

توسعه حل تحلیلی رفتار دینامیکی بالزن انعطاف‌پذیر تحت اثر نیروهای اینرسی

هادی زارع^۱، سیدحسین پورتاكدوست^۲، حسن حدادپور^۳، آرین بی‌غش‌دل^۴

۱ دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

۲ استاد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، pourtak@sharif.edu

۳ استاد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

۴ دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۱۰/۱۲

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۴/۰۷

چکیده

با توجه به عدم وجود حل بسته تحلیلی برای دینامیک سازه بالزن‌های انعطاف‌پذیر، در این مقاله، با اتخاذ رویکرد مودال، به این مهم پرداخته شده است. بهمنظور لحاظ‌کردن آثار حرکت شتابدار بالزدن روی سازه بال، نیروهای اینرسی تحت تأثیر دینامیک سازوکار ایجاد حرکت بالزدن، بهصورت تحلیلی محاسبه شده و به معادلات دیفرانسیلی دینامیک سازه، اعمال می‌گرددند. در ادامه، معادلات با استفاده از شرایط اولیه بهصورت تحلیلی حل شده و معادلات حاکم بر وضعیت حرکت بال، بهصورت توابع زمانی بدست می‌آیند. با در دست داشتن معادلات حرکت صلب و الاستیک بال، اثر پارامترهای گوناگون سازه‌ای و حرکتی روی پاسخ‌های گذرا و پایا، بهصورت تحلیلی ارزیابی می‌گردد. همچنین در یک مطالعه موردي، یک سناریوی پروازی بالزن شبیه‌سازی می‌شود و رفتار دینامیکی آن تحت یک حرکت بالزدن سینوسی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. رویکرد اتخاذ‌شده در بررسی تحلیلی رفتار دینامیکی سازه پرنده‌های بالزن، دریچه‌ای جدید با استفاده از حل بسته تحلیلی بهروی مطالعات این حوزه می‌گشاید.

واژگان کلیدی

حل تحلیلی، دینامیک سازه، پرندۀ بالزن، تحلیل مودال

۱. مقدمه

تقسیم‌بندی می‌شوند. بالزن‌های شبه - پرنده‌ای، در یک چرخه بالزدن، دارای یک صفحه‌ضریب^۱ تقریباً عمودی هستند و از پیچش اندکی در بالهایشان استفاده می‌کنند. آنها از بالزدن عمدتاً برای تولید نیروی پیشران استفاده کرده و نیروی برآ از

بالزن‌ها بهدلیل کاربردهای فراوان، از جمله نظارت و مراقبت، توجه بسیاری را بهخود جلب کرده‌اند. این وسائل از سازوکار بالزدن برای تولید همزمان نیروی پیشران و برآ استفاده می‌کنند. بهطور کلی، بالزن‌ها به دو نوع شبه - پرنده‌ای و شبه - حشره‌ای

مدل کردند. گوگولاپاتی و همکاران [۱۰] نیز از یک مدل اثروالاستیک غیرخطی برای مدل‌سازی رفتار دینامیکی بالزن‌ها استفاده نموده‌اند. مدل سازه براساس تحلیل المان محدود با المان‌های صفحه‌ای غیرخطی می‌باشد و نیروی‌های ناپایای اثروالاستیک برمنای نظریه جریان پتانسیل محاسبه می‌گردد.

بانرزی و پاتیل [۱۱] از روش شبکه گردابه برای تحلیل اثروالاستیک بال‌های غشایی استفاده نمودند. آنها در مطالعه خود بال را بهصورت غشایی، که توسط یک قاب صلب نگه داشته شده، مدل کردند. در آنجا، برای مدل‌سازی سازه از المان صفحه‌ای با رفتار خطی بهره گرفته شده است. کیم و هان [۱۲] یک مدل دینامیک سازه‌ای از یک بال انعطاف‌پذیر برای تحلیل اثروالاستیک بال‌زن‌ها پیشنهاد دادند. آنها از مدل تئوری نواری بهبودیافته، برای تقریب نیروهای اثروالاستیکی و همچنین روش مودال برای تحلیل سازه بهره گرفتند. در آنجا، برای مدل‌سازی سازه از المان تیر با رفتار خطی، دارای درجات آزادی خمس و پیچش استفاده شده است. آونو و همکاران [۱۳] برای مدل‌سازی انعطاف‌پذیری بال‌زن‌ها از تحلیل‌های المان محدود و مدل سازه صفحه‌ای غیرخطی بهره گرفتند. نتایج آنها نشان داد که پیچش ناشی از انعطاف‌پذیری تولیدات نیروی پیشران را بهبود می‌بخشد. سو و سزینیک [۱۴] اثروالاستیستیه بال‌زن‌ها را تحلیل کردند. آنها برای محاسبه تغییر شکل‌های الاستیک بال، از فرض تیر غیرخطی (با درجات آزادی خمس، پیچش و توسعی^۶) استفاده نموده‌اند.

ونست و همکاران [۱۵] یک مطالعه اثروالاستیک را با روش‌های المان محدود انجام دادند. در مطالعه آنها بال‌ها بهصورت صفحه‌ای با رفتار خطی مدل شدند و دینامیک سازه با روش گلرکین حل گردید. در این مطالعه، تقابل سازه و سیال نیز به‌کمک روش مرز غوطه‌ور^۷ تحلیل می‌شود. پورتاکدوست و کریمیان [۱۶]، یک مدل اثروالاستیک برای بال‌زن‌های انعطاف‌پذیر توسعه دادند. آنها در مدل خود از یک تیر پیچشی اویلر-برنولی بهره گرفتند و به‌کمک یک مدل اثروالاستیکی شبه‌پایا، نیروهای اثروالاستیکی را تخمین زدند. نتایج آنها نشان می‌دهد با تنظیم درست پارامترهای سختی بال، بال‌زن قادر خواهد بود که به بازده پیشرانشی بهینه دست پیدا کند.

نوگار و همکاران [۱۷] یک مدل اثروالاستیک محاسباتی، مناسب برای مصارف کنترلی را گسترش دادند. در این مطالعه، نیروهای اثروالاستیکی با استفاده از مدل شبه‌پایا محاسبه شده و

ترکیب سرعت‌های روبه جلو و بال‌زن ایجاد می‌شود. در طرف دیگر، بالزن‌های شبه - حشره‌ای، تقریباً بهصورت افقی بال می‌زنند و از تغییرات پیچشی شدیدی بهره می‌گیرند. بنابراین قادرند که حتی در غیاب سرعت روبه جلو، در هر نیم‌ضرب،^۸ نیروی برآی مثبت تولید کنند [۲-۱]. هم بالزن‌های شبه - پرنده‌ای و هم بالزن‌های شبه - حشره‌ای، از بال‌هایی انعطاف‌پذیر (هم در راستای وتر و هم در راستای دهانه)، بهره گرفته [۳] و براساس ساختارشان، در حین پرواز تحت تغییرشکل‌های متوسط تا زیاد قرار می‌گیرند [۴]. تاکنون تلاش‌های زیادی در جهت مدل‌سازی الاستیستیه در بالزن‌ها انجام شده است.

در تلاش‌های اولیه اسمیت [۵]، با مدل‌کردن بال بهصورت یک سازه صفحه‌ای انعطاف‌پذیر (با رفتار خطی) و به‌کمک تحلیل‌های المان محدود، آثار انعطاف‌پذیری روی اثروالاستیک حشره بید^۹ را مورد مطالعه قرار داد. لاریجانی و دلوریر [۶] یک مدل اثروالاستیک غیرخطی را براساس فرمولاسیون المان محدود توسعه دادند. آنها از نظریه نواری بهبودیافته^{۱۰} برای مدل‌کردن اثروالاستیک ناپایا بهره گرفتند. در مدل آنها، بال از یک اسپار^{۱۱} کامپوزیتی و میله‌هایی سبک و صلب تشکیل می‌شود. برای مدل‌سازی سازه بال، از فرض تیر غیرخطی (با درجات آزادی خمس و پیچش) استفاده شده است. ژو [۷] بهصورت عددی آثار تغییرشکل سازه را بر عملکرد ورقه‌های فویل، وقتی در دو نوع سیال کم‌تراکم و پرترکم غوطه‌ورن، مورد بررسی قرار داد. وی برای مدل‌سازی بال، از المان‌های صفحه‌ای غیرخطی بهره برد. او دریافت که در محلوده کوچکی از پارامترهای سازه‌ای، انعطاف‌پذیری وتری، هم نیروی پیشران و هم بازده پیشرانشی را کاهش می‌دهد و انعطاف‌پذیری دهانه‌ای سبب افزایش نیروی پیشران، بدون کاهش بازده می‌شود. ایسوگایی و هارینو [۸] روشی برای طراحی بال انعطاف‌پذیر بهصورت بهینه با استفاده از روش مودال ارائه کردند. آنها از تئوری سطح برآزا برای محاسبه نیروهای اثروالاستیکی و همچنین از نظریه تیر ساده (با درجات آزادی خمس و پیچش) برای محاسبه مودهای ارتعاشی بهره گرفتند. سینق و کوپرا [۹]، یک تحلیل اثروالاستیک را برای بال‌زن‌هایی که قابلیت پرواز ایستا دارند توسعه دادند. آنها از تحلیل‌های اثروالاستیک ناپایا و تحلیل‌های المان محدود بهره گرفتند و بال را با استفاده از المان‌های صفحه‌ای (با رفتار خطی)

تجویه به تأکید محققان [۲۱-۱۹] بر اهمیت تعیین اثر نیروهای اینرسی بر دینامیک سازه‌های بالزن، معمولاً از روش‌های پرهزینه‌ای چون تست تجربی و تحلیل المان محدود استفاده شده است. به دلیل عدم پیچیدگی مدل ریاضی نیروی اینرسی و توانایی ارائه حل بسته تحلیلی با رویکر مodal، هدف از مطالعه حاضر، به عنوان نوآوری کلیدی تحقیق، ارائه یک حل تحلیلی برای رفتار گذرا و دائم سازه بالزن‌های انعطاف‌پذیر، تحت اثر نیروهای اینرسی (ناشی از حرکت شتابدار تولیدشده توسط سرو موتور) می‌باشد. اهمیت این حل تحلیلی از آن جهت است که می‌توان به بررسی پارامتری مشخصه‌های سازه بال، حرکت آن و حتی دینامیک عملگر پرداخت. از سوی دیگر، با مشخص شدن اثر نیروهای اینرسی در تغییر شکل‌های الاستیک سازه، در تحلیل‌های جامع‌تر، سه‌م تأثیر نیروهای ائرودینامیک و جاذبه، قابل تحلیل خواهد بود. گفتنی است در مورد عملگر، فرض بر این است که دارای دینامیک مرتبه دو بوده و از وضعیت صلب و الاستیک بال، تأثیری نمی‌پذیرد؛ به عبارت دیگر، هدف از فرض وجود عملگر، بررسی تأثیر دینامیک آن بر حرکت بال است و نه تحلیل و طراحی عملگر. همان‌طور که در بررسی ادبیات موضوع اشاره شد، برای مدلسازی دینامیک سازه بال، یکی از رویکردها، استفاده از فرض تیر می‌باشد که از میان ادبیات موضوع می‌توان به [۱۶، ۱۴، ۱۲، ۸] اشاره نمود. تحلیل‌های تیری، به این دلیل که در آنها عمدتاً تغییرشکل‌های سازه در راستای وتر مقاطع لحاظ نمی‌گردد، مخصوصاً برای طیف بالزن‌های شبه‌پرندۀ، از اعتبار بالایی برخوردار نیستند. در این مطالعه، معادلات حاکم بر سازه بال انعطاف‌پذیر، با استفاده از المان صفحه‌ای با فرض رفتار خطی سازه و رویکرد مodal به دست می‌آید، که از میان در [۱۵] با فرض رفتار خطی سازه از رویکرد مodal استفاده شده است. حل این معادلات دیفرانسیلی و در نتیجه ارائه حل‌های تحلیلی ما را قادر می‌سازد تا به تحلیل ارتباط بین سازه، نیروهای اینرسی و دینامیک عملگر بپردازیم. گفتنی است در ارائه حل تحلیلی دینامیک سازه، به فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای سازه نیاز نیست و در اجرای این روش برای هر مورد به‌خصوص، فرکانس‌ها و شکل مودهای با استفاده از روابط تحلیلی، تست تجربی یا تحلیل المان محدود به دست می‌آیند. در بخش دوم، معادلات حاکم دینامیک سازه، نحوه محاسبه نیروهای اینرسی و دینامیک

تجویه‌پارچه [۱۸] با هدف مقایسه دینامیک پرواز پرنده با فرض یا عدم فرض انعطاف‌پذیری بال به تحلیل جامع ائرودینامیک، ائرولاستیسیته و شبیه‌سازی پرواز پرنده بالزن با رویکرد خطی پرداخته است. در آنجا، برای مدلسازی سازه از فرض تیر خطی (با درجات آزادی پیچش و خمش) استفاده شده است. در سازه‌های انعطاف‌پذیر حرکت دینامیکی سازه‌ای از تحریک اولیه (جابه‌جایی یا سرعت اولیه المان‌های سازه) و یا از بارگذاری پیوسته ناشی می‌شود. در مورد پرنده‌های بالزن، مهمترین نیروهای اعمالی عبارت‌اند از نیروهای ائرودینامیکی، اینرسی (ناشی از حرکت شتابدار بالزن) و همچنین نیروی گرانشی. در مطالعات تحلیلی و تجربی، لزوماً بررسی تمامی عوامل تحریک انجام نمی‌شود و فقط برخی از آنها بسته به اهداف مشخص مورد بررسی قرار می‌گیرند. برخی از محققان به اهمیت مطالعه بالزن‌ها در غیاب نیروهای ائرودینامیکی تاکید کردن. کامبز و دنیل [۱۹]، به صورت تجربی به بررسی اثر نیروهای ائرودینامیکی و اینرسی - الاستیک، بر روی خمث بال پرداختند. آنها خمث بال را در معرض هوای معمولی و هلیم، که در آن سه‌م نیروهای دینامیک سیال بهشت داشتند که کاهش نسبتاً زیاد چگالی‌ها، به تغییر اندکی در الگوی تغییرشکل‌های بال منجر می‌شود. بنابراین به این نتیجه رسیدند که نیروهای دینامیک سیال در مقایسه با نیروهای اینرسی، اثر بسیار اندکی بر روی خمث بال دارند. باروت^۹ و همکاران [۲۰] از تحلیل‌های المان محدود و تئوری الاستیسیته غیرخطی، برای بررسی آثار حرکت دینامیکی از پیش تعیین شده و خواص الاستیسیته بال بر تغییرشکل‌های بال استفاده کردن؛ در این مطالعه نیروهای ائرودینامیکی لحاظ نشده‌اند. مطالعه آنها شامل آثار نیروهای اینرسی، (ناشی از نیروهای گریز از مرکز و کوریولیس)، که حین بالزن و حرکات پیچشی تولید می‌شوند) و همچنین تنش‌های ایجاد شده به‌خاطر کشش و خمث، می‌باشد. ویلسون و ولی [۲۱] به صورت تجربی عملکرد بالزن‌های شبیه - حشره‌ای را مورد بررسی قرار دادند و نیروی برآ را در پرواز ایستا اندازه‌گیری کردند. آنها از تجهیزاتی برای شبیه‌سازی حرکت بالزن با یک و یا دو درجه آزادی استفاده و نیروهای آئرودینامیکی را اندازه‌گیری نمودند. برای شناسایی اثر نیروهای غیر ائرودینامیکی (نیروهای اینرسی)، آنها از یک محفظه خلاً استفاده کردند. یو و همکاران [۲۲] نیز از محفظه

به خصوصی را ارضا کند. می‌توان جواب معادله ۱ را با رویکرد مودال، به صورت ترکیبی خطی از توابع ویژه نوشت:

$$w(P, t) = \sum_{r=1}^{\infty} \phi_r(P) \eta_r(t) \quad (2)$$

که در آن (t) و $\eta_r(P)$ به ترتیب مختصات تعیین‌یافته و شکل مودها هستند و r نشان‌دهنده شماره مود است. با جایگذاری معادله ۲ در معادله ۱ و ضرب آن در (P) ϕ_r و انتگرال‌گیری روی D ، همچنین با استفاده از خواص توابع عمود برهم و روابط آنها، مجموعه‌ای از معادلات مستقل به صورت ۳ به دست می‌آید:

$$\ddot{\eta}_r(t) + 2\xi_r \omega_r \dot{\eta}_r(t) + \omega_r^2 \eta_r(t) = N_r(t) \quad (3)$$

که در آن ω_r و ξ_r به ترتیب، فرکانس‌های طبیعی و ضرایب میرایی و $N_r(t)$ نیروهای تعیین‌یافته می‌باشد که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$N_r(t) = \int \phi_r(P) f(P, t) dD(P) \quad (4)$$

در راستای مدل‌کردن نیروی اینرسی ناشی از حرکت شتابدار بال، دو نوع نیرو به هر المان بال اعمال می‌شود: (الف) نیروهای گریز از مرکز؛ (ب) نیروهای عمود بر سطح. با فرض استقامت بالای کنشی سازه بال، نیروهای گریز از مرکز در نظر گرفته نشده است. مجموع نیروهای اینرسی عمودی، که به دلیل شتاب زاویه‌ای بال به یک المان وارد می‌شود، عبارت است از:

$$\sum_{i,j} f_{ij} = a_n dm = y\ddot{y}(t)dm \quad (5)$$

که در آن f_{ij} نیروی اعمالی از المان‌های کناری، a_n و y به ترتیب شتاب خطی و موقعیت المان جرمی dm ، و $\ddot{y}(t)$ شتاب زاویه‌ای سازه بال است. بنابراین، طبق قانون سوم نیوتون، نیروی اینرسی اعمالی از این المان به سازه بال برابر است با:

$$dF_I = -y[-\ddot{y}(t)]dm = y\ddot{y}(t)dm \quad (6)$$

به کمک معادله ۶ می‌توان نیروهای تعیین‌یافته را به صورت معادله ۷ تعیین کرد:

$$\begin{aligned} N_r(t) &= \int \phi_r dF_I = \int \phi_r y\ddot{y}(t)dm \\ &= \sum_{i,j} \phi_{r,i,j} y_{i,j} \ddot{y}(t) dm_{i,j} = \ddot{y}(t) \Gamma_r \end{aligned} \quad (7)$$

$$\Gamma_r = \sum_{i,j} \phi_{r,i,j} y_{i,j} dm_{i,j} \quad (8)$$

عملگر توصیف می‌شود. در بخش‌های سوم و چهارم، به ترتیب حل‌های تحلیلی بال صلب و انعطاف‌پذیر ارائه شده است. بخش پنجم نیز نتایج شبیه‌سازی را برای یک سناپریوی پروازی مشخص نشان می‌دهد. در این بخش، به منظور صحبت‌سنگی روابط تحلیلی در یک بررسی موردی، نتایج حل تحلیلی با نتایج حاصل از تحلیل پاسخ گذرا در نرم‌افزار Nastran-Patran مقایسه می‌گردد. در نهایت، نتیجه‌گیری در بخش ششم ارائه شده است.

۲. معادلات حاکم

به طور کلی، فرضیات در نظر گرفته شده در مدل‌سازی انجام شده عبارت اند از:

۱. دینامیک مرتبه دو برای سرو و موتور

۲. عدم تأثیر دینامیک سرو و موتور از دینامیک سازه و حرکت

بال

۳. رفتار خطی سازه (با فرض فاصله نسبی فرکانس بال‌زن از فرکانس‌های طبیعی سازه و به منظور توانایی استفاده از رویکرد مودال در حل مسئله)

۴. استقامت بالای کششی (درون صفحه) سازه بال

۵. حرکت سینوسی بال‌زن

۶. عدم حرکت دستگاه بدنی نسبت به دستگاه مختصات اینرسی

۷. عدم وجود نیروهای اثرودینامیکی و گرانشی (جهت تحلیل مستقل اثر نیروهای اینرسی)

نخست به مدل‌سازی رفتار دینامیکی سازه‌های انعطاف‌پذیر پرداخته می‌شود. به طور کلی می‌توان یک مسئله مقدار مرزی که توصیف‌کننده رفتار سیستم‌های میرا شده است را به صورت عملگری نوشت [۲۳]:

$$\begin{aligned} Lw(P, t) + C\dot{w}(P, t) + m(P)\ddot{w}(P, t) \\ = f(P, t) \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن $w(P, t)$ جابه‌جایی P در دامنه L ، D عملگر دیفرانسیلی همگن خطی خود - الحق از مرتبه $2p$ مربوط به سختی سازه بوده و $f(P, t)$ به ترتیب، توابع توزیع جرمی و توزیع نیرو می‌باشند. همچنین C عملگر دیفرانسیلی همگن خطی از مرتبه $2p$ برای در نظر گرفتن نیروهای میرایی، به عنوان نوع خاصی از نیروهای ناپایستار است. جواب $w(P, t)$ متناسب با مسئله مورد بررسی باید شرایط مرزی و اولیه

$$A_{11} = A_{21} \sqrt{\left(\left(\frac{\omega_f}{\omega_c}\right)^{-1} - \frac{\omega_f}{\omega_c}\right)^2 + (2\zeta_c)^2} \quad (17)$$

$$\phi_{22} = \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta_c \sqrt{1 - \zeta_c^2}}{\left(\frac{\omega_f}{\omega_c}\right)^2 - (1 - 2\zeta_c^2)} \right) \quad (18)$$

$$\phi_{11} = \tan^{-1} \left(-\frac{2\zeta_c \frac{\omega_f}{\omega_c}}{1 - \left(\frac{\omega_f}{\omega_c}\right)^2} \right) \quad (19)$$

با در نظر گرفتن معادله ۱۳، پاسخ عملگر به ورودی سینوسی شامل عبارت‌هایی مربوط به فاز گذرا و حالت پایا می‌باشد. پاسخ حالت پایا با سوق دادن زمان به سمت بینهایت به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} & \lim_{t \rightarrow \infty} \gamma(t) \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} [e^{-\zeta_c \omega_c t} A_{22} \sin(\omega_{dc} t + \phi_{22}) \\ &+ A_{11} \sin(\omega_f t + \phi_{11})] = A_{11} \sin(\omega_f t + \phi_{11}) \\ &= \gamma_{\max} \frac{\frac{\omega_f}{\omega_c} \sqrt{\left(\left(\frac{\omega_f}{\omega_c}\right)^{-1} - \frac{\omega_f}{\omega_c}\right)^2 + (2\zeta_c)^2}}{\left(\frac{\omega_f}{\omega_c}\right)^4 - 2(1 - 2\zeta_c^2) \left(\frac{\omega_f}{\omega_c}\right)^2 + 1} \sin(\omega_f t \\ &+ \phi_{11}) \end{aligned} \quad (20)$$

با مقایسه این پاسخ با ورودی سینوسی مشاهده می‌شود که دینامیک عملگر، هم روی دامنه و هم روی فاز حرکت سینوسی تأثیر می‌گذارد. در یک بررسی دقیق‌تر، رابطه ۲۱ به دست می‌آید.

$$\lim_{t \rightarrow \infty, \frac{\omega_f}{\omega_c} \rightarrow 0} \gamma(t) = \gamma_{\max} \sin(\omega_f t) \quad (21)$$

این بررسی نشان می‌دهد که اگر فرکانس عملگر، به میزان کافی بزرگ‌تر از فرکانس بال‌زدن باشد، پاسخ حالت پایا به سمت حرکت مطلوب (ورودی عملگر) میل می‌کند و اختلاف فاز حرکت و از آن مهمتر، کاهش دامنه بال‌زدن اتفاق نخواهد افتاد.

۴. حل تحلیلی حرکت بال انعطاف‌پذیر

با توجه به معادله سازه، برای محاسبه نیروهای تعمیم‌یافته، به مشتق دوم $\gamma(t)$ نیاز است. در این بخش، با توجه به حرکت سینوسی بال داریم:

$$\ddot{\gamma}(t) = e^{-\zeta_c \omega_c t} [\hat{A}_{22} \sin(\omega_{dc} t + \hat{\phi}_{22}) + \hat{A}_{11} \sin(\omega_f t + \phi_{11})] \quad (22)$$

$$\hat{A}_{22} = -A_{22} \omega_c^2 ; \quad \hat{A}_{11} = -A_{11} \omega_f^2 \quad (23)$$

$$\hat{\phi}_{22} = \phi_{22} + \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta_c \sqrt{1 - \zeta_c^2}}{1 - 2\zeta_c^2} \right) \quad (24)$$

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، Γ_r یک مشخصه سازه‌ای بوده که به جنس و شکل سازه بستگی داشته و مستقل از نوع حرکت می‌باشد که با اقتباس از مفهوم تعمیم‌یافته در ادبیات مودال (مانند مختصات تعمیم‌یافته یا نیروی تعمیم‌یافته) می‌توان آن را ممان اینرسی تعمیم‌یافته نامید. برای مدل دینامیک عملگر، طبق مأخذ [۲۴]، تابع تبدیل حلقبسته با دقت مناسبی می‌تواند توسط یک تابع مرتبه دو تخمین زده شود.

$$G(s) = \frac{\omega_c^2}{s^2 + 2\zeta_c \omega_c s + \omega_c^2} \quad (9)$$

همان‌طور که در معادله ۹ نشان داده شده است، پارامترهای قابل تنظیم دینامیک عملگر عبارت اند از: ζ_c (ضریب میرایی دینامیک عملگر) و ω_c (فرکانس دینامیک عملگر).

۳. حل تحلیلی حرکت بال صلب

چون بخش عمده‌ای از حرکت بال‌زدن هارمونیک است، این بخش به ارائه یک حل تحلیلی برای خروجی عملگر تحت یک ورودی سینوسی می‌پردازد. همان‌طور که در بخش دوم مطرح شد، با در نظر گرفتن تابع تبدیل حلقبسته دو برای دینامیک عملگر داریم:

$$\frac{\gamma}{\gamma_{\text{desired}}}(s) = \frac{\omega_c^2}{s^2 + 2\zeta_c \omega_c s + \omega_c^2} \quad (10)$$

با فرض حرکت سینوسی، تابع بال‌زدن برابر است با:

$$\gamma_{\text{desired}}(t) = \gamma_{\max} \sin(\omega_f t) \quad (11)$$

برای محاسبه خروجی، با استفاده از تبدیل لاپلاس ۱۱ و

اعمال به معادله دینامیکی عملگر داریم:

$$\begin{aligned} \gamma(s) &= \frac{\gamma}{\gamma_{\text{desired}}}(s) \gamma_{\text{desired}}(s) \\ &= \frac{\gamma_{\max} \omega_f \omega_c^2}{(s^2 + 2\zeta_c \omega_c s + \omega_c^2)(s^2 + \omega_f^2)} \end{aligned} \quad (12)$$

در نهایت، با استفاده از معکوس لاپلاس و اعمال چند

ساده‌سازی، به معادله نهایی خواهیم رسید:

$$\gamma(t) = e^{-\zeta_c \omega_c t} A_{22} \sin(\omega_{dc} t + \phi_{22}) + A_{11} \sin(\omega_f t + \phi_{11}) \quad (13)$$

$$\omega_{dc} = \omega_c \sqrt{1 - \zeta_c^2} \quad (14)$$

$$A_{21} = \frac{\gamma_{\max} \frac{\omega_f}{\omega_c}}{\left(\frac{\omega_f}{\omega_c}\right)^4 - 2(1 - 2\zeta_c^2) \left(\frac{\omega_f}{\omega_c}\right)^2 + 1} \quad (15)$$

$$A_{22} = A_{21} \sqrt{\frac{1}{1 - \zeta_c^2} \left[\left(\frac{\omega_f}{\omega_c}\right)^2 - (1 - 2\zeta_c^2) \right]^2 + (2\zeta_c)^2} \quad (16)$$

$$\phi_1 = \tan^{-1} \left(-\frac{2\zeta_c \frac{\omega_f}{\omega_c}}{1 - \left(\frac{\omega_f}{\omega_c}\right)^2} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta_r \frac{\omega_f}{\omega_r}}{1 - \left(\frac{\omega_f}{\omega_r}\right)^2} \right) \quad (33)$$

همان طور که در معادلات ۲۶ تا ۳۲ مشاهده می‌شود، در حالتی که فرکانس‌های طبیعی مودهای سازه‌ای به‌سمت بینهایت میل کند، داریم:

$$\lim_{\omega_r \rightarrow \infty} \eta_r(t) = 0 \quad (34)$$

بنابراین می‌توان با تقریب خوبی از فرکانس‌های بالا صرف نظر کرد. برای بررسی شرایط وقوع رزونانس، ضرایب A_1 و A_2 مورد بررسی قرار گرفتند. معادله ۳۰ نشان می‌دهد که ζ_r در A_3 مخرج از بینهایت شدن ضریب A_2 جلوگیری می‌کند. از طرف دیگر، در صورت ناچیز بودن میرایی سازه، زمانی که ω_f/ω_r ضریب A_1 و متعاقباً A_3 به‌سمت بینهایت میل می‌کنند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، عبارت نمایی با توان منفی با گذشت زمان کوچکتر شده و اثر A_3 را خنثی می‌کند در حالی که A_1 (پاسخ حالت پایا)، بزرگ باقی مانده و سبب وقوع رزونانس می‌شود. شکل ۱ تغییرات A_1 (دامنه بخش نامیرای مختصات تعیین‌یافته) را برای مقادیر مختلف نسبت‌های فرکانسی نشان می‌دهد. با توجه به این شکل می‌توان برداشت کرد که زمانی که $\omega_f = \omega_r = \omega_c$ باشد، بیشینه مقادیر A_1 نتیجه می‌شود. برای درک اثر ضریب میرایی در این حالت، مقادیر A_1 در این شرایط برای مقادیر مختلف ζ_r در شکل ۲ نمایش داده شده است.

۵. شبیه‌سازی و اعتبارسنجی

بهمنظور درک بهتر نتایج و نحوه پیاده‌سازی آنها، در این بخش یک سناریوی حرکتی خاص شبیه‌سازی می‌شود. در این سناریو حرکت بالازن به شکل سینوسی می‌باشد. همان‌طور که در بخش تحلیلی نشان داده شد، به‌دلیل دینامیک عملگر، ورودی سینوسی لزوماً در خروجی دیده نمی‌شود. چون حرکت از حالت سکون شروع شده، شرایط اولیه برای حل تحلیلی معادلات سازه صفر قرار داده می‌شود. بنابراین تنها عامل تحریک سازه، نیروهای اینرسی حاصل از حرکت شتابدار بالازن (خروجی عملگر) بوده که بعد از فاز گذرای اولیه، به یک حرکت سینوسی پایا می‌رسد.

با جایگذاری معادله ۲۲ در (۷) و سپس در معادله ۷، معادله دیفرانسیل سازه بال اعطا فرایند تحت حرکت سینوسی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\ddot{\eta}_r(t) + 2\zeta_r \omega_r \dot{\eta}_r(t) + \omega_r^2 \eta_r(t) = N_r = \ddot{\gamma}(t) \Gamma_r = \hat{A}_{22} \Gamma_r e^{-\zeta_c \omega_c t} \sin(\omega_{dc} t) + \hat{\phi}_{22}) + \Gamma_r \hat{A}_{11} \sin(\omega_f t + \phi_{11}) \quad (25)$$

جواب این معادله با توجه به شرایط اولیه برابر است با:

$$\eta_r(t) = A_1 \sin(\omega_f t + \phi_1) + e^{-\zeta_c \omega_c t} A_2 \sin(\omega_{dc} t) + \phi_2) + e^{-\zeta_r \omega_r t} A_3 \sin(\omega_{dr} t) + \phi_3) \quad (26)$$

$$\omega_{dr} = \omega_r \sqrt{1 - \zeta_r^2} \quad (27)$$

$$A_3 = \frac{\eta_{r0} - A_2 \sin(\phi_2) - A_1 \sin(\phi_1)}{\sin(\phi_3)} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \phi_3 &= \tan^{-1} \left\{ \left(\frac{\omega_r}{\omega_c} \sqrt{1 - \zeta_r^2} [\eta_{r0} - A_2 \sin(\phi_2) - A_1 \sin(\phi_1)] \right) \right. \\ &\quad / \left(\frac{\dot{\eta}_{r0}}{\omega_c} - A_1 \frac{\omega_f}{\omega_c} \cos(\phi_1) + \zeta_c A_2 \sin(\phi_2) - \sqrt{1 - \zeta_c^2} A_2 \cos(\phi_2) + \zeta_r \frac{\omega_r}{\omega_c} [\eta_{r0} - A_2 \sin(\phi_2) - A_1 \sin(\phi_1)] \right) \left. \right\} \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} A_2 &= -\Gamma_r A_{22} \left\{ \left[\left(\frac{\omega_r}{\omega_c} \right)^2 - (1 - 2\zeta_c^2) - 2\zeta_r \zeta_c \left(\frac{\omega_r}{\omega_c} \right) \right]^2 + \left[2\zeta_r \left(\frac{\omega_r}{\omega_c} \right) \sqrt{1 - \zeta_c^2} - 2\zeta_c \sqrt{1 - \zeta_c^2} \right]^2 \right\}^{-\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (30)$$

$$A_1 = \frac{-\Gamma_r \left(\frac{\omega_f}{\omega_r} \right)^2 A_{11}}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega_f}{\omega_r} \right)^2 \right)^2 + \left(2\zeta_r \left(\frac{\omega_f}{\omega_r} \right) \right)^2}} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \phi_2 &= \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta_c (1 - \zeta_c^2)}{\left(\frac{\omega_f}{\omega_c} \right)^2 - (1 - 2\zeta_c^2)} \right) \\ &\quad + \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta_c \sqrt{1 - \zeta_c^2}}{1 - 2\zeta_c^2} \right) \\ &\quad - \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta_r \frac{\omega_r}{\omega_c} \sqrt{1 - \zeta_c^2} - 2\zeta_c \sqrt{1 - \zeta_c^2}}{\left(\frac{\omega_r}{\omega_c} \right)^2 - 2\zeta_r \zeta_c \frac{\omega_r}{\omega_c} - (1 - 2\zeta_c^2)} \right) \end{aligned} \quad (32)$$

نحوه محاسبه موقعیت هر نقطه روی بال تغییرشکل یافته، P
نسبت به I عبارت است از:

$$S_{PEI} = S_{PEPR} + S_{PRI} \quad (37)$$

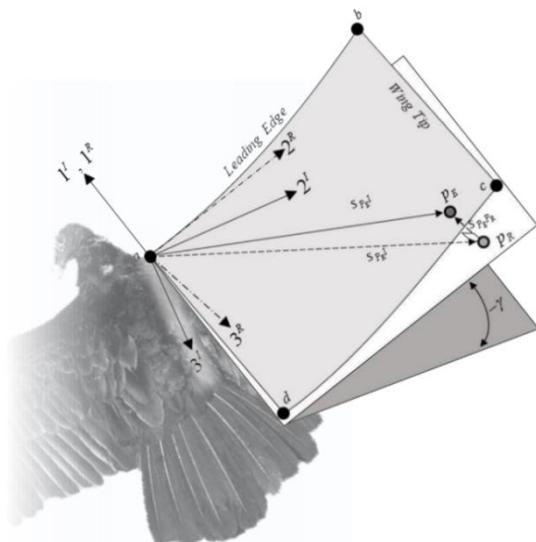
$$\begin{aligned} [S_{PEI}]^I &= [S_{PEPR}]^I + [S_{PRI}]^I \\ &= [T]^{IR} [S_{PEPR}]^R \\ &\quad + [T]^{IR} [S_{PRI}]^R \end{aligned} \quad (38)$$

$$[S_{PRI}]^R = \begin{bmatrix} x^R \\ y^R \\ z^R \end{bmatrix}; \quad [S_{PEPR}]^R = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ z^E \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$z^E = \sum_r \eta_r(t) \phi_r(P) \quad (40)$$

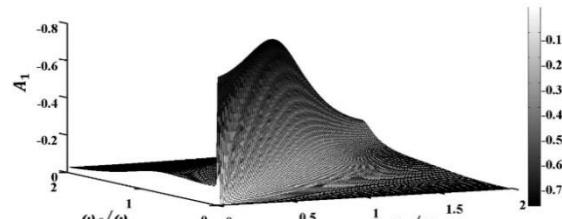
بالانویس‌های I , R و E بهترتیب بیانگر دستگاه مختصات اینرسی، دستگاه مختصات بال و تغییرشکل الاستیک در دستگاه بال صلب می‌باشد. در نهایت می‌توان مختصات هر نقطه دلخواه را نسبت به دستگاه مختصات اینرسی بهصورت زیر تعیین کرد:

$$\begin{bmatrix} x^I \\ y^I \\ z^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-\gamma) & \sin(-\gamma) \\ 0 & -\sin(-\gamma) & \cos(-\gamma) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^R \\ y^R \\ z^R \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} x^R \\ y^R \cos(\gamma) - z^E \sin(\gamma) \\ y^R \sin(\gamma) + z^E \cos(\gamma) \end{bmatrix} \quad (41)$$

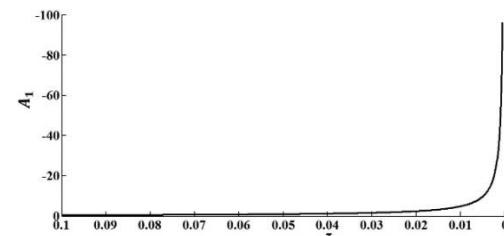


شکل ۳. تعریف دستگاه‌های مختصات و بردارهای جابه‌جایی

با اینکه روابط استخراج شده در بخش سوم، مستقل از نوع هندسه و المان‌بندی سازه‌ای است، سازه بال مورد نظر (نشان داده شده در شکل ۳) مستطیلی است. چون سازه بال، به سازوکار ایجاد حرکت بال‌زنن متصل است، بهصورت یکسر گیردار مدل می‌شود. همان‌طور که پیشتر مطرح شد، ارتعاشات سازه‌ای نسبت



شکل ۱. تغییرات A_1 را برای مقادیر مختلف نسبت‌های فرکانسی در $\zeta_r = 0.07$

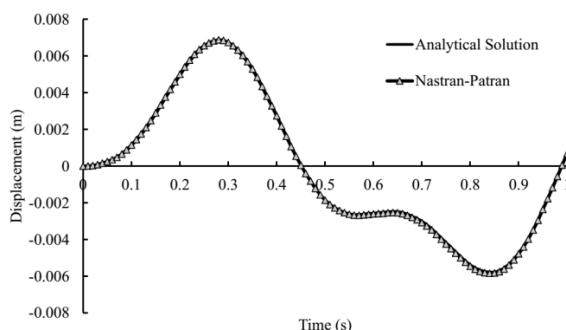


شکل ۲. تغییرات A_1 برای مقادیر مختلف ζ_r در برابری نسبت‌های فرکانسی ($\omega_f = \omega_r = \omega_c$)

$$\begin{cases} \eta_r(t=0) = 0 \\ \dot{\eta}_r(t=0) = 0 \end{cases} \quad (35)$$

در این مقاله، حرکت الاستیک بال راست، شبیه‌سازی و فرض شده است که بدنه پرنده، نسبت به دستگاه مختصات اینرسی بی‌حرکت باقی می‌ماند. بنابراین می‌توان حرکت صلب بال را به‌کمک زاویه γ در دستگاه مختصات اینرسی تعیین کرد. علاوه بر حرکت صلب بال، هر یک از المان‌ها دارای یک حرکت ارتعاشی حول موقعیت صلب خود می‌باشند. همان‌طور که در شکل ۳ نمایش داده شده است، دو بردار جابه‌جایی برای تعیین موقعیت و وضعیت هر یک از المان‌های بال در دستگاه مختصات اینرسی نیاز است. مبدأ این دستگاه مختصات، در نقطه اتصال بال به بدنه قرار دارد. جهت مثبت محور 1^I و 3^I بهترتیب به‌سمت دماغه پرنده و بال راست می‌باشد. جهت مثبت محور 2^I با توجه به قانون دست راست، به‌سمت پایین و در صفحه تقارن پرنده است. دستگاه مختصات بال صلب در لحظه‌ای که حرکت بال‌زنن شروع نشده باشد، بر دستگاه مختصات اینرسی منطبق است، اما با شروع حرکت بال‌زنن، حول محور 1^I به اندازه زاویه بال‌زنن γ می‌چرخد. بنابراین ماتریس تبدیل دستگاه مختصات اینرسی به بال بهصورت زیر تعریف می‌شود:

$$[T]^{IR} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-\gamma) & \sin(-\gamma) \\ 0 & -\sin(-\gamma) & \cos(-\gamma) \end{bmatrix} \quad (36)$$



شکل ۴. جابه‌جایی نقطه C با در نظر گفتن تعداد مختلفی از مودها

جدول ۲. پارامترهای در نظر گرفته شده در شبیه‌سازی

مقدار	پارامتر
۴	t_{final} (s)
2π	ω_f ($\frac{\text{rad}}{\text{s}}$)
۳۰	γ_{max} (deg)
۵	ω_c ($\frac{\text{rad}}{\text{s}}$)
۰/۵	ζ_c
۰/۰۷	ζ_r

همان‌طور که پیشتر ذکر شد، تعداد مودهای فعال، به نوع مسئله بستگی دارد. شبیه‌سازی با درنظر گرفتن تعداد مودهای مختلف انجام شد و اثر تعداد مود روی رفتار یک المان مشخص از بال (نقطه C در شکل ۳) مورد بررسی قرار گرفت. نتایج این مطالعه در شکل ۵ نمایش داده شده است. جدول ۳ خطاوی جابه‌جایی الاستیک نقطه C ، ناشی از حذف مودهای فرکانس بالا را نشان می‌دهد.

جدول ۳. تحلیل خطای ناشی از حذف مودهای فرکانس-بالا

error($\Delta z_i/z_i$)	z_i (cm)	تعداد مودها
۰/۰ درصد	۵/۷۲	۱
۰/۰ درصد	۵/۷۰	۲
۰/۰ درصد	۵/۶۹	۳
۰/۰ درصد	۵/۶۹	۴
۰/۰ درصد	۵/۶۹	۵
۰/۰ درصد	۵/۶۹	۶
۰/۰ درصد	۵/۶۹	۷
۰/۰ درصد	۵/۶۹	۸
۰/۰ درصد	۵/۶۹	۹

با رجوع به جدول ۳، می‌توان تبیجه گرفت که در نظر گرفتن تنها سه مود، با دقت خیلی خوبی ($1/0$ درصد) کافی است. در

به موقعیت صلب بال به دست آمده و سپس با استفاده از معادله ۳۸ موقعیت آن نسبت به دستگاه مختصات اینرسی محاسبه می‌گردد. برای سادگی در تحلیل المان محدود، سازه بال به صورت یک سازه مستطیلی تقویت شده در نظر گرفته شده است. این سازه به صورت یک صفحه با ابعاد $1 \times 50 \times 30$ میلی‌متر که با یک تیر با مقطع دایروی (به شعاع ۲ میلی‌متر) در لبه حمله تقویت شده (برای تقویت خمی بال حول محور 1^R) مدل شده است. جنس در نظر گرفته شده، آلومینیوم ($E = 70 \text{ GPa}$ و $G = 26 \text{ GPa}$) با $\rho = 2710 \text{ kg/m}^3$ می‌باشد.

جدول ۱. فرکانس‌های طبیعی ده مود اول

فرکانس طبیعی (هرتز)	شماره مود
۲/۵۶	۱
۶/۸۱	۲
۱۶/۵۷	۳
۲۷/۱۱	۴
۴۴/۳۳	۵
۵۷/۵۰	۶
۷۹/۲۴	۷
۶۸/۶۵	۸
۷۱/۹۷	۹
۱۰۲/۵۲	۱۰

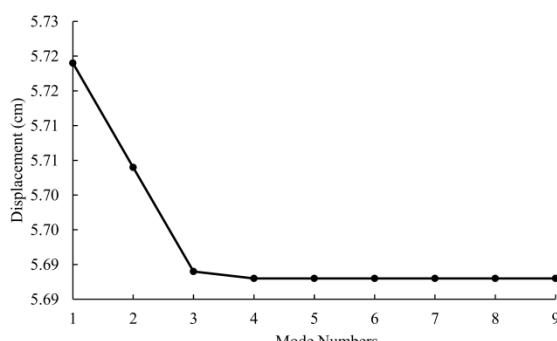
برای محاسبه خواص سازهای بال (فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها)، به دلیل سادگی سازه و اهمیت مودهای اصلی، تنها ده مود اول سازه در نظر گرفته می‌شود. البته در پیاده‌سازی حل تحلیلی، با توجه به شرایط همگرایی، تعداد مودهای فعال به دست چواهدند آمد. فرکانس‌های طبیعی ده مود اول سازه در جدول ۱ آمده است. برای صحبت‌سنجی حل تحلیل دینامیک سازه بال، از پاسخ گذراي^۱ نرم‌افزار تجاری Nastran-Patran استفاده شده است. بدین‌منظور، یک نیروی مرکز متغیر با زمان به صورت $f(t) = 0.1 \sin(2\pi t)$ در لبه فوار نوک بال (نقطه C نشان داده شده در شکل ۳)، به مدت یک ثانیه اعمال شده و تاریخچه زمانی جابه‌جایی آن نقطه، در شکل ۴، نمایش داده شده است. مقایسه نتایج پاسخ گذرا با نتایج روابط تحلیلی ارائه شده در مقاله، در این شکل، حاکی از صحت حل تحلیلی و همچنین عدم جابه‌جایی‌های درون‌صفحه‌ای المان‌های سازه‌ای است. پارامترهای لازم برای شبیه‌سازی و مقادیر در نظر گرفته شده برای آنها در جدول ۲ آمده است.

تحلیلی دارد. یکی از کاربردهای عمدۀ معادلات تحلیلی به دست آمده، آن است که با توجه به در دست داشتن معادلات تحلیلی دینامیک سازه، می‌توان به طور شفاف، تأثیر پارامترهای سازه‌ای و حرکتی را بر دینامیک سازه مشاهده کرد که در انتخاب سازه بال در فرایند طراحی پرندۀ‌های بال‌زن ضروری می‌نماید. در این مقاله نشان داده شد که در سیستم بال‌زن در نظر گرفته شده، رزونانس زمانی اتفاق می‌افتد که فرکانس سازه و بال‌زن برابر باشد و بیشترین دامنه زمانی رخ می‌دهد که هر سه فرکانس سازه، بال‌زن و دینامیک عملگر یکی شوند. حل بسته تحلیلی به دست آمده نشان می‌دهد که مختصات تعمیم‌یافته در مودهای با فرکانس بالا به سمت صفر میل می‌کند که این موضوع ادعای محققان مبنی بر عدم لزوم در نظر گرفتن مودهای با فرکانس بالا در تحلیل‌های مربوط به بال‌زن الاستیک را تصدیق می‌نماید. به طور کلی این مطالعه اهمیت نیروهای اینرسی را در ایجاد تغییر‌شکل‌های الاستیک نشان می‌دهد و بیان می‌کند که در تحلیل‌های جامع‌تر (در نظر گرفتن دیگر نیروهای اعمالی به سازه بال)، آثار نیروهای اینرسی به عنوان یکی از نیروهای مهم نباید نادیده گرفته شود. در مطالعات آتی، دیگر نیروهای مؤثر در دینامیک رفتار سازه بال‌زن‌ها شامل جاذبه و اثrodینامیک می‌توانند با استفاده از سری‌های هارمونیک مانند فوریه مدل شده و در روند استخراج حل بسته تحلیلی مورد توجه قرار گیرند.

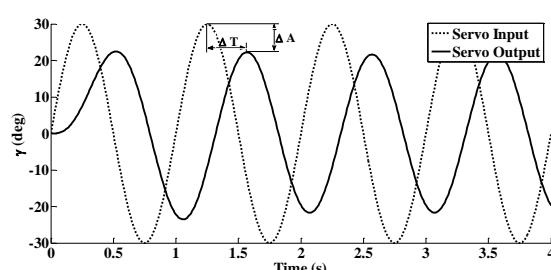
نهایت شبیه‌سازی پرواز با در نظر گرفتن سه مود اول سازه، انجام شد. جایه‌جایی نقاط a ، b و c (تعريفشده در شکل ۳) در شکل ۶ نمایش داده شده است. طبق پیش‌بینی، جایه‌جایی نقطه a (محل لولای بال) صفر است. از سوی دیگر، بیشترین جایه‌جایی، مربوط به نقطه c (واقع در لبۀ فرار و نوک بال) می‌باشد. دلیل جایه‌جایی بیشتر نقطه b نسبت به d ، نیروی اینرسی بیشتری است که به b اعمال شده است. زاویه بال‌زن در طول زمان، که تحت تأثیر دینامیک عملگر می‌باشد، در شکل ۶ نشان داده شده است که در آن ΔT و ΔA به ترتیب زمان تأخیر و اختلاف دامنه ناشی از دینامیک عملگر می‌باشند. شکل ۷ موقعیت بال را در یک نیم‌ضرب در سه لحظه زمانی گوناگون نشان می‌دهد.

۶. نتیجه‌گیری

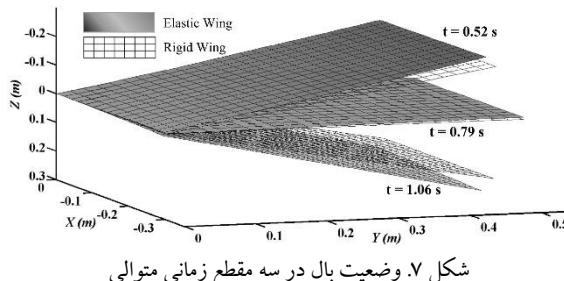
در این مقاله، برای نخستین بار یک حل تحلیلی بسته برای دینامیک سازه بال انعطاف‌پذیر، با استفاده از رویکرد مودال ارائه و یک پرواز متعارف پرندگان (بال‌زن سینوسی) توسط یک سرو موتور شبیه‌سازی شد. این حل بسته، محققان را از انجام روندهای تجربی و عددی پرهزینه برای تحلیل اثر صرف نیروی اینرسی بر سازه‌های بال‌زن انعطاف‌پذیر (با مقاصدی چون شناسایی و حذف آن، به منظور مدل‌سازی صحیح نیروهای اثrodینامیکی) بیناز می‌سازد. روند صحبت‌سنگی انجام‌شده نشان از صحت روابط



شکل ۵. جایه‌جایی نقطه C با در نظر گرفتن تعداد مختلفی از مودها



شکل ۶. تأثیر دینامیک سرو و موtor بر روی زاویه بال‌زن



شکل ۷. وضعیت بال در سه مقطع زمانی متوالی

۷. مأخذ

- [1] B. Singh, I. Chopra, Dynamics of insect-based flapping wings: Loads validation, *AIAA Paper*, vol. 1663, p. 2006, 2006.
- [2] C. P. Ellington, the Aerodynamics of Hovering Insect Flight. I. The Quasi-Steady Analysis, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. B, Biological Sciences*, vol. 305, pp. 1-15, 1984.
- [3] W. Shyy, M. Berg, D. Ljungqvist, Flapping and flexible wings for biological and micro air vehicles, *Progress in aerospace sciences*, vol. 35, pp. 455-505, 1999.
- [4] R. J. Wootton, Functional morphology of insect wings, *Annual review of entomology*, vol. 37, pp. 113-140, 1992.
- [5] M. Smith, The effects of flexibility on the aerodynamics of moth wings-Towards the development of flapping-wing technology, presented at the 33rd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 1995.
- [6] R. F. Larijani, J. D. DeLaurier, A nonlinear aeroelastic model for the study of flapping wing flight, *Progress in Astronautics and Aeronautics*, vol. 195, pp. 399-428, 2001.
- [7] Q. Zhu, Numerical simulation of a flapping foil with chordwise or spanwise flexibility, *AIAA journal*, vol. 45, pp. 2448-2457, 2007.
- [8] K. Isogai, Y. Harino, Optimum Aeroelastic Design of a Flapping Wing, *Journal of Aircraft*, vol. 44, pp. 2040-2048, 2007.
- [9] B. Singh, I. Chopra, An aeroelastic analysis for the design of insect-based flapping wings, presented at the 48th AIAA / ASME / ASCE / AHS / ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 2007.
- [10] A. Gogulapati, P. Friedmann, W. Shyy, Nonlinear Aeroelastic Effects in Flapping Wing Micro Air Vehicles, presented at the 49th AIAA / ASME / ASCE / AHS / ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 2008.
- [11] S. P. Banerjee, M. Patil, Aeroelastic analysis of membrane wings, presented at the 49th AIAA / ASME / ASCE / AHS / ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 2008.
- [12] D.-K. Kim, H. Han, A Dynamic Model of a Flexible Flapping Wing for Fluid-Structure Interaction Analysis, presented at the 15th International Congress on Sound and Vibration, 2008.
- [13] H. Aono, C. Kang, C. E. Cesnik, W. Shyy, A numerical framework for isotropic and anisotropic flexible flapping wing aerodynamics and aeroelasticity, presented at the 28th AIAA Applied Aerodynamics Conference, 2010.
- [14] W. Su, C. Cesnik, Nonlinear Aeroelastic Simulations of a Flapping Wing Micro Air Vehicle Using Two Unsteady Aerodynamic Formulations, presented at the 51st AIAA / ASME / ASCE / AHS / ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 2010.
- [15] T. Vanneste, J. Paquet, S. Grondel, E. Cattan, Aeroelastic simulation of flexible flapping wing based on structural FEM and quasi-steady aerodynamic model, in Proceedings of 28th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences, ICAS 2012, 2012.
- [16] S. H. Pourtakdoust, S. K. Aliabadi, Evaluation of flapping wing propulsion based on a new experimentally validated aeroelastic model, *Scientia Iranica*, vol. 19, pp. 472-482, 6// 2012.

- [17] S. Nogar, A. Gogulapati, J. M. Jack, A. Serrani, Approximate Dynamics Modeling of Flexible Flapping Wing MAVs with Application to Control, presented at the AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, 2014.
- [18] H. Djojodihardjo, Analysis and Computational Study of The Aerodynamics, Aeroelasticity and Flight Dynamics of Flapping Wing Ornithopter Using Linear Approximation, in 54th AIAA Aerospace Sciences Meeting, ed: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2016.
- [19] S. A. Combes, T. L. Daniel, Into thin air: contributions of aerodynamic and inertial-elastic forces to wing bending in the hawkmoth *Manduca sexta*, *Journal of Experimental Biology*, vol. 206, pp. 2999-3006, 2003.
- [20] A. Barut, M. Das, E. Madenci, Nonlinear deformations of flapping wings on a micro air vehicle, *AIAA*, vol. 1662, p. 2006, 2006.
- [21] N. Wilson, N. Wereley, Experimental Investigation of Flapping Wing Performance in Hover, in 48th AIAA / ASME / ASCE / AHS / ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 2007.
- [22] D. Yeo, E. M. Atkins, L. P. Bernal, W. Shyy, Experimental Characterization of Lift on a Rigid Flapping Wing, *Journal of Aircraft*, vol. 50, pp. 1806-1821, 2013.
- [23] L. Meirovitch, Principles, *techniques of vibrations*, vol. 1: Prentice Hall, 1997.
- [24] K. Ogata, *Modern control engineering*, 5th ed., 2010.

پی‌نوشت

-
1. stroke plane
 2. half stroke
 3. Moth
 4. MST
 5. Spar
 6. extension
 7. immersed boundary method
 8. implicit condensation
 9. Barut
 10. transient response