

تعیین مشتقات دینامیکی بال با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی و ارایه روابط انتگرالی و غیرانتگرالی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۶/۰۱

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۸/۲۱

مهدی هاشم‌آبادی^۱

۱- استادیار، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر، hashemabadi@mut.ac.ir

چکیده

هدف از این تحقیق، محاسبه مشتقات دینامیکی و ارایه روابط انتگرالی و غیرانتگرالی برای محاسبه برخی مشتقات دینامیکی یک بال است. برای محاسبه این مشتقات از دینامیک سیالات محاسباتی و معادلات ناویر-استوکس استفاده شده است. مشتقات دینامیکی، با استفاده از ضرایب آیرودینامیکی به صورت ناپایا و تحت حرکت هارمونیک خاصی که وابسته به مشتق دینامیکی است، تعیین شده‌اند. حرکت‌های هارمونیک به صورت توابع تعریف شده توسط کاربر^۱ و حرکت شبکه اعمال شده‌اند. نوع حرکت در محاسبات مشتقات دینامیکی موثر است. نتایج ضرایب و برخی مشتقات دینامیکی برای بال استاندارد AGARD-D ارایه شده است. بال دارای مقطع NACA 64A₁012 است. نتایج برای این بال در فرکانس کاسته مختلف محاسبه شده است و نتایج با نتایج تجربی موجود مقایسه شده است. برخی نتایج در دو حالت بال متقارن و بال غیرمتقارن (جابجایی محور طولی بال در راستای نوک بال) محاسبه شده‌اند. مقایسه نتایج بیانگر دقت مناسب حل عددی در حالت‌های انتگرالی و غیرانتگرالی ارایه شده برای مشتقات دینامیکی است.

واژه‌های کلیدی: مشتقات دینامیکی، دینامیک سیالات محاسباتی، جریان ناپایا، روابط انتگرالی، روابط غیرانتگرالی.

۷

سال ۱۴ - شماره ۱
پهاروتیستان ۱۴۰۴
نشریه علمی
دانش و فناوری هوافضا



Determination of wing dynamic derivatives using computational fluid dynamics and provide integral and non-integral relations

Mahdi Hashemabadi¹

1- Assistant Professor, Faculty of Aerospace, Malek Ashtar University of Technology, Iran.

Abstract

The purpose of this research is to calculate a wing dynamic derivatives and provide integral and non-integral relations to calculate some dynamic derivatives. Computational fluid dynamics and Navier-Stokes equations have been used to calculate these derivatives. Dynamic derivatives are determined by using aerodynamic coefficients in unsteady form and under certain harmonic motion that is dependent on dynamic derivative. Harmonic motions are implemented as user-defined functions and grid motion. The type of motion is effective in dynamic derivative calculations. The results of the aerodynamic coefficients and some dynamic derivatives for the AGARD-D standard wing are presented. The wing has a NACA 64A₁012 airfoil. The results for this wing have been calculated at different reduced frequencies and the results have been compared with the existing experimental results. Some results have been calculated in two cases of symmetric wing and asymmetric wing (displacement of the longitudinal axis of the wing along the tip of the wing). The comparison of the results shows the appropriate accuracy of the numerical solution in integral and non-integral modes presented for dynamic derivatives.

Keywords: dynamic derivatives, computational fluid dynamics, unsteady flow, integral relations, non-integral relations.

خطای تاخیر دستگاه ارتعاشی داده‌های اندازه‌گیری نیز به دلیل ماهیت مکانیکی پدیده فیزیکی در دستگاه ارتعاشی وجود دارد. این‌ها برخی از عوامل محدود کننده برای آزمایش تونل باد هستند [۷-۹]. برای غلبه بر این کاستی‌ها، همراه با رشد سریع اخیر در قابلیت‌های محاسباتی، می‌توان این مشتقات پایداری دینامیکی را با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی محاسبه کرد. تکامل ظرفیت محاسباتی و تکنیک‌های حرکت شبکه محاسباتی امکان تجزیه و تحلیل با ابعاد بالا را برای مدل‌های پیچیده‌تر فراهم می‌کند. با این قابلیت‌ها، مشتقات پایداری دینامیکی را می‌توان با استفاده از روش تحلیل عددی با کارایی بیشتری تحلیل کرد.

چندین مطالعه از روش‌های تحلیل عددی برای تجزیه و تحلیل پایداری دینامیکی استفاده کرده‌اند [۷، ۱۰-۱۴]. اکثر تحقیقات فعلی در مورد تجزیه و تحلیل مشتقات دینامیکی روش خوبی برای به دست آوردن مشتقات پایداری دینامیکی ترکیبی ضرایب میرایی ارائه می‌دهند [۱۵]. مفهوم پایداری برای مشتقات آیرودینامیکی در محدوده خطی با اغتشاش کوچک توسط برایان [۱۶] معرفی شد. به گفته ایشان، آیرودینامیک و دینامیک پرواز را می‌توان جدا کرد، سپس نیروها و گشتاور آیرودینامیکی به صورت تابعی از چندین پارامتر استاتیکی و دینامیکی مانند سرعت اغتشاش، زوایای کنترل و نرخ تغییر آن‌ها بیان می‌شود. برای موارد دوبعدی، یک روش تحلیلی اولیه برای پیکربندی‌های ساده مانند روش تجزیه و تحلیل توسط تئودورسن می‌توان ارائه کرد [۱۷]. وانگ و همکاران [۱۸] با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی به محاسبه مشتقات دینامیکی روی یک موشک پایه و یک دماغه مخروطی پخ‌دار پرداختند. گراناتا و همکاران [۱۹] از حلگر آیرودینامیک که مبتنی بر روش نوین ذرات گردابه است برای تعیین ضرایب آیرودینامیکی و مشتقات دینامیکی یک پرند استفاده کردند. از دینامیک سیالات محاسباتی برای تعیین مشتقات دینامیکی هیدروفویل برای قایق نیز استفاده شده است [۲۰]. همچنین روش‌های حوزه زمان برای تجزیه و تحلیل این مشتقات پایداری دینامیکی وجود دارد که می‌توانند مشتقات دینامیکی

مشتقات پایداری دینامیکی وسایل نقلیه پروازی پارامترهای کلیدی برای ارزیابی ویژگی‌های آیرودینامیکی، طراحی سیستم کنترل و کیفیت پرواز هستند. اهمیت آن برای هواپیماهای جنگنده‌ای که به مانور و عملکرد بالا در زاویه حمله بالا نیاز دارند، و برای هواپیماهای رادارگریز بدون دم که احتمالاً دارای ویژگی‌های دینامیکی ناپایدار هستند، افزایش می‌یابد. برای هواپیماهای معمولی که با سرعت کم و زاویه حمله کم پرواز می‌کنند، مشتقات پایداری استاتیک به تنهایی برای پیش‌بینی گشتاور تولید شده توسط مانور هواپیما کافی است [۱]. پدیده‌های آیرودینامیکی غیرخطی مانند جدایش لایه مرزی، نوسانات گردابه و شکست گرداب در زاویه حمله بالاتری اتفاق می‌افتند، به‌ویژه برای رژیم‌های گذر صوتی یا مافوق صوت که احتمال وقوع امواج ضربه‌ای بیشتر است [۲]. برای به دست آوردن یک مدل پروازی بهتر، یک مدل آیرودینامیکی با مشتقات دینامیکی دقیق نیاز است، مخصوصاً اگر پرواز در زاویه حمله بالا باشد [۳]. یکی از راه‌های سنتی برای به دست آوردن اطلاعات مشتقات دینامیکی از طریق آزمایش‌های پروازی است [۴]، اما آزمایش‌های پرواز واقعی بسیار پرهزینه و پرخطر هستند. روش سنتی دیگری که به طور فعال برای به دست آوردن مشتقات پایداری دینامیکی مورد بررسی قرار گرفته است، آزمایش‌های تونل باد است [۵، ۶]. با این حال، روش آزمایش تونل باد نیز به دلیل شبیه‌سازی حرکت دینامیکی پیچیده است و ممکن است هزینه‌بر شود. علاوه بر این، نیروی اینرسی تولید شده توسط مدل تست نوسانی باید از داده‌های آیرودینامیکی اندازه‌گیری شده حذف شود، که نیاز به هماهنگ‌سازی دقیق بین تاریخچه حرکت و داده‌های لحظه اندازه‌گیری شده دارد. اختلاف کوچک در همگام‌سازی می‌تواند منجر به یک منبع خطای بسیار بزرگ در نتایج مشتقات دینامیکی شود. بنابراین، یک تنظیم آزمایشی بسیار دقیق و دقیق مورد نیاز است. در مورد زاویه حمله بالا و رژیم پروازی ماخ بالا، این عوامل مانع از تجزیه و تحلیل برای پیش‌بینی دقیق خواص آیرودینامیکی مدل می‌شوند. علاوه بر این،



مختلفی را از حل میدان جریان ناپایدار و پارامترهای مربوط به زمان آن، با استفاده از روش نوسان اجباری بدست آورند [۲۱]. برای تحلیل بیشتر، مشتقات دینامیکی \dot{q} را نیز می‌تواند به روشی مشابه با روش تحلیل مشتقات طولی محاسبه کرد [۲۲]. مشتقات دینامیکی جنگنده‌ها که دارای بال با زاویه پسگرایی بالا هستند نیز توسط دینامیک سیالات محاسباتی تعیین شده‌اند [۲۳]. روش پانل شامل چشمه و دابلت در حالت‌های تراکم‌پذیر برای محاسبه مشتقات دینامیکی نیز استفاده شده است [۲۴].

هدف از مقاله حاضر، تعیین ضرایب و برخی مشتقات دینامیکی برای بال و ارایه روابط حاکم بر روش‌های غیرانتگرالی در محاسبه مشتقات دینامیکی است. بسیاری از محاسبات مشتقات دینامیکی از روش انتگرالی در محاسبه مشتقات استفاده می‌شود. معمولا روش‌های غیرانتگرالی برای ضرایب میرایی تاب^۳ $(C_{m\dot{\alpha}} + C_{m\dot{q}})$ ارایه شده است اما این روش برای محاسبه ضریب میرایی غلت (C_{l_p}) و تغییرات ضریب گشتاور تاب با نرخ زاویه حمله $(C_{m\ddot{\alpha}})$ ارایه نشده است. ضمن اینکه محاسبه مشتقات دینامیکی نیاز به تجربه تحلیل‌های ناپایای مرز متحرک دارد و تحلیل‌های عددی برای مشتقات دینامیکی برای بال انجام نشده است. حرکت‌های هارمونیک توسط توابع تعریف شده توسط کاربر به بال اعمال شده است. در این مقاله روش‌های غیرانتگرالی در برخی ضرایب دینامیکی و حتی ضرایب دینامیک ناشی از حرکت فراز و فرود^۴ ارایه شده‌اند تا روند محاسبات این ضرایب دقیقا ارایه شود و دقت این روش‌ها مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است.

۲- روابط حاکم و روش حل مسئله

۲-۱- مدل‌های حرکتی برای محاسبه ضریب میرایی تاب

دستگاه مختصاتی که بر روی وسیله پرنده استفاده می‌شود در شکل ۱ نشان داده شده است. در این شکل پارامترهای مختلف چرخش و زاویه حول هر محور نمایش داده شده است. برای محاسبه مشتقات میرایی تاب، نوسان حول محور y انجام می‌شود و از سه مدل حرکت نوسانی می‌توان استفاده کرد، این حرکت‌ها

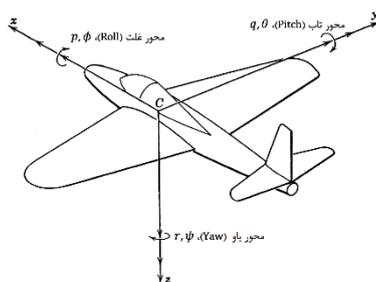
قابل تعمیم به دیگر مشتقات نیز هستند:

(۱) حرکت تاب خالص (شکل ۲ الف). در این حرکت مقدار زاویه حمله همیشه ثابت است و در نتیجه $\dot{\alpha} = 0$ و $q = \dot{\theta} = \sin(\omega t)$ است. از این مدل حرکتی می‌توان با استفاده از روابطی که بخش بعدی توضیح داده خواهد شد برای محاسبه C_{Lq} و C_{mq} استفاده کرد.

(۲) حرکت فراز و فرود خالص (شکل ۲ ب). در این مدل حرکتی $\dot{\alpha} = \sin(\omega t)$; $q = 0$ است. بنابراین از این نوع حرکت برای محاسبه $C_{m\dot{\alpha}}$ و $C_{L\dot{\alpha}}$ استفاده می‌شود. این نوع حرکت هم در تونل باد و هم در تحلیل‌های عددی قابل پیاده‌سازی است.

(۳) حرکت هارمونیک تاب (شکل ۲ ج). این حرکت در برگرنده ترکیبی از تغییرات q و $\dot{\alpha}$ است. این مدل در واقع بیانگر مدل حرکتی یک جسم نوسانی در داخل یک جریان آزاد مشابه آن‌چه در تونل باد اتفاق می‌افتد است که در آن $q = \sin(\omega t)$ و $\dot{\alpha} = \sin(\omega t)$ هنگام استفاده از این مدل می‌توان ضریب میرایی تاب $(C_{m\dot{\alpha}} + C_{mq})$ را محاسبه کرد.

معمولا مقدار $C_{m\dot{\alpha}} + C_{mq}$ محاسبه می‌شود اما اگر هر یک از این پارامترها را یعنی $C_{m\dot{\alpha}}$ و C_{mq} را به‌طور مجزا بخواهیم، می‌توانیم حرکت هارمونیک تاب (شکل ۱ ج) را انجام دهیم و مقدار $C_{m\dot{\alpha}} + C_{mq}$ و سپس با حرکت فراز و فرود خالص (شکل ۱ ب) مقدار $C_{m\dot{\alpha}}$ را محاسبه کنیم و از روی این مقادیر مقدار خالص C_{mq} بدون مدل‌سازی حرکت تاب خالص محاسبه شود. بنابراین مدل‌سازی دو حرکت از سه حرکت شکل ۲ سبب به‌دست آمدن پارامترها به‌صورت مجزا خواهد شد.



شکل ۱. دستگاه مختصات و پارامترها مرتبط با هر محور

$$C_j = C_{j_0} + \frac{\partial C_j}{\partial \beta} \sin \alpha \theta_x + \left(\frac{\partial C_j}{\partial p} + \frac{\partial C_j}{\partial \beta} \sin \alpha \right) \dot{\theta}_x \quad (7)$$

اگر چرخش حول محور y داشته باشیم، بنابراین $\theta_x = \theta_z = 0, \dot{\theta}_x = \dot{\theta}_z = 0$ و رابطه (۶) به صورت زیر خواهد شد:

$$C_j = C_{j_0} + \frac{\partial C_j}{\partial \alpha} \theta_y + \left(\frac{\partial C_j}{\partial q} + \frac{\partial C_j}{\partial \alpha} \right) \dot{\theta}_y \quad (8)$$

اگر چرخش تنها حول محور Z داشته باشیم، بنابراین $\theta_x = \theta_y = 0, \dot{\theta}_x = \dot{\theta}_y = 0$ و رابطه (۶) به صورت زیر خواهد شد:

$$C_j = C_{j_0} - \frac{\partial C_j}{\partial \beta} \cos \alpha \theta_z + \left(\frac{\partial C_j}{\partial r} - \frac{\partial C_j}{\partial \beta} \cos \alpha \right) \dot{\theta}_z \quad (9)$$

۲-۳- محاسبه ضریب میرایی تاب $(C_{m\alpha} + C_{m\dot{\alpha}})$ و تغییرات نیروی برآ با نرخ تاب و زاویه حمله $(C_{Lq} + C_{L\dot{\alpha}})$

با توجه به این که نوسان حول محور y ، تولید کننده مشتقات دینامیکی تاب است بنابراین از رابطه (۸) استفاده می شود.

۲-۳-۱- روش انتگرالی برای محاسبه $C_{m\alpha} + C_{m\dot{\alpha}}$ و $C_{Lq} + C_{L\dot{\alpha}}$

برای محاسبه تغییرات ضریب گشتاور تاب و ضریب برا با نرخ تاب خواهیم داشت (البته در این مورد جمله اصلی کمی بیشتر بسط داده شده است و تغییرات نسبت به \dot{q} نیز افزوده شده است) [۲۷]:

$$C_m = C_{m_0} + C_{m\alpha} \Delta \alpha + (C_{m\dot{\alpha}} + C_{m\alpha}) \frac{l}{2V} \dot{\alpha} + \left(\frac{l}{2V} \right)^2 C_{m\dot{q}} \dot{q} \quad (10)$$

$$C_L = C_{L_0} + C_{L\alpha} \Delta \alpha + (C_{L\dot{\alpha}} + C_{L\alpha}) \frac{l}{2V} \dot{\alpha} + \left(\frac{l}{2V} \right)^2 C_{L\dot{q}} \dot{q}$$

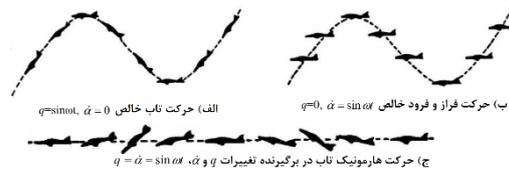
حال اگر یک حرکت نوسانی تاب حول مرکز ثقل وسیله پرنده را در نظر بگیریم، روابط سینماتیکی حاکم بر تغییرات α, q, \dot{q} و $\dot{\alpha}$ به صورت زیر خواهند بود:

$$\alpha - \alpha_0 = \Delta \alpha = \alpha_A \sin(\omega t) \quad (11)$$

$$\dot{\alpha} = \dot{q} = \omega \alpha_A \cos(\omega t)$$

$$\ddot{\alpha} = \ddot{q} = -\omega^2 \alpha_A \sin(\omega t)$$

$$\Delta C_m = \alpha_A (C_{m\alpha} - k^2 C_{m\dot{q}}) \sin(\omega t) \quad (12)$$



شکل ۲. انواع مدل‌های حرکت نوسانی [۲۵]

۲-۲- روابط حاکم بر حرکت ناپایا

محاسبه ضرایب آیرودینامیکی در محورهای مختلف به طور کلی به صورت زیر است [۲۶]:

$$C_j = C_{j_0} + \frac{\partial C_j}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial C_j}{\partial \dot{\alpha}} \Delta \dot{\alpha} + \frac{\partial C_j}{\partial \beta} \Delta \beta + \frac{\partial C_j}{\partial \dot{\beta}} \Delta \dot{\beta} + \frac{\partial C_j}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial C_j}{\partial q} \Delta q + \frac{\partial C_j}{\partial r} \Delta r \quad (1)$$

مولفه‌های سرعت زاویه‌ای اگر در دستگاه مختصات آیرودینامیک $(\omega_{xw}, \omega_{yw}, \omega_{zw})$ حل شوند خواهیم داشت [۲۶]:

$$\begin{bmatrix} \omega_{xw} \\ \omega_{yw} \\ \omega_{zw} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \sin \beta & \sin \alpha \cos \beta \\ -\cos \alpha \sin \beta & \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_x \\ \dot{\theta}_y \\ \dot{\theta}_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\Delta \dot{\alpha} = \omega_{yw} = -\dot{\theta}_x \cos \alpha \sin \beta + \dot{\theta}_y \cos \beta - \dot{\theta}_z \sin \alpha \sin \beta \quad (3)$$

$$-\Delta \dot{\beta} = \omega_{zw} = -\dot{\theta}_x \sin \alpha + \dot{\theta}_z \cos \alpha$$

با فرض اینکه $\beta_0 = 0$ سپس:

$$\Delta \dot{\alpha} = \dot{\theta}_y \quad (q = \dot{\theta}_y) \quad (4)$$

$$\Delta \dot{\beta} = \dot{\theta}_x \sin \alpha - \dot{\theta}_z \cos \alpha$$

و بنابراین

$$\Delta \alpha = \theta_y \quad (5)$$

$$\Delta \beta = \sin \alpha \theta_x - \cos \alpha \theta_z$$

بنابراین معادله کلی رابطه (۱) بعد از ساده‌سازی به صورت زیر خواهد شد:

$$C_j = C_{j_0} + \frac{\partial C_j}{\partial \beta} \sin \alpha \theta_x + \frac{\partial C_j}{\partial \alpha} \theta_y - \frac{\partial C_j}{\partial \beta} \cos \alpha \theta_z + \left(\frac{\partial C_j}{\partial p} + \frac{\partial C_j}{\partial \beta} \sin \alpha \right) \dot{\theta}_x + \left(\frac{\partial C_j}{\partial q} + \frac{\partial C_j}{\partial \alpha} \right) \dot{\theta}_y + \left(\frac{\partial C_j}{\partial r} - \frac{\partial C_j}{\partial \beta} \cos \alpha \right) \dot{\theta}_z \quad (6)$$

اگر چرخش حول محور X داشته باشیم، بنابراین $\theta_y = \theta_z = 0, \dot{\theta}_y = \dot{\theta}_z = 0$ به صورت زیر خواهد شد:



$$q = \dot{\alpha} \quad (15)$$

پیچش در صفحه به صورت عددی توسط حرکت سینوسی مقید حول زاویه حمله میانی، α_0 به صورت زیر تعریف می شود:

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_A \sin \omega t \quad (16)$$

که در آن α_A دامنه نوسان^۷ در حرکت پیچشی، ω سرعت زاویه ای و α_0 زاویه حمله اولیه نوسان است که در این زاویه حمله تحلیل پاپا انجام می شود. میرایی گشتاور پیچشی در $\alpha = \alpha_0$ به صورت زیر فرمول بندی می شود، از رابطه (۱۶) زمانی که $\alpha = \alpha_0$ داریم:

$$t_{\alpha=\alpha_0} = \frac{n\pi}{\omega}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (17)$$

از آنجایی که پرتابه در هر دوره از نوسان، دو بار از α_0 می گذرد بنابراین n بیانگر هر نیم دوره است. با مشتق گیری از رابطه (۱۶) نسبت به زمان داریم:

$$\dot{\alpha}(t) = \omega \alpha_A \cos(\omega t) \quad (18)$$

بنابراین زمانی که $\alpha = \alpha_0$ داریم:

$$\dot{\alpha}_{\alpha=\alpha_0} = (-1)^n \omega A \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (19)$$

فرکانس کاهش یافته، k ، به صورت زیر تعریف می شود:

$$k = \frac{\omega l}{2V} \quad (20)$$

با ترکیب روابط ۱۰، ۱۱، ۱۸ و ۱۹ زمانی که $\alpha = \alpha_0$ داریم:

$$\begin{aligned} & [C_{m_q} + C_{m_{\dot{\alpha}}}]_{\alpha_0} \\ &= (-1)^n \frac{(C_{m_{\pm}} - C_{m_0} - C_{m_{\alpha}} \alpha)}{kA}, \quad (21) \\ & n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

در شکل ۳ چگونگی تغییر C_m نسبت به α برای $\alpha_0 = 0^\circ$ نشان داده شده است. حرکت نوسانی یک نمودار بیضوی تولید می کند. با دنبال کردن منحنی C_m و با ملاحظه اینکه در $t = 0$ و در $\alpha = \alpha_0$ پرتابه شروع به پیچش به سمت بالا^۸ می کند، $C_{m_{\pm}}$ به صورت زیر نتیجه می شود:

$$\begin{aligned} \text{Pitch up cycle: } n = 0, 2, 4, \dots & \rightarrow C_m \\ &= C_{m_+} \rightarrow [C_{m_q} + C_{m_{\dot{\alpha}}}] \\ &= + \frac{(C_{m_+} - C_{m_0} - C_{m_{\alpha}} \alpha)}{kA} \quad (22) \end{aligned}$$

$$+ \alpha_A k (C_{m_{\dot{\alpha}}} + C_{m_q}) \cos(\omega t)$$

$$\Delta C_L = \alpha_A (C_{L_{\alpha}} - k^2 C_{L_{\dot{q}}}) \sin(\omega t)$$

$$+ \alpha_A k (C_{L_{\dot{\alpha}}} + C_{L_q}) \cos(\omega t)$$

که در آن $k = \frac{\omega l}{2V}$ نشان دهنده فرکانس کاسته^۵ حرکت نوسانی است. در محاسبه ضریب گشتاور تاب در حالت نوسانی، بخش های بسط سری فوریه سینوسی و کسینوسی ظاهر می شوند. ترم $C_{m_{\alpha}} - k^2 C_{m_{\dot{q}}}$ معرف بخش بسط فوریه سینوسی و در محاسبات ریاضی روابط ظاهر می شود (رابطه ۱۲) که به آن ترم داخل فاز^۶ گفته می شود و از این لحاظ مهم می شود.

حال با توجه به این که این رابطه نشان دهنده جملاتی از بسط سری فوریه C_L و C_m بر حسب زمان است، می توان مقادیر $C_{m_{\alpha}} + C_{m_q}$ و $C_{m_{\alpha}} - k^2 C_{m_{\dot{q}}}$ را با استفاده از روابط حاکم بر ضرایب سری فوریه به دست آورد. با در نظر گرفتن تاریخچه زمانی تغییرات C_L و C_m در n_c سیکل نوسانی وسیله پرده داریم:

$$\begin{aligned} & C_{m_{\dot{\alpha}}} + C_{m_q} \\ &= \frac{2}{k \alpha_A n_c T} \int_0^{n_c T} \Delta C_m(t) \cos(\omega t) dt \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & C_{L_{\dot{\alpha}}} + C_{L_q} \\ &= \frac{2}{k \alpha_A n_c T} \int_0^{n_c T} \Delta C_L(t) \cos(\omega t) dt \end{aligned}$$

و همچنین

$$\begin{aligned} & C_{m_{\alpha}} - k^2 C_{m_{\dot{q}}} \\ &= \frac{2}{\alpha_A n_c T} \int_0^{n_c T} \Delta C_m(t) \sin(\omega t) dt \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & C_{L_{\alpha}} - k^2 C_{L_{\dot{q}}} \\ &= \frac{2}{\alpha_A n_c T} \int_0^{n_c T} \Delta C_L(t) \sin(\omega t) dt \end{aligned}$$

جایی که $T = \frac{2\pi}{\omega}$ دوره تناوب یک سیکل نوسان گیر داریم است. بنابراین می توان با داشتن منحنی تغییرات C_m بر حسب زمان برای یک حرکت نوسانی مقید و انتگرال گیری عددی از روابط ارائه شده در رابطه (۱۳) مقدار مجموع ضرایب میرایی تاب را محاسبه کرد.

$$2-3-2 \text{ - روش غیرانتگرالی برای محاسبه } C_{m_q} + C_{m_{\dot{\alpha}}} \text{ و } C_{L_q} + C_{L_{\dot{\alpha}}}$$

در حرکت پیچش صفحه ای، نرخ تاب و نرخ زمانی زاویه حمله برابر است، یعنی:



$$C_l = C_{l_0} + \frac{\partial C_l}{\partial p} \frac{pl}{2V} = C_{l_0} + C_{l_p} \frac{pl}{2V} \quad (27)$$

اگر نوسان حول محور x را به صورت نوسان سینوسی و مطابق زیر در نظر بگیریم:

$$\phi = \phi_0 + \phi_A \sin \omega t \quad (28)$$

و بنابراین نرخ تغییرات به صورت زیر خواهد شد:

$$\dot{\phi} = p = \phi_A \omega \cos \omega t \quad (29)$$

بنابراین با قراردادن رابطه (29) در رابطه (27) و استفاده از رابطه فرکانس کاسته، خواهیم داشت:

$$\Delta C_l = C_{l_p} k \phi_A \cos \omega t \quad (30)$$

با استفاده از بسط سری فوریه ضرایب دینامیکی C_{l_p} به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$C_{l_p} = \frac{2}{k \phi_A n_c T} \int_0^{n_c T} \Delta C_l \cos \omega t dt \quad (31)$$

۲-۴-۲- روش غیرانتگرالی برای محاسبه C_{l_p} روش دیگر برای محاسبه ساده‌تر استفاده از روابط ساده‌سازی شده است

اگر $\omega t = n\pi$ بنابراین رابطه (28) به صورت $\phi = \phi_0$ در می‌آید.

$$\begin{aligned} \text{if } \omega t = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \\ \rightarrow \Delta \phi = \phi - \phi_0 = 0 \\ \text{and} \end{aligned} \quad (32)$$

$$\dot{\phi} = (-1)^n \phi_A \omega$$

با توجه به رابطه (32) و در حالتی که $\phi = \phi_0$ باشد، رابطه (30) به صورت زیر خلاصه می‌شود.

$$\Delta C_l = (-1)^n C_{l_p} k \phi_A \quad (33)$$

بنابراین دو حالت خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \text{for roll right cycle, } n = 0, 2, 4, \dots : \\ +C_{l_p} k \phi_A = C_{l_+} - C_{l_0} \end{aligned} \quad (34)$$

و

$$\begin{aligned} \text{for roll left cycle, } n = 1, 3, \dots : \\ -C_{l_p} k \phi_A = C_{l_-} - C_{l_0} \end{aligned} \quad (35)$$

با تفاضل دو رابطه (34) و (35) خواهیم داشت:

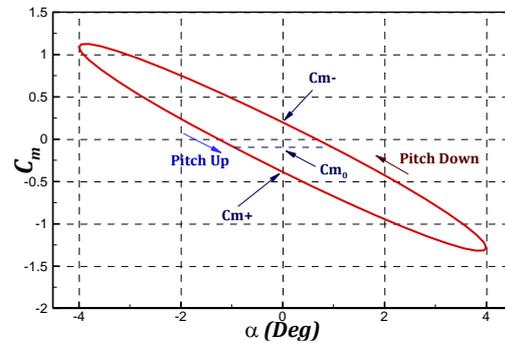
$$C_{l_p} = \frac{C_{l_+} - C_{l_-}}{2k\phi_A} \quad (36)$$

C_{l_+} : مقدار گشتاور غلت در ϕ_0 هنگامی که حرکت به سمت بالا است

C_{l_-} : مقدار گشتاور غلت در ϕ_0 هنگامی که حرکت به سمت پایین است

Pitch down cycle: $n = 1, 3, 5, \dots \rightarrow C_m$

$$\begin{aligned} &= C_{m_-} \rightarrow [C_{m_q} + C_{m_{\dot{\alpha}}}] \\ &= -\frac{(C_{m_-} - C_{m_0} - C_{m_{\dot{\alpha}}})}{kA} \end{aligned} \quad (23)$$



شکل ۳. منحنی تغییر C_m نسبت به زاویه حمله

می‌توان ضریب میرایی گشتاور پیچشی را هم از رابطه (22) و هم از رابطه (23) حساب کرد. این کار نیاز به محاسبه $C_{m_{\dot{\alpha}}}$ و C_{m_0} دارد. اما می‌توان $C_{m_{\dot{\alpha}}}$ را با جمع کردن روابط (22) و (23) حذف نمود و ضریب میرایی گشتاور پیچشی را به صورت زیر به دست آورد:

$$[C_{m_q} + C_{m_{\dot{\alpha}}}] = \frac{(C_{m_+} - C_{m_-})}{2k\alpha_A} \quad (24)$$

همچنین این روند را می‌شود برای ضریب برآ نیز انجام داد که در نهایت خواهیم داشت:

$$[C_{L_q} + C_{L_{\dot{\alpha}}}] = \frac{(C_{L_+} - C_{L_-})}{2k\alpha_A} \quad (25)$$

۲-۴-۲- محاسبه ضریب میرایی غلت (C_{l_p})

برای محاسبه مشتقات غلت، نوسانات حول محور x است، بنابراین از رابطه (7) استفاده می‌شود. برای مشتقات غلت، نوسان سینوسی حول محور x و به صورت رابطه (28) اعمال می‌شود.

۲-۴-۱- روش انتگرالی برای محاسبه C_{l_p}

بنابراین با توجه به رابطه (7) برای محاسبه مقدار C_{l_p} خواهیم داشت:

$$C_l = C_{l_0} + \frac{\partial C_l}{\partial \beta} \sin \alpha \theta_x + \left(\frac{\partial C_l}{\partial p} + \frac{\partial C_l}{\partial \dot{\beta}} \sin \alpha \right) \dot{\theta}_x \quad (26)$$

اگر حل در زاویه حمله صفر باشد ($\sin \alpha = 0$),

بنابراین رابطه (26) به صورت زیر خواهد شد:



۵-۲- محاسبه تغییرات ضریب گشتاور تاب و ضریب برآ با نرخ زمانی زاویه حمله ($C_{m\dot{\alpha}}$ و $C_{L\dot{\alpha}}$)

همان طور که قبلا هم گفته شد، برای محاسبه مشتقات نسبت به $\dot{\alpha}$ باید یک حرکت فراز و فرود انجام داد. بنابراین نوسانات حول محور y است و از رابطه (۸) استفاده می شود.

۲-۵-۱- روش انتگرالی برای محاسبه $C_{m\dot{\alpha}}$ و $C_{L\dot{\alpha}}$ با توجه به رابطه (۸) و اگر تنها حرکت جانبی داشته باشیم و $q = 0$ باشد ($C_{m_q} = 0$)، خواهیم داشت

$$C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha} \Delta\alpha + C_{m_{\dot{\alpha}}} \frac{\dot{\alpha}c}{2V} \quad (37)$$

اگر جسم یک حرکت جابجایی فراز و فرود به فرم زیر داشته باشد:

$$h = h_0 + h_A \sin \omega t \quad (38)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\dot{h} = \frac{dh}{dt} = h_A \omega \cos \omega t \quad (39)$$

و از طرفی زاویه حمله معادل به صورت زیر خواهد شد:

$$\alpha_{eq} = \tan^{-1} \frac{V \cos \beta \sin \alpha - \dot{h}}{V \cos \beta \cos \alpha} \approx -\frac{\dot{h}}{V} \approx -\frac{h_A \omega \cos \omega t}{V} \quad (40)$$

از سویی

$$\Delta\alpha = \alpha_{eq} \quad (41)$$

اگر از رابطه (۴۰) مشتق بگیریم:

$$\alpha_{eq} = -\frac{\dot{h}}{V} = \frac{h_A \omega^2}{V} \sin \omega t \quad (42)$$

با جایگزینی رابطه (۴۰)، (۴۱) و (۴۲) در رابطه (۳۷) خواهیم داشت:

$$\Delta C_L = -C_{L_\alpha} \frac{h_A \omega}{V} \cos \omega t + C_{L_{\dot{\alpha}}} k h_A \frac{\omega}{V} \sin \omega t \quad (43)$$

$$C_{m_{\dot{\alpha}}} = \frac{2V}{k h_A \omega n_c T} \int_0^{n_c T} \Delta C_m(t) \sin \omega t dt$$

$$C_{L_{\dot{\alpha}}} = \frac{2V}{k h_A \omega n_c T} \int_0^{n_c T} \Delta C_L(t) \sin \omega t dt \quad (44)$$

و همچنین مقادیر C_{L_α} و C_{m_α} نیز به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$C_{m_\alpha} = -\frac{2V}{h_A \omega n_c T} \int_0^{n_c T} \Delta C_m(t) \cos \omega t dt \quad (45)$$

$$C_{L_\alpha} = -\frac{2V}{h_A \omega n_c T} \int_0^{n_c T} \Delta C_L(t) \cos \omega t dt$$

۲.۵. روش غیرانتگرالی برای محاسبه $C_{m_{\dot{\alpha}}}$ و $C_{L_{\dot{\alpha}}}$

با جایگزینی رابطه (۴۱) در رابطه (۳۷) داریم:

$$C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha_{eq} + C_{m_{\dot{\alpha}}} \frac{k h_A \omega}{V} \sin \omega t \quad (46)$$

$$C_L = C_{L_0} + C_{L_\alpha} \alpha_{eq} + C_{L_{\dot{\alpha}}} \frac{k h_A \omega}{V} \sin \omega t$$

اگر $\omega t = (2n+1)\frac{\pi}{2}$ بنابراین $h = h_0 \pm h_A$ یعنی در حداکثر و حداقل حرکت نوسانی فراز و فرود قرار داریم.

if $\omega t = (2n+1)\frac{\pi}{2}$,
 $n = 0, 1, 2, \dots \rightarrow h = h_0 \pm h_A$
 در چنین حالتی $\alpha_{eq} = (-1)^n \frac{h_A \omega^2}{V}$ و در نتیجه رابطه (۴۶) به صورت زیر می شود:

$$C_{m_{\dot{\alpha}}} \frac{k h_A \omega}{V} (-1)^n = C_m - C_{m_0} - C_{m_\alpha} \alpha_{eq} \quad (47)$$

$$C_{L_{\dot{\alpha}}} \frac{k h_A \omega}{V} (-1)^n = C_L - C_{L_0} - C_{L_\alpha} \alpha_{eq}$$

بنابراین با تفکیک حرکت رو به بالا برای $C_{m_{\dot{\alpha}}}$ خواهیم داشت:

$$\text{for Plung up cycle, } n = 0, 2, 4, \dots : \quad (48)$$

$$+C_{m_{\dot{\alpha}}} \frac{k h_A \omega}{V} = C_{m_+} - C_{m_0} - C_{m_\alpha} \alpha_{eq+}$$

و هنگامی که حرکت رو به پایین است و جسم به حداقل حرکت فرود می رسد، خواهیم داشت:

$$\text{for Plung down cycle, } n = 1, 3, \dots : \quad (49)$$

$$-C_{m_{\dot{\alpha}}} \frac{k h_A \omega}{V} = C_{m_-} - C_{m_0} - C_{m_\alpha} \alpha_{eq-}$$

با تفاضل دو رابطه بالا خواهیم داشت:

$$2C_{m_{\dot{\alpha}}} \frac{k h_A \omega}{V} = [(C_{m_+} - C_{m_\alpha} \alpha_{eq+}) - (C_{m_-} - C_{m_\alpha} \alpha_{eq-})] \quad (50)$$

و در نهایت

$$C_{m_{\dot{\alpha}}} = \frac{[(C_{m_+} - C_{m_\alpha} \alpha_{eq+}) - (C_{m_-} - C_{m_\alpha} \alpha_{eq-})] V}{2k h_A \omega} \quad (51)$$

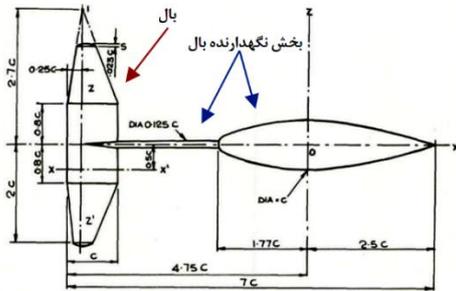
جایی که C_{m_+} مقدار ضریب گشتاور پیچشی در بالاترین نقطه اوج فراز و C_{m_-} مقدار ضریب گشتاور پیچشی در پایین ترین نقطه فرود است.



مشابه روند فوق خواهیم داشت:

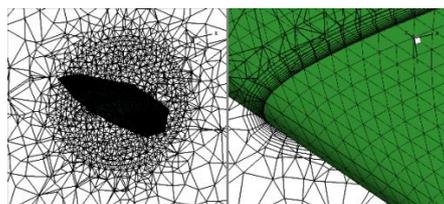
$$C_{L\alpha} = \frac{[(C_{L+} - C_{L\alpha}\alpha_{eq+}) - (C_{L-} - C_{L\alpha}\alpha_{eq-})]V}{2kh_A\omega} \quad (52)$$

محور دوران به xx' منتقل می‌شود) انجام می‌شود. برای محاسبه نتایج به روش عددی، از متوسط سرعت تونل‌های باد که حدود ۳۰ متربرثانیه است استفاده شده است.



شکل ۴. مدل بال AGARD-D و ابعاد آن و همچنین بخش نگهدارنده بال در تونل باد [۳۰]

برای تولید شبکه می‌توان از دو نوع باسازمان و یا بی‌سازمان استفاده کرد. در این مساله با توجه به متحرک بودن مرز جسم، از شبکه بی‌سازمان استفاده شده است که تطابق آن با مرز متحرک مناسب‌تر است. نمایی از شبکه روی بال و لایه مرزی در صفحه میانی بال در شکل ۵ نشان داده شده است. نمایی از بال و دامنه انتخاب شده در اطراف آن در شکل ۶ نشان داده شده است. با توجه به ابعاد وتر بال که ۰/۱۹۹۹۴ متر است و دهانه بال که ۴ برابر وتر بال است، قطر دامنه حل ۷ متر لحاظ شده است. شرایط مرزی اعمالی، شرط مرزی دیواره بر روی بال، شرط مرزی سرعت ورودی در دامنه دوردست و شرط مرزی فشار خروجی در بخشی از دامنه دور دست در پشت بال لحاظ شده است. برای مطالعه شبکه، شبکه‌های با تعداد ۴۱۰۰۰۰، ۶۳۷۰۰۰ و ۸۰۵۰۰۰ سلول انتخاب شدند. نتایج پارامترها در شبکه ۶۳۷۰۰۰ سلولی بسیار نزدیک به شبکه ۸۰۵۰۰۰ سلولی بود و به همین دلیل از شبکه ۶۳۷۰۰۰ سلولی در ادامه تحلیل‌های عددی استفاده شده است.



شکل ۵. نمایی از شبکه اطراف بال (شکل چپ) و شبکه روی بال و لایه مرزی در وسط بال (شکل راست)

۲-۶- روابط حاکم بر حل عددی

برای حل عددی از روابط ناویر-استوکس متوسط‌گیری شده رینولدز استفاده شده است [۲۸]. مدل آشفتگی در این تحقیق مدل $k-\omega$ SST انتخاب شده است [۲۹]. روابط ناویر-استوکس با توجه به حرکت نوسانی جسم به صورت لاگرانژی-اویلری حل شده‌اند. در حل لاگرانژی-اویلری، مولفه‌های سرعت به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

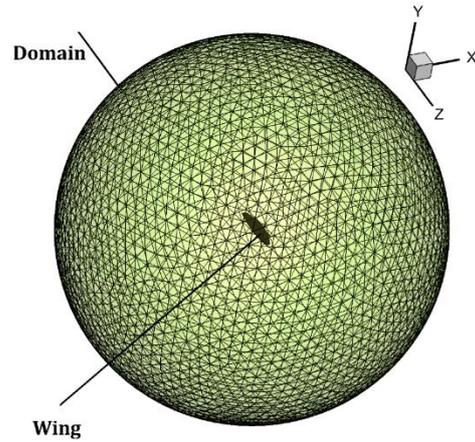
$$U = u - \dot{x}, V = v - \dot{y}, W = w - \dot{z} \quad (53)$$

جایی که \dot{x} ، \dot{y} و \dot{z} مولفه‌های سرعت شبکه در داخل میدان هستند. حلگر به صورت فشار مینا، گسسته‌سازی کوپل فشار-سرعت با روش سیمپل^۱، گسسته‌سازی مکانی گرادیان‌ها با روش حداقل مربعات مبتنی بر سلول^{۱۱} و گسسته‌سازی مکانی فشار، ممنتم و انرژی به صورت مرتبه دوم^{۱۲} و گسسته‌سازی مکانی انرژی جنبشی آشفتگی^{۱۳} و نرخ اتلافات خاص^{۱۴} به صورت مرتبه اول انجام شده است. همچنین گسسته‌سازی زمانی به صورت مرتبه دوم ضمنی^{۱۵} استفاده شده است.

۳. تعریف مساله و معرفی هندسه مدل

مساله‌ای که در این تحقیق در نظر گرفته شده است یک بال با ایرفویل مقطع NACA 64A1012 است که در چهار تونل باد مختلف تست شده است. مزیت بزرگ این مدل این است که در چهار تونل باد مختلف آزمایش شده است و داده‌های قابل اعتمادی در اختیار محققان قرار می‌دهد، زیرا داده‌های مشتقات دینامیکی بسیار حساس هستند و نمی‌توان به هر داده‌ای استناد کرد. نمایی از این بال که در تونل باد تست شده است در شکل ۴ نشان داده شده است. وتر این بال ۰/۱۹۹۹۴ متر است. این بال حول محور OZ دوران تاب پیدا می‌کند و دوران غلت این بال در دو حالت متقارن (حول محور Ox) و نامتقارن (حالتی که





شکل ۶: نمایی از شبکه محاسباتی و شرایط مرزی اطراف بال

۴- ارایه نتایج

در اینجا بال مورد نظر تحت حرکت نوسانی تاب، غلت و فراز و فرود قرار می‌گیرد و با استخراج تاریخچه زمانی، مقدار ضرایب دینامیکی در سرعت ۳۰ متر بر ثانیه محاسبه می‌شود. حرکت نوسانی تاب این ایرفویل به صورت زیر است:

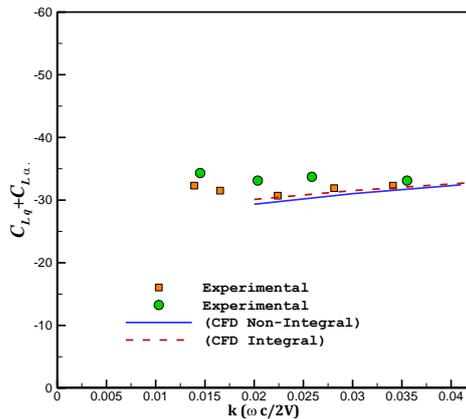
$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_A \sin(\omega t) \quad (54)$$

که α_A دامنه نوسان تاب، ۴ درجه در نظر گرفته شده است و α_0 زاویه حمله متوسط نیز صفر در نظر گرفته شده است و ω فرکانس زاویه‌ای حرکت تاب بال است که متناسب با فرکانس کاسته ۰/۰۲، ۰/۰۳ و ۰/۰۴ انتخاب شده است. معمولاً دامنه نوسان ۱ تا ۵ درجه برای نوسان تاب کافی است. رابطه فرکانس کاسته با فرکانس زاویه‌ای به صورت $k = \frac{\omega c}{2V}$ برای حرکت تاب است. محاسبه ضرایب غلت در فرکانس کاسته‌های ۰/۱، ۰/۲ و ۰/۳ انجام شده است و در حرکت غلت فرکانس کاسته به صورت $k = \frac{\omega b}{2V}$ به دست آمده است. معمولاً برای محاسبه ضریب میرایی تاب، فرکانس کاسته تاثیر زیادی بر نتایج ندارد. برای مدل‌سازی حرکت تاب و غلت، نیاز است که سرعت زاویه‌ای حول هر محور به صورت تابع تعریف شده توسط کاربر در تابع کتابخانه‌ای DEFINE_CG_MOTION فلونت کدنویسی شده و این کد در نرم‌افزار فلونت کامپایل شده و بر روی مرزها اعمال شود. یعنی برای حرکت تاب لازم است که از رابطه (۵۴) مشتق‌گیری شود و رابطه $\dot{\alpha}$ به عنوان سرعت زاویه‌ای وارد شود ($\dot{\alpha} =$

$\alpha_A \omega \cos(\omega t)$). گام زمانی در تحلیل ناپایا بدین‌صورت لحاظ شده است که دوره تناوب به‌دست آمده است و با تقسیم دوره تناوب بر ۴۰ گام زمانی تعیین شده است [۳۱].

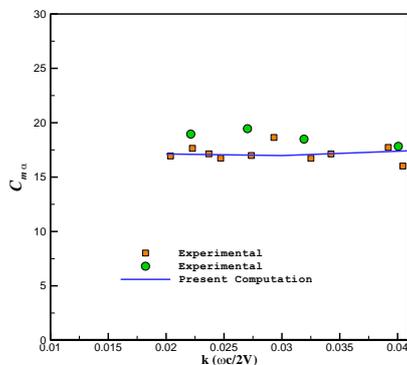
داده‌های به دست آمده در این تحقیق با داده‌های تجربی موجود در مرجع [۳۰] مقایسه شده است. در این مرجع داده‌های تجربی برای چهار تونل باد مختلف وجود دارد. داده‌های تونل باد مربوط به تونل‌های باد NACA [۳۲]، NLL [۳۳]، ONERA [۳۴] و IMFM [۳۵] است. با توجه به این‌که در این مرجع برای حرکت تاب نسبت به $\frac{qc}{2V}$ و برای حرکت غلت نسبت به $\frac{pb}{2V}$ بی‌بعد شده‌اند بنابراین در این تحقیق نیز مقدار فرکانس کاسته به صورت $k = \frac{\omega c}{2V}$ برای حرکت تاب و به صورت $k = \frac{\omega b}{2V}$ برای حرکت غلت محاسبه شده است. در ضمن دامنه نوسان جسم و فرکانس کاسته معمولاً برای تعیین ضریب میرایی چندان اهمیت ندارند اما در برخی مدل‌ها ممکن است به دلیل وجود خطاهای ناخواسته بهتر باشد از فرکانس کاسته و دامنه نوسان بالاتر استفاده شود. در زیر نتایج حل عددی ارایه شده برای این بال با داده‌های تجربی مقایسه شده است و ارایه می‌شود. لازم به‌ذکر است که رینولدز جریان در تست‌های تونل باد در سرعت‌های متوسط تا بالا بین $10^6 \times 10^5$ و $10^6 \times 10^7$ بوده است که در حل عددی رینولدز جریان $10^6 \times 10^6$ در نظر گرفته شده است.

شکل ۷ تغییرات ضریب نیرو برآ با زاویه حمله را برای فرکانس‌های کاسته مختلف نشان می‌دهد. حل عددی با داده‌های تجربی دو تونل باد مقایسه شده است. همان‌طور که از شکل مشخص است حل عددی تطابق بسیار خوبی با داده‌های تجربی دارد که نشان از دقت بالای حل عددی است. مقدار $C_{L\alpha}$ را می‌توان هم با تحلیل پایا و هم تحلیل ناپایا به‌دست آورد. در این بخش این مقدار با استفاده از تحلیل ناپایا به‌دست آمده است. بدین‌صورت که مقدار ضریب برآ در دو حالت بیشترین و کمترین نوسان تاب که به‌ترتیب زاویه حمله +۴ و -۴ است محاسبه شده است و



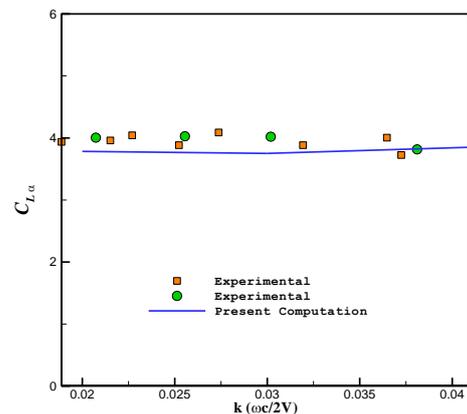
شکل ۹. تغییرات $C_{Lq} + C_{L\alpha}$ با فرکانس کاسته مختلف و مقایسه حل عددی با حل تجربی

شکل ۱۰ تغییرات ضریب گشتاور تاب با زاویه حمله را برای فرکانس‌های کاسته مختلف نشان می‌دهد. حل عددی با داده‌های تجربی دو تونل باد مقایسه شده است. همان‌طور که از شکل مشخص است حل عددی تطابق بسیار خوبی با داده‌های تجربی دارد که نشان از دقت بالای حل عددی است. مقدار $C_{m\alpha}$ را می‌توان هم با تحلیل پایا و هم تحلیل ناپایا به دست آورد. در این بخش این مقدار با استفاده از تحلیل ناپایا به دست آمده است. بدین‌صورت که مقدار ضریب گشتاور تاب در دو حالت بیشترین و کمترین نوسان تاب که به ترتیب زاویه حمله $+4^\circ$ و -4° است محاسبه شده است و تغییرات آن با زاویه حمله مشخص شده است. برای حل پایا نیز در دو زاویه حمله تغییرات ضریب گشتاور تاب محاسبه می‌شود و $C_{m\alpha}$ لحاظ می‌شود.

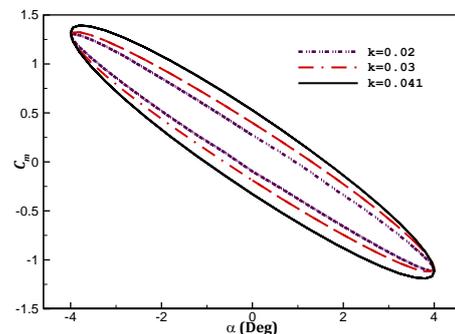


شکل ۱۰. تغییرات $C_{m\alpha}$ با فرکانس کاسته مختلف و مقایسه حل عددی با حل تجربی

تغییرات آن با زاویه حمله محاسبه شده است. شکل ۸ منحنی تغییرات C_m نسبت به زاویه حمله در فرکانس کاسته مختلف را نشان می‌دهد. همان‌طور که از این شکل مشخص است با افزایش فرکانس کاسته سرعت نوسان بال بیشتر می‌شود و بنابراین بازه بزرگتری از C_m را نسبت به فرکانس کاسته پایین‌تر ایجاد می‌کند.



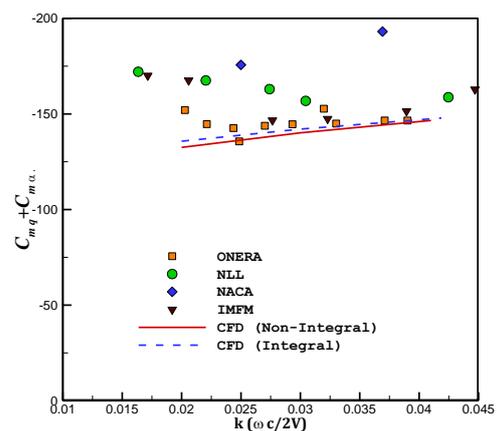
شکل ۷. تغییرات C_{Lq} با فرکانس کاسته مختلف و مقایسه حل عددی با حل تجربی



شکل ۸. منحنی تغییر C_m نسبت به زاویه حمله در فرکانس کاسته مختلف

شکل ۹ تغییرات $C_{Lq} + C_{L\alpha}$ با فرکانس کاسته مختلف و مقایسه حل عددی در دو حالت محاسبات با روش انتگرالی (رابطه (۱۳)) و غیرانتگرالی (رابطه (۲۵)) را با حل تجربی نشان می‌دهد. همان‌طور که از این شکل مشخص است نتایج حل عددی دارای دقت مناسبی در مقایسه با داده‌های تجربی است. نتایج حل عددی در دو حالت انتگرالی و غیرانتگرالی بسیار به هم نزدیک هستند ولی دقت حل انتگرالی به صورت خیلی ناچیز بهتر از حل غیرانتگرالی است.

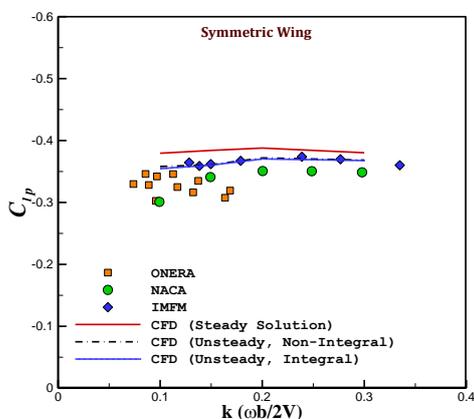
شکل ۱۱ تغییرات $C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$ (که به میرایی تاب معروف است) با فرکانس کاسته مختلف و مقایسه حل عددی در دو حالت محاسبات با روش انتگرالی (رابطه (۱۳)) و غیرانتگرالی (رابطه (۲۵)) را با حل تجربی نشان می‌دهد. همان‌طور که از این شکل مشخص است نتایج حل عددی دارای دقت مناسبی در مقایسه با داده‌های تجربی است. نتایج حل عددی در دو حالت انتگرالی و غیرانتگرالی بسیار به هم نزدیک هستند ولی دقت حل انتگرالی به صورت خیلی ناچیز بهتر از حل غیرانتگرالی است. لازم به ذکر است که محاسبه مشتقات دینامیکی در تونل باد بسیار مشکل و حساس است به همین دلیل هم پراکندگی داده‌ها در تونل بادهای مختلف وجود دارد. داده‌های حل عددی برای ضریب میرایی تاب به داده‌های تونل باد ONERA نزدیک‌تر است.



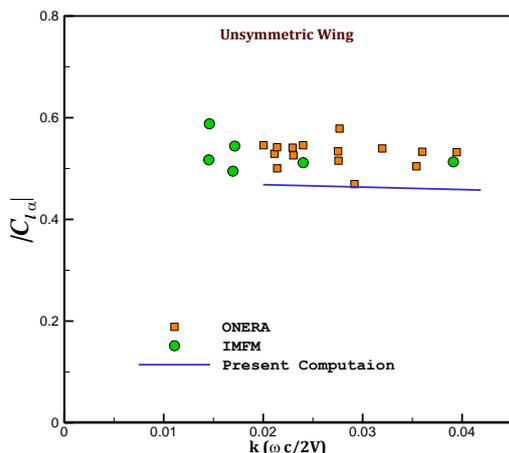
شکل ۱۱. تغییرات $C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$ با فرکانس کاسته مختلف و مقایسه حل عددی با حل تجربی

تحلیل عددی مربوط به تعیین C_{lp} علاوه بر اینکه در فرکانس کاسته‌های مختلف انجام شده است برای دو حالت بال نیز انجام شده است. این دو حالت بدین‌گونه است که در حالت اول میله نگهدارنده بال در وسط بال قرار دارد و بال نسبت به میله نگهدارنده دارای تقارن است و حالت دوم اینکه میله نگهدارنده بال از وسط بال فاصله دارد و در نتیجه بال نسبت به محل نوسان تقارن ندارد. این فاصله در شکل ۴ با محور x' نشان داده شده است. این محور به اندازه نصف وتر بال نسبت به مرکز جابجا شده است. شکل ۱۲ تغییرات C_{lp} بال متقارن را با فرکانس کاسته مختلف و مقایسه حل عددی در دو حالت محاسبات

با روش انتگرالی (رابطه (۳۱)) و غیرانتگرالی (رابطه (۳۶)) را با حل تجربی نشان می‌دهد. مقدار C_{lp} را می‌توان با حل پایا نیز به دست آورد که بال ثابت باشد و جریان با سرعت دورانی مختلف به آن برخورد کند. در این حالت نیاز به نوسان بال نیست. اما در این مقاله علاوه بر حل پایا از حل ناپایا نیز برای محاسبه C_{lp} استفاده شده است تا دقت حل در هر دو حالت تعیین شود. نوسان بال برای محاسبه C_{lp} مطابق رابطه (۲۸) انجام شده است و دامنه نوسان بال ۴ درجه بوده است. همان‌طور که از این شکل مشخص است نتایج حل عددی دارای دقت مناسبی در مقایسه با داده‌های تجربی است. اما نتایج حالت ناپایا نسبت به حالت پایا دارای دقت مناسب‌تری است. نتایج حل عددی در دو حالت انتگرالی و غیرانتگرالی بسیار به هم نزدیک هستند ولی دقت حل انتگرالی به صورت خیلی ناچیز بهتر از حل غیرانتگرالی است. لازم به ذکر است که محاسبه مشتقات دینامیکی در تونل باد بسیار مشکل و حساس است به همین دلیل هم پراکندگی داده‌ها در تونل بادهای مختلف وجود دارد. داده‌های حل عددی برای ضریب میرایی تاب به داده‌های تونل باد ONERA و IMFM نزدیک‌تر است. در حالت عدم تقارن بال، مقدار C_{lp} در شکل ۱۳ نشان داده شده است. داده‌های تجربی این حالت فقط برای تونل‌های باد ONERA و IMFM وجود دارد که نتایج نشان می‌دهد که حل پایا و ناپایا دارای دقت مناسب هستند و داده‌ها به داده‌های تونل باد IMFM نزدیک‌تر هستند.

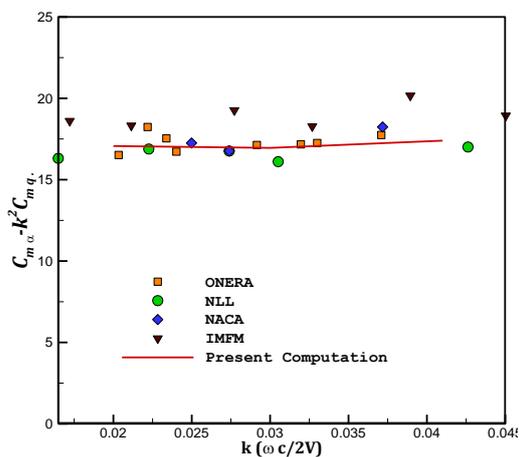


شکل ۱۲. تغییرات C_{lp} با فرکانس کاسته مختلف و مقایسه حل عددی با حل تجربی در حالت بال متقارن



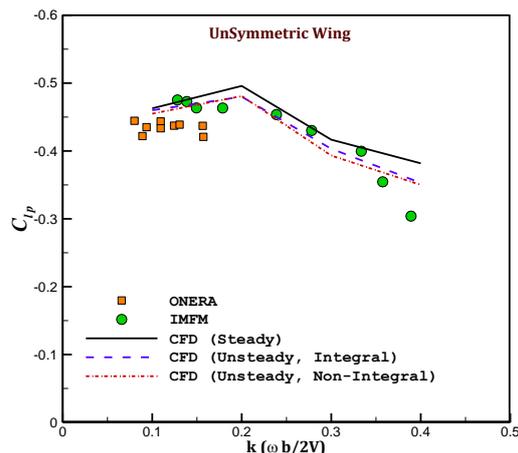
شکل ۱۵. تغییرات C_{l_α} با فرکانس کاسته مختلف و مقایسه حل عددی با حل تجربی در حالت بال غیرمستقر

یک از پارامترهایی که معمولاً کمتر محاسبه می‌شود مقدار $C_{m_\alpha} - k^2 C_{m_q}$ است. برای محاسبه این پارامتر، هنگامی که حرکت نوسانی تاب داریم مقدار ضریب گشتاور تاب را در زمان‌های مختلف ذخیره کرده و با استفاده از رابطه (۱۴) این پارامتر محاسبه می‌شود. شکل ۱۶ تغییرات $C_{m_\alpha} - k^2 C_{m_q}$ با فرکانس کاسته مختلف و مقایسه حل عددی را با حل تجربی نشان می‌دهد. همان‌طور که از این شکل مشخص است نتایج حل عددی دارای دقت مناسبی در مقایسه با داده‌های تجربی است.



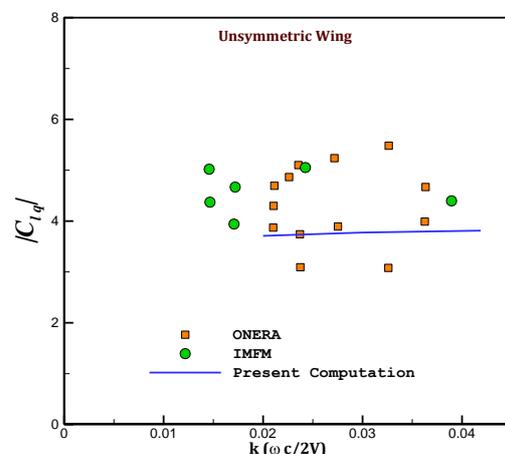
شکل ۱۶. تغییرات $C_{m_\alpha} - k^2 C_{m_q}$ با فرکانس کاسته مختلف و مقایسه حل عددی با حل تجربی در حالت بال مستقر

برای محاسبه C_{m_α} نیاز داریم که یک حرکت فراز و فرود به بال بدهیم و محاسبات را انجام دهیم. برای این کار حرکت فراز و فرود طبق رابطه (۳۸) به بال



شکل ۱۳. تغییرات C_{l_p} با فرکانس کاسته مختلف و مقایسه حل عددی با حل تجربی در حالت بال غیرمستقر

در حالتی که بال دارای عدم تقارن باشد، هنگامی که بال حرکت نوسانی تاب داشته باشد چون بخش سمت راست و چپ بال نسبت به محور دوران عدم تقارن دارد بنابراین این حرکت نوسانی علاوه بر تاب، غلت نیز ایجاد می‌کند. در حالت کلی برای بال غیرمستقر، علاوه بر حرکت تاب، تغییرات زاویه حمله نیز سبب ایجاد غلت می‌شود. شکل ۱۴ و شکل ۱۵ به ترتیب تغییرات ضریب گشتاور غلت با حرکت تاب (C_{l_q}) و ضریب گشتاور غلت با زاویه حمله را برای فرکانس‌های کاسته مختلف نشان می‌دهد. به‌طور قطع مقدار C_{l_q} اگر بال دارای تقارن باشد صفر خواهد بود. حل عددی با داده‌های تجربی دو تونل باد مقایسه شده است. همان‌طور که از شکل مشخص است حل عددی تطابق خوبی با داده‌های تجربی دارد که نشان از دقت مناسب حل عددی است.



شکل ۱۴. تغییرات C_{l_q} با فرکانس کاسته مختلف و مقایسه حل عددی با حل تجربی در حالت بال غیرمستقر

Dynamics Laboratory, Air Force Wright Aeronautical ..., 1976.

- [2] E. H. Dowell, S. R. Bland, M. H. Williams, Linear/nonlinear behavior in unsteady transonic aerodynamics, *AIAA Journal*, vol. 21, no. 1, pp. 38-46, 1983.
- [3] L. T. Nguyen, *Evaluation of importance of lateral acceleration derivatives in extraction of lateral-directional derivatives at high angles of attack*, 1974.
- [4] M. C. Davis, J. T. White, X-43A flight-test-determined aerodynamic force and moment characteristics at Mach 7.0, *Journal of spacecraft and rockets*, vol. 45, no. 3, pp. 472-484, 2008.
- [5] D. I. Greenwell, Frequency effects on dynamic stability derivatives obtained from small-amplitude oscillatory testing, *Journal of aircraft*, vol. 35, no. 5, pp. 776-783, 1998.
- [6] B. Kramer, Experimental evaluation of superposition techniques applied to dynamic aerodynamics, *40th AIAA aerospace sciences meeting & exhibit*, pp. 700, 2002.
- [7] A. D. Ronch, D. Vallespin, M. Ghoreyshi, K. Badcock, Evaluation of dynamic derivatives using computational fluid dynamics, *AIAA journal*, vol. 50, no. 2, pp. 470-484, 2012.
- [8] H. Chung, H. Lee, M. Lee, Estimation of Aircraft Longitudinal Dynamic Derivatives Using Dynamic Mesh Method, *Proceeding of*, pp. 25-28, 2014.
- [9] H.-R. Lee, H.-J. Gong, B.-S. Kim, S.-S. Lee, Prediction of Pitch and Roll Dynamic Derivatives for Flight Vehicle using CFD, *Journal of the Korean Society for Aeronautical & Space Sciences*, vol. 40, no. 5, pp. 395-404, 2012.
- [10] V. Bhagwandin, J. Sahu, Numerical prediction of pitch damping derivatives for a finned projectile at angles of attack, *50th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, pp. 691, 2012.
- [11] X. Liu, W. Liu, Y. Zhao, Navier-Stokes predictions of dynamic stability derivatives for air-breathing hypersonic vehicle, *Acta Astronautica*, vol. 118, pp. 262-285, 2016.
- [12] E. Oktay, H. Akay, CFD predictions of dynamic derivatives for missiles, *40th AIAA aerospace sciences meeting & exhibit*, pp. 276, 2002.
- [13] M. Baigang, Z. Hao, W. Ban, Computational Investigation of simulation on the dynamic derivatives of flight vehicle, *Proceedings of the 29th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences, St. Petersburg, Russia*, pp. 7-12, 2014.

اعمال کنیم و با توجه به روابط (۴۴) و (۴۷) محاسبات انتگرالی و غیرانتگرالی $C_{m\dot{\alpha}}$ را انجام دهیم. این کار در فرکانس کاسته ۰/۰۴۱ انجام شد و مقادیر حل عددی با داده تجربی در دو حالت انتگرالی و غیرانتگرالی در جدول ۱ مقایسه شده است. همان طور که از داده‌ها مشخص است حل عددی با دقت مناسبی که خطای آن در بدترین حالت حدود ۸ درصد است مقدار $C_{m\dot{\alpha}}$ را تعیین کرده است.

جدول ۱. مقایسه مقدار $C_{m\dot{\alpha}}$ حل عددی و تجربی

	داده تونل NACA	حل عددی انتگرالی	حل عددی غیرانتگرالی
$C_{m\dot{\alpha}}$	۳۲/۴	۳۰/۳۷۹	۲۹/۶۳۳

۵- جمع بندی و نتیجه گیری

در این تحقیق، برخی مشتقات دینامیکی برای یک بال محاسبه شده است. برای محاسبه مشتقات از دینامیک سیالات محاسباتی و حل معادلات ناویر-استوکس و مدل توربولانس $k - \omega SST$ استفاده شده است. روابط انتگرالی و غیرانتگرالی نیز برای محاسبه مشتقات دینامیکی استخراج شده‌اند. محاسبه مشتقات دینامیکی به صورت ناپایا و تحت حرکت‌های هارمونیک که با استفاده از UDF اعمال شده‌اند، انجام شده است. با توجه به حل دینامیکی، حرکت شبکه در هر گام زمانی و وابسته به حرکت هارمونیک انجام شده است. نتایج ضرایب و برخی مشتقات دینامیکی برای بال استاندارد AGARD-D ارائه شده است. نتایج برای این بال در فرکانس کاسته مختلف محاسبه شده است و نتایج با نتایج تجربی موجود مقایسه شده است. برخی نتایج در دو حالت بال متقارن و بال غیرمتقارن (جابجایی محور طولی بال در راستای نوک بال) محاسبه شده‌اند. مقایسه نتایج بیانگر دقت مناسب حل عددی در حالت‌های انتگرالی و غیرانتگرالی است اما حل انتگرالی به صورت بسیار ناچیز دارای دقت بیشتری است.

۶- منابع

- [1] J. E. Williams, S. R. Vukelich, *The USAF Stability and Control Digital Datcom: Users manual. Volume I*, Air Force Flight



- compressible source and doublet panel method, *Journal of Aircraft*, pp. 1-13, 2024.
- [25] A. Davari, M. Soltani, Effects of plunging motion on unsteady aerodynamic behavior of an aircraft model in compressible flow, *Iranian Journal of Science & Technology*, vol. 31, no. B1, pp. 49-63, 2007.
- [26] F. Wang, L. Chen, Numerical prediction of stability derivatives for complex configurations, *Procedia Engineering*, vol. 99, pp. 1561-1575, 2015.
- [27] J. Zhang, X. Gong, P. Zhang, J. Liu, Y. Zhang, Analysis of uncertainty factors in the prediction of missile pitch damping derivatives by unstructured CFD solver, *Journal of Physics: Conference Series*, pp. 012009, 2023.
- [28] M. Nosratollahi, M. Hashem Abadi, Investigation of Fin Span Effect on Performance of Missile on its Aerodynamics Analysis, *Aerospace Knowledge and Technology Journal*, vol. 3, no. 1, pp. 72-81, 2014.
- [29] J. Pirkandi, M. Hashemabadi, M. Mahmoodi, Analysis and finding optimal values of a heat exchanger for using in diesel engine exhaust system, *Fluid Mechanics & Aerodynamics*, vol. 11, no. 2, pp. 69-81, 2023.
- [30] R. Hills, *A review of measurements on AGARD calibration models*, ADVISORY GROUP FOR AERONAUTICAL RESEARCH AND DEVELOPMENT PARIS (FRANCE), 1961.
- [31] M. Hashemabadi, M. Hadidoolabi, Efficient Gridless Method Using Constrained Weights Optimization for Two-Dimensional Unsteady Inviscid Flows at Low Angles of Attack, *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 30, no. 5, pp. 04017052, 2017.
- [32] W. Letko, *Wind Tunnel Investigation of Low-Speed Oscillatory Derivatives in Pitch and in Roll of AGARD Model D (Prepared for AGARD Panel meeting in Brussels)*, 1956.
- [33] J. Yff, *Measurements of Some Low Speed Oscillatory Stable Derivatives of the AGARD Wing Model D*, TM F.195, December 1956.
- [34] O.N.E.R.A., *Mesure des Derivees Aerodynamiques en Incompressible a la Soufflerie D'Alger*, O.N.E.R.A. Piche Documentaire Provisoire No.200, April 1958.
- [35] J. Valensi, *A Review of the Techniques of Measuring Oscillatory Aerodynamic Forces and Moments on Models Oscillating in Wind Tunnels in Use on the Continent*, Université d'Aix-Marseille, 1954.
- [14] J. Sahu, Numerical computations of dynamic derivatives of a finned projectile using a time-accurate CFD method, *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit*, pp. 6581, 2007.
- [15] B. Mi, H. Zhan, Review of numerical simulations on aircraft dynamic stability derivatives, *Archives of Computational Methods in Engineering*, vol. 27, pp. 1515-1544, 2020.
- [16] G. HARTLEY, *STABILITY IN AVIATION: An Introduction to Dynamical Stability as Applied to the Motions... of Aeroplanes (classic Reprint)*, FORGOTTEN BOOKS, 2018.
- [17] M. Hashemabadi, M. Hadidoolabi, Investigation of analytical unsteady and quasi-steady methods accuracy at different reduced frequencies and effect of compressibility and its correction on these methods, *Aerospace Knowledge and Technology Journal*, vol. 8, no. 1, pp. 45-61, 2019.
- [18] X. Wang, H. Yan, K. He, Q. Chen, Z. Wan, Calculation of Dynamic Derivatives for High-Speed Vehicles Based on the National Numerical Windtunnel Software, *Journal of Physics: Conference Series*, pp. 012017, 2023.
- [19] D. Granata, A. Savino, A. Zanotti, Numerical Evaluation of Aircraft Aerodynamic Static and Dynamic Stability Derivatives by a Mid-Fidelity Approach, *Aerospace*, vol. 11, no. 3, pp. 213, 2024.
- [20] A. Bagué, J. Degroote, T. Demeester, E. Lataire, Dynamic stability analysis of a hydrofoiling sailing boat using CFD, *Journal of Sailing Technology*, vol. 6, no. 01, pp. 58-72, 2021.
- [21] K. Miyaji, Y. Yoshida, Prediction of aircraft dynamic stability derivatives using time-spectral computational fluid dynamics, *TRANSACTIONS OF THE JAPAN SOCIETY FOR AERONAUTICAL AND SPACE SCIENCES*, vol. 62, no. 6, pp. 291-298, 2019.
- [22] M. Moelyadi, G. Sachs, CFD based determination of dynamic stability derivatives in yaw for a bird, *Journal of Bionic Engineering*, vol. 4, no. 4, pp. 201-208, 2007.
- [23] É. A. Moura, L. Nepomuceno, A. A. de Paula, R. G. Silva, L. C. S. Goes, The Wing Swept Angle Influence on Longitudinal Dynamic Stability in a Combat Aircraft Configuration, *AIAA AVIATION FORUM AND ASCEND 2024*, pp. 4585, 2024.
- [24] G. Dimitriadis, P. Panagiotou, T. Dimopoulos, K. Yakinthos, Aerodynamic stability derivative calculations using the



۷- پی نوشت

1. User Defined Function (UDF)
2. Yaw dynamic derivatives
3. Pitching Damping Coefficient
4. Plunging
5. Reduced Frequency
6. In-Phase
7. Amplitude
8. Pitch up
9. Pressure base
10. SIMPLE
11. Least squares cell based
12. Second order
13. Turbulence kinetic energy
14. Specific dissipation rate
15. Second order implicit

۸- فهرست علائم

علائم	توضیح
b	دهانه بال (m)
c	وتر بال (m)
C_j	ضرایب آیرودینامیکی که می تواند C_m ، C_L و ... باشد
C_{j_0}	ضریب آیرودینامیکی در موقعیت زمانی صفر
C_l	ضریب گشتاور غلت
C_L	ضریب برآ
$C_{L\alpha}$	تغییرات ضریب برآ با زاویه حمله ($1/rad$)
$C_{L\dot{\alpha}}$	تغییرات ضریب برآ با نرخ زمانی زاویه حمله ($1/rad$)
C_{lp}	تغییرات ضریب غلت با نرخ غلت (ضریب میرایی غلت) ($1/rad$)
C_{Lq}	تغییرات ضریب برآ با نرخ تاب ($1/rad$)
$C_{L\dot{q}}$	تغییرات ضریب برآ با مشتق نرخ تاب ($1/rad$)
C_{l+}	مقدار گشتاور غلت در ϕ_0 هنگامی که حرکت به سمت بالا است
C_{l-}	مقدار گشتاور غلت در ϕ_0 هنگامی که حرکت به سمت پایین است
C_m	ضریب گشتاور تاب
C_{m_0}	ضریب گشتاور تاب در زمان صفر
C_{m+}	مقدار گشتاور تاب در α_0 هنگامی که حرکت به سمت بالا است
C_{m-}	مقدار گشتاور تاب در α_0 هنگامی که حرکت به سمت پایین است
$C_{m\alpha}$	تغییرات ضریب گشتاور تاب با زاویه حمله ($1/rad$)
$C_{m\dot{\alpha}}$	تغییرات ضریب گشتاور تاب با نرخ زمانی زاویه حمله ($1/rad$)
C_{mq}	تغییرات ضریب گشتاور تاب با نرخ تاب ($1/rad$)

(rad)

$C_{m\dot{q}}$	تغییرات ضریب گشتاور تاب با مشتق نرخ تاب ($1/rad$)
h	نوسان فراز و فرود (m)
h_0	فاصله عمودی در زمان صفر در حرکت فراز و فرود (m)
h_A	دامنه نوسانی فراز و فرود (m)
\dot{h}	سرعت نوسانی فراز و فرود (ms^{-1})
\ddot{h}	شتاب نوسانی فراز و فرود (ms^{-2})
k	فرکانس کاسته
l	طول مرجع (m)
n_c	تعداد سیکل نوسانی
p	نرخ غلت (rad/s)
q	نرخ تاب (rad/s)
\dot{q}	مشتق زمانی نرخ تاب (rad/s^2)
r	نرخ یاو (rad/s)
t	زمان (s)
T	دوره تناوب نوسانات (s)
V	سرعت جریان آزاد (ms^{-1})

علائم یونانی

α	زاویه حمله (rad)
α_0	زاویه حمله در زمان صفر (rad)
α_A	دامنه نوسان زاویه حمله (rad)
α_{eq}	زاویه حمله معادل (rad)
$\dot{\alpha}$	نرخ زمانی تغییرات زاویه حمله (rad/s)
β	زاویه جانبی (rad)
$\dot{\beta}$	نرخ زمانی تغییرات زاویه جانبی (rad/s)
θ	زاویه تاب (rad)
$\dot{\theta}$	نرخ تاب (rad/s)
ϕ	زاویه غلت (rad)
ϕ_0	زاویه غلت در زمان صفر (rad)
$\dot{\phi}$	نرخ زمانی تغییرات زاویه غلت (rad/s)
ϕ_A	دامنه نوسان زاویه غلت (rad)
ω	سرعت زاویه ای (rad/s)

۲۱

سال ۱۴ - شماره ۱
پهار و تابستان ۱۴۰۴
نشریه علمی
دانش و فناوری هوا فضا



تعیین مشتقات دینامیکی بال با استفاده از دینامیک سیالات
محاسباتی و ارزیابی روابط آنکگرالی و غیر آنکگرالی