

بررسی رفتار پراکندگی امواج صوتی پوسته استوانه‌ای ویسکوالاستیک تابعی با وجود تقویت‌کننده‌های حلقوی و محوری در مجاورت جریان مادن صوت

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۶/۲۲

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۳/۱۸

توحید مردانه^۱، علی ترکاشوند^۲، محمود رئیس‌زاده کوشکقاضی^۳، کامران دانشجو^۴

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران.

۲- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران.

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران.

۴- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران. kjoo@iust.ac.ir

چکیده

در این مقاله پراکندگی صوتی یک پوسته استوانه‌ای ویسکوالاستیک تابعی مدرج با طول بی‌نهایت، با وجود تقویت‌کننده‌های حلقوی و محوری در سطح بی‌رونی و تحریک شده توسط یک موج صوتی مایل، مورد بررسی قرار می‌گیرد. پوسته استوانه‌ای از مواد ویسکوالاستیک تابعی ساخته شده و خواص پوسته بر اساس رابطه توزیع توانی در جهت شعاع متغیر هستند. در ضمن تقویت‌کننده‌های حلقوی و محوری در سطح خارجی پوسته می‌باشند. از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول مبتنی بر اصل همپلتون برای استخراج معادلات حرکت پوسته استفاده می‌شود. همچنین تقویت‌کننده‌های حلقوی و محوری بصورت منته‌های نیرو و ممان با پوسته کوپل شده‌اند. در ادامه با استفاده از معادلات برهم‌کنش سازه و سیال، معادلات ارتعاشات آکوستیکی و پراکندگی صوتی سازه بدست می‌آیند. در نهایت تاثیر پارامترهای هندسی، مکانیکی و فیزیکی سازه بر پراکندگی صوتی بررسی می‌شوند. نتایج نشان می‌دهند که تغییرات ضخامت، پهنا و فاصله تقویت‌کننده‌ها تاثیر بسیار زیادی بر پراکندگی صوت سازه دارند.

واژه‌های کلیدی: ارتعاشات آکوستیک، پراکندگی صوتی، مواد ویسکوالاستیک تابعی، تقویت‌کننده، تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی.

Investigation of acoustic wave scattering behavior of a functionally graded viscoelastic cylindrical shell with ring and stringer stiffeners in the presence of subsonic flow

Tohid Mardaneh¹, Ali Tarkashvand², Mahmoud Raeiszadeh Koushkgazi³, Kamran Daneshjou⁴

1- M.Sc. Student, Mechanical Engineering Department, Iran University of Science & Technology, Tehran.

2- Ph. D student, School of Mechanical engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran.

3- M.Sc. Student, Mechanical Engineering Department, Iran University of Science & Technology, Tehran.

4- Professor, Mechanical Engineering Department, Iran University of Science & Technology, Tehran. kjoo@iust.ac.ir

Abstract

In this paper, the acoustic scattering of an infinitely long functionally graded viscoelastic cylinder, reinforced with ring and stringer stiffeners and excited by an oblique acoustic wave, is investigated. The cylinder is made of functionally graded viscoelastic material, and its properties vary along the radial direction according to a power law distribution. The ring and stringer stiffeners are located on the outer surface of the shell. First-order shear deformation theory based on Hamilton's principle is used to derive the shell's motion equations. The ring and stringer stiffeners are coupled with the shell as force and moment resultants. Then, using structure-fluid interaction equations, the acoustic vibration equations of the structure are obtained. Finally, the effects of geometrical, mechanical, and physical parameters on acoustic scattering are investigated. The results show that changes in the thickness, width, and spacing of the stiffeners have a significant effect on the acoustic scattering of the structure.

Keywords: Vibroacoustic, acoustic scattering, functionally graded viscoelastic materials, stiffeners, first-order shear deformation theory.

۱۹۷

سال ۱۴- شماره ۲

پاییز زمستان ۱۴۰۴

نشریه علمی



مادون صوت
تابعی با وجود تقویت‌کننده‌های حلقوی و محوری در مجاورت جریان
بررسی رفتار پراکندگی امواج صوتی پوسته استوانه‌ای ویسکوالاستیک

۱. مقدمه

امروزه استفاده از پوسته‌های استوانه‌ای در صنایع مختلف از جمله خودروسازی، هوافضا و صنایع دریایی کاربرد فراوانی یافته است. سازه‌های استوانه‌ای شکل مناسب و قابل قبولی از بدنه وسایل پرنده، قطعات خودرو، هواپیما و حتی زیردریایی‌ها هستند. با توجه به تراکنش بین سازه و سیال اطراف آن، این امواج صوتی باعث انتقال انرژی بطور ناخواسته بصورت ارتعاشات آکوستیکی به سازه موردنظر شده و علاوه بر ایجاد آلودگی صوتی، سبب بروز شکست در سیستم و سازه شود.

استفاده از مواد مختلف در ساخت و طراحی سازه‌های مهندسی از دیرباز مورد اهمیت بوده است تا این سازه‌ها در عین سبک بودن، از استحکام کافی نیز برخوردار باشند، علاوه بر آن عواملی همچون تراکنش بین سازه و سیال، کاهش امواج صوتی انتقالی، پراکندگی امواج و همچنین عایق بودن این مواد بخصوص در کاربردهایی همچون سازه‌های هوافضایی بر اهمیت استفاده از مواد مناسب افزوده است. مواد ایزوتروپیک از دیرباز برای ساخت سیستم‌ها و سازه‌های مکانیکی مورد استفاده قرار می‌گیرند اما با گذشت زمان این مواد به تنهایی پاسخگوی شرایط مورد نظر نبوده و لذا پیدایش مواد ویسکوالاستیک هدفمند تابعی (FGV) توانستند نیازهایی از جمله شرایط مکانیکی و وزن مناسب را برآورده سازند. مواد ویسکوالاستیک موادی هستند که خواصی بین جامدات و سیالات دارند، این مواد نه مانند جامدات سخت بوده و رفتار الاستیک از خود نشان می‌دهند و نه همانند سیالات، جریان پیدا می‌کنند. در مواد ویسکوالاستیک لغزش زنجیره‌های مولکولی باعث تغییر شکل آنی می‌شود. مواد فوم پلیمری نوعی از مواد ویسکوالاستیک در سال‌های اخیر به طور مداوم در حال افزایش بوده‌اند. از دیدگاه علم مواد، فوم‌های پلیمری دارای خواص قابل‌توجهی مثل مدرج تابعی و ویسکوالاستیسیته با هم می‌باشند. همچنین برای کنترل ارتعاشات و نیز افزایش سفتی سازه در مواردی که شرایط وزنی به عنوان محدودیت

وجود دارد استفاده از تقویت‌کننده‌ها بسیار پرکاربرد است.

تکنیک پراکندگی صوتی ابزاری قدرتمند در کنترل و ارزیابی غیرمخرب سازه‌ها می‌باشد. بنابراین در سال‌های اخیر این زمینه علمی توجه بسیاری از محققین را به خود جلب نموده است. در برخی از مطالعات فاران، پراکندگی امواج آکوستیکی براساس انبساط موده‌های نرمال برای استوانه و کره صلب و غوطه‌ور در سیال بررسی شد [۱]. در ادامه، فلاکس و همکاران، بصورت کلی‌تر به مسئله پرداختند. آنها پراکندگی صوتی را برای استوانه در شرایطی که جهت انتشار موج برخوردی با زاویه ای اختیاری نسبت به محور عمودی استوانه برخورد می‌کرد را مورد مطالعه قرار دادند [۲]. دایال معادلات پراکندگی را برای یک موج طولی در استوانه ناهمسانگرد غوطه‌ور در آب بررسی کرد و نشان داد که انرژی به شکل امواج در حال حرکت به سیال اطراف منت می‌کند و این نشت، دامنه سیگنال را در میله تعیین می‌کند. وی همچنین منحنی‌های پراکندگی و میرایی را برای مسایل موردنظر بدست آورد [۳]. تولوکنیکوف، نگی و بیلی [۴]–[۶] نیز پراکندگی امواج صوتی را برای پوسته‌های استوانه ای مطالعه کردند. تولوکنیکوف [۴] پوسته استوانه ای را ناهمسانگرد و چند لایه جدارضخیم در نظر گرفت. نگی [۴] امواج طولی را در پوسته استوانه ای همسانگرد غوطه‌ور در سیال و بیلی [۶]، بصورت تجربی پراکندگی صوت را برای استوانه ناهمسانگرد غوطه‌ور در آب بررسی کرد. وارادان هنرور و یانگ جو، پراکندگی صوتی سازه استوانه‌ای که تحت موج‌های صفحه‌ای بود را بررسی کرده‌اند [۷]–[۹]. یانگ [۸] ضرایب پراکندگی را برای سازه استوانه‌ای چندلایه و برای حالت‌های مختلف از جمله پوسته توخالی، استوانه جامد، پوسته پر شده از مایع بدست آورد و هنرور این ضرایب را برای میله دولایه بدست آورد و نشان داد فرکانس‌های رزونانسی تابعی از ضخامت لایه پوششی است [۷]. در مطالعه دیگری، ساسترای و همکاران [۱۰] در سال ۱۹۹۸ برای یک استوانه چند لایه با طول بینهایت که توسط موج‌های صفحه‌ای برانگیخته شده است، پاسخ آکوستیکی و کاهش نویز و پراکندگی صوتی را با استفاده از تعریف یک ماتریس انتقال بدست آوردند. وکسلر [۱۱]

پراکندگی امواج الاستیک یک پوسته استوانه‌ای را که در محیط الاستیک قرارداد داشت را با استفاده از روش‌های عددی، مطالعه کرد. وی رفتار رزونانسی و پراش موج‌های الاستیکی و همچنین مشخصات رزونانسی مانند فرکانس و انرژی رزونانس را نیز بررسی و نتایج را برای پوسته‌های استوانه‌ای با اندازه‌ها و خواص مختلف از جمله پوسته الاستیک مستغرق در مایع، بدست آورد. پس از آن، لئون [۱۲] پراکندگی صوتی را برای یک استوانه توخالی با طول بینهایت را که توسط امواج صوتی مورب برانگیخته می‌شد را بررسی کرد و برای پوسته استوانه‌ای آیزنوتروپیک الاستیک، پارامتر پراکندگی صوتی را بدست آورد و همچنین نتایج حاصله از روش‌های تجربی و تئوری برای زوایای ۹، ۲۴ و ۳۵ درجه را با یکدیگر مقایسه نمود و نشان داد که نتایج هر دو روش از انطباق خوبی با یکدیگر برخوردار هستند. وی همچنین پراکندگی صوتی را برای یک استوانه الاستیک مستغرق در آب را که توسط موج صوتی برانگیخته می‌شد را نیز در سال ۲۰۰۴ مطالعه کرد و نتایج بدست آمده را با نتایج تجربی و تئوری مطالعات پیشین مقایسه نمود [۱۳]. لارین [۱۴]، اثرات نامنظمی‌های هندسی و فیزیکی بر پراکندگی صوتی را برای یک پوسته کروی ترموالاستیک مطالعه کرد. وی با استفاده از حل تحلیلی نشان داد که تغییرات دمایی، تنش و همچنین ناهمگنی‌های هندسی و فیزیکی تاثیر بسزایی در پراکندگی صوت این پوسته دارد و مشاهده شد که در یک فرکانس مشخص، ترموالاستیسیته بودن ماده تاثیر ضعیفی بر دامنه پراکندگی صوتی داشته که این کاهش اندک دامنه غالباً خود را در زاویه صفر نشان می‌دهد. همچنین نتیجه گرفت که برای یک ماده همگن، دامنه پراکندگی برگشتی صوت تقریباً شش برابر می‌شود درحالی‌که برای یک ماده ناهمگن، این پارامتر تا سه برابر افزایش می‌یابد. چون در مواد ناهمگن، وجود بی‌نظمی‌ها و ناپیوستگی‌های متعدد باعث تداخل مخرب و میرایی سریع‌تر امواج می‌شود. هنرور مودهای رزونانسی پیرامون یک استوانه الاستیک غوطه‌ور تحریک شده با موج صفحه‌ای را با استفاده از تئوری رزونانسی بررسی کرد [۱۵]. وی در ادامه کارهای خود، مدل ریاضی خود را که قبلاً برای

بررسی پراکندگی امواج صوتی از استوانه ایزوتروپیک استفاده می‌کرد را گسترش داد و معادلات فرکانسی مربوط به انتشار امواج طولی و زاویه‌ای را بررسی کرد [۱۶]. رجبی و همکاران [۱۷] پراکندگی صوتی ساختار کامپوزیت چند لایه را بررسی کردند و از معادلات سه بعدی برای به دست آوردن معادله یک استوانه الاستیک ناهمسانگرد استفاده کردند. ایشان همچنین ویژگی‌های انتشار موج برای پوسته استوانه‌ای ضخیم کامپوزیتی با رشته‌های مارپیچی ارتوتروپ را که مستغرق در سیال ایده‌آل است را بررسی و پدیده تشدید را برای موج آکوستیک هارمونیک برخوردی به این سازه مطالعه کرد. وی با استفاده از مدل‌های ریاضی، پراکندگی صوتی در این پوسته را تحلیل و سعی کرد شرایطی را که ممکن است در آن پدیده رزونانس اتفاق بیافتد را شناسایی کند و همچنین تاثیر پارامترهایی نظیر زاویه برخورد موج صوتی و ضخامت پوسته را بر پراکندگی صوتی و پدیده رزونانس نشان دهد [۱۸]. تانگ [۱۹] پراکندگی صوتی یک پوسته استوانه‌ای نامحدود با وجود اتصال دو صفحه صلب در داخل پوسته را با استفاده از روش‌های تحلیلی و تجربی مورد مطالعه قرار داد و نتایج آنها را با یکدیگر مقایسه نمود و نشان داد که وجود صفحات صلب باعث پیچیدگی در شکل تابع فشار پراکندگی طیف زاویه-فرکانس می‌شود. وی همچنین تاثیر فاصله بین دو صفحه و ضخامت پوسته را بر رفتار پراکندگی صوت بررسی کرد و نتیجه گرفت که پراکندگی صوتی در یک سطح مقطع معین به فرکانس موج صوتی، موقعیت و اندازه صفحات صلب داخلی وابسته است. وی همچنین پراکندگی صوتی از یک پوسته استوانه‌ای با طول بینهایت را با وجود اتصال میله‌های بلند در سطح داخلی پوسته مورد مطالعه قرار داد. او میله‌ها را بصورت یک تیر الاستیک مدل کرد و حرکت میله‌ها را بصورت ارتعاشات طولی و خمشی تجزیه نمود و از معادلات دائل برای بدست آوردن معادلات حرکت پوسته بهره جست. وی نشان داد که این میله‌ها می‌توانند باعث ایجاد امواج خمشی مادون صوت و تابش آنها شوند. بدلیل نحوه قرارگیری میله‌ها بصورت دوره‌ای، امواج بلوخ^۱ خمشی چند



¹ Bloch wave



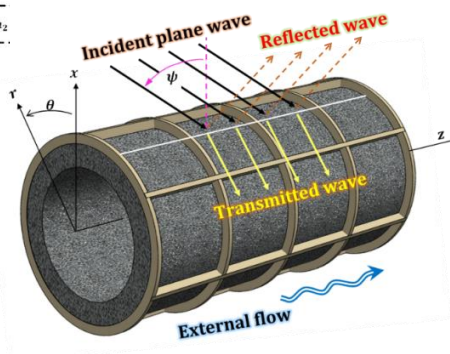
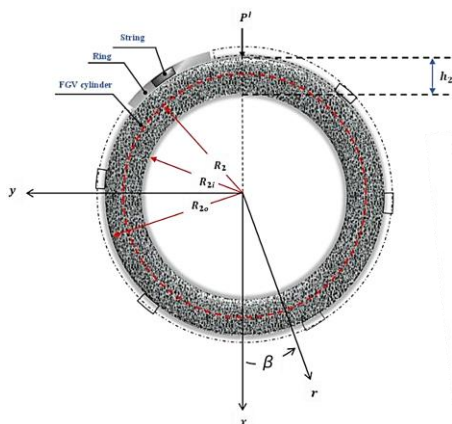
مرتبه ای در جهت محیطی وجود داشته که این امواج سبب تشدید صوت و ایجاد رزونانس‌های صوتی می‌گردند. همچنین نتیجه گرفت که با وجود میله‌ها دامنه پراکندگی صوتی افزایش می‌یابد و هرچه تعداد میله‌ها بیشتر باشد این دامنه افزایش پیدا می‌کند و این بدان دلیل است که میله‌ها می‌توانند یک موج صوتی را مستقیماً منعکس کنند و این موج بازبایی با موج‌های انعکاسی معمولی دیگر تداخل پیدا می‌کند [۲۰]. چاتی و همکاران [۲۱] در جدیدترین تحقیقات، پراکندگی آکوستیک در پیکربندی بیستاتیک (زمانی که منبع تولید امواج از گیرنده دور است) برای یک پوستانه استوانه‌ای را بصورت تحلیلی و تجربی مطالعه کردند. آنها برای پوستانه استوانه‌ای ایزوتروپ از جنس آلومینیوم و مستغرق در سیال، میدان پراکندگی صوتی را در فرکانس‌ها و زوایای مختلف بررسی کردند و نشان دادند که تطابق خوبی بین نتایج تحلیل آزمایشگاهی و پیش‌بینی‌های نظری تقریب کیرشهف وجود دارد. رفتار ارتعاشی پوستانه‌های کروی کامپوزیتی مشبک با استفاده از روش صاف‌سازی تقویت‌کننده‌ها و تئوری دابل بررسی شده است. نتایج نشان‌دهنده تطابق خوب مدل تحلیلی با شبیه‌سازی المان محدود در آباکوس بوده و تأثیر پارامترهای هندسی و زاویه الیاف بر فرکانس‌های طبیعی مورد مطالعه قرار گرفت [۲۲]. در مطالعه‌ای دیگر یک مدل دینامیکی برای پوستانه‌های استوانه‌ای تقویت‌شده با مقاطع متغیر ارائه شد و تأثیر پارامترهای سطح مقطع تقویت‌کننده‌ها را بر فرکانس‌های طبیعی بررسی قرار گرفت. صحت مدل پیشنهادی با استفاده از نرم‌افزار انسیس، مطالعات پیشین و آزمایش تجربی تأیید شده است [۲۳].

مقدمه فوق به وضوح نشان می‌دهد که رفتار آکوستیکی و پراکندگی صوتی پوستانه استوانه‌ای ویسکوالاستیک تابعی با وجود تقویت‌کننده‌های حلقوی و محوری و با به‌کارگیری تئوری تغییرشکل برشی مرتبه اول تا به حال مورد بررسی قرار نگرفته

است. بنابراین هدف اصلی این مقاله پر کردن خلا مطالعاتی موجود به روش تحلیلی است. در این مقاله با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و به‌کارگیری اصل همیلتون، معادلات حرکت پوستانه استخراج شده است. برای مدلسازی ماده ویسکوالاستیک تابعی از مدل زرنر سه پارامتری که وابسته به تغییرات ضخامت است و به عنوان یکی از بهترین مدل‌های ریاضی مواد فوم است، استفاده شده است. همچنین تقویت‌کننده‌های حلقوی و محوری بصورت متوجه‌های نیرو و ممان با پوستانه کوپل شده‌اند. با به‌کارگیری معادلات برهم‌کنش سازه و سیال معادلات آکوستیکی و پراکندگی صوتی سازه مورد نظر تعیین می‌گردند. در آخر تأثیر پارامترهای محیطی و فیزیکی بر پراکندگی صوتی پوستانه استوانه‌ای مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲. مشخصات مدل

همان‌طور که در شکل ۱ از شماتیک کلی سازه مورد بررسی قابل مشاهده است، پوستانه استوانه‌ای ویسکوالاستیک تقویت‌شده با چگالی ρ ، ضخامت h_2 در مختصات استوانه‌ای (r, θ, z) توسط موج صفحه‌ای مایل که در صفحه $x-z$ انتشار می‌یابد قرار دارد. امواج صفحه‌ای مایل خارج از سطح بیرونی و با زاویه برخورد ψ که نسبت به محور x اندازه‌گیری می‌شود، به پوستانه استوانه‌ای برخورد می‌کند. در نتیجه این برخورد، قسمتی از امواج به داخل پوستانه انتقال یافته و قسمتی نیز از سطح پوستانه انعکاس یافته است. دیواره داخلی جاذب بوده و امواج تنها به داخل پوستانه منتشر می‌گردد. همچنین لازم به ذکر است که یک جریان سیال یکنواخت با سرعت V در محیط سیال خارجی وجود دارد. سازه استوانه‌ای با طول بینهایت فرض می‌شود و محیط‌های سیال در خارج و داخل سازه با چگالی و سرعت صوت $(\rho_i, C_i, i=1,3)$ نشان داده شده است که اندیس ۱ بیانگر محیط سیال خارجی و ۳ نیز محیط سیال داخلی سازه است.



شکل ۱. شماتیک کلی پوسته استوانه‌ای ویسکوالاستیک تابعی با وجود تقویت‌کننده‌های حلقوی و محوری

$$\varepsilon_{z\beta} = \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \beta} + \frac{r}{R} \frac{\partial \varphi_z}{\partial \beta} + r \frac{\partial \varphi_\beta}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial z}$$

$$\varepsilon_{zr} = \frac{\partial w}{\partial z} + \varphi_z$$

$$\varepsilon_{\beta r} = \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial \beta} - \frac{v}{R} + \varphi_\beta$$

که در آن ε ترم‌های کرنش در سه راستای مختصات استوانه‌ای هستند. قابل ذکر است که در این تئوری، کرنش‌های عمودی بر سطح (در راستای r) صفر فرض شده است. رابطه کلی حاکم بین تنش و کرنش برای پوسته‌ها به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_z \\ \sigma_\beta \\ \sigma_{z\beta} \\ \sigma_{zr} \\ \sigma_{\beta r} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \varepsilon_\beta \\ \varepsilon_{z\beta} \\ \varepsilon_{zr} \\ \varepsilon_{\beta r} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

که σ مولفه‌های تانسور تنش هستند و Q ضرایب ثوابت ماده سازنده پوسته بوده که تابعی از فرکانس (ω) و مختصات r هستند و بر اساس خواص مکانیکی مواد به صورت زیر تعریف می‌گردند [۲۴]:

$$\begin{aligned} Q_{11} = Q_{22} &= \frac{E(r, \omega)}{1 - \nu(r, \omega)^2} \\ &= \frac{2G(r, \omega)}{1 - \nu(r, \omega)} \\ Q_{12} = Q_{21} &= \frac{\nu E(r, \omega)}{1 - \nu(r, \omega)^2} \\ &= \frac{2G(r, \omega)\nu(r, \omega)}{1 - \nu(r, \omega)} \end{aligned} \quad (4)$$

۳. فرمول‌بندی ریاضی

از تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی برای مدل‌سازی پوسته استوانه‌ای استفاده شده است. در این تئوری اثرات گشتاورهای اینرسی و تنش‌های برشی نیز در نظر گرفته شده است [۲۴]، [۲۵]. از دیدگاه تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول، خطوط عمود بر سطح میانی (خنثی) پوسته پس از تغییر شکل مستقیم باقی می‌ماند اما عمود بر سطح میانی نیست و تغییر زاویه پیدا کرده است. بنابراین کرنش‌های برشی عرضی در معادلات ظاهر می‌شوند. در این صورت معادلات جابجایی برای سطح مبنا بر پایه تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول را بصورت زیر می‌توان بیان کرد [۲۶]، [۲۷].

$$\begin{aligned} U(r, \beta, z, t) &= u(\beta, z, t) + r\varphi_z(\beta, z, t) \\ V(r, \beta, z, t) &= v(\beta, z, t) + r\varphi_\beta(\beta, z, t) \\ W(r, \beta, z, t) &= w(\beta, z, t) \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن t زمان، U, V, W جابجایی‌های کلی u, v, w به ترتیب ترم‌های جابجایی سطح خنثی در راستاهای محوری، محیطی و شعاعی بوده و φ چرخش عرضی سطح میانی نسبت به محورهای β, z در نقطه $r=R$ هستند. رابطه بین کرنش و جابجایی در مختصات استوانه‌ای بر پایه تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و با در نظر گرفتن میدان‌های جابجایی در معادلات (۱) بصورت زیر بیان می‌شود [۲۴]، [۲۶]، [۲۷]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_z &= \frac{\partial u}{\partial z} + r \frac{\partial \varphi_z}{\partial z} \\ \varepsilon_\beta &= \frac{w}{R} + \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \beta} + \frac{r}{R} \frac{\partial \varphi_\beta}{\partial \beta} \end{aligned} \quad (2)$$



$$Q_{44} = Q_{55} = Q_{66} = \frac{E(r, \omega)}{2(1 + \nu(r, \omega))} \\ = G(r, \omega)$$

در اینجا، $\nu(r, \omega)$ ، $G(r, \omega)$ ، $E(r, \omega)$ به ترتیب مدول الاستیسیته، مدول برشی و نسبت پواسون بوده و برای مواد مختلف مقادیر عددی متفاوتی دارند. منته‌های نیرو و ممان سازه به‌طور کلی با انتگرال‌گیری تنش بر روی ضخامت سازه تعریف می‌شود. منته‌های نیرو و ممان برای یک سازه استوانه‌ای با در نظر گرفتن اثر انحنای r/R عبارتند از [۲۵]:

$$\begin{Bmatrix} N_z \\ N_\beta \\ N_{z\beta} \\ N_{\beta z} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_z \left(1 + \frac{r}{R}\right) \\ \sigma_\beta \\ \sigma_{z\beta} \left(1 + \frac{r}{R}\right) \\ \sigma_{\beta z} \end{Bmatrix} dr \quad (۵)$$

$$\begin{Bmatrix} M_z \\ M_\beta \\ M_{z\beta} \\ M_{\beta z} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} r\sigma_z \left(1 + \frac{r}{R}\right) \\ r\sigma_\beta \\ r\sigma_{z\beta} \left(1 + \frac{r}{R}\right) \\ r\sigma_{\beta z} \end{Bmatrix} dr \quad (۶)$$

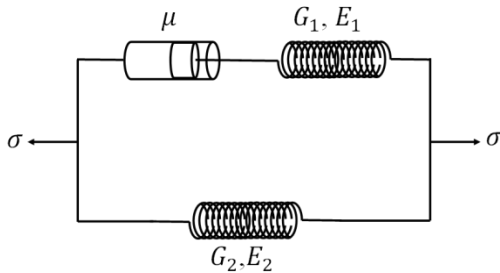
$$\begin{Bmatrix} Q_{zr} \\ Q_{\beta r} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_{zr} f_c \left(1 + \frac{r}{R}\right) \\ \sigma_{\beta r} f_c \end{Bmatrix} dr \quad (۷)$$

که N منته‌های نیرو، M منته‌های ممان و Q منته‌های ناشی از نیروهای برشی عرضی هستند. همچنین f_c ضریب تصحیح برشی در تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول است [۲۶]، [۳۱]. قابل ذکر است که شعاع انحنای در راستاهای z و β با هم برابر نیستند.

۱.۳ مواد ویسکوالاستیک تابعی

مدل‌های مختلفی برای تقریب رفتار مواد ویسکوالاستیک می‌توان بکار برد که از پرکاربردترین آنها مخصوصاً برای فوم‌های پلیمری، ترکیب مدل‌های ویسکوالاستیک ساده با مواد همسانگرد ایزوتروپیک است [۳۲]، [۳۳]. مدل ویسکوالاستیک زمر که وابسته به تغییرات ضخامت است، به عنوان یکی از بهترین مدل‌های ریاضی مواد فوم است. بنابراین مدل زمر خطی با سه پارامتر و با رابطه اصلی معادله (۸) در نظر گرفته شده است. شماییک مدل زمر خطی در شکل ۲ نشان داده شده است [۲۸].

رابطه کلی بین تنش و کرنش برای مدل زمر بصورت زیر در نظر گرفته شده است [۲۸]، [۳۰]:



شکل ۲. شماییک مدل زمر خطی با سه پارامتر برای مدلسازی رفتار مواد ویسکوالاستیک [۳۰]

$$\sigma(t) = \left(E_2 + \sum_{r=1}^n \frac{\frac{\partial}{\partial t}}{\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\mu_r}} \right) \varepsilon(t) \quad (۸)$$

برای مدل تعریف شده، معادله (۸) به صورت زیر بدست می‌آید [۲۸].

$$\sigma + T_2 \frac{d\sigma}{dt} = G_2 \left(\varepsilon + T \frac{d\varepsilon}{dt} \right) \quad (۹)$$

$$T_1 = \frac{\mu_1(r)}{G_1(r)}, T_2 = \frac{\mu_2(r)}{G_2(r)} \quad (۱۰)$$

$$T = T_1 + T_2 \quad (۱۱)$$

در جاییکه G_1 و G_2 مدول‌های برشی، μ ثابت میرایی مدل زمر و T ثابت زمانی آرامش است. تنش و کرنش به فرکانس تحلیل ارتعاشی-آکوستیکی وابسته بوده و بصورت معادله (۱۲) تعریف می‌شوند. همچنین با قراردادن معادلات (۱۲) در معادلات (۹) تا (۱۱)، مدول بالک و همچنین مدول برشی مختلط بصورت معادلات (۱۳) بدست می‌آیند.

$$\sigma(r) = \sigma_0 \exp(i\omega t), \varepsilon = \varepsilon_0 \exp(i\omega t) \quad (۱۲)$$

$$G(\omega) = G_1 \frac{1 + i\omega T}{1 + i\omega \xi T}, \quad (۱۳)$$

$$K(\omega) = K_0, \xi = \frac{T_2}{T}$$

که در معادلات بالا، ω فرکانس و است. شایان ذکر است که در انبساط، برخی از فوم‌ها رفتار الاستیک دارند بنابراین مدول بالک K نسبت به فرکانس ثابت است [۲۷]، [۳۱]. مدل زمر با در نظر گرفتن و قراردادن $\xi=0$ و $\xi=1$ به مدل‌های کلون و ماکسول تبدیل می‌شود. بنابراین با استفاده از روابط الاستیسیته، مدول الاستیسیته و نسبت پواسون را می‌توان به صورت زیر بدست آورد [۲۷]:

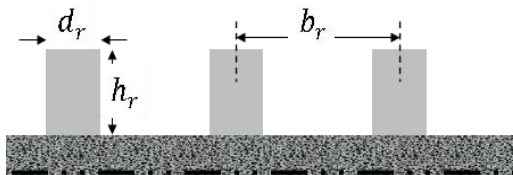
$$\left\{ \begin{matrix} N_z^s \\ M_z^s \end{matrix} \right\} = \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_s} \frac{d_s}{b_s} \left\{ \begin{matrix} \sigma_{zz}^s \\ r\sigma_{zz}^s \end{matrix} \right\} dr \quad (25)$$

$$\left\{ \begin{matrix} N_\beta^r \\ M_\beta^r \end{matrix} \right\} = \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_r} \frac{d_r}{b_r} \left\{ \begin{matrix} \sigma_{\beta\beta}^r \\ r\sigma_{\beta\beta}^r \end{matrix} \right\} dr \quad (26)$$

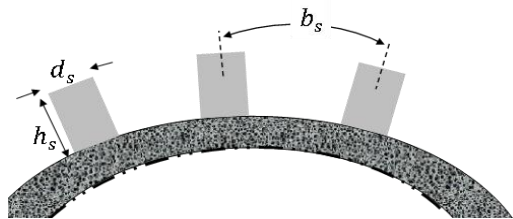
$$Q_{zr}^s = \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_s} \frac{d_s}{b_s} f_c \sigma_{zr}^s dr \quad (27)$$

$$Q_{\beta r}^r = \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_r} \frac{d_r}{b_r} f_c \sigma_{\beta r}^r dr \quad (28)$$

شاخصه‌های r و s به ترتیب اشاره به تقویت‌کننده‌های حلقوی و محوری دارند، d و b عرض و فاصله بین دو تقویت‌کننده می‌باشند. نحوه اندازه‌گیری هریک از پارامترهای هندسی تقویت‌کننده در نشان داده شده است.



الف) تقویت‌کننده‌های حلقوی



ب) تقویت‌کننده‌های محوری

شکل ۳. شماتیک تقویت‌کننده‌های حلقوی و محوری و پارامترهای هندسی آن

۳.۳ استخراج معادلات حرکت

برای بدست آوردن معادلات کلی حرکت در تئوری تغییرشکل برشی مرتبه اول از روش اصل همیلتون استفاده شده است. بنابراین با توجه به مفروضات، انرژی جنبشی، انرژی کرنشی، و کار اعمال شده توسط نیروی خارجی (W) را می‌توان به صورت زیر بدست آورد [۳۰]، [۳۴]:

$$S = \frac{1}{2} \int_0^z \int_0^\beta \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \sigma_z \cdot \varepsilon_z + \sigma_\beta \cdot \varepsilon_\beta + \sigma_{zr} \cdot \varepsilon_{zr} + \sigma_{\beta r} \cdot \varepsilon_{\beta r} + \sigma_{\beta z} \cdot \varepsilon_{\beta z} \right\} \left(1 + \frac{r}{R} \right) R dr d\beta dz \quad (29)$$

$$E = \frac{9KG}{3K + G} \quad (14)$$

$$v = \frac{3K - 2G}{2(3K + 2G)} \quad (15)$$

مواد FG دسته ای از مواد غیرهمگن هستند که خواص مکانیکی آنها بطور آهسته و مداوم در راستای ضخامت تغییر می‌کنند. برای این مواد، خواص براساس رابطه توزیع توانی $V(r)$ متغیرند.

$$V(r) = \alpha + (1 - \alpha) \left(\frac{r}{h} + \frac{1}{2} \right)^g \quad (16)$$

در اینجا g شاخص رابطه توزیع توانی و α ثابت ماده است که برای طیف وسیعی از مواد در مراجع به آن اشاره شده است. بنابراین با ضرب یک تابع توزیع توانی $V(r)$ در معادلات (۱۴) و (۱۵)، مدل زرنر درجه بندی شده عملکردی بصورت زیر حاصل می‌شود [۲۷]:

$$G(r, \omega) = V(r)^2 G_1 \frac{1 + i\omega T}{1 + i\omega \xi T} \quad (17)$$

$$K(r, \omega) = K_0 V(r)^2 \quad (18)$$

$$E(r, \omega) = \frac{9K_0 G(r, \omega)}{3K_0 + G(r, \omega)} \quad (19)$$

$$\rho(r) = \rho_v V(r) \quad (20)$$

که در معادلات بالا، ρ_v حداقل مقدار چگالی جرم فوم است. همچنین لازم به ذکر است با توجه به نتایج تجربی، نسبت پواسون در راستای ضخامت ثابت باقی می‌ماند [۳۲]، [۳۳].

۲.۳ تقویت‌کننده‌ها

رابطه تنش-کرنش برای تقویت‌کننده‌های حلقوی و محوری که شماتیک و پارامترهای هندسی آن در شکل ۳ نشان داده شده است، بصورت زیر بیان می‌شود [۳۴]، [۳۵]:

$$\sigma_{zz}^s = E^s \varepsilon_{zz} \quad (21)$$

$$\sigma_{zr}^s = G^s \varepsilon_{zr} \quad (22)$$

$$\sigma_{\beta\beta}^r = E^r \varepsilon_{\beta\beta} \quad (23)$$

$$\sigma_{\beta r}^r = G^r \varepsilon_{\beta r} \quad (24)$$

که در آنها، σ مولفه‌های تنش، E مدول‌های الاستیسیته، G مدول‌های برشی تقویت‌کننده‌های حلقوی و محوری هستند. با توجه به روابط فوق، منته‌های تنش و گشتاور را می‌توان به صورت زیر نوشت [۳۴]، [۳۵]:



$$\frac{1}{R} \frac{\partial M_{\beta}}{\partial \beta} + \frac{\partial M_{z\beta}}{\partial z} - Q_{\beta r} = I_2 \ddot{v} + I_3 \ddot{\phi}_{\beta} \quad (۴۰)$$

که در معادلات بالا q نیروهای خارجی بر واحد سطح در راستای محورهای مختصات بوده و I اینرسی جرمی پوسسته تک لایه است و به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$q_r = P^I + P^R - P^T \quad (۴۱)$$

$$q_z = q_{\beta} = 0$$

$$\bar{I}_i = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \rho(r) r^{i-1} dr \quad \text{for } (i = 1, 2, 3, 4) \quad (۴۲)$$

$$I_i = \bar{I}_i + \frac{\bar{I}_{i+1}}{R} \quad \text{for } (i = 1, 2, 3) \quad (۴۳)$$

و برای تقویت‌کننده‌ها با قراردادن نتیجه‌های نیرو و ممان از روابط (۲۵) تا (۲۸) در روابط (۳۲) تا (۳۵)، معادلات حرکت تقویت‌کننده‌ها بصورت زیر بدست می‌آیند [۳۴]:

$$\frac{\partial N_z^s}{\partial z} = I_1^{sr} \ddot{u} + I_2^{sr} \ddot{\phi}_z \quad (۴۴)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial N_{\beta}^r}{\partial \beta} + \frac{Q_{\beta r}^r}{R} = I_1^{sr} \ddot{v} + I_2^{sr} \ddot{\phi}_{\beta} \quad (۴۵)$$

$$\frac{\partial Q_z^s}{\partial z} + \frac{1}{R} \frac{\partial Q_{\beta r}^r}{\partial \beta} - \frac{N_{\beta}^r}{R} = I_1^{sr} \ddot{w} \quad (۴۶)$$

$$\frac{\partial M_z^s}{\partial z} - Q_{zr}^s = I_2^{sr} \ddot{u} + I_3^{sr} \ddot{\phi}_z \quad (۴۷)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial M_{\beta}^r}{\partial \beta} - Q_{\beta r}^r = I_2^{sr} \ddot{v} + I_3^{sr} \ddot{\phi}_{\beta} \quad (۴۸)$$

که اینرسی جرمی تقویت‌کننده بصورت زیر قابل محاسبه است:

$$I_i^{sr} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}+h_s} \rho_s(r) \frac{d_s}{b_s} r^{i-1} dr + \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}+h_r} \rho_r(r) \frac{d_r}{b_r} r^{i-1} dr \quad \text{for } (i = 1, 2, 3) \quad (۴۹)$$

۴.۳ معادلات ارتعاشی-آکوستیکی

معادلات فضای سیال خارجی، فضای بین لایه‌ها و فضای داخلی سازه بصورت زیر نوشته می‌شود [۳۶]:

$$C_1^2 \nabla^2 (P_1^I + P_1^R) - \left(\frac{\partial}{\partial t} + V \cdot \nabla \right)^2 (P_1^I + P_1^R) = 0 \quad (۵۰)$$

$$T = \frac{1}{2} \int_0^z \int_0^{\beta} \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \rho \{ \dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2 + 2r\dot{u}\dot{\phi}_z^2 + 2r\dot{v}\dot{\phi}_{\beta}^2 + r^2\dot{\phi}_z^2 + r^2\dot{\phi}_{\beta}^2 \} \left(1 + \frac{r}{R} \right) R dr d\beta dz \quad (۳۰)$$

$$W = \int_0^z \int_0^{\beta} \{ q_r \cdot w + q_{\beta} \cdot v + q_z \cdot u \} R d\beta dz \quad (۳۱)$$

$$S^s = \frac{1}{2} \int_0^z \int_0^{\beta} \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}+h_s} \frac{d_s}{b_s} \{ \sigma_{zz}^s \cdot \varepsilon_z + \sigma_{zr}^s \cdot \varepsilon_{zr} \} R dr d\beta dz \quad (۳۲)$$

$$S^r = \frac{1}{2} \int_0^z \int_0^{\beta} \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}+h_r} \frac{d_r}{b_r} \{ \sigma_{\beta\beta}^r \cdot \varepsilon_{\beta} + \sigma_{\beta r}^r \cdot \varepsilon_{\beta r} \} R dr d\beta dz \quad (۳۳)$$

$$T^s = \frac{1}{2} \int_0^z \int_0^{\beta} \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}+h_s} \frac{d_s}{b_s} \rho_s \{ \dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2 + 2r\dot{u}\dot{\phi}_z^2 + 2r\dot{v}\dot{\phi}_{\beta}^2 + r^2\dot{\phi}_z^2 + r^2\dot{\phi}_{\beta}^2 \} R dr d\beta dz \quad (۳۴)$$

$$T^r = \frac{1}{2} \int_0^z \int_0^{\beta} \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}+h_r} \frac{d_r}{b_r} \rho_r \{ \dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2 + 2r\dot{u}\dot{\phi}_z^2 + 2r\dot{v}\dot{\phi}_{\beta}^2 + r^2\dot{\phi}_z^2 + r^2\dot{\phi}_{\beta}^2 \} R dr d\beta dz \quad (۳۵)$$

با استفاده از نتیجه‌های نیرو و ممان و قراردادن معادلات (۵) تا (۷) در معادلات (۲۹) تا (۳۱)، معادلات حرکت برای یک پوسسته استوانه‌ای تک لایه بصورت زیر نوشته می‌شود [۲۸]:

$$\frac{\partial N_z}{\partial z} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{\beta z}}{\partial \beta} + q_z = I_1 \ddot{u} + I_2 \ddot{\phi}_z \quad (۳۶)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial \beta} + \frac{\partial N_{z\beta}}{\partial z} + \frac{Q_{\beta r}}{R} + q_{\beta} = I_1 \ddot{v} + I_2 \ddot{\phi}_{\beta} \quad (۳۷)$$

$$\frac{\partial Q_z}{\partial z} + \frac{1}{R} \frac{\partial Q_{\beta r}}{\partial \beta} - \frac{N_{\beta}}{R} + q_r = I_1 \ddot{w} \quad (۳۸)$$

$$\frac{\partial M_z}{\partial z} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{\beta z}}{\partial \beta} - Q_{zr} = I_2 \ddot{u} + I_3 \ddot{\phi}_z \quad (۳۹)$$

ترم‌های جابجایی و چرخش سازه را می‌توان به صورت سری‌های نامحدود در نظر گرفت [۳۰]:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \varphi_z \\ \varphi_\beta \end{Bmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} \begin{Bmatrix} jU_n \cos(n\beta) \\ V_n \sin(n\beta) \\ W_n \cos(n\beta) \\ j\varphi_{zn} \cos(n\beta) \\ \varphi_{\beta n} \sin(n\beta) \end{Bmatrix} e^{i(\omega t - k_{1z}z)} \quad (56)$$

فرکانس تحریک ω موردنظر می‌باشد.

۵.۳ شرایط مرزی

با توجه به اینکه طول سازه استوانه‌ای بینهایت فرض شده است در نتیجه هیچگونه شرط مرزی در راستای طولی استوانه در نظر گرفته نشده است. بنابراین با در نظر گرفتن کوپلینگ محیط سیال و پوسته استوانه‌ای، شرایط مرزی در راستای شعاعی بصورت زیر نوشته می‌شوند [۳۶]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r}(P_1^I + P_1^R) &= \\ -\rho_1 \left(\frac{\partial}{\partial t} + V_1 \cdot \nabla \right) w_2 \text{ at } r &= R_2 \\ \frac{\partial}{\partial r}(P_3^T) &= -\rho_3 \left(\frac{\partial}{\partial t} \right)^2 w_2 \text{ at } r &= R_2 \end{aligned} \quad (57)$$

بنابراین با جایگزین کردن روابط بالا در روابط (۳۶) تا (۴۸) معادلات حرکت با در نظر گرفتن پوسته و کوپل کردن معادلات تقویت‌کننده‌ها، بصورت ماتریسی زیر بدست آورده می‌شود:

$$\begin{aligned} [B]_{7 \times 7} \{X\}_{7 \times 1} &= \{Y\}_{7 \times 1} \quad (58) \\ \text{که } [B] \text{ ماتریس ضرایب، } \{Y\} \text{ بردار نیروهای} \\ \text{صوتی اعمالی و } \{X\} \text{ برداری است که مجهولات را} \\ \text{نشان می‌دهد و شامل ۵ مولفه جابجایی سازه} \\ \text{استوانه‌ای و ۲ دامنه فشارهای منعکس‌شده و} \\ \text{انتقال‌یافته است. بردار مجهولات بصورت زیر است:} \\ \{X\}_{7 \times 1} &= \{U_{n2} \ V_{n2} \ W_{n2} \ \varphi_{zn2} \ \varphi_{\beta n2} \ P_{1n}^R \ P_{3n}^T\}^T \end{aligned} \quad (59)$$

۶.۳ پراکندگی صوتی

تابع پراکندگی صوتی برای مود n بصورت زیر تعریف می‌شود [۱۰]، [۱۳]:

$$\begin{aligned} |SC| &= \frac{2}{(\pi k_{1r} R_{2o})^{0.5}} \left| \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n P_{1n}^R (-1)^n \right| \\ &= |F_{\infty}(\theta, \omega)| \end{aligned} \quad (60)$$

جایی که R شعاع سطح خارجی پوسته است. رزونانس‌های خالص در دامنه پراکندگی مود n را

$$C_3^2 \nabla^2 P_3^T - \frac{\partial^2}{\partial t^2} P_3^T = 0 \quad (51)$$

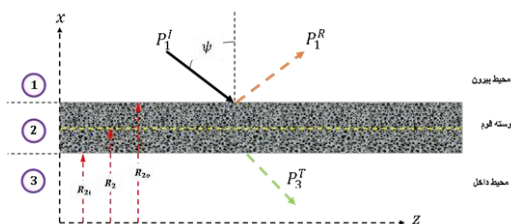
که در آن، P^R, P^I و P^T به ترتیب فشار موج برخوردی، فشار موج منعکس شده و فشار موج انتقال یافته است. ∇ عملگر لاپلاسین در مختصات استوانه‌ای است. همانطور که قبلاً گفته شد، سازه تحت امواج صفحه‌ای مایل قرار دارد. بنابراین، اعداد موج در جهات محوری و شعاعی را می‌توان به صورت تعریف کرد [۳۶]:

$$k_1 = \frac{\omega}{C_1(1 + M_1 \sin(\psi))}, \quad (52)$$

$$k_{1z} = k_1 \sin(\psi), \quad k_{1r} = k_1 \cos(\psi)$$

$$k_3 = \frac{\omega}{C_3}, \quad k_{3r} = \sqrt{(k_3)^2 - (k_{3z})^2} \quad (53)$$

شکل ۴ فشارهای وارده بر سازه را نشان می‌دهد. که M عدد ماخ، k_i (i=1,3) اعداد موج در سازه، k_{ir} و k_{iz} اعداد موج در راستاهای شعاعی و محوری هستند.



شکل ۴. فشارهای وارده به پوسته استوانه‌ای

ویسکوالاستیک تابعی

ترم‌های فشار موج در معادلات (۵۰) و (۵۱) بصورت زیر تعریف می‌گردند [۳۰]، [۳۶]:

$$\begin{aligned} P_1^I(r, \beta, z, t) &= P_0 \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (-i)^n J_n(k_{1r} r) \cos(n\beta) \\ &\quad e^{i(\omega t - k_{1z} z)} \\ P_1^R(r, \beta, z, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (-i)^n P_{1n}^R H_n^2(k_{1r} r) \cos(n\beta) \\ &\quad e^{i(\omega t - k_{1z} z)} \\ P_3^T(r, \beta, z, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (-i)^n P_{3n}^T J_n(k_{3r} r) \cos(n\beta) \\ &\quad e^{i(\omega t - k_{1z} z)} \end{aligned} \quad (54)$$

و P_0 بزرگی و دامنه فشار موج ورودی، n بیانگر مودها، H توابع هنکل نوع اول و دوم از مرتبه n و J_n تابع بسل نوع اول از مرتبه n است. همچنین ε_n فاکتور نیومن بوده و بصورت زیر بیان می‌گردد:

$$\varepsilon_n = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 2 & n \geq 1 \end{cases} \quad (55)$$



می‌توان با کم کردن پس‌زمینه‌های ذاتی از تابع شکل کلی به ترتیب زیر بدست آورد [۸]:

$$|F_n^{res}(\theta, \omega)| = |F_n(\theta, \omega) - F_n^b(\theta, \omega)| \quad (61)$$

که در آن پراکندگی پس‌زمینه ذاتی به شکل زیر تعریف می‌گردد:

$$|F_n^b(\theta, \omega)| = \frac{2}{(\pi k_{1r} R_{20})^{0.5}} \left| \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (-1)^n A_n^b \right| \quad (62)$$

و A به شکل معادله (۶۹) حاصل می‌شود.

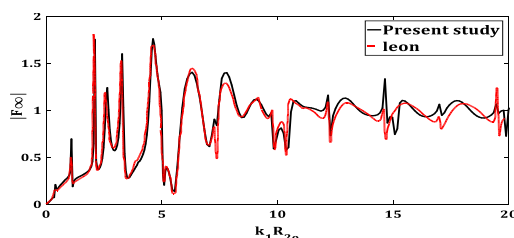
$$A_n^b = (-1)^n \quad (63)$$

$$\frac{k_{1r} R_{20} J_n'(k_{1r} R_{20}) - [F_n(0^+)]_q J_n(k_{1r} R_{20})}{k_{1r} R_{20} H_n'(k_{1r} R_{20}) - [F_n(0^+)]_q H_n(k_{1r} R_{20})}$$

۴. نتایج و بحث

۴.۱ اعتبارسنجی

مدل تحلیلی بدست آمده در این مقاله قابلیت پاسخگویی به تغییر جنس پوسته، تغییرات فیزیکی و محیطی و نیز تغییر پارامترهای هندسی تقویت‌کننده‌ها را برای پوسته در معرض موج صوتی دارد. لذا در ابتدا برای نشان دادن صحت مدل پیشنهادی، نتایج مطالعه لئون [۱۲] برای پراکندگی صوتی پوسته استوانه‌ای از جنس آلومینیوم با نتایج کار حاضر مقایسه شده است. برای عدم تاثیرگذاری تقویت‌کننده‌ها بر روی نتایج مقایسه، ضخامت تقویت‌کننده‌ها بسیار کوچک در ابعاد در نظر گرفته شده است.

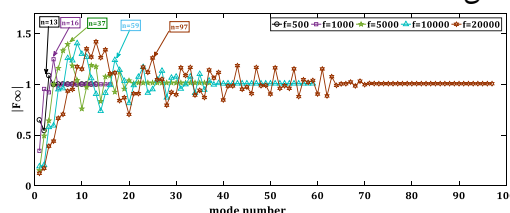


شکل ۵. مقایسه پارامتر پراکندگی صوتی بین تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و کار لئون [۱۲]

با توجه به شکل ۵، با وجود تفاوت در تئوری و روش حل مسئله اما تطابق خوبی میان نتایج دو مدل وجود دارد.

۴.۲ همگرایی

با توجه به اینکه معادلات جابجایی و چرخش بصورت سری‌های نامتناهی هستند، بنابراین نیاز است که از تعداد مود کافی برای اطمینان از همگرایی نتایج استفاده شود. زمانی که در یک فرکانس معین مسئله همگرایی مورد بررسی قرار می‌گیرد، در تمامی فرکانس‌های پایین‌تر از آن نیز شرط همگرایی برقرار است چرا که با افزایش فرکانس، تعداد مود برای همگرایی نیز افزایش می‌یابد. بر همین اساس لازم است تا در بازه فرکانسی مورد بررسی از تعداد مودهای لازم برای همگرایی بالاترین فرکانس آن بازه استفاده شود. در شکل ۶ تعداد مودهای مورد نیاز برای همگرایی پوسته استوانه‌ای ویسکوالاستیک تابعی تقویت شده با شرایط محیطی و پوسته ذکر شده در جدول ۱ در فرکانس‌های ۵۰۰، ۱۰۰۰، ۵۰۰۰، ۱۰۰۰۰ و ۲۰۰۰۰ هرتز محاسبه شده‌اند. با توجه به شکل ۶ با افزایش فرکانس، تعداد مودها برای همگرایی نیز افزایش یافته است به طوری که در فرکانس ۲۰۰۰۰ هرتز در مد محیطی ۹۷ام پراکندگی صوتی همگرا می‌شود. با در نظر گرفتن تعداد مودهای لازم برای همگرایی و نیز شرایط محیطی و فیزیکی سازه مورد بررسی، نمودارهای پراکندگی صوتی، رزونانس‌های سازه و همچنین نمودار جابجایی‌های پوسته در سه راستای مختصات استوانه‌ای (r, θ, z) به ترتیب در شکل‌های ۷ تا ۹ نشان داده شده است.



شکل ۶. همگرایی پوسته استوانه‌ای ویسکوالاستیک تابعی با وجود تقویت‌کننده‌ها

با مقایسه نمودارهای پراکندگی شکل ۷ و رزونانس شکل ۸ مشاهده می‌شود که در نقاط دامنه پراکندگی صوتی کاهش یافته است. مینیمم نمودار) سازه دچار رزونانس شده است. حالت رزونانس زمانی رخ می‌دهد که فرکانس‌های طبیعی سازه با فرکانس تحریک برابر شود. در این حالت جابجایی‌های پوسته به حداکثر می‌رسد که با

نمودار توزیع پراکندگی صوتی سازه برای دو فرکانس بی‌بعد 3.9, 7.889 که فرکانس‌های رزونانس هستند در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

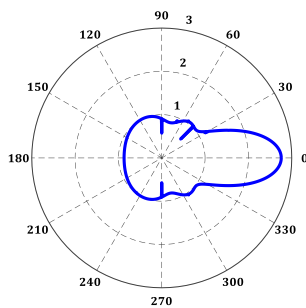
جدول ۱. شرایط پوسته، تقویت‌کننده‌ها و محیط‌ها

ماده	آب	تقویت‌کننده	فوم	هوا
چگالی (Kg/m^3)	۱۰۲۵	۲۷۶۰	۱۰۰	۱/۰۳
مدول ی‌انگ (Gpa)	-	۷۲	-	-
ضریب پواسون	-	۰/۳	۰/۱۲۵	-
سرعت صوت	۱۵۰۰	-	-	۳۷۱
ضخامت (mm)	-	۵	۲۰	-
شعاع (m)	-	۰/۸۱۲۵	۰/۸	-
زاویه برخورد (درجه)	۹			

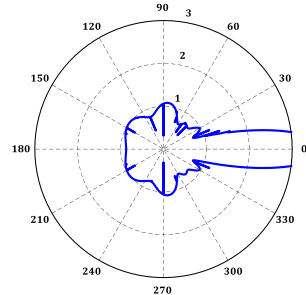
۳،۴ تاثیر پارامترهای مختلف بر پراکندگی

صوتی

در این قسمت به بررسی تاثیر پارامترهای مختلف محیطی، فیزیکی و هندسی بر روی پراکندگی صوتی پوسته استوانه‌ای ویسکوالاستیک تابعی با وجود تقویت‌کننده‌های حلقوی و محوری پرداخته شده است.



الف) $k_1 R_{20} = 3.9$

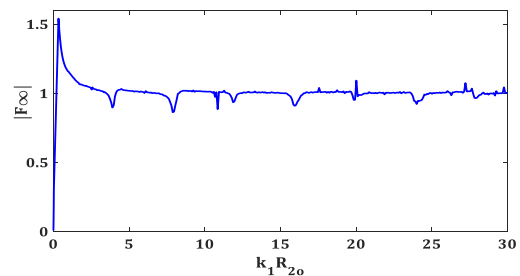


ب) $k_1 R_{20} = 7.889$

شکل ۱۰. توزیع زاویه‌ای پراکندگی صوتی

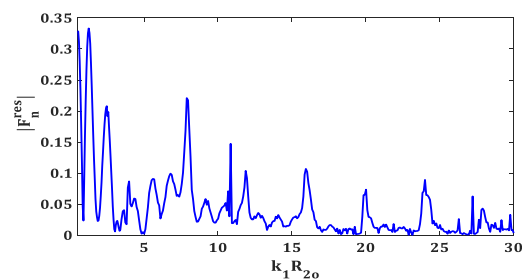
در شکل ۱۱ پراکندگی صوتی برای ۴ زاویه برخورد موج با مقادیر $\psi=0, 3, 9, 30$ درجه نشان داده شده است.

توجه به نمودار جابجایی‌های پوسته در شکل ۹ این حالت کاملاً مشهود است. با مقایسه نمودارهای پراکندگی شکل ۷ و رزونانس شکل ۸ مشاهده می‌شود که در نقاطی که دامنه پراکندگی صوتی کاهش یافته است (نقاط مینیمم نمودار) سازه دچار رزونانس شده است. حالت رزونانس زمانی رخ می‌دهد که فرکانس‌های طبیعی سازه با فرکانس تحریک برابر شود.

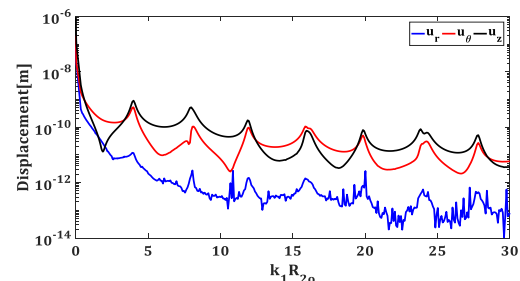


شکل ۷. پراکندگی صوتی استوانه‌ای ویسکوالاستیک تابعی با وجود تقویت‌کننده‌های حلقوی و محوری

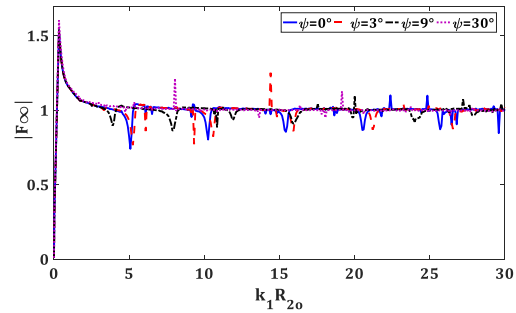
در این حالت جابجایی‌های پوسته به حداکثر می‌رسد که با توجه به نمودار جابجایی‌های پوسته در شکل ۹ این حالت کاملاً مشهود است. نتایج با در نظر گرفتن پارامترهای هندسی تقویت‌کننده‌ها بصورت $(d_f=d_s=0.5 \text{ mm}, b_f=b_s=20 \text{ mm})$ بدست آمده است.



شکل ۸. رزونانس پوسته استوانه‌ای ویسکوالاستیک تابعی با وجود تقویت‌کننده‌های حلقوی و محوری

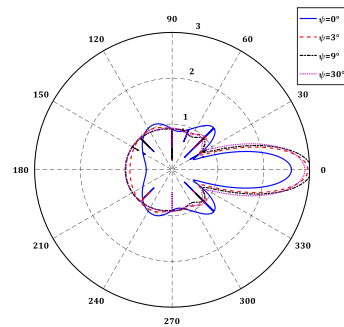


شکل ۹. جابجایی در سه راستای با وجود تقویت‌کننده‌های حلقوی و محوری



شکل ۱۱. اثر زاویه برخورد موج بر روی پراکندگی صوتی

با افزایش زاویه برخورد موج صوتی پراکندگی در فرکانس‌های پایین‌تری رخ می‌دهد چرا که زاویه برخورد موج بر اعداد موج تاثیر گذاشته و با افزایش زاویه برخورد، عدد موج در راستای شعاعی کاهش و در راستای محوری افزایش می‌یابد. شکل ۱۲ اثر زوایای برخورد مختلف موج صوتی را بر روی توزیع زوایای پراکندگی صوتی سازه نشان می‌دهد که افزایش زاویه برخورد باعث افزایش دامنه پراکندگی صوتی به خصوص در نقطه $\theta=0$ شده است.

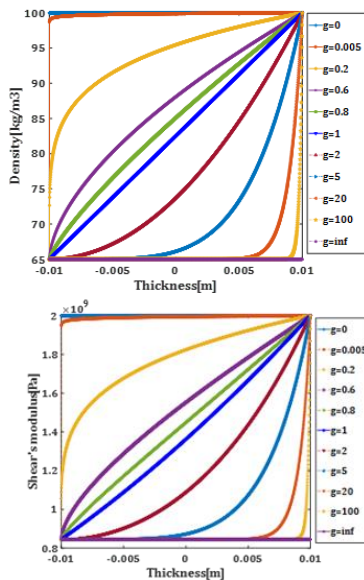


شکل ۱۲. اثر زاویه برخورد موج

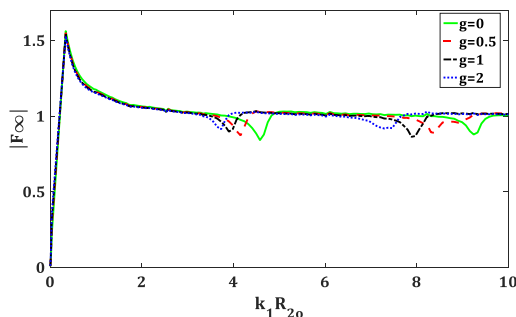
شکل ۱۳ اثر شاخص رابطه توانی g روی خواص ماده فوم در راستای ضخامت را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در این شکل نشان داده شده است با افزایش پارامتر g ، چگالی و مدول برشی پوسته فوم در راستای ضخامت کاهش می‌یابند. با صفر قراردادن شاخص رابطه توانی ماده ویسکوالاستیک تابعی رفتار یک ماده ویسکوالاستیک را پیدا می‌کند. همچنین با افزایش این شاخص چگالی و مدول برشی (بصورت کلی‌تر، خواص فیزیکی ماده) نسبت به حالت ویسکوالاستیک کاهش می‌یابند. لازم به ذکر است کمترین چگالی نسبی برای این حالت $\alpha=0.65$ در نظر گرفته شده است. در شکل ۱۴ اثر تغییرات شاخص g بر روی پراکندگی صوتی پوسته استوانه‌ای

با وجود تقویت‌کننده با در نظر گرفتن مقادیر $g=0, 0.5, 1, 2$ نشان داده شده است. با افزایش ضریب g ، رزونانس در فرکانس‌های پایین‌تری رخ می‌دهد یا به بیان دیگر سفتی سازه کاهش و در نتیجه فرکانس‌های طبیعی سازه کاهش یافته است.

اثر سه جریان خارجی با مقادیر $M=0, 0.3, 0.6$ بر پراکندگی صوتی پوسته استوانه‌ای ویسکوالاستیک با وجود تقویت‌کننده در شکل ۱۵ نشان داده شده است. افزایش عدد ماخ بر پوسته اثرات نامطلوبی داشته و همانند نیرویی خارجی بر سازه اثرگذار است که باعث کاهش سفتی سازه می‌شود. حالت رزونانس زمانی اتفاق می‌افتد که فرکانس‌های طبیعی سازه با فرکانس تحریک برابر شوند.



شکل ۱۳. تغییرات چگالی (بالا) و مدول برشی (پایین) بر اساس ضخامت

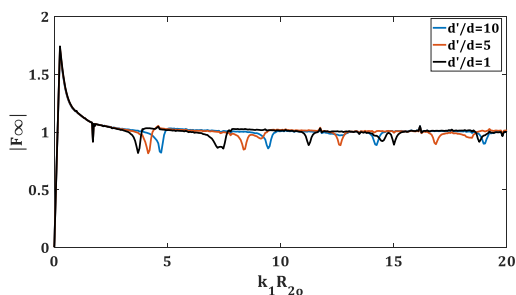


شکل ۱۴. اثر شاخص رابطه توزیع توانی بر پراکندگی صوتی

این کاهش سفتی سازه موجب کاهش فرکانس طبیعی سازه و رخ دادن رزونانس در فرکانس‌های پایین‌تر می‌شود. اثر جریان خارجی بر روی

شکل ۱۷. اثر وجود تقویت کننده‌های حلقوی و محوری بر روی پراکندگی صوتی

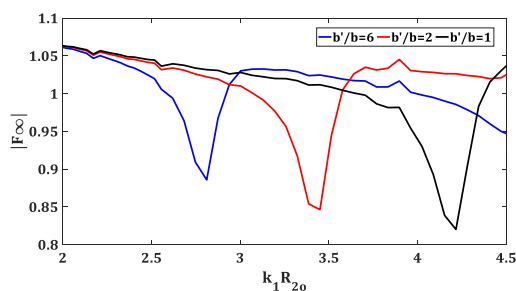
اثر تغییرات پهنای تقویت کننده‌های حلقوی و محوری بر روی پراکندگی صوتی پوسته استوانه‌ای ویسکوالاستیک تابعی در شکل ۱۸ نشان داده شده است. نتایج با ثابت نگه داشتن ضخامت و فاصله بین تقویت کننده‌ها و افزایش پهنای تقویت کننده‌های حلقوی و محوری با یکدیگر به ترتیب با نسبت‌های ۱، ۵ و ۱۰ و با توجه به پهنای اولیه d بدست آمده است.



شکل ۱۸. اثر پهنای تقویت کننده‌ها بر روی پراکندگی صوتی

با افزایش پهنای تقویت کننده‌ها سفتی سازه نیز افزایش یافته است و نمودار پراکندگی صوتی به سمت راست منتقل شده است.

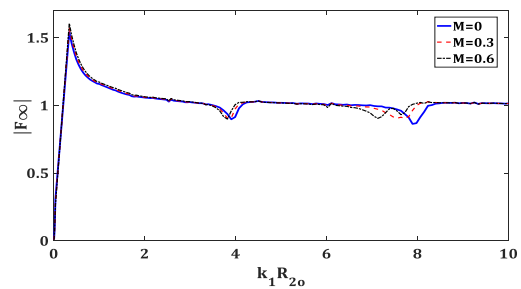
با کاهش فاصله بین تقویت کننده‌ها تعداد تقویت کننده‌ها در طول واحد سازه افزایش می‌یابد. با ثابت در نظر گرفتن تمامی پارامترهای هندسی تقویت کننده و تغییر فاصله بین تقویت کننده‌ها با نسبت‌های ۱، ۲ و ۶ با توجه به فاصله مبنا b اثر فاصله بین تقویت کننده‌ها در شکل ۱۹ نشان داده شده است. $b_r=b_s=5\text{mm}$ منظور شده است.



شکل ۱۹. اثر فاصله بین تقویت کننده‌ها بر روی پراکندگی صوتی

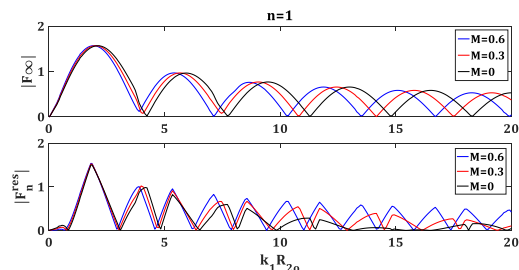
با توجه به شکل ۱۹، با افزایش فاصله بین تقویت کننده‌ها تعداد تقویت کننده‌ها در واحد طول

پراکندگی صوتی و رزونانس سازه در مود اول در شکل ۱۶ نشان داده شده است.



شکل ۱۵. اثر جریان خارجی بر روی توزیع زاویه‌ای پراکندگی صوتی

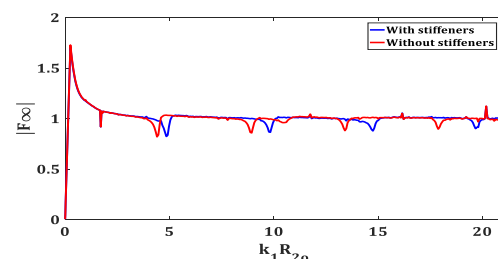
با افزایش عدد ماخ، نمودارهای پراکندگی صوتی و رزونانس به سمت چپ منتقل شده و باعث کاهش سفتی شده است.



شکل ۱۶. اثر جریان خارجی بر روی پراکندگی و رزونانس پوسته ویسکوالاستیک در مود اول

در شکل ۱۷، اثر وجود تقویت کننده‌های حلقوی و محوری با در نظر گرفتن پارامترهای هندسی آن بصورت زیر بر روی پراکندگی صوتی پوسته استوانه‌ای ویسکوالاستیک تابعی نشان داده شده است. با اضافه شدن تقویت کننده‌ها سفتی سازه افزایش یافته است و سبب افزایش فرکانس‌های طبیعی سازه و در نتیجه انتقال نمودار پراکندگی صوتی به سمت راست شده است. همچنین با افزایش سفتی سازه، حالت رزونانس در فرکانس‌های بالاتری رخ می‌دهد. مشخصات تقویت کننده‌ها به شرح زیر است.

$$h_r=h_s=2\text{mm}, d_r=d_s=0.5\text{mm}, b_r=b_s=20\text{mm}$$



Acoustics, Academic Press, vol. 15, pp. 191–294, 1981.

[3] V. Dayal, "Longitudinal waves in homogeneous anisotropic cylindrical bars immersed in fluid," Journal of the Acoustical Society of America, vol. 93, no. 3, pp. 1249–1255, March 1993.

[4] S. A. Skobel'tsyn and L. A. Tolokonnikov, "Scattering of sound waves by a transversely isotropic inhomogeneous cylindrical layer," Applied Acoustics, Akusticheskij Zhurnal, vol. 41, no. 1, pp. 134–138, December 1995.

[5] P. B. Nagy, "Longitudinal guided wave propagation in a transversely isotropic rod immersed in fluid," Journal of the Acoustical Society of America, vol. 98, no. 1, pp. 454–457, July 1995.

[6] M. de Billy, "Resonance angular diagrams observed from anisotropic cylinders submitted to an acoustic excitation," Journal of the Acoustical Society of America, vol. 97, no. 2, pp. 852–855, February 1995.

[7] F. Honarvar and A. N. Sinclair, "Scattering of an obliquely incident plane wave from a circular clad rod," Journal of the Acoustical Society of America, vol. 102, no. 1, pp. 41–48, July 1997.

[8] Y. S. Joo, J. G. Ih, and M. S. Choi, "Inherent background coefficients for acoustic resonance scattering from submerged, multilayered, cylindrical structures," Journal of the Acoustical Society of America, vol. 103, no. 2, pp. 900–910, February 1998.

[9] V. K. Varadan, V. V. Varadan, and L. Flax, "Scattering of an obliquely incident acoustic wave by an infinite cylinder," Journal of the Acoustical Society of America, vol. 68, no. 6, pp. 1832–1835, December 1980.

[10] J. S. Sastry and M. L. Munjal, "Response of a multi-layered infinite cylinder to a plane wave excitation by means of transfer matrices," Journal of Sound and Vibration, vol. 209, no. 1, pp. 99–121, January 1998.

[11] N. Veksler, J. L. Izicki, and J. M. Conoir, "Elastic wave scattering by a cylindrical shell," Wave Motion, vol. 29, no. 3, pp. 195–209, April 1999.

[12] F. Lon, F. Lecroq, D. Daultot, and G. Maze, "Scattering of An Obliquely Incident Acoustic Wave by An Infinite Hollow Cylindrical Shell," Journal of the Acoustical Society of America, vol. 91, no. 3, pp. 1388–1397, March 1992.

[13] F. Léon, F. Chati, and J. M. Conoir, "Acoustic scattering by an elastic elliptic cylinder in water: Numerical results and experiments," Ultrasonics, vol. 42, no. 3 pp. 297–300, April 2004.

[14] N. V. Larin and L. A. Tolokonnikov, "Scattering of sound by an inhomogeneous thermoelastic spherical layer," Journal of Applied Mathematics and Mechanics, vol. 74, no. 4, July 2010.

کاهش یافته و در نتیجه سفتی سازه و فرکانس‌های طبیعی سازه کاهش یافته است.

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله با به‌کارگیری یک روش تحلیلی و استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول، پراکندگی صوتی پوسته استوانه‌ای ویسکوالاستیک تابعی که با تقویت‌کننده‌های حلقوی و محوری پشتیبانی شده است و در معرض موج صوتی مایل قرار دارد، مورد بررسی قرار گرفت. پس از صحت‌سنجی مدل پیشنهادی و بررسی اثر پارامترهای مختلف محیطی، هندسی و فیزیکی و نتایج بررسی‌های انجام گرفته به شرح زیر خلاصه می‌گردد:

با افزودن تقویت‌کننده‌های حلقوی و محوری به پوسته استوانه‌ای، سفتی سازه افزایش می‌یابد و در نتیجه فرکانس‌های طبیعی سازه افزایش یافته و حالت رزونانس در فرکانس‌های بالاتری رخ می‌دهد. نتایج نشان داد که سیال خارجی متحرک پارامتر تاثیرگذاری است و با افزایش عدد ماخ که نشان‌دهنده سرعت سیال است، فرکانس‌های طبیعی سیستم بدلیل کاهش سفتی سازه، کاهش می‌یابد. افزایش فاصله میان تقویت‌کننده‌ها و کاهش پهنای آنها سبب بروز رفتار یکسان و انتقال نمودار پراکندگی صوتی به سمت چپ می‌شود. در این حالات، سفتی سازه و نیز فرکانس طبیعی سازه کاهش می‌یابد. افزایش زاویه برخورد امواج صفحه‌ای به پوسته استوانه‌ای، با کاهش عدد موج شعاعی و افزایش عدد موج محوری همراه است که باعث می‌شود امواج در فرکانس‌های پایین پراکنده شوند. با توجه به نمودارهای توزیع زاویه‌ای پراکندگی صوتی، بیشترین دامنه پراکندگی صوتی در نقطه $\theta=0$ رخ می‌دهد.

۶. منابع

[1] J. J. Faran, "Sound Scattering by Solid Cylinders and Spheres," Journal of the Acoustical Society of America, vol. 23, no. 4, pp. 405–418, July 1951.

[2] L. Flax, G. C. Gaunard, and H. ÜBERALL, "Theory of Resonance Scattering," in Physical

۲۱۰

سال ۱۴ - شماره ۲

پاییزه زمستان ۱۴۰۴

نشریه علمی



مجله مکانیک کاربردی
تألیف با وجود تقویت‌کننده‌های حلقوی و محوری در مجاورت جریان
بررسی رفتار پراکندگی امواج صوتی پوسته استوانه‌ای ویسکوالاستیک

Vibration and Control, vol. 29, no. 1–2, pp. 265–285, January 2023.

[29] M. S. Qatu, Vibration of Laminated Shells and Plates. Elsevier Ltd, 2004.

[30] S. Reaei, A. Tarkashvand, and R. Talebitooti, “Applying a functionally graded viscoelastic model on acoustic wave transmission through the polymeric foam cylindrical shell,” Composite Structures, vol. 244, July 2020.

[31] H. Altenbach and V. A. Eremeyev, “On the bending of viscoelastic plates made of polymer foams,” Acta Mechanica, vol. 204, no. 3–4, pp. 137–154, August 2009.

[32] L. J. Gibson and M. F. Ashby, Cellular solids: Structure and properties, second edition. Cambridge University Press, 2014.

[33] M. Ashby et al., “Metal Foams: A Design Guide,” Applied Mechanics Reviews, vol. 54, no. 6, pp. B105–B106, November 2001.

[34] X. Q. Li, G. C. Bai, L. K. Song, and W. Zhang, “Nonlinear Vibration Analysis for Stiffened Cylindrical Shells Subjected to Electromagnetic Environment,” Shock and Vibration, vol. 2021, July 2021.

[35] V. L. Nguyen and T. P. Hoang, “Analytical solution for free vibration of stiffened functionally graded cylindrical shell structure resting on elastic foundation,” SN Applied Sciences, vol. 1, no. 10, September 2019.

[36] J. H. Lee and J. Kim, “Analysis and measurement of sound transmission through a double-walled cylindrical shell,” Journal of Sound and Vibration, vol. 251, no. 4, pp. 631–649, April 2002.

[15] Y. Fan, F. Honarvar, A. N. Sinclair, and M.-R. Jafari, “Circumferential resonance modes of solid elastic cylinders excited by obliquely incident acoustic waves,” Journal of the Acoustical Society of America, vol. 113, no. 1, pp. 102–113, October 2003.

[16] F. Honarvar, E. Enjilela, A. N. Sinclair, and S. A. Mirnezami, “Wave propagation in transversely isotropic cylinders,” International Journal of Solids and Structures, vol. 44, no. 16, pp. 5236–5246, August 2007.

[17] M. Rajabi, M. T. Ahmadian, and J. Jamali, “Acoustic scattering from submerged laminated composite cylindrical shells,” Composite Structures, vol. 128, pp. 395–405, September 2015.

[18] M. Rajabi, “Wave propagation characteristics of helically orthotropic cylindrical shells and resonance emergence in scattered acoustic field. Part 1. Formulations,” Acoustical Physics, vol. 62, no. 3, pp. 292–299, May 2016.

[19] Yunzhe Tong, W. Wei, J. Fan, and B. Wang, “Acoustic Scattering from a Cylindrical Shell with Double Internal Rigid Plates,” Acoustical Physics, vol. 65, no. 1, pp. 7–13, January 2019.

[20] Y. Tong, B. Wang, J. Fan, B. Liu, and X. Pan, “Acoustic scattering from an infinitely long cylindrical shell with periodic internal lengthwise ribs,” Journal of the Acoustical Society of America, vol. 148, no. 2, pp. 984–997, August 2020.

[21] S. Agounad, D. Décultot, F. Chati, F. Léon, and Y. Khandouch, “Experimental study of the bistatic acoustic scattering from cylindrical shell,” Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 186, March 2023.

[23] E. Ansari, M. Hemmatnezhad, and A. Taherkhani, “Free vibration analysis of grid-stiffened composite truncated spherical shells,” Thin-walled structures. 182, 110237, January 2023.

[23] X. Sun, W. Sun, X. Liu, D. Du, K. Xu, and S. Lv, “Semi-analytical modeling and vibration characteristics analysis of the orthogonally stiffened cylindrical shell with variable cross-sections of stiffeners,” Thin-walled structures. 205, 112527 December 2024.

[24] George Staab, Laminar Composites. Elsevier, 1999.

[25] W. Soedel, Vibrations of Shells and Plates. CRC Press, 2004.

[26] J. N. Reddy, Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells. CRC Press, 2003.

[27] S. Hosseini-Hashemi, A. R. Abaei, and M. R. Ilkhani, “Free vibrations of functionally graded viscoelastic cylindrical panel under various boundary conditions,” Composite Structures, vol. 126, pp. 1–15, August 2015.

[28] S. Reaei and R. Talebitooti, “Functionally graded viscoelastic core characteristics on vibroacoustic behavior of double-walled cylindrical shells in a subsonic external flow,” JVC/Journal of

۲۱۱

سال ۱۴ - شماره ۲

پاییزه زمستان ۱۴۰۴

نشریه علمی



مجله صوت و لرزه
تألیف با وجود تقویت کننده های حلقوی و محوری در مجاورت جریان
بررسی رفتار پراکندگی امواج صوتی پوسته استوانه ای ویسکوالاستیک