

طراحی کنترل پیش‌بین مدل مبتنی بر تیوب به منظور کنترل وضعیت یک ماهواره انعطاف‌پذیر

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۴/۰۶

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۴/۰۳

سینا فخری‌فر^۱، حسین بلندی^{۲*}، محمد فتحی^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده فناوری‌های نوین، گروه فناوری ماهواره، دانشگاه علم و صنعت ایران

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران، h_bolandi@iust.ac.ir

۳- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران

چکیده

در یک ماهواره‌ی انعطاف‌پذیر، سیستم کنترل وضعیت باید قادر باشد ضمن تضمین عملکرد بالا، بر غیرخطی‌گری‌ها و نامعینی‌های ذاتی بدنه صلب و ملحقات انعطاف‌پذیر و همچنین اغتشاشات خارجی فائق آید. علاوه بر آن، قابلیت اکنای قیود عملیاتی و فیزیکی در طراحی سیستم کنترل وضعیت و اتخاذ تصمیمات کنترلی با رویکردی بهینه با توجه به محدودیت‌های منابع موجود در پروژه‌های فضایی، از اهمیت بسیاری برخوردارند. به منظور برآورده‌سازی همزمان چنین اهدافی، در این مقاله به طراحی یک کنترل‌کننده‌ی پیش‌بین مدل مبتنی بر تیوب به عنوان سیستم کنترل وضعیت ماهواره‌ی انعطاف‌پذیر پرداخته شده است. با انجام مطالعات شبیه‌سازی، نشان داده شده است که سیستم کنترلی پیشنهادی طراحی شده بر اساس دینامیک خطی‌سازی شده سیستم، به دلیل ویژگی‌های ذاتی مجموعه‌های تغییرناپذیر مقاوم خود قادر است تا علاوه بر تحمل اغتشاشات خارجی، غیرخطی‌گری‌ها و نامعینی‌های ذاتی یک ماهواره‌ی انعطاف‌پذیر، قیود کنترلی تعریف شده را نیز برآورده سازد و به عملکرد کنترلی بالایی دست یابد.

واژه‌های کلیدی: کنترل وضعیت ماهواره انعطاف‌پذیر - کنترل پیش‌بین مقاوم مبتنی بر تیوب - بهینه‌سازی مقید - مجموعه تغییرناپذیر مقاوم

۴۵

سال ۱۳ - شماره ۲

پلیز و زمستان ۱۴۰۳

نشریه علمی

دانش و فناوری هوا فضا



Designing a tube-based MPC to control the attitude of a flexible satellite

Sina Fakhri¹, Hossein Bolandi^{2*}, Mohammad Fathi³

1- MSc Student, Faculty of New Technol, Iran University of Science and Technology, Iran.

2- Associate Professor, Faculty of electrical engineering, Iran University of Science and Technology, Iran, h_bolandi@iust.ac.ir.

3- Phd Student, Faculty of electrical engineering, Iran University of Science and Technology, Iran.

Abstract

In a flexible satellite, the attitude control system must be able to overcome the inherent nonlinearities and uncertainties of the rigid body and flexible appendages, as well as external disturbances, while guaranteeing high performance. In addition, the capability of persuading the operational and physical constraints in the designed attitude control system and making control decisions with an optimal approach considering the limitations of the available resources in space projects are very important. In order to simultaneously meet such goals, this paper presents a tube-based model predictive controller as a flexible satellite attitude control system. Simulation studies have shown that the proposed control system designed based on the linearized dynamics of the system, due to the inherent properties of robustness of invariant sets, is capable of meeting the defined control constraints in addition to tolerating external disturbances, nonlinearities, and inherent uncertainties of a flexible satellite.

Keywords: attitude control of flexible satellite, tube-based robust model predictive control, Constrained optimization, robust invariant sets.

۱. مقدمه

عملکرد یک ماهواره در فضا و انجام موفقیت آمیز ماموریت فضایی به عوامل متعددی از جمله قابلیت تامین توان مورد نیاز ماهواره، قابلیت برقراری ارتباط مخابراتی با نرخ تبادل داده‌ی مناسب و قابلیت انجام مانوردهی سریع وضعیتی و مداری وابسته است. برآورده‌سازی چنین اهدافی در بسیاری از مواقع، طراحان را ملزم به استفاده از پنل‌های خورشیدی، آنتن‌های بزرگ و مخازن سوختی در ماهواره می‌سازد [۱-۲]. اگرچه با استفاده از چنین ملحقاتی در ماهواره، اهداف مورد نظر در تامین توان، نرخ تبادل داده و قابلیت مانوردهی سریع برآورده می‌گردند، باید توجه داشت که پروژه‌های فضایی با محدودیت‌هایی مواجه هستند که از جمله مهمترین آن‌ها می‌توان به بودجه‌ی جرمی در دسترس اشاره نمود [۳]. به منظور برآورده‌سازی بودجه جرمی در ماهواره‌ها، طراحان ملزم به کاهش ضخامت تجهیزات و همچنین پنل‌های خورشیدی و آنتن‌های بازشونده هستند که این امر منجر به پدیدار شدن ماهیت انعطاف‌پذیری در ساختار این ملحقات می‌گردد. بسته به اهداف هر سازمان، دلایل مختلفی مانند پیچیده‌تر بودن ماموریت‌های فضایی، استفاده از ساختارهای متحرک سبک، قابلیت تنظیم مجدد مکانیزم‌ها، امکان تطبیق مشخصات ماهواره با پروفایل‌های تجاری جدید و همچنین محدود کردن ریسک مالی باعث روی آوردن به استفاده از ساختارهای انعطاف‌پذیر در ماهواره‌ها می‌گردد. کنترل وضعیت یک ماهواره انعطاف‌پذیر با چالش‌های بیشتری نسبت به کنترل وضعیت یک ماهواره‌ی صلب همراه است [۴]. در ماهواره‌های

انعطاف‌پذیر، وجود جفت‌شدگی^۱ میان بدنه صلب مرکزی ماهواره با ملحقات انعطاف‌پذیر سبب می‌گردد تا ایجاد هرگونه ارتعاش در ملحقات، اثرات اغتشاشی خود را در وضعیت ماهواره منعکس نماید. ارتعاشات نامطلوب ملحقات انعطاف‌پذیر می‌توانند تحت تاثیر عوامل گوناگونی از جمله مانورهای وضعیتی یا موقعیتی و اغتشاشات خارجی ایجاد گردند. خصوصیات ملحقات انعطاف‌پذیر از جمله ضریب میرایی، کوپلینگ بین محورها و متغیرها، تعداد موده‌های انعطاف‌پذیر و ...، به طور مستقیم بر طراحی سیستم کنترلی تاثیرگذار هستند. علاوه بر آن، وجود چنین ارتعاشات نامطلوبی در ملحقات انعطاف‌پذیر سبب می‌گردد تا ممان اینرسی این ملحقات رفتاری متغیر با زمان داشته باشد [۵]. بنابراین، در ماهواره‌های انعطاف‌پذیر ممان اینرسی همواره با میزانی از نامعینی همراه خواهد بود. چنانچه در طراحی سیستم کنترل وضعیت یک ماهواره‌ی انعطاف‌پذیر، از تاثیر ارتعاشات نامطلوب ملحقات و همچنین وجود نامعینی در ممان اینرسی ماهواره غفلت شود، این عوامل عملکرد سیستم کنترلی طراحی شده را تضعیف خواهند نمود و حتی می‌توانند منجر به ناپایداری وضعیتی گردند.

از سوی دیگر، با توجه به آنکه در انجام ماموریت‌های فضایی همواره قیودی فیزیکی و عملیاتی بر سیستم حاکم است، لذا قابلیت اکنای چنین قیودی در طراحی سیستم کنترل وضعیت یک ماهواره انعطاف‌پذیر بسیار حائز اهمیت است [۶]. علاوه بر آن، با توجه محدودیت‌های منابع در ماهواره، اتخاذ تصمیمات کنترلی با رویکرد بهینه



توسط سیستم کنترل وضعیت یک ماهواره از اهمیت بسیار زیادی برخوردار است. کنترل پیش‌بین مدل به دلیل ویژگی‌های ذاتی خود قادر است اهداف اتخاذ تصمیمات کنترلی با رویکرد بهینه ضمن برآورده‌سازی قیودی فیزیکی و عملیاتی حاضر در ماموریت، را بر آورده سازد. استفاده از این کنترل‌کننده چه در حوزه آکادمیک چه در حوزه صنعتی توسط محققان بسیاری پیشنهاد شده است [۷-۹]. با این وجود، از آنجا که کنترل‌کننده‌ی پیش‌بین مدل یک سیستم کنترلی مبتنی بر مدل به شمار می‌رود، لذا صرفاً در شرایطی که مدل صحیح سیستم را در اختیار داشته باشد قادر به ارائه‌ی عملکرد ایده‌آل خود می‌باشد. این در حالیست که یک ماهواره‌ی انعطاف‌پذیر، علاوه بر غیرخطی‌گری‌ها، نامعینی‌ها و اغتشاشات خارجی ماهواره‌های صلب، با جفت‌شدگی میان بدنه مرکزی با ملحقات انعطاف‌پذیر، ارتعاشات نامطلوب ملحقات و نامعینی متغیر با زمان ممان اینرسی ملحقات نیز مواجه است که این امر سبب می‌گردد نتوان یک مدل صریح و نامی را برای آن تعریف نمود.

با توجه به توضیحات ارائه شده، چالش‌های اصلی کنترل وضعیت ماهواره‌های انعطاف‌پذیر را می‌توان تأثیرات ناشی از اغتشاشات خارجی، نامعینی در ممان اینرسی، جفت‌شدگی شدید میان رفتار دینامیکی ملحقات انعطاف‌پذیر و بدنه اصلی ماهواره و همچنین بروز ارتعاشات نامطلوب ناشی از تحریک مودهای انعطاف‌پذیر ملحقات دانست [۵، ۸-۹]. وجود چنین چالش‌هایی و تأثیر آن‌ها در عملکرد سیستم کنترلی، طراحان را ملزم می‌سازد تا از راهکارهای کنترلی پیچیده‌تر و مقاوم‌تر استفاده نمایند تا بدین ترتیب علیرغم

وجود چنین چالش‌هایی، قادر به تضمین عملکرد بالای سیستم کنترلی باشند.

در زمینه طراحی سیستم کنترل وضعیت برای ماهواره‌های انعطاف‌پذیر، گروهی از محققان تمرکز خود را بر روی قابلیت اتخاذ تصمیمات کنترلی با رویکردی بهینه ضمن برآورده‌سازی قیود عملیاتی موجود باشد، منعطف ساخته‌اند که جمله آن می‌توان به [۱۰-۱۲] اشاره نمود. در [۱۰] یک طرح کنترل پیش‌بین مدل سریع^۱ برای کنترل وضعیت یک ماهواره صلب-انعطاف‌پذیر ارائه شده است که قادر به لحاظ نمودن قیود عملیاتی سیستم در اتخاذ تصمیمات کنترلی می‌باشد. در این کار، با ایجاد تغییر در متغیرهای ورودی به منظور کاهش بار محاسباتی مورد نیاز جهت حل برنامه‌ریزی درجه دوم^۲، روشی برای تسریع مسئله بهینه‌سازی آنلاین ارائه گردیده است. در [۱۱] محققان از کنترل‌کننده پیش‌بین مدل به منظور کنترل وضعیت ماهواره انعطاف‌پذیر با مانور چرخشی تک محوره با زاویه بزرگ استفاده گردیده و از الگوریتم ژنتیک برای تنظیم کنترل‌کننده به صورت آفلاین بهره گرفته شده است. در [۱۲] نیز استفاده از رویکرد کنترل پیش‌بین مدل با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی OSQP به منظور کنترل وضعیت یک فضایمای انعطاف‌پذیر در طول شلیک تراستر پیشنهاد گردیده است. علی‌رغم آنکه در این پژوهش‌ها سیستم کنترلی قادر به اتخاذ تصمیمات کنترلی با رویکرد بهینه و اقتنای قیود عملیاتی مورد نظر می‌باشد، با این وجود کنترل‌کننده‌های پیشنهادی به دلیل ویژگی‌های ذاتی کنترل‌کننده MPC قوام



1 Fast MPC

2 Quadratic programming



اندکی در برابر نامعینی‌ها و اغتشاشات خارجی خواهند داشت.

گروهی دیگر از محققان، در طراحی سیستم کنترل وضعیت برای یک ماهواره انعطاف‌پذیر، تمرکز خود را بر قابلیت قوام کنترل‌کننده در برابر نامعینی‌ها، غیرخطی‌گری و اغتشاشات خارجی منعطف ساخته‌اند. در این حوزه، در [۱۳] کاربرد دو تکنیک H_∞ و تئوری فیدبک کمی^۱ ارائه شده و مزایای آن‌ها برای طراحی کنترل‌کننده مقاوم برای سیستم کنترل وضعیت یک ماهواره با ملحقات انعطاف‌پذیر بزرگ مورد بحث قرار گرفته است. در این مطالعه، از تکنیک تکرار سنتر μ ^۲ استفاده شده است. در [۱۴] به بررسی تأثیر غیرخطی‌گری ناشی از انعطاف‌پذیری پنل‌های خورشیدی در طراحی سیستم کنترل وضعیت یک ماهواره انعطاف‌پذیر پرداخته شده است و نشان داده شده که تغییر پارامترهای سیستم می‌تواند سبب افت عملکردی سیستم حلقه‌بسته گردد که برای رفع این چالش، از تخمین پارامترهای ممان اینرسی ماهواره توسط فیلتر کالمن به عنوان بخشی از طراحی سیستم کنترل وضعیت استفاده شده است. علی‌رغم آنکه چنین کنترل‌کننده‌هایی قوام بسیار خوبی در برابر نامعینی‌ها، غیرخطی‌گری‌ها و اغتشاشات خارجی به نمایش می‌گذارند، اما این سیستم‌های کنترلی قادر به اکنای قیود عملیاتی سیستم و اتخاذ تصمیمات کنترلی با رویکردی بهینه نمی‌باشند. محققان به منظور استفاده هم‌زمان از مزایای اتخاذ تصمیمات کنترلی با رویکرد بهینه، قابلیت لحاظ نمودن قیود فیزیکی و عملیاتی به صورت سیستماتیک و همچنین مقاوم بودن در برابر انواع

اغتشاشات، غیرخطی‌گری‌ها و نامعینی‌ها، استفاده از کنترل‌کننده پیش‌بین مدل مقاوم را پیشنهاد نموده‌اند. کنترل‌کننده پیش‌بین مدل مبتنی بر تیوب^۳ یکی از فرمولاسیون‌های خانواده‌ی کنترل پیش‌بین مدل مقاوم^۴ به شمار می‌رود که هدف آن کاهش پیچیدگی محاسبات آنلاین می‌باشد. مفاهیم کنترل پیش‌بین مدل مبتنی بر تیوب برای اولین بار توسط لانگسون و همکاران در [۱۶] پیشنهاد شد، اما غالباً مرجع [۱۷] بعنوان آغاز رسمی این چارچوب در نظر گرفته می‌شود. اساس این روش، کنترل مقاوم یک سیستم نامعین از طریق دینامیک نامی آن به همراه یک ترم فیدبک افزوده است که قادر به دفع یک اغتشاش جمع‌شونده کراندار می‌باشد. از جمله پژوهش‌هایی که در حوزه طراحی کنترل‌کننده‌ی پیش‌بین مدل مبتنی بر تیوب انجام گردیده می‌توان به [۱۶-۲۴] اشاره نمود. در [۱۵]، استفاده از یک کنترل‌کننده پیش‌بین مدل مقاوم آنلاین بر اساس مدل تطبیقی مرجع (MRAS)، برای سیستم کنترل وضعیت ماهواره صلب پیشنهاد شده است تا سیستم کنترلی قادر به تحمل نامعینی ممان اینرسی و اغتشاشات خارجی و همچنین برآورده‌سازی قیود ورودی باشد. در [۱۸] و [۱۹] استفاده از کنترل پیش‌بین مدل مقاوم مبتنی بر تیوب برای کنترل مانورهای عملیات ملاقات^۵ و مجاورت^۶ مورد بحث قرار گرفته است. در [۲۰] با در نظر گرفتن نامعینی در مدل، استراتژی کنترل پیش‌بین مدل مقاوم مبتنی بر تیوب برای انجام عملیات ملاقات

3 Tube-based MPC
4 Robust MPC
5 Rendezvous
6 proximity

1 Quantitative Feedback Theory
2 μ iteration synthesis

مستقل و پهلوگیری^۱ با ماهواره هدف در یک مدار دایروی اعمال شده است. پایداری این کنترل کننده از طریق نامساوی ماتریس خطی اثبات شده است. در [۲۱]، رویکرد کنترل پیش بین مدل مقاوم مبتنی بر تیوب برای کنترل وضعیت یک ماهواره کوچک در حین انجام یک مأموریت رصد زمین طراحی شده است تا دقت نشانه روی مورد نظر را تضمین کند. محققان در [۲۲] برای مرحله نهایی مانور ملاقات و اتصال، یک استراتژی کنترل مناسب از طریق کنترل پیش بین مدل مقاوم مبتنی بر تیوب طراحی نموده اند که در آن قوام سیستم در صورت وجود اغتشاشات جمع شونده تضمین می شود. در [۲۳] روش کنترل پیش بین مدل مبتنی بر تیوب برای نزدیک شدن فضاپیما به یک ماهواره هدف نوسان کننده آزاد^۲ شامل نامعینی پیشنهاد شده است. در [۲۴] برای مدیریت نامعینی در روند ملاقات خودکار و اتصال با یک هدف غیرهمکار^۳ (به عنوان مثال، یک هدف غلتان) که در آن قیود مهندسی متعدد و شرایط لازم برای پهلوگیری نیز در نظر گرفته شده است، یک روش کنترل پیش بین فیدبک خروجی مقاوم مبتنی بر تیوب پیشنهاد شده است. سیستم کنترلی پیشنهاد شده در این کار از یک تخمینگر حالت پایدار لوئبرگر و یک کنترل پیش بین مدل مبتنی بر تیوب تشکیل شده است.

اگرچه در این پژوهش ها، با استفاده از کنترل پیش بین مدل مبتنی بر تیوب اهداف مورد نظر در اتخاذ تصمیمات کنترلی ضمن حفظ قیود عملیاتی و تحمل غیرخطی گری ها و اغتشاشات

خارجی برآورده شده اند، اما سیستم تحت کنترل در آن ها دینامیک وضعیت ماهواره های صلب بوده است. این در حالیست که استفاده از این کنترل کننده در ماهواره های انعطاف پذیر که با نامعینی و پیچیدگی دینامیکی شدیدتری نسبت به ماهواره های صلب مواجه هستند، تا کنون مورد توجه قرار نگرفته است. مزایای اصلی حاصل از استفاده از این رویکرد کنترلی به منظور سیستم کنترل وضعیت ماهواره انعطاف پذیر را می توان موارد زیر دانست:

قابلیت اتخاذ تصمیمات کنترلی با رویکرد

بهینه: سیگنال های کنترلی تعیین شده توسط رویکرد کنترل پیش بین مدل مبتنی بر تیوب اساساً بر اساس حل یک مسئله بهینه سازی بدست می آیند. تعیین سیگنال های کنترلی وضعیت با رویکرد بهینه برای ماهواره ها که به صورت ذاتی با محدودیت منابع مواجه هستند بسیار حائز اهمیت است.

قابلیت لحاظ نمودن قیود عملیاتی و

فیزیکی: کنترل پیش بین مدل مبتنی بر تیوب قادر است به خوبی قیود فیزیکی و عملیاتی را در تعیین سیگنال های کنترلی لحاظ نماید.

مقاومت در برابر نامعینی ها: ماهواره های

انعطاف پذیر با توجه به ارتعاشات ناخواسته ی محلقات انعطاف پذیر خود، همواره در ممان اینرسی خود با نامعینی ذاتی مواجه هستند. رویکرد کنترل پیش بین مدل مبتنی بر تیوب به دلیل ذات مقاوم خود به خوبی قادر است این نامعینی های ذاتی را تحمل کرده و عملکرد سیستم کنترلی بالایی را به کاربر ارائه نماید.

مقاومت در برابر ارتعاشات نامطلوب

ملحقات انعطاف پذیر: ارتعاشات محلقات

1 Docking
2 Free-tumbling target
3 Non-cooperative target





انعطاف‌پذیر به واسطه‌ی کوپلینگ دینامیکی موجود میان بدنه اصلی ماهواره و ملحقات، به صورت اغتشاشات نامطلوب به بدنه ماهواره‌های انعطاف‌پذیر تحمیل می‌شود. با توجه به آنکه رویکرد کنترل پیش‌بین مدل مبتنی بر تیوب به صورت ذاتی در برابر اغتشاشات مقاومت بالایی دارد، لذا استفاده از این رویکرد کنترلی با در نظر داشتن ارتعاشات نامطلوب ملحقات گزینه‌ای بسیار مناسب به شمار می‌رود.

بار محاسباتی: علاوه بر تمام مزایای مطرح شده برای استفاده کنترل پیش‌بین مدل مبتنی بر تیوب به عنوان سیستم کنترل وضعیت یک ماهواره انعطاف‌پذیر، توجه به این نکته که این رویکرد کنترلی نسبت به سایر رویکردهای کنترل پیش‌بین مدل مقاوم، بار محاسباتی کمتری را طلب می‌کند از منظر عملیاتی بسیار حائز اهمیت و ضروری می‌باشد.

در این پژوهش، استفاده از کنترل‌کننده پیش‌بین مقاوم مبتنی بر تیوب برای کنترل وضعیت ماهواره‌ای انعطاف‌پذیر مقید مجهز به دو پنل خورشیدی انعطاف‌پذیر متقارن که دارای نامعینی در دینامیک و اغتشاش کراندار می‌باشد، مورد ارزیابی و تحلیل قرار خواهد گرفت و عملکرد بسیار خوب این کنترل‌کننده با مطالعه شبیه‌سازی به نمایش گذاشته خواهد شد. ساختار این مقاله بدین شکل سامان یافته است: در بخش دوم، معادلات سینماتیکی و دینامیکی ماهواره‌ی انعطاف‌پذیر تعریف شده است. بخش سوم به طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین مقاوم مبتنی بر تیوب اختصاص یافته است. در بخش چهارم به مطالعه‌ی شبیه‌سازی عملکرد سیستم حلقه‌بسته شامل کنترل‌کننده‌ی پیشنهادی و یک ماهواره‌ی انعطاف‌پذیر عملیاتی پرداخته شده است و در

نهایت بخش ۵ با نتیجه‌گیری از پژوهش به مقاله پایان خواهد داد.

۲. سینماتیک و دینامیک وضعیت ماهواره انعطاف‌پذیر

به منظور توصیف رفتار وضعیتی یک ماهواره انعطاف‌پذیر، لازم است تا دستگاه‌های مختصات مورد نیاز جهت تعریف وضعیت ماهواره تعیین شوند. در این راستا، در این بخش ابتدا به تعریف دستگاه‌های مختصات مورد نیاز پرداخته خواهد شد و در ادامه معادلات سینماتیکی و دینامیکی یک ماهواره‌ی انعطاف‌پذیر مجهز به پنل‌های خورشیدی ارائه می‌شوند تا بدین ترتیب، مقدمات مورد نیاز جهت طراحی سیستم کنترل وضعیت مبتنی بر کنترل پیش‌بین مدل مبتنی بر تیوب فراهم گردند.

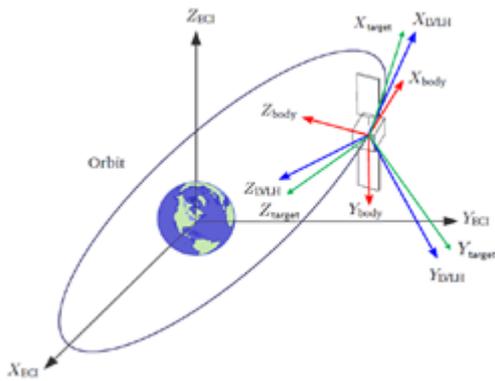
۲-۱- چارچوب‌های مختصات مرجع

در این مقاله به منظور توصیف و کنترل وضعیت ماهواره‌ی انعطاف‌پذیر از سه دستگاه مختصات شامل دستگاه مختصات اینرسی (ECI)، دستگاه مختصات مرجع مداری و دستگاه مختصات بدنه ماهواره استفاده می‌گردد. این دستگاه‌های مختصات به صورت شماتیک در شکل (۱) نمایش داده شده‌اند [۲۵]. دستگاه مختصات بدنه مورد استفاده در این مقاله در شکل (۲) نمایش داده شده است. از آنجا که در این مقاله، محورهای دستگاه مختصات بدنه با توجه به ممان اینرسی ماهواره تعریف گردیده‌اند، لذا تانسور اینرسی ماهواره پایه J_{BS} یک ماتریس قطری خواهد بود.

۲-۲- سینماتیک وضعیت ماهواره

وضعیت مفید است، همواره می‌توان معادل زوایای اولر وضعیت را با استفاده از کوآترنیون‌های وضعیتی با استفاده از رابطه‌ی (۴) بدست آورد [۶]:

$$\begin{bmatrix} \varphi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \arctan \frac{2(q_4 q_1 + q_2 q_3)}{q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2} \\ \arcsin \frac{2(q_4 q_2 + q_1 q_3)}{-q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2} \\ \arctan \frac{2(q_1 q_3 + q_4 q_2)}{-q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

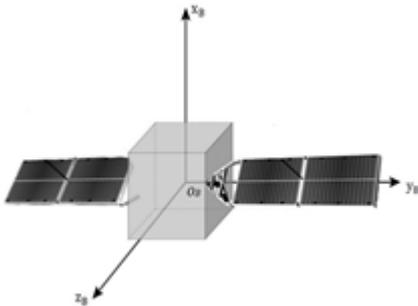


شکل ۱. تعریف دستگاه‌های ECI، مداری و بدنه [۱۸]

۳-۲- دینامیک وضعیت ماهواره انعطاف پذیر

معادلات دینامیک وضعیت یک ماهواره صلب که از چرخ‌های عکس‌العملی به عنوان عملگر استفاده می‌کند را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی (۵) بیان نمود [۲۸]:

$$\dot{\omega}_B = J_{BS}^{-1} (\mathbf{T}_{ext} + \mathbf{u} - \omega_B \times (J_{BS} \omega_B + J_{RW} \omega_{RW})) \quad (5)$$



شکل ۲. تعریف دستگاه مختصات بدنه

وضعیت بدنه ماهواره و جهت‌گیری آن در فضا را می‌توان با استفاده از پارامترهای متعددی توصیف نمود. در این میان، استفاده از زوایای اولر و کوآترنیون‌ها از رایج‌ترین روش‌ها به منظور بیان وضعیت ماهواره هستند. زوایای اولر با توجه به تفسیر ساده قادر هستند وضعیت بدنه را به صورت شهودی توسط سه متغیر φ ، θ و ψ ارائه نمایند اما توصیف وضعیت توسط آن‌ها همواره با تکنیکی همراه است. برای رفع این چالش، در غالب پروژه‌های عملی از کوآترنیون‌ها که از چهار پارامتر q_1, q_2, q_3, q_4 تشکیل یافته‌اند به منظور توصیف وضعیت ماهواره استفاده می‌گردد [۲۶-۲۷].

متغیرهای کوآترنیون را می‌توان به صورت ماتریسی $\mathbf{q} = [q_v, q_4]^T$ نمایش داد که در آن $q_v = [q_1, q_2, q_3]$ بیانگر بردار کوآترنیون‌ها و q_4 بیانگر اسکالر کوآترنیونی می‌باشد. پارامترهای کوآترنیون نسبت به یکدیگر مستقل نبوده و بر روی آن‌ها قید زیر حاکم است [۶]:

$$q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1 \quad (1)$$

با استفاده از متغیرهای کوآترنیون، معادلات سینماتیک یک ماهواره را می‌توان به صورت زیر بیان نمود [۶]:

$$\dot{\mathbf{q}} = (1/2) \mathbf{A}(\mathbf{q}) \omega = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} q_4 \mathbf{I}_3 + \mathbf{q}_v^* \\ -\mathbf{q}_v^* \end{bmatrix} \omega \quad (2)$$

که در رابطه‌ی فوق \mathbf{q}^* دارای تعریف زیر است [۶]:

$$\mathbf{q}^* = \begin{bmatrix} 0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & -q_1 \\ q_2 & q_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

متغیرهای کوآترنیون فاقد تکنیکی بوده و همواره قادر به توصیف وضعیت ماهواره هستند. با توجه به آنکه توصیف وضعیت ماهواره با استفاده از زوایای اولر به واسطه‌ی قابلیت تجسم شهودی



لازم به ذکر است که در این پژوهش، فرض می‌گردد که ماهواره تحت بررسی از سه چرخ عکس‌العملی که در راستای هر یک از محورهای دستگاه بدنه نصب شده‌اند به عنوان عملگر جهت کنترل سه محوره ماهواره استفاده می‌گردد. از آنجا که ماهواره‌ی مفروض در این مقاله، یک ماهواره‌ی انعطاف‌پذیر مجهز به پنل‌های خورشیدی می‌باشد، لذا معادله حاکم بر آن پیچیده‌تر بوده و شامل جملات مربوط به موده‌های انعطاف‌پذیری پنل‌های خورشیدی نیز می‌گردد. معادله دینامیک وضعیت ماهواره‌ی انعطاف‌پذیر مجهز به پنل‌های خورشیدی را می‌توان به صورت زیر بیان نمود [۲۸-۲۹]:

$$J_{sc}\dot{\omega}_B + \delta^T \ddot{\eta} = \mathbf{T}_{ext} + \mathbf{u} - \omega_B \times (J_{sc}\omega_B + J_{RW}\omega_{RW} + \delta^T \dot{\eta}) \quad (۶)$$

$\ddot{\eta} + C\dot{\eta} + D\eta = -\delta\dot{\omega}_B$
 با توجه به رابطه‌ی فوق، می‌توان دید که دینامیک وضعیت یک ماهواره انعطاف‌پذیر از دو بخش تشکیل یافته که بخش اول بیانگر رفتار دینامیکی بدنه اصلی ماهواره و بخش دوم بیانگر دینامیک رفتاری ملحقات انعطاف‌پذیر می‌باشد. با توجه به معادله دینامیکی رابطه (۶)، معادلات مربوط به بدنه مرکزی و ملحقات انعطاف‌پذیر از طریق نرخ تغییرات سرعت زاویه‌ای بدنه و متغیرهای مودال ماهواره انعطاف‌پذیر بر یکدیگر برهم‌کنش دارند. در رابطه‌ی (۸)، J_{sc} بیانگر مجموع ممان اینرسی بدنه اصلی ماهواره و پنل‌های خورشیدی، J_{RW} ممان اینرسی چرخ‌های عکس‌العملی، ω_B سرعت زاویه‌ای بدنه، ω_{RW} سرعت زاویه‌ای چرخ‌های عکس‌العملی، \mathbf{u} سیگنال کنترلی، \mathbf{T}_{ext} گشتاورهای اغتشاشی خارجی، η متغیرهای مودال ماهواره انعطاف‌پذیر،

δ ماتریس کوپلینگ میان بدنه صلب و ملحقات انعطاف‌پذیر، C ماتریس میرایی^۱ آرایه‌های خورشیدی و D ماتریس سفتی^۲ آرایه‌های خورشیدی می‌باشند. ماتریس‌های C و D هر دو قطری بوده و تابعی از فرکانس‌های طبیعی (f_n)، نسبت‌های میرایی (ζ) و تعداد موده‌های انعطاف‌پذیر لحاظ شده (N) می‌باشند. فرکانس طبیعی و نسبت میرایی مربوط به ملحقات انعطاف‌پذیر وابسته به ساختار و هندسه‌ی این ملحقات می‌باشند. ماتریس‌های C و D دارای تعریف زیر هستند:

۴-۲- دینامیک وضعیت خطی سازی شده

در این مقاله، به منظور ساده‌سازی حل مسئله بهینه‌سازی کنترل پیش‌بین مدل مبتنی بر تیوب و کاهش بار محاسباتی مورد نیاز که در نتیجه امکان پیاده‌سازی عملی الگوریتم کنترلی پیشنهادی را فراهم می‌سازد، به جای استفاده از مدل غیرخطی دینامیک وضعیت ماهواره انعطاف‌پذیر از مدل خطی‌سازی شده‌ی آن در طراحی کنترل‌کننده استفاده شد. از آنجا که کنترل‌کننده پیش‌بین مدل مبتنی بر تیوب در برابر غیرخطی‌گری‌ها و نامعینی‌ها مقاوم است [۲۰-۲۱]، لذا با در نظر گرفتن اختلافات ناشی از مدل خطی‌سازی شده نسبت به رفتار واقعی سیستم به عنوان نامعینی در مدل سیستم، همچنان می‌توان ضمن کاهش چشم‌گیر بار محاسباتی مورد نیاز به عملکرد بسیار مناسب سیستم کنترلی دست یافت. به منظور استخراج مدل خطی‌سازی شده از رابطه‌ی (۶)، متغیرهای حالت به صورت $x_1 = \phi$ ، $x_2 = \theta$ ، $x_3 = \psi$

1 Damping
2 Stiffness

سیستم و ورودی هستند که به صورت روابط (۱۰) و (۱۱) تعریف می‌گردند [۱۲].

۳. کنترل پیش‌بین مدل مبتنی بر تیوب

رویکرد کنترل پیش‌بین مدل مبتنی بر تیوب، بر اساس نظریه مجموعه‌های تغییرناپذیر بنا نهاده شده است. در این رویکرد کنترلی، ابتدا با حل مسئله بهینه‌سازی کنترل پیش‌بین مدل حلقه‌باز نامی و در نظر گرفتن قيودی محدودتر^۱ نسبت به قيود موجود در سیستم نامعین، یک مسیر مرجع به عنوان مرکز تیوب تولید می‌شود. در ادامه مسیره‌های سیستم نامعین، برای سیستم‌های خطی توسط یک قانون فیدبک و برای سیستم‌های غیرخطی توسط یک کنترل‌کننده کمکی، در نزدیکی مسیر نامی حفظ می‌گردد. عنصر مشترک همه رویکردهای کنترل پیش‌بین مقاوم مبتنی بر تیوب، یک قانون کنترل به شکل $u = \bar{u} + K(x - \bar{x})$ است [۳۴]، که در آن \bar{x} و \bar{u} حالت و ورودی کنترل سیستم نامی هستند. کنترل‌کننده فیدبک خطی K که به آن کنترل‌کننده رد اغتشاش نیز گفته می‌شود، به‌صورت آفلاین محاسبه می‌شود و تضمین می‌کند که انحراف $x - \bar{x}$ ، که در آن x بیانگر حالت واقعی سیستم و \bar{x} بیانگر حالت نامی سیستم است همواره کراندار خواهد بود. بدین ترتیب، با استفاده از کنترل‌کننده پیش‌بین مدل مبتنی بر تیوب می‌توان خطای میان حالت نامی و نامعین سیستم را درون یک مجموعه تغییرناپذیر مثبت مقاوم^۲ (RPI) کراندار محدود نمود. در فرآیند طراحی کنترل پیش‌بین مدل مبتنی بر تیوب، سه مفهوم مورد استفاده قرار می‌گیرند که

$x_7 = \eta_1$ $x_6 = \omega_z$ $x_5 = \omega_y$ $x_4 = \omega_x$
 $x_{11} = \dot{\eta}_2$ $x_{10} = \dot{\eta}_1$ $x_9 = \eta_3$ $x_8 = \eta_2$
 $x_{12} = \dot{\eta}_3$ تعریف می‌گردند. به منظور نمایش ساده‌تر مدل خطی‌سازی شده، متغیرهای حالت تعریف شده به صورت برداری $X_1 = [\phi \ \theta \ \psi]^T$ ، $X_2 = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ و $X_3 = [\eta_1 \ \eta_2 \ \eta_3]^T$ ، $X_4 = [\dot{\eta}_1 \ \dot{\eta}_2 \ \dot{\eta}_3]^T$ دسته‌بندی می‌شوند.

با جایگذاری بردارهای فوق در روابط (۶)، معادلات دینامیک وضعیت غیرخطی ماهواره‌ی انعطاف‌پذیر را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= X_2 = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T \\ \dot{X}_2 &= -J_{bs}^{-1} \tilde{X}_2 (J_{sc} X_2 + \delta^T X_4) \\ &\quad + J_{bs}^{-1} \delta^T D X_3 \\ &\quad + J_{bs}^{-1} \delta^T C X_4 \\ &\quad + J_{bs}^{-1} \delta^T T_{ext} + J_{bs}^{-1} u \\ \dot{X}_3 &= X_4 \\ \dot{X}_4 &= J_{bs}^{-1} \delta \tilde{X}_2 (J_{sc} X_2 + \delta^T X_4) \\ &\quad - (\delta J_{bs}^{-1} \delta^T D + D) X_3 \\ &\quad - (\delta J_{bs}^{-1} \delta^T C + C) X_4 \\ &\quad - (\delta J_{bs}^{-1} \delta^T) T_{ext} \\ &\quad - \delta J_{bs}^{-1} u \end{aligned} \quad (۸)$$

با در نظر گرفتن متغیرهای حالت فوق، دینامیک غیرخطی و پیچیده ماهواره را حول نقطه حالت پایدار صفر به روش بسط تیلور مرتبه اول، خطی‌سازی و گسسته‌سازی می‌گردد و می‌توان آن را به صورت زیر نمایش داد [۳۰-۳۱]:

$$x^+ = Ax + Bu + w \quad (۹)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & \frac{1}{4} I_3 & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & [J_{sc} - \delta^T \delta]^{-1} \delta^T D & [J_{sc} - \delta^T \delta]^{-1} \delta^T C \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_3 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & [-D - \delta [J_{sc} - \delta^T \delta]^{-1} \delta^T D] & [-C - \delta [J_{sc} - \delta^T \delta]^{-1} \delta^T C] \end{bmatrix} \quad (۱۰)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ -[J_{sc} - \delta^T \delta]^{-1} \\ 0_{3 \times 3} \\ \delta [J_{sc} - \delta^T \delta]^{-1} \end{bmatrix} \quad (۱۱)$$

که در رابطه‌ی فوق w بیانگر بردار اغتشاشات خارجی، x^+ حالت جانشین سیستم در گام زمانی بعدی، A و B به ترتیب بیانگر ماتریس‌های



1 Tightened constraint

2 Robust Positive Invariant Set

ابتدا تعریف آن ارائه شده و سپس به طراحی کنترل کننده پرداخته می‌شود.

تعریف ۱ - مجموعه تغییرناپذیر مثبت مقاوم [۳۳-۳۴]: مجموعه Ω برای سیستم $x(t+1) = f(x(t), w(t))$ با مجموعه قیود (X, W) که در معرض اغتشاش کراندار $w(t)$ قرار دارد یک مجموعه‌ی تغییرناپذیر مثبت مقاوم (RPI) است اگر برای تمام $x(t), w(t) \in \mathcal{W}$ در تمام $t > 0$ ، حالات سیستم عضو مجموعه‌ی Ω باقی بمانند $w(t) \in \mathcal{W}$ بوده و \mathcal{W} یک مجموعه فشرده است.

تعریف ۲ - مجموعه تغییرناپذیر مثبت مقاوم مینیمم [۳۳-۳۴]: مجموعه‌ی تغییرناپذیر مثبت مقاوم مینیمال (mRPI) \mathcal{F}_∞ برای سیستم $x(t+1) = f(x(t), w(t))$ با مجموعه قیود (X, W) که در معرض اغتشاش کراندار $w(t)$ قرار دارد، بیانگر مجموعه‌ی RPI بسته‌ای است که همواره عضوی از هر مجموعه‌ی RPI بسته دلخواه در آن سیستم باشد.

تعریف ۳ - جمع مینکوفسکی [۳۵]: جمع مینکوفسکی دو مجموعه‌ی دلخواه A و B که با نماد \oplus نمایش داده می‌شود عبارت است از افزودن هر بردار متعلق به مجموعه‌ی A به هر بردار متعلق به مجموعه B . جمع مینکوفسکی را برای مجموعه‌های A و B می‌توان به صورت $A \oplus B = \{a + b | a \in A, b \in B\}$ تعریف نمود. از تعاریف فوق در روند طراحی کنترل کننده استفاده خواهد شد. به منظور طراحی کنترل کننده پیش‌بین مدل مبتنی بر تیوب، معادله‌ی دینامیک وضعیت ماهواره‌ی انعطاف‌پذیر در رابطه‌ی (۹) را به عنوان سیستم تحت مطالعه

در نظر بگیرید. فرض کنید سیستم در معرض قیود حالت $x \in \mathbb{X}$ و ورودی کنترل $u \in \mathbb{U}$ و اغتشاشات جمع‌شونده کراندار $w \in \mathcal{W}$ قرار داشته باشد که \mathbb{X}, \mathbb{U} و \mathcal{W} بیانگر مجموعه‌هایی فشرده و چندوجهی^۱ بوده و مبدا را در بر گرفته‌اند. فرض کنید دنباله‌های کنترل و اغتشاش در طول افق کنترلی به ترتیب به صورت:

$$\mathbf{u} := \{u_0, u_1, \dots, u_{N-1}\}$$

و

$$\mathbf{w} := \{w_0, w_1, \dots, w_{N-1}\}$$

مورد استناد قرار گیرند.

همچنین فرض کنید $\Phi(i; x, \mathbf{u}, \mathbf{w})$ بیانگر پاسخ معادله (۱۱) در زمان i با استفاده از سیگنال کنترلی \mathbf{u} باشد و $\bar{\Phi}(i; \bar{x}, \bar{\mathbf{u}})$ نیز بیانگر حل مسئله ارائه شده در رابطه‌ی (۱۴) با توجه به مسیر حالت نامی پیش‌بینی شده توسط مدل نامی در زمان دلخواه i (یعنی $\bar{x} := \{\bar{x}_0, \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_{N-1}\}$ توالی سیگنال کنترلی نامی پیش‌بینی شده $\bar{\mathbf{u}} := \{\bar{u}_0, \bar{u}_1, \dots, \bar{u}_{N-1}\}$ باشند).

$$\bar{x}^+ = A\bar{x} + B\bar{u} \quad (12)$$

در رویکرد کنترل پیش‌بین مدل مبتنی بر تیوب، قانون کنترل پیشنهادی از دو جزء مجزا تشکیل شده است: جزء اول یک ورودی کنترل پیشخور^۲ است که برای سیستم نامی محاسبه می‌شود ($\bar{\mathbf{u}}$)، و جزء دوم یک کنترل کننده فیدبک خطی است (Ke) که بر روی خطای سیستم $e := x - \bar{x}$ بین حالت واقعی x و حالت نامی پیش‌بینی شده \bar{x} عمل می‌کند که با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + Ke = \bar{\mathbf{u}} + K(x - \bar{x}) \quad (13)$$

1 polyhedral
2 feedforward



در رابطه‌ی فوق، $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$ کنترل کننده رد اغتشاش است و طوری انتخاب می‌شود که $A_K := A + BK$ هرویتز باشد. در این صورت، $S \in \mathbb{R}^n$ یک مجموعه تغییرناپذیر مثبت مقاوم برای سیستم دارای اغتشاش $x^+ = A_K x + w$ می‌باشد [۳۵]. اگر $S \in \{x\} \oplus S$ و $u = \bar{u} + K(x - \bar{x})$ باشد، آنگاه برای تمام دنباله‌های قابل قبول اغتشاش $w \in \mathcal{W}$ خواهیم داشت: $x^+ \in \{\bar{x}^+\} \oplus S$ و $x^+ = Ax + Bu$ می‌باشد. این بدان معناست که اگر قانون کنترل (۱۳) به کار گرفته شود، حالات سیستم نامعین را نزدیک به حالت‌های پیش بینی شده سیستم نامی برای تمام توالی‌های اغتشاش مجاز w حفظ می‌نماید.

به منظور برآورده‌سازی قیود تعریف شده برای سیستم (مجموعه قیود \mathbb{X} و \mathbb{U}) توسط قانون کنترلی ارائه شده در رابطه‌ی (۱۳)، لازم است تا مسئله بهینه‌سازی کنترل پیش‌بین مدل با لحاظ نمودن قیودی محدود شده نسبت به قیود اصلی سیستم حل گردد تا بدین ترتیب بتوان اطمینان حاصل نمود که سیستم نامعین در یک تیوب از مسیرها در اطراف مسیر نامی پیش‌بینی شده تکامل یابد و کنترل سیستم نامی را به گونه‌ای امکان پذیر می‌کند که قیود اصلی توسط سیستم نامعین همیشه برآورده شود [۳۱]. در این راستا، قیود محدود شده را به صورت زیر تعریف می‌نماییم:

$$\bar{\mathbb{X}} = \mathbb{X} \ominus S, \quad \bar{\mathbb{U}} = \mathbb{U} \ominus KS \quad (14)$$

با استفاده از قیود محدود شده در مسئله بهینه کنترل پیش‌بین مدل، برآورده‌سازی قیود اصلی سیستم توسط قانون کنترلی رابطه‌ی (۱۳) برآورده می‌گردد [۳۴-۳۵]. با توجه به رابطه‌ی فوق، برای به حداقل رساندن مجموعه تغییرناپذیر

مثبت مقاوم S ، مطلوب است که بهره فیدبک K بزرگ انتخاب شود. اما این منجر به ایجاد KS بزرگ در قید تنگ شده $\bar{\mathbb{U}}$ می‌شود. بنابراین، در انتخاب بین خواص رد اغتشاش مناسب (یعنی K بزرگ) و اندازه مجموعه قید تنگ شده $\bar{\mathbb{U}}$ یک مصالحه‌ی طراحی وجود دارد.

۳-۱- تابع هزینه و مسئله بهینه‌سازی

تابع هزینه V_N برای یک مسیر از سیستم نامی (۱۲) به صورت زیر تعریف می‌شود [۳۲، ۳۰]:

$$V_N(\bar{x}, \bar{u}) = \sum_{i=0}^{N-1} l(\bar{x}_i, \bar{u}_i) + V_f(\bar{x}_N) \quad (15)$$

$$l(\bar{x}_i, \bar{u}_i) = \|\bar{x}_i\|_Q^2 + \|\bar{u}_i\|_R^2$$

$$V_f(\bar{x}_N) = \|\bar{x}_N\|_P^2$$

در روابط فوق Q ، R و P ماتریس‌های وزنی مثبت معین هستند. با وجود آنکه فرض مرسوم در مسئله بهینه‌سازی آن است که حالت اولیه سیستم نامی و سیستم واقعی منطبق می‌باشند (یعنی $\bar{x}_0 = x$)، در این مقاله با الهام‌گیری از مرجع [۳۲] مسئله بهینه‌سازی مورد اصلاح قرار می‌گیرد و حالت اولیه نامی \bar{x}_0 به عنوان یک متغیر تصمیم در مسئله کنترل بهینه تعریف می‌گردد. بنابراین، مسئله بهینه اصلاح شده پیشنهادی $\mathbb{P}_N^*(x)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V_N^*(x) = \min_{\bar{x}_0, \bar{u}} \left\{ V_N(\bar{x}_0, \bar{u}) \mid \bar{u} \in \mathcal{U}_N(\bar{x}_0), \bar{x}_0 \in \{x\} \oplus (-S) \right\} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & (\bar{x}_0^*(x), \bar{u}^*(x)) \\ & = \operatorname{argmin}_{\bar{x}_0, \bar{u}} \left\{ V_N(\bar{x}_0, \bar{u}) \mid \bar{u} \in \mathcal{U}_N(\bar{x}_0), \bar{x}_0 \in \{x\} \oplus (-S) \right\} \end{aligned}$$

متغیر تصمیم‌گیری جدید \bar{x}_0 تابع قید زیر است:

$$\bar{x}_0 \in \{x\} \oplus (-S) \quad (17)$$




با در نظر گرفتن $\bar{u}^*(x)$ به عنوان دنباله کنترل نامی بهینه پیش‌بینی شده و $\bar{x}^*(x)$ به عنوان مسیر حالت نامی بهینه پیش‌بینی شده که با حل مسئله‌ی بهینه‌سازی $\mathbb{P}_N^*(x)$ حاصل شده‌اند می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \bar{u}^*(x) &= \{\bar{u}_0^*(x), \bar{u}_1^*(x), \dots, \bar{u}_{N-1}^*(x)\} \\ \bar{x}^*(x) &= \{\bar{x}_0^*(x), \bar{x}_1^*(x), \dots, \bar{x}_{N-1}^*(x)\} \quad (18) \\ \bar{x}_1^*(x) &= \Phi(i; \bar{x}_0^*(x), \bar{u}^*(x)) \end{aligned}$$

لازم به ذکر است که با توجه به استفاده از قیود محدود شده در مسئله بهینه‌سازی پیشنهادی، باید توجه داشت که ناحیه جذب \mathcal{X}_N که تابع مقدار $V_N^*(x)$ مسئله اصلاح شده $\mathbb{P}_N^*(x)$ می‌باشد نیز مورد اصلاح قرار می‌گیرد و به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_N &= \{x \mid \exists \bar{x}_0 \text{ s.t.} \\ &\bar{x}_0 \in \{x\} \oplus (-S), \quad (19) \\ &\mathcal{U}_N(\bar{x}_0) \neq \emptyset\} \end{aligned}$$

با حل مسئله بهینه‌سازی $\mathbb{P}_N^*(x)$ و در اختیار داشتن $\bar{u}^*(x)$ و $\bar{x}^*(x)$ با اعمال قانون کنترل (۱۳) در سیستم نامعین زمانی که وضعیت فعلی آن x است، قانون کنترل پیش‌بین مدل فیدبک حالت اصلاح شده ضمنی توسط رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$k_N^*(x) = \bar{u}_0^*(x) + K(x - \bar{x}_0^*(x)) \quad (20)$$

که در آن $\bar{u}_0^*(x)$ و $\bar{x}_0^*(x)$ با حل مسئله کنترل بهینه اصلاح شده $\mathbb{P}_N^*(x)$ به صورت آنلاین به دست می‌آیند. مجموعه قیود \mathcal{X} ، \mathcal{U} و مجموعه‌های k ، \bar{x} و \bar{u} همگی پلی‌تاپیک و محدب هستند و می‌توانند با استفاده از نابرابری‌های ماتریسی خطی (LMI) بیان شوند. مؤلفه فیدبک عمل کنترلی ایجاد شده $K(x - \bar{x}_0^*(x))$ ، حالت x سیستم واقعی را به سمت حالت پیش‌بینی شده \bar{x} سیستم نامی سوق می‌دهد و تأثیر توالی اغتشاش w را خنثی می‌کند.

۲-۳- طراحی پارامترهای کنترل‌کننده پیشنهادی

پارامترهایی که برای طراحی کنترل‌کننده نیاز می‌باشند شامل ماتریس‌های وزنی Q ، R و P در تابع هزینه، کنترل‌کننده رد اغتشاش K ، مجموعه تغییرناپذیر مثبت مقاوم S و مجموعه پایانی $\bar{\mathcal{X}}_f$ هستند. ماتریس‌های Q و R با توجه به اهداف مورد نظر در سیستم کنترلی و مطابق با نظر طراح انتخاب می‌گردند و در نتیجه به عنوان پارامترهای طراحی به شمار می‌روند. ماتریس وزنی نهایی P با حل معادله جبری ریکاتی مسئله LQR نامقید برابر با P_{lqr} انتخاب می‌شود. به منظور دست یافتن به یک ناحیه جذب تا حد امکان بزرگ، مجموعه پایانی $\bar{\mathcal{X}}_f$ باید به عنوان حداکثر مجموعه تغییرناپذیر مثبت^۱ انتخاب شود. تعیین دقیق مجموعه‌ی پایانی $\bar{\mathcal{X}}_f$ به ویژه در سیستم‌های پیچیده که تعداد حالات بالایی دارند (همچون سیستم وضعیت یک ماهواره‌ی اعطاف‌پذیر) امری دشوار و غالباً امکان‌ناپذیر است [۳۶]. در این راستا، محققان در پژوهش‌های بسیاری به معرفی روش‌های تعیین تقریبی این مجموعه پرداخته‌اند [۳۷-۳۸]. در این مقاله، به منظور محاسبه تقریبی حداکثر مجموعه تغییرناپذیر مثبت S_∞ از تعریف زیر استفاده می‌گردد:

$$\begin{aligned} S_\infty(A_\infty, K_{lqr}, \bar{\mathcal{X}}, \bar{\mathcal{U}}) = \\ \{x \in \mathbb{R}^n \mid A_\infty^k x \in \bar{\mathcal{X}}, K_{lqr} A_\infty^k x \in \bar{\mathcal{U}}, \quad (21) \\ \forall k \geq 0\} \end{aligned}$$

برای مجموعه‌ی دلخواه $S \in \mathbb{R}^n$ ، مجموعه پیشین $\text{Pre}(S)$ به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\text{Pre}(S) = \{x \in \bar{\mathcal{X}} \mid A_\infty x \in S, K_{lqr} A_\infty x \in \bar{\mathcal{U}}\} \quad (22)$$

اگر مجموعه هدف S و مجموعه قیود $\bar{\mathcal{X}}$ و $\bar{\mathcal{U}}$ به فرم چندوجهی زیر تعریف شوند:

بحث قرار گرفته است. با استفاده از روش معرفی شده در این مراجع، فرمول‌بندی قیدهای LMI مسئله بهینه‌سازی برای یافتن کنترل‌کننده بهینه K به فرم زیر حاصل می‌گردد:

$$\begin{aligned} \min & \quad W, Y, \gamma \quad \gamma \\ \text{s. t.} & \quad \begin{bmatrix} \gamma & f_{x,i}^T W^T \\ f_{x,i} W & W \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}, \quad i = 1, \dots, I \\ & \quad \begin{bmatrix} \rho^2 & f_{u,j}^T Y \\ Y^T f_{u,j} & W \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}, \quad j = 1, \dots, J \end{aligned} \quad (25)$$

$$\lambda \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_K^T P A_K & A_K^T P \tilde{w} \\ w_*^T P A_K & \tilde{w}^T P \tilde{w} - 1 \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}, \quad \forall \tilde{w} \in \tilde{\mathcal{W}}$$

به منظور پایان فرآیند طراحی پارامترهای مورد نیاز در کنترل‌کننده پیش‌بین مدل مبتنی بر تیوب پیشنهادی در این مقاله، لازم است تا مجموعه تغییرناپذیر مثبت مقاوم مینیمال \mathcal{F}_∞ نیز تعیین گردد. با توجه به آنکه تعیین دقیق مجموعه \mathcal{F}_∞ در سیستم‌های پیچیده و متشکل از حالات سیستمی بالا (همچون دینامیک وضعیت یک ماهواره انعطاف‌پذیر) از منظر محاسباتی بسیار دشوار و امکان‌ناپذیر است، محققان روش‌های متعددی به منظور تعیین تقریبی این مجموعه پیشنهاد نموده‌اند [41-40].

مشکل شایعی که در بسیاری از روش‌های محاسبه تقریبی مجموعه mRPI معرفی شده وجود دارد آن است که روش‌های معرفی شده عمدتاً تقریب‌های ثابتی از مجموعه \mathcal{F}_∞ ارائه نمی‌دهند. از آنجا که تغییرناپذیری مجموعه‌های تقریبی برای استفاده از آن‌ها در MPC مبتنی بر تیوب بسیار مهم است، لذا در این مقاله از روش پیشنهادی در [43] به منظور محاسبه یک تقریب بیرونی تغییرناپذیر از مجموعه mRPI استفاده می‌گردد. این روش قادر است به محاسبه‌ی یک

$$\begin{aligned} \Omega &= \{x \in \mathbb{R}^n \mid H_\Omega x \leq K_\Omega\} \\ \bar{\mathcal{X}} &= \{x \in \mathbb{R}^n \mid H_x x \leq K_x\} \\ \bar{\mathcal{U}} &= \{u \in \mathbb{R}^m \mid H_u u \leq K_u\} \end{aligned} \quad (23)$$

آنگاه مجموعه‌ی $\text{Pre}(S)$ را می‌توان به فرم چندوجهی زیر بازنویسی نمود:

$$\text{Pre}(\Omega) = \left\{ x \in \mathbb{R}^n \mid \begin{bmatrix} H_\Omega A_\infty \\ H_x \\ H_u K_{lqr} \end{bmatrix} x \leq \begin{bmatrix} K_\Omega \\ K_x \\ K_u \end{bmatrix} \right\} \quad (24)$$

شبه‌کد الگوریتم مورد استفاده در محاسبه مجموعه‌ی فوق در جدول ۱ ارائه گردیده است [39-41].

جدول ۱. الگوریتم محاسبه حداکثر مجموعه تغییرناپذیر مثبت

مثبت

الگوریتم محاسبه حداکثر مجموعه تغییرناپذیر مثبت S_∞	
ورودی:	$\bar{\mathcal{X}}, \bar{\mathcal{U}}, A_{lqr}, K_{lqr}$
خروجی:	$0 \rightarrow k$ $\bar{\mathcal{X}} \rightarrow S_0$ $\text{Pre}(S_0) \cap S_0 \rightarrow S_1$ while $S_{k+1} \neq S_k$ do $k + 1 \rightarrow k$ $\text{Pre}(S_k) \cap S_k \rightarrow S_{k+1}$ end while return $S_\infty = S_k = S_{k+1}$

طراحی کنترل‌کننده رد اغتشاش K با هدف به حداقل رساندن اندازه یک مجموعه تغییرناپذیر مثبت مقاوم بیضی‌گون مقید قابل قبول برای سیستم حلقه‌بسته انجام می‌شود. علت استفاده از یک مجموعه بیضی‌گون به جای یک مجموعه چندوجهی آن است که با استفاده از آن می‌توان از تکنیک‌های بهینه‌سازی LMI برای تعیین کنترل‌کننده استفاده کرد.

راهکار بازنویسی مسئله بهینه‌سازی به فرم LMI در مراجع [42-43] به صورت کامل مورد





تقریب \mathcal{E} بیرونی پلی‌تاپیک نامتغیر از مجموعه \mathcal{F}_∞ بردارد. به منظور استفاده از این روش، برای تمام $s \in \mathbb{N}^+$ ، مجموعه \mathcal{F}_s را بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\mathcal{F}_s = \bigoplus_{i=0}^{s-1} A^i \mathcal{W}, \quad \mathcal{F}_0 = \{\mathbf{0}\} \quad (26)$$

در نتیجه مجموعه mRPI دقیق \mathcal{F}_∞ بصورت زیر داده می‌شود:

$$\mathcal{F}_\infty = \bigoplus_{i=0}^{\infty} A^i \mathcal{W} \quad (27)$$

همانطور که ذکر شد به منظور تعیین دقیق \mathcal{F}_∞ نمی‌توان از رابطه‌ی فوق استفاده کرد، زیرا این امر مستلزم محاسبه مجموع بی‌نهایت مجموعه است. اما می‌توان یک تقریب بیرونی تغییرناپذیر برای \mathcal{F}_∞ را با مقیاس بندی مناسب \mathcal{F}_s برای تعدادی s محدود به دست آورد. در این راستا فرض کنید ماتریس A هرویتز باشد. در اینصورت، یک عدد صحیح $s \in \mathbb{N}^+$ و یک اسکالر مرتبط $\alpha \in [0, 1)$ وجود دارد که رابطه زیر را برآورده می‌کند:

$$A^s \mathcal{W} \subseteq \alpha \mathcal{W} \quad (28)$$

اگر جفت (α, s) شرط فوق را برآورده کند، مجموعه زیر:

$$\mathcal{F}(\alpha, s) = (1 - \alpha)^{-1} \mathcal{F}_s \quad (29)$$

یک مجموعه نامتغیر مثبت مقاوم محدب و فشرده برای سیستم تحت اغتشاش است [۳۴، ۴۳]. همچنین در صورتی که جفت (α, s) با $\alpha \in [0, 1)$ و $s \in \mathbb{N}^+$ شرط زیر را نیز برآورده سازند:

$$\begin{aligned} \varepsilon &\geq (1 - \alpha)^{-1} \mathcal{F}_s \max_{x \in \mathcal{F}_s} |x| \\ &= \alpha (1 - \alpha)^{-1} \min_{\gamma} \{\gamma | \mathcal{F}_s \subseteq \gamma \mathbb{B}^n\} \end{aligned} \quad (30)$$

می‌توان نتیجه گرفت [۳۴، ۴۳]:

$$\mathcal{F}_\infty \subseteq \mathcal{F}(\alpha, s) \quad (31)$$

که این بدان معناست که $\mathcal{F}(\alpha, s)$ یک تقریب \mathcal{E} بیرونی تغییرناپذیر مثبت مقاوم از حداقل مجموعه تغییرناپذیر مثبت مقاوم \mathcal{F}_∞ است. در این مقاله از $\mathcal{F}(\alpha, s)$ به عنوان تقریبی از \mathcal{F}_∞ استفاده خواهد شد.

بدین ترتیب فرآیند طراحی پارامترهای مورد نیاز در کنترل‌کننده پیش‌بین مدل مبتنی بر تیوب پیشنهادی به پایان می‌رسد. در بخش بعد، با اعمال کنترل‌کننده طراحی شده بر روی دینامیک وضعیت یک ماهواره انعطاف‌پذیر، عملکرد بسیار خوب سیستم کنترلی پیشنهادی به نمایش گذاشته خواهد شد.

۴. مطالعه شبیه‌سازی

در این بخش با در نظر داشتن دینامیک وضعیت ماهواره انعطاف‌پذیر به عنوان سیستم تحت کنترل و بهره‌گیری از کنترل‌کننده پیش‌بین مدل مبتنی بر تیوب به عنوان سیستم کنترل وضعیت، به تأیید عملکرد بسیار خوب سیستم کنترلی پیشنهادی پرداخته می‌شود. به منظور افزایش اعتبار نتایج حاصل از شبیه‌سازی، پارامترهای ماهواره و مدهای انعطاف‌پذیری مطابق با اطلاعات واقعی ماهواره‌ی انعطاف‌پذیر عملیاتی MicroSCOPE متعلق به سازمان‌های فضایی ESA و CNES در انجام شبیه‌سازی‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند [۲۵]. جرم این ماهواره ۲۹۰ کیلوگرم بوده و شامل دو پنل خورشیدی با ضخامت ۰/۱ متر و مساحت ۱/۱۳ متر مربع می‌باشد.

در این مقاله سه مود انعطاف‌پذیری اول ماهواره‌ی MicroSCOPE به عنوان مدهای انعطاف‌پذیری در نظر گرفته شده‌اند. در این ماهواره، فرکانس‌های طبیعی پنل‌ها برابر

$$f_{n_2} = 1.1038, f_{n_1} = 0.7681$$

نیز با نامعینی همراه خواهد بود. میزان نامعینی

$$\zeta_2 = 0.00862, \zeta_1 = 0.005607$$

نامعینی همراه است. به همین دلیل ماتریس J_p در نظر گرفته شده در این مقاله برابر با ۱۰ درصد ممان اینرسی اصلی پنل (J_p) می باشد.

$\zeta_3 = 0.01283$ می باشند. با استفاده از این

از سوی دیگر، با توجه به آنکه در ماهواره‌ها همواره قید حداکثر گشتاور قابل اعمال توسط عملگرها وجود دارد، لذا در این مقاله قید سیگنال کنترلی به صورت $\|u\|_\infty \leq 1$ در نظر گرفته می شود.

مقادیر، ماتریس میرایی C و ماتریس سفتی D

پنل‌های خورشیدی ماهواره MicroSCOPE و

همچنین ماتریس کوپلینگ میان ملحقات انعطاف

پذیر و بدنه صلب را می توان به صورت رابطه‌ی

(۳۲) بیان نمود.

$$C = \begin{bmatrix} 0.00862 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01903 & 0 \\ 0 & 0 & 0.04806 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0.59 & 0 & 0 \\ 0 & 1.2184 & 0 \\ 0 & 0 & 3.51 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\delta = \begin{bmatrix} 6.4563 & 1.2781 & 2.1562 \\ -1.2562 & 0.9175 & -1.6726 \\ 1.2363 & -2.6581 & -1.125 \end{bmatrix}$$

در طراحی کنترل کننده، افق کنترل و

پیش‌بینی یکسان و برابر ۲۰ و ماتریس‌های وزنی

$Q = 10^5 I_6$ و $R = 10^2 I_3$ در نظر گرفته شده

است. همچنین زمان نمونه‌برداری برابر ۰.۵ ثانیه

می باشد. مجموعه‌ی اغتشاشات کراندار نیز به

صورت $\mathcal{W} = \{w \mid \|w\|_\infty \leq 0.05\}$ می باشد.

ماتریس وزنی P از طریق حل معادله ریکاتی و

ماتریس رد اغتشاش K از طریق حل

نامساوی‌های ماتریس خطی به دست آمده‌اند که

نتایج آن‌ها در رابطه‌ی (۳۴) ارائه شده است.

ماتریس‌های ممان اینرسی مربوط به بدنه

اصلی ماهواره MicroSCOPE (J_{bs}) و پنل‌های

خورشیدی (J_p) به صورت ارائه شده در رابطه‌ی

(۳۳) می باشند. لازم به ذکر است که ماتریس

اینرسی کل سیستم از مجموع این دو ماتریس

حاصل می گردد.

$$J_{bs} = \begin{bmatrix} 350 & 0 & 0 \\ 0 & 280 & 0 \\ 0 & 0 & 190 \end{bmatrix}$$

$$J_p = \begin{bmatrix} 4.2 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & 5.89 \end{bmatrix} \quad (33)$$

به منظور انجام شبیه‌سازی‌ها هدف کنترلی

نشانه‌روی به سمت ندیر^۱ (معادل با زوایای اولر

$[0 \ 0 \ 0]^T$) تعریف می گردد و وضعیت اولیه

بدنه ماهواره و ملحقات انعطاف پذیر به صورت

$\phi = 5, \theta = 9, \psi = -7$ درجه، $\omega_x = 1$

$\omega_y = 0.5, \omega_z = 2$ درجه بر ثانیه،

$\eta = [0, 0, 0]$ در نظر گرفته شده‌اند. با استفاده

از مقادیر ارائه شده و انجام شبیه‌سازی، نتایج

حاصل در قالب شکل‌های (۳) تا (۷) ارائه

گردیده‌اند. در شکل (۳) پلی تاپ قیود کنترلی

مورد استفاده در شبیه‌سازی به صورت شماتیک

نمایش داده شده است. در شکل (۴) کواتر نیون-

$$P = \begin{bmatrix} 1e6 & -3.3e-22 & 1.58e-17 & 1.6e-11 & 1.1e-6 & 2.5e-12 \\ -3.3e-22 & 1e6 & -6.26e-35 & -8.74e-25 & 7.5e-29 & 7.6e-31 \\ 1.58e-17 & -6.26e-35 & 1e6 & 5.5e-11 & -1.35e-9 & 8.1e-12 \\ 1.6e-11 & -8.74e-25 & 5.5e-11 & 2e6 & -1.6e-11 & -3.7e-10 \\ 1.05e-6 & 7.53e-29 & -1.35e-9 & -1.62e-11 & 2e6 & 1.6e-8 \\ 2.53e-12 & 7.65e-31 & 8.1e-12 & -3.7e-10 & 1.6e-8 & 2e6 \\ -4.32e-6 & -2.5e-22 & 4.42e-23 & -7.92e-18 & -0.0024 & -1.79e-16 \\ K = \begin{bmatrix} -2.36e-22 & 5.54e-14 & -2.66e-22 & 0.0024 & 7.77e-18 & -3.15e-17 \\ -2.65e-23 & 1.45e-22 & -4.32e-6 & 3.3e-16 & 9.92e-17 & -1.9e-25 \end{bmatrix} \quad (34)$$

همانطور که ذکر شد، ممان اینرسی ملحقات

انعطاف پذیر (در اینجا پنل‌ها خورشیدی) به دلیل

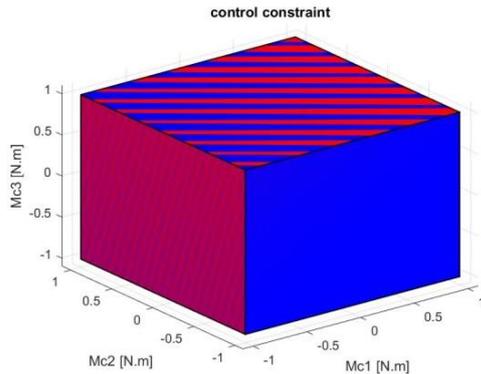
بروز ارتعاشات نامطلوب در آن‌ها همواره با



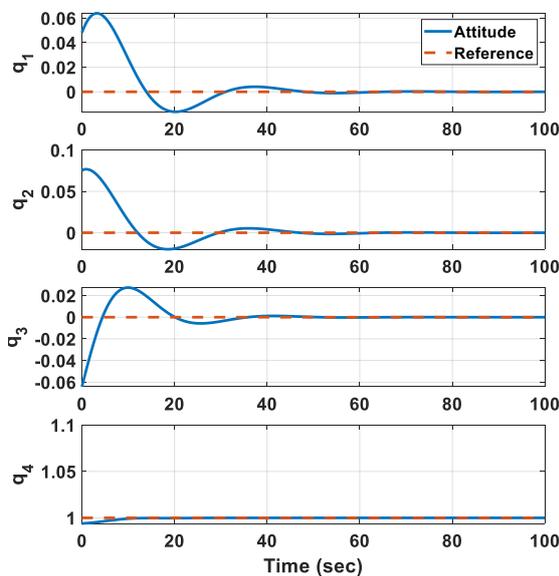


های وضعیتی ماهواره در طول مانور وضعیتی از وضعیت اولیه بدنه به نشانه‌روی به سوی ندر به صورت شماتیک نمایش نمایش داده شده است. همانطور که در این شکل مشهود است، کواتر نیون‌های وضعیت در مدت زمان ۵۵ ثانیه توانسته‌اند با دقت بالا به هدف کنترلی خود دست یابند و وضعیت ماهواره را در حالت نشانه‌روی به سوی ندر حفظ نمایند. به منظور ایجاد قابلیت تجسم بهتر مانور وضعیتی انجام شده، وضعیت ماهواره در حین دستیابی به نشانه‌روی به سوی ندر از شرایط اولیه در شکل (۵) بر حسب زوایای اولر نیز نمایش داده شده است. همچنین نمودار سرعت‌های زاویه‌ای بدنه نیز در شکل (۶) نمایش داده شده است. با توجه به این شکل، پس از انجام مانور از حالات اولیه به نشانه‌روی به سمت ندر، سرعت زاویه‌ای به صفر میل نموده که این امر پایداری وضعیتی را نمایش می‌دهد. رفتار متغیرهای مودال نیز در شکل (۷) نمایش داده شده‌اند. همانطور که از این شکل مشهود است، با آغاز مانور وضعیتی در پنل‌های خورشیدی ارتعاشات ایجاد شده است. با گذر زمان و اتمام فرآیند مانور وضعیتی، ارتعاشات نامطلوب رفته‌رفته میرا می‌شوند. با مقایسه شکل‌های (۴) و (۷) می‌توان دید که با وجود ارتعاشات نامطلوب پنل‌های خورشیدی، سیستم کنترلی پیشنهادی به خوبی قادر به انجام موفقیت‌آمیز مانور وضعیتی و حفظ وضعیت مطلوب بدنه ماهواره بوده است. در نهایت، در شکل (۸) نیز سیگنال کنترلی اعمال شده به ماهواره نمایش داده شده است. با توجه به این شکل می‌توان دید که کنترل‌کننده‌ی پیشنهادی همواره قید سیگنال کنترلی تعریف شده را برآورده ساخته و رفتاری نرم و یکنواخت داشته باشد. با توجه به نتایج شبیه‌سازی ارائه

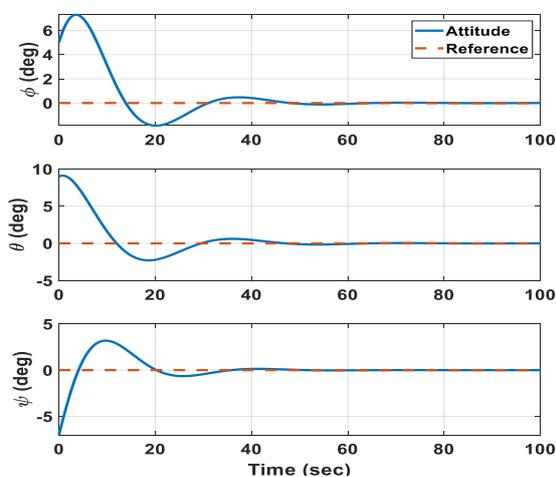
شده در شکل‌های (۳) تا (۸)، عملکرد بسیار خوب سیستم کنترلی پیشنهادی تأیید می‌گردد.



شکل ۳. پلی‌تاپ قیود سیگنال کنترلی



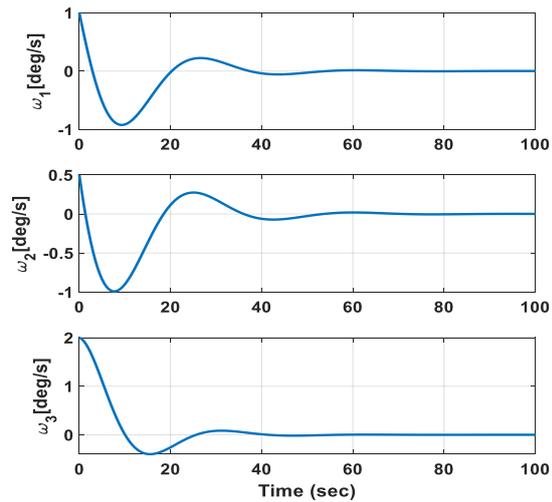
شکل ۴. وضعیت ماهواره بر حسب کواتر نیون‌ها



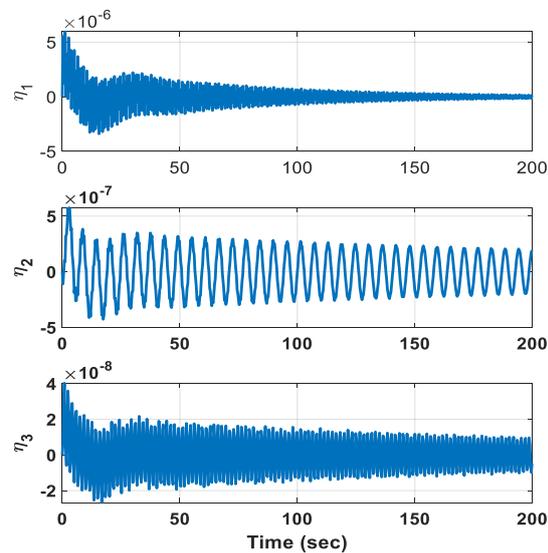
شکل ۵. وضعیت ماهواره بر حسب زوایای اولر

۵. جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

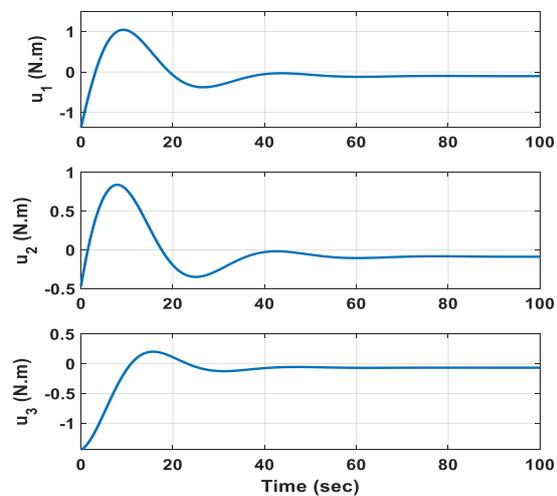
در این مقاله استفاده از کنترل‌کننده پیش‌بین مدل مبتنی بر تیوب به عنوان سیستم کنترل وضعیت یک ماهواره انعطاف‌پذیر پیشنهاد گردید و عملکرد آن مورد ارزیابی قرار گرفت. در طراحی سیستم کنترلی پیشنهادی، وجود اغتشاشات خارجی، وجود نامعینی در ممان اینرسی ماهواره و همچنین قید حاکم بر حداکثر گشتاور قابل اعمال توسط عملگرهای ماهواره لحاظ گردیده است. به منظور سوق رفتار سیستم واقعی به سوی رفتار پیش‌بینی شده توسط مدل نامی و در نتیجه حفظ خطای سیستم درون تیوب‌های از پیش تعیین شده در حضور اغتشاشات خارجی، در این مقاله از مفاهیم مجموعه‌های تغییرناپذیر مثبت مقاوم استفاده گردید. از آنجا که محاسبه دقیق چنین مجموعه‌ای برای دینامیک پیچیده ماهواره انعطاف‌پذیر در عمل امکان‌پذیر نیست، در این مقاله از یک الگوریتم کارآمد به منظور تعیین تقریب بیرونی این مجموعه استفاده شد. در نهایت، با در نظر گرفتن مشخصات یک ماهواره انعطاف‌پذیر واقعی، عملکرد سیستم کنترلی پیشنهادی مورد ارزیابی و تحلیل قرار گرفت. نتایج حاصل از شبیه‌سازی نشان دادند که استفاده از این رویکرد کنترلی قادر به کنترل وضعیت دقیق یک ماهواره انعطاف‌پذیر در حضور اغتشاشات خارجی، نامعینی در ممان اینرسی و محدود بودن گشتاور کنترلی قابل اعمال به ماهواره می‌باشد. به منظور ادامه‌ی مسیر ارائه شده در این پژوهش، پیشنهاد می‌گردد تا با پیاده‌سازی عملی سیستم کنترلی پیشنهادی، عملکرد کنترلی سخت‌افزار در حلقه نیز مورد ارزیابی قرار گیرد.



شکل ۶. سرعت‌های زاویه‌ای در سه راستای ماهواره



شکل ۷. رفتار متغیرهای مودال



شکل ۸. سیگنال کنترلی اعمال شده به ماهواره

- Satellite Based on Genetic Algorithm, *Advances in Space Research*, Vol. 60, pp. 57-64, 2017.
- [12] K. Tracy and Z. Manchester, Model predictive attitude control for flexible spacecraft during thruster firings, *AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference*, Tahoe, 2020.
- [13] G. Bodineau, S. Boulade, B. Frappard, W. Chen, S. Salehi and F. Ankersen, Robust control of large flexible appendages for future space missions, *14th IFAC World Congress*, Beijing, China, pages 1034–1037, 2004.
- [14] L.C. Souza, Robust controllers design for flexible space system using a combination of LQG/LTR and PRLQG methods, *WIT Transactions on The Built Environment*, Vol. 22, pp. 151-166, 1996.
- [15] F. Pirouzmand and N. Ghahramani, Robust model predictive control based on MRAS for satellite attitude control system, *The 3rd International Conference on Control, Instrumentation, and Automation*, Iran, 2013.
- [16] W. Langson, I. Chrysochoos, S. Rakovic and D. Mayne, Robust model predictive control using tubes, *Automatica*, vol. 40, pp. 125-133, 2004.
- [17] D.Q. Mayne, M.M. Seron and S.V. Rakovic, Robust model predictive control of constrained linear systems with bounded disturbances, *Automatica*, vol. 41, pp. 219-224, 2005.
- [18] C. Louembet, D. Darzelier and G. Deaconu, Robust rendezvous planning under maneuver execution errors, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 38, pp. 76-93, 2015.
- [19] D.Q. Mayne, S. V. Rakovic, R. Findeisen and F. Allgower, Robust output feedback model predictive control of constrained linear systems: Time varying case, *Automatica*, vol. 45, pp. 2082-2087, 2009.
- [20] M. Mammarella, E. Capello, H. Park, G. Guglieri and M. Romano, Spacecraft proximity operations via tube-based robust model predictive control with additive disturbances, *68th International Astronautical Congress (IAC)*, Mexico, 2017.
- [21] M. Mammarella, D.Y. Lee, H. Park, E. Capello, M. Dentis, G. Guglieri and M. Romano, Attitude control of a small spacecraft for earth observation via tube-based robust model predictive control, *AIAA Space and Astronautics Forum and Exposition*, 2018.
- [22] M. Mammarella, D.Y. Lee, H. Park, E. Capello, M. Dentis and G. Guglieri, [1] Y. Li and D. Ye, Robust PID controller for flexible satellite attitude control under angular velocity and control torque constraint, *Asian Journal of Control*, Vol. 22, pp. 1327–1344, 2019.
- [2] M. Ataei, H. Salarieh, H. N. Pishkenari and H. Jalili, Boundary control design for vibration suppression and attitude control of flexible satellites with multi-section appendages, *Acta Astronautica*, Vol. 173, pp. 22-30, 2020.
- [3] Q. Yuan, Y. Liu and N. Qi, Active vibration suppression for maneuvering spacecraft with high flexible appendages, *Acta Astronautica*. Vol. 139, pp. 512–520, 2017.
- [4] S. Cao and B. Hang, Adaptive fault tolerant attitude control of flexible satellites based on Takagi-Sugeno fuzzy disturbance modeling, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, Vol. 42, pp. 1712-1723, 2020.
- [5] Y. Zhu, L. Guo, J. Qiao and W. Li, An enhanced anti-disturbance attitude control law for flexible spacecrafts subject to multiple disturbances, *Control Engineering Practice*, Vol. 84, pp. 274-283, 2019.
- [6] M. Fathi and H. Bolandi, Survey on Flexible Satellite: Dynamic Analysis, Challenges and Attitude Control Strategies, *Aerospace Knowledge and Technology Journal*, Vol. 12, No. 2, 2023. (in فارسی)
- [7] P. Iannelli, F. Angeletti and P. Gasbarri, A model predictive control for attitude stabilization and spin control of a spacecraft with a flexible rotating payload, *Acta Astronautica*, Vol. 199, pp. 401-411, 2022.
- [8] M. Bakhti and B.B. Idrissi, Active vibration control of a flexible manipulator using model predictive control and kalman optimal filtering, *International Journal of Engineering Science and Technology*, Vol. 5, pp.165-177, 2013.
- [9] A. Murilo, P.J. Peixoto, L. Souza and R. Lopes, Real-time implementation of a parameterized model predictive control for attitude control systems of rigid-flexible satellite, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 149, 2021.
- [10] A. Pinto, P. Peixoto, L. Souza and R. Lopes, Fast model predictive control scheme for attitude control systems of rigid-flexible satellite, *International Conference on Structural Engineering Dynamics*, Portugal, 2019.
- [11] M. TayyebTaher and M. Esmailzadeh, Model Predictive Control of Attitude Maneuver of a Geostationary Flexible

- Set, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 50, pp. 406–420, 2005.
- [34] B. Rawlings, D.Q. Mayne and M.M. Diehl, Model predictive control: theory, computation, and design, 2nd edition, Nob Hill Publishing, 2020.
- [35] F. Blanchini, Set invariance in control, Automatica, Vol. 35, pp. 1747–1767, 1999.
- [36] S.V. Rakovic, B. Kouvaritakis, R. Findeisen and M. Cannon, Homothetic tube model predictive control, Automatica, vol. 48, pp. 1631–1638, 2012.
- [37] S.V. Rakovic, W.S. Levine and B. Acikmese, Elastic tube model predictive control, Proceedings of IEEE American Control Conference, USA, pp. 3594–3599, 2016.
- [38] F.C. Fontes, S.V. Rakovic and I.V. Kolmanovsky, Rigid tube model predictive control for linear sampled-data systems, IFAC, Vol. 50, pp. 9840–9845, 2017.
- [39] E.C. Kerrigan, Robust constraint satisfaction: invariant sets and predictive control, PhD Thesis, University of Cambridge, U.K., 2000.
- [40] E. Gilbert and K. Tan, Linear systems with state and control constraints: the theory and application of maximal output admissible sets, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 36, pp. 1008–1020, 1991.
- [41] I. Alvarado, Model predictive control for tracking constrained linear systems, PhD Thesis, Universidad de Sevilla, Spain, 2007.
- [42] D. Limon, I. Alvarado, T. Alamo and E. Camacho, On the design of robust tube-based MPC for tracking, In Proceedings of the 17th IFAC World Congress, South Korea, Seoul, pp. 15333–15338, 2008.
- [43] S. Boyd, L.E. Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan, Linear matrix inequalities in system and control theory, SIAM studies in applied mathematics Publication, Philadelphia, USA, 1994.
- Attitude control of a small spacecraft via tube-based model predictive control, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 56, pp. 1662–1679, 2019.
- [23] C. Buckner and R. Lampariello, Tube-based model predictive control for the approach maneuver of a spacecraft to a free-tumbling target satellite, 2018 Annual American Control Conference (ACC), USA, 2018.
- [24] K. Dong, J. Luo, Z. Dang and L. Wei, Tube-based robust output feedback model predictive control for autonomous rendezvous and docking with a tumbling target, Advances in Space Research, Vol. 65, pp. 1158–1181, 2020.
- [25] G. Bedin, Design of robust control techniques for a small satellite with flexible appendages, Master Thesis, Politecnico di Torino University, Aerospace Engineering, 2020.
- [26] A.H. Ruiter, C. Damaren and J.R. Forbes, Spacecraft dynamics and control: an introduction, 1st edition, John Wiley & Sons Publication, 2012.
- [27] S. Xu, N. Cui, Y. Fan and Y. Guan, Active vibration suppression of flexible spacecraft during attitude maneuver with actuator dynamics, IEEE Access, Vol. 6, pp. 35327–35337, 2018.
- [28] M.N. Hasan, M. Haris and S. Qin, Vibration suppression and fault-tolerant attitude control for flexible spacecraft with actuator faults and malalignments, Aerospace Science and Technology, Vol. 120, 2022.
- [29] Y. Xiao, A.H. Ruiter, D. Ye and Z. Sun, Attitude tracking control for rigid-flexible coupled spacecraft with guaranteed performance bounds, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 43, pp. 327–337, 2020.
- [30] M. Balandat, Constrained robust optimal trajectory tracking: model predictive control approaches, Master Thesis, Control Systems Engineering, Darmstadt University, 2010.
- [31] C. Buckner and R. Lampariello, Tube-based model predictive control for the approach maneuver of a spacecraft to a free-tumbling target satellite, IEEE Annual American Control Conference (ACC), USA, pp. 5690–5697, 2018.
- [32] F. Borrelli, A. Bemporad and M. Morari, Constrained optimal control and predictive control for linear and hybrid systems, 1st edition, Cambridge University Press, 2017.
- [33] S.V. Rakovic, E. Kerrigan, K. Kouramas and D. Mayne, Invariant Approximations of the Minimal Robust Positively Invariant

