه زمانی، نزدیک صفر باشد. برای این منظور، بازه زمانی ۴۰ درصدی حداکثر فشار دینامیکی در نظر گرفته شده است.

به موشک وارد می شود، ضروری است. با محدود کردن زاویه حمله در فشار دینامیکی حداکثر، عملاً حاصلضرب این دو پارامتر محدود می شود. به این ترتیب می توان اثر بارهای وارده بر سازه موشک را با محدود کردن زاویه حمله، کاهش داد.

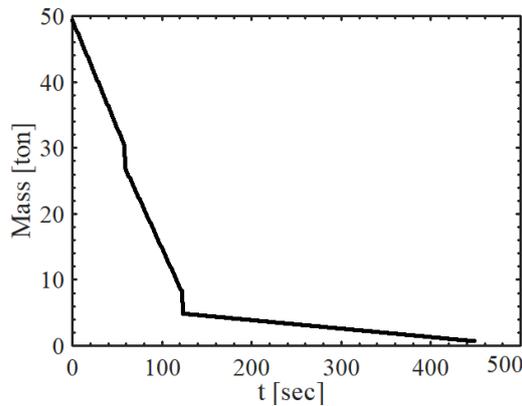
نرخ تغییرات جرم موشک برای هر مرحله از مسیر پرواز موشک، تقریباً ثابت بوده و بنابراین منحنی تغییرات جرم موشک در هر مرحله به صورت خطی کاهش می یابد. در شکل ۹ منحنی تغییرات ارتفاع موشک نشان داده شده است که بر اساس قید در نظر گرفته شده برای آن، ارتفاع مطلوب حاصل شده است.

بر اساس شبیه سازی های انجام شده، نشان داده شد که شرایط قیود حاکم بر مساله بهینه سازی ارضاء شده و برنامه فراز بهینه بر اساس حل مساله بهینه سازی مقید غیرخطی حاصل شده است.



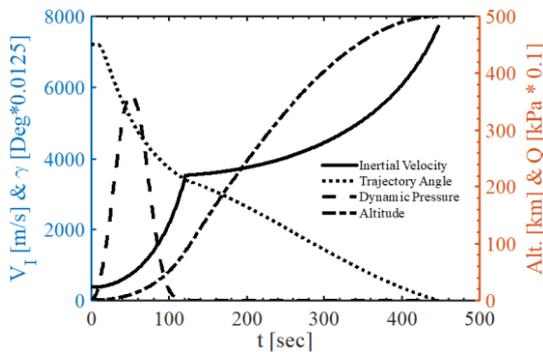
شکل ۷. تابع زمانی زاویه مسیر موشک حامل

جرمی فاز اول و دوم مشابه یکدیگر بوده و تغییرات جرمی فاز سوم متفاوت است.



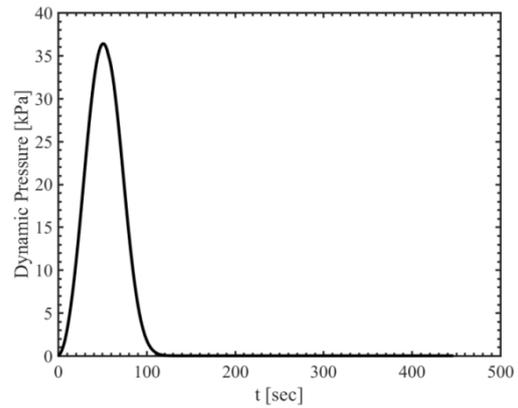
شکل ۱۲. منحنی تغییرات جرم ماهواره‌بر

در شکل ۱۳ نیز متغیرهای مختلف پروازی ماهواره‌بر در کنار هم ترسیم شده‌اند تا نتایج بهینه‌سازی ملموس‌تر باشد. همانگونه که در شکل مشخص است، بیشترین فشار دینامیکی در فاز اول رخ می‌دهد که بر اساس نتایج شکل ۱۱، مشکل آیرودینامیکی برای ماهواره‌بر بروز نخواهد کرد.



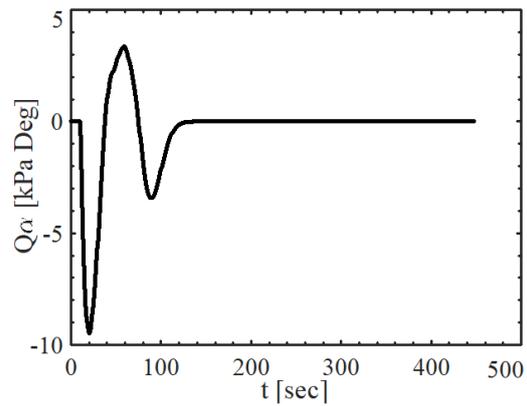
شکل ۱۳. منحنی متغیرهای پروازی ماهواره‌بر

برای بررسی اثر دینامیک کنترل بر روی منحنی زاویه حمله، در شکل ۱۴، منحنی تغییرات زاویه حمله، به ازای مقادیر مختلف ثابت زمانی دینامیک کنترل نشان داده شده است. اصولاً در نظر گرفتن تاخیر در دینامیک کنترل می‌تواند سبب افزایش دقت هدایت و واقعی شدن برنامه فراز حاصله می‌شود. نکته دیگر اینکه سایر



شکل ۱۰. منحنی تغییرات فشار دینامیکی موشک حامل

در شکل ۱۱، منحنی حاصلضرب فشار دینامیکی در زاویه حمله ارایه شده است. با توجه به گزارش ارزیابی عملکرد ماهواره‌بر ساترن ناسا، حداکثر مقدار حاصلضرب مجاز برای عبور ماهواره‌بر از جو غلیظ در حدود ۲۴ کیلوپاسکال درجه است [۲۵].

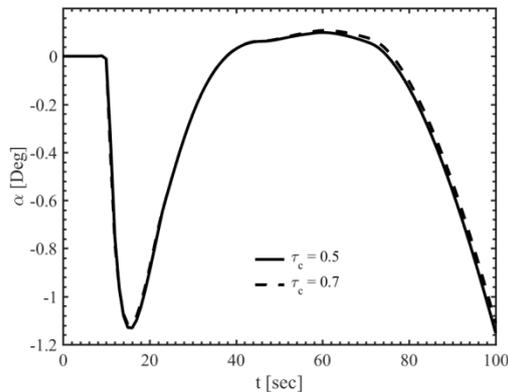


شکل ۱۱. منحنی حاصلضرب فشار دینامیکی در زاویه حمله

نتایج حاصل از شبیه‌سازی نشان می‌دهد که مقادیر حداکثر این نمودار از مقدار ۲۴ کیلوپاسکال درجه تجاوز نمی‌کند و سازه ماهواره‌بر برای عبور از جو غلیظ با مشکل روبرو نخواهد شد.

در شکل ۱۲، منحنی تغییرات جرمی ماهواره‌بر در سه فاز مختلف آن به نمایش در آمده است. همانگونه که در شکل مشخص است، تغییرات

گرفته شده در بهینه سازی مسیر را ارضا کرده و به پاسخ بهینه همگرا شده است.



شکل ۱۴. منحنی تغییرات زاویه حمله به ازای ثابت زمانی‌های مختلف

۸- نتیجه گیری

در این مقاله، بهینه‌سازی مسیر و جرم یک ماهواره بر نوعی حداکثر کردن بار محموله آن صورت گرفت. هدف از این کار، تدوین روش هدفمند بهینه‌سازی مسیر و جرم و استخراج تابع زمانی برنامه فراز بهینه موشک ماهواره بر نوعی جهت تزریق بار محموله بهینه در ارتفاع ۵۰۰ کیلومتری از سطح زمین بوده است. این تابع زمانی، به عنوان قانون هدایت پیش‌تنظیم مورد استفاده قرار خواهد گرفت. عملیات بهینه‌سازی مسیر در صفحه فراز و بر اساس معادلات غیرخطی و مقید حاکم بر دینامیک پرواز ماهواره بر صورت گرفت. در بهینه‌سازی صورت گرفته، قید اصلی بر روی زاویه حمله و کاهش فشار دینامیکی بر ماهواره بر بوده است.

۹- پیوست - مدل‌سازی موشک ماهواره بر

توصیف معادلات دینامیکی پرواز بر اساس معادلات حرکت نیوتنی بیان شده و بسط داده می‌شوند. این معادلات حرکت، فقط در دستگاه اینرسی صادق بوده و بیان این معادلات در هر

قیود در نظر گرفته شده برای هر یک از پارامترهای بهینه‌سازی مسیر بر روی منحنی زاویه حمله تاثیرگذارند. به همین علت، زاویه حمله در ناحیه ۲، از $1/2$ - درجه تجاوز نکرده است. در حالی که حداقل قید در نظر گرفته شده برای آن، ۲- درجه است. علاوه بر این، مقدار افزایش مجاز بار محموله برای هر یک از ثابت زمانی‌های دینامیک کنترل به ترتیب برابر $11/17$ و $13/34$ کیلوگرم حاصل شده است. در صورتی که هیچ قیدی در این ناحیه بر روی زاویه حمله در نظر گرفته نشود، افزونگی مجاز بار محموله به $54/98$ افزایش می‌یابد.

جدول ۳. مقایسه نتایج شبیه‌سازی با مقادیر نامی مسیر پرواز

پارامتر	مقادیر نامی	نتایج شبیه‌سازی
سرعت تزریق	7578.6 (ms-1)	7587.5 (ms-1)
زاویه مسیر تزریق	0	2×10^{-4} (deg)
ارتفاع تزریق	500 (km)	499.88 (km)
اندازه زاویه حمله ناحیه ۲	$\leq 2^\circ$	1.15°
اندازه زاویه حمله ناحیه ۳	$\leq 0.3^\circ$	0.2°

بنابراین هر چه شرایط و قیود مساله بهینه‌سازی مسیر، سخت‌گیرانه اتخاذ شود، بهینه‌سازی جرم بار محموله به پاسخ کوچکتری، محدود و همگرا می‌شود.

مقایسه صورت گرفته از نتایج شبیه‌سازی با مقادیر نامی مورد نظر در جدول ۳ نشان می‌دهد که بهینه‌سازی انجام شده تمامی شرایط در نظر



دستگاه دیگری بر اساس ماتریس های دوران مناسب امکان پذیر است. سایر دستگاه های مختصات استفاده شده، دستگاه های واسطی هستند که در تحلیل و تجسم فیزیکی پرواز ماهواره بر مفید و کارگشا هستند. علاوه بر این، فرضیات ساده کننده دیگری نیز در توصیف معادلات حرکت و بررسی رفتار دینامیکی پرواز در نظر گرفته می شود که دست یابی به معادلات حرکت ماهواره بر را ساده تر می کند. برای مثال می توان به فرضیاتی نظیر کروی بودن زمین، نیروی گرانش کروی و نقطه ای بودن جرم ماهواره بر اشاره کرد. هر چه فرضیات ساده کننده مدل سازی بیشتر شود، معادلات دینامیک حاصل شده دور از مدل واقعی بوده و معتبر نخواهد بود. بنابراین فرضیات ساده کننده در استخراج معادلات دینامیکی به گونه ای در نظر گرفته می شود که خطای مدل حاصله نسبت به مدل واقعی حداقل مقدار را داشته و قابل اغماض باشد. معادلات حاکم بر حرکت موشک ماهواره بر، بر اساس معادلات نیوتنی پایه گذاری شده و اساس این معادلات نیز مبتنی بر معادله حرکت کپلر است [۱۶]:

$$\ddot{\underline{r}} + \frac{\mu}{r^3} \underline{r} = \underline{a}_d \quad (12)$$

که \underline{r} بردار موقعیت موشک ماهواره بر و μ ثابت استاندارد وابسته به گرانش است. بردار \underline{a}_d بیانگر بردار شتاب اغتشاشی وارده بر موشک بوده و معادل مجموع نیروهای خارجی وارده بر آن است. در صورتی که هیچ نیروی خارجی بر موشک اعمال نشود، در این صورت تنها نیروی اعمالی به آن ناشی از نیروی جاذبه خواهد بود:

$$\ddot{\underline{r}} + \frac{\mu}{r^3} \underline{r} = \underline{0} \Rightarrow \ddot{\underline{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \underline{r} = \underline{G} \quad (13)$$

بردار \underline{G} ، بردار شتاب جاذبه وارده بر موشک است. مدل در نظر گرفته شده در این مقاله بر اساس معادلات حرکت موشک حامل در دستگاه کروی بوده و فرضیاتی نظیر کروی بودن زمین و نقطه ای بودن جرم موشک در نظر گرفته شده است. اندازه شتاب جاذبه نیز تابعی از ارتفاع بوده و به صورت زیر بیان می شود:

$$g = g_0 \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 \quad (14)$$

با در نظر گرفتن شکل ۱۲، معادلات حرکت موشک ماهواره بر در صفحه فراز و با در نظر گرفتن دستگاه مختصات کروی به صورت زیر قابل بیان است [۲۶]:

$$\frac{dr}{dt} = V \sin \gamma \quad (15)$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{V \cos \gamma}{r} \quad (16)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{T \cos \alpha - D}{m} - g \sin \gamma + \omega^2 r \sin \gamma \quad (17)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{T \sin \alpha + L}{mV} + \left(\frac{V}{r} - \frac{g}{V} \right) \cos \gamma + 2\omega \frac{\omega^2 r \cos \gamma}{V} \quad (18)$$

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{T}{I_{sp} g_0} \quad (19)$$

زوایای γ و α نیز به ترتیب زاویه مسیر و زاویه حمله موشک نامیده می شوند. زاویه حمله α در دستگاه بدنی موشک و زاویه مسیر γ در دستگاه مختصات محلی محاسبه می شوند. زاویه θ ، زاویه مسافت بوده و در محاسبه زاویه فراز تاثیرگذار است.

هوا، تابعی نمایی از ارتفاع بوده و به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\rho = \rho_0 e^{\left(-\frac{h}{h_0}\right)} \quad (24)$$

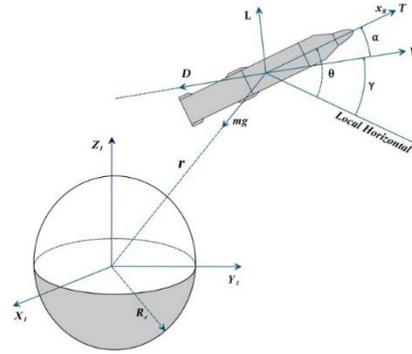
پارامترهای ρ_0 و h_0 نیز به ترتیب چگالی اولیه هوا و ارتفاع در نقطه پرتاب هستند. ضرایب آیرودینامیکی C_L و C_D دارای فرمول بسته نبوده و برای هر موشک بر اساس اطلاعات جمع آوری شده از تست‌های آیرودینامیکی، معمولاً به صورت توابعی از زاویه حمله و عدد ماخ، تقریب زده می‌شوند [27]:

$$C_L = C_{L_0} + C_{L_\alpha} \alpha + C_{L_{\alpha^2}} \alpha^2 \quad (25)$$

$$C_D = C_{D_0} + K_L C_L^2 \quad (26)$$

۹- منابع

- [1] *Launch vehicle handbook: Compilation of launch vehicle performance and weight data for preliminary planning purposes.* NASA Technical Memorandum, 1961.
- [2] A. Tewari, *Advanced Control Of Aircraft, Spacecraft and Rockets.* John Wiley & Sons Corporation, 2011.
- [3] R. Jamilnia and A. Naghash, "Optimal guidance based on receding horizon control and online trajectory optimization," *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 26, no. 4, pp. 786-793, 2011.
- [4] F. M. Villanueva, H. Linshu, A. F. Rafique, and T. Rahman, "Small launch vehicle trajectory profile optimization using hybrid algorithm," presented at the Applied Sciences and Technology (IBCAST), 2013 10th International Bhurban Conference on, 2013.
- [5] S. Akhtar and H. Linshu, "Simulation-based Optimization strategy for liquid fueled multi-stage space launch vehicle," presented at the Sixth International Conference on Parallel and Distributed Computing Applications and Technologies, 2005.
- [6] F. M. Villanueva, H. Linshu, and X. Dajun, "Small Solid Propellant Launch Vehicle Mixed Design Optimization Approach," *journal of Aerospace*



شکل ۱۲. توصیف حرکت موشک حامل در صفحه فراز

پارامترهای λ ، r و ω به ترتیب بیانگر موقعیت، طول جغرافیایی و سرعت زاویه‌ای زمین هستند. زاویه θ ، زاویه فراز موشک بوده و به صورت زیر بدست می‌آید [۶]:

$$\theta = \alpha + \gamma - \vartheta \quad (20)$$

پارامتر V بیانگر سرعت نسبی موشک حامل در دستگاه محلی است. بنابراین با استفاده از تبدیل مختصات، می‌توان سرعت موشک در دستگاه اینرسی زمین ثابت را به صورت زیر بدست آورد:

$$V_I = \sqrt{V^2 + V_i^2 + V_j^2} = \sqrt{\frac{\mu}{r}} \quad (21)$$

$$V_i = \omega r \cos \phi$$

$$V_j = 2 V \omega r \cos \phi \cos \lambda \cos \psi$$

پارامتر ϕ ، عرض جغرافیایی و ψ ، زاویه سمت در دستگاه مختصات محلی است. نیروهای آیرودینامیکی وارده به موشک، تابعی از سرعت نسبی و ارتفاع پروازی آن بوده و به صورت زیر قابل محاسبه هستند:

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S_{ref} C_D \quad (22)$$

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 S_{ref} C_L \quad (23)$$

ضرایب ρ و S_{ref} به ترتیب چگالی اتمسفر و مساحت سطح مرجع موشک است. چگالی اتمسفر

- Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 10, no. 4, pp. 338-342, 1987.
- [19] D. A. Shaver and D. G. Hull, "Advanced launch system trajectory optimization using suboptimal control," *Guidance, Navigation and Control Conference (AIAA)*, AIAA pp. 892-901, 1990.
- [20] B. N. Suresh and K. Sivan, *Integrated Design for space Transportation system*. Springer, 2015.
- [21] W. Leite Filho, "Control system of Brazilian launcher," presented at the Spacecraft Guidance, Navigation and Control Systems, 2000.
- [22] V. A. Feodosev, *Introduction to Missile Desgin*. Khajeh Nasir Toosi University Publication, 1378 [Translated by Prof. J. Roshanian et al.].
- [23] J. J. More, S. J. Wright, and P. M. Pardalos, *Optimization Software Guide*. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), 1993.
- [24] A. V. Rao, "A survey of numerical methods for optimal control," *Advances in the Astronautical Sciences*, vol. 135, no. 1, pp. 497-528, 2009.
- [25] S. C. Krausse, "Saturn V AS-507 "G" Mission launch vehicle operational flight trajectory analysis," 1969.
- [26] N. Vinh, *Optimal trajectories in atmospheric flight*. Elsevier, 2012.
- [27] A. Tewari, *Atmospheric and Space Flight Dynamics: modeling and simulation with matlab and simulink*. Springer, 2007.
- technology and Management*, vol. 6, no. 3, pp. 291-300, 2014.
- [7] S. C. W. Steele, "Optimal engine selection and trajectory optimization using genetic algorithms for conceptual design optimization of reusable launch vehicles," Virginia Tech, 2015.
- [8] B. Conway, *Spacecraft Trajectory Optimization*. Cambridge University Press, 2010.
- [9] D. L. Lawden, *Analytical Methods of Optimization*. Dover Publication INC., 1975.
- [10] J. T. Betts, "Survey of numerical methods for trajectory optimization," *Journal of guidance, control, and dynamics*, vol. 21, no. 2, pp. 193-207, 1998.
- [11] A. Tavvakoli, M. N. Sokhan, J. Roshanian, and M. Mirshams, "Constrained Optimization of launch vehicle Trajectory using Spline and Bezier Curves," *Journal of Space Science and Technology*, vol. 2, no. 4, 1388.
- [12] M. J. Poustini, R. Esmaelzadeh, and A. Adami, "A new approach to trajectory optimization based on direct transcription and differential flatness," *Acta Astronautica*, vol. 107, pp. 1-13, 2015.
- [13] F. Teren and O. F. Spurlock, *Payload Optimization of Multistage Launch Vehicles*. NASA Technical Note, January 1966.
- [14] I. M. Ross, C. Souza, F. Fahroo, and J. B. Ross, "A fast approach to multi-stage launch vehicle trajectory optimization," presented at the Guidance, Navigation, and control conference and Exhibition, 2003.
- [15] W. Roh and Y. Kim, "Trajectory optimization for a multi-stage launch vehicle using time finite element and direct collocation methods," *Engineering optimization*, vol. 34, no. 1, pp. 15-32, 2002.
- [16] J. T. Betts, "Very low-thrust trajectory optimization using a direct SQP method," *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 120, no. 1, pp. 27-40, 2000.
- [17] J. T. Betts and W. P. Huffman, "Path-Constrained Trajectory Optimization Using Sparse Sequential Quadratic Programming," *Journal Of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 16, pp. 59-68, 1993.
- [18] C. R. Hargraves and S. W. Paris, "Direct trajectory optimization using nonlinear programming and collocation," *Journal of*

