

طراحی تحلیلی، بهینه‌سازی چندهدفه و شبیه‌سازی عددی ورودی مافوق صوت دو رمپه

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۱۱/۱۲

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۴/۲۸

مصطفی زاهدزاده^۱، هادی نعمتی مقدم^۲، سیدمصطفی حسینعلی‌پور^۳

۱ دکترای هوافضا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران

۲ دانشجوی دکتری مکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران

۳ استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران، alipour@iust.ac.ir

چکیده

در این پژوهش، یک چارچوب ترکیبی تحلیلی-عددی برای طراحی و بهینه‌سازی چندهدفه ورودی‌های مافوق صوت دو رمپه تحت شرایط برخورد شوک بر لبه (SOL) در عدد ماخ ۲٫۵ توسعه داده شده است. در مرحله اول، یک روش تحلیلی بر پایه روابط شوک مایل و معیار اوسواتیتش برای تولید یک هندسه بهینه مرجع صورت پذیرفت. سپس با استفاده از روابط شوک مایل و معیارهای هندسی SOL، یک پایگاه داده جامع از هندسه‌های معتبر ایجاد گردید. پس از آن، فرآیند بهینه‌سازی چندهدفه با در نظر گرفتن دو هدف متضاد کمینه‌سازی طول کل رمپ‌ها و بیشینه‌سازی بازیابی فشار سکون انجام شد. نتایج نشان می‌دهد که در محدوده طرح‌های معتبر SOL، حتی با تغییر ۲۸٪ در طول کل رمپ‌ها، مقدار بازیابی فشار سکون بسیار پایدار است (تغییری حدود ۰٫۱٪). این یافته بیانگر آن است که انتخاب طرح با کمترین طول، تقریباً هیچ ضرر آیرودینامیکی قابل توجهی ندارد، در حالی که مزایای ساختاری چشمگیری از جمله کاهش وزن و پیچیدگی سیستم را به همراه می‌آورد. اعتبارسنجی عددی با شبیه‌سازی‌های دوبعدی غیرلزج تأیید می‌کند که رویکرد پیشنهادی ابزاری کارآمد برای طراحی سریع ورودی‌های مافوق صوت است.

واژه‌های کلیدی: ورودی مافوق صوت، برخورد شوک بر لبه، بهینه‌سازی چند هدفه، جبهه پارتو، رابطه اوسواتیتش.

۲۴۳

سال ۱۴ - شماره ۲

پاییز و زمستان ۱۴۰۴

نشریه علمی

دانش و فناوری هوا فضا



Analytical design, multi-objective optimization, and numerical simulation of a two-ramp supersonic inlet

Mostafa Zahedzadeh¹, Hadi Nemati Moghadam², Seyed Mostafa Hosseinalipour^{3*}

1- PhD, Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.

2- PhD Student, Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.

3- Professor, Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran, alipour@iust.ac.ir

Abstract

In this study, a hybrid analytical-numerical framework is developed for the design and multi-objective optimization of two-ramp supersonic inlets under the shock-on-lip (SOL) condition at Mach 2.5. First, an analytical method based on oblique shock relations and the Oswatitsch criterion is employed to generate a reference optimal geometry. Subsequently, a comprehensive database of valid SOL-compliant geometries is constructed using oblique shock theory and geometric SOL constraints. A multi-objective optimization process is then conducted, considering two conflicting objectives: minimizing total ramp length and maximizing total pressure recovery. Results demonstrate that within the space of valid SOL configurations, total pressure recovery remains highly stable (variation of approximately 0.1%) despite a 28% change in total ramp length. This finding indicates that selecting the shortest-length configuration incurs virtually no significant aerodynamic penalty while offering substantial structural advantages, such as reduced weight and system complexity. Numerical validation via two-dimensional inviscid simulations confirms that the proposed approach is an efficient tool for rapid and design of supersonic inlets.

Keywords: supersonic inlet, shock-on-lip, multi-objective-optimization, pareto front, oswatitsch criterion.



۱. مقدمه

ورودی‌های مافوق صوت به‌عنوان یکی از حیاتی‌ترین اجزای سیستم‌های پیش‌ران‌ش هواگردهای سرعت‌بالا، نقش اساسی در کاهش سرعت جریان و تبدیل انرژی جنبشی به فشار استاتیک بازی می‌کنند. کارایی این اجزاء مستقیماً بر مصرف سوخت، برد، پایداری و عملکرد کلی هواگرد تأثیرگذار است. در میان راهکارهای مختلف طراحی، ورودی‌های چندریمه با شرایط برخورد شوک بر لبه کلاهِک^۱ (SOL) به دلیل توانایی در توزیع امواج ضربه‌ای قوی از طریق یک سری شوک‌های مایل ضعیف‌تر، جایگاه ویژه‌ای را در میان محققان و مهندسين دارند. این پیکربندی‌ها نه تنها بازیابی فشار سکون بالاتری را فراهم می‌کنند، بلکه امکان کاهش طول کلی سازه را نیز فراهم می‌آورند که از نظر آیرودینامیکی و ساختاری بسیار مطلوب تلقی می‌گردد. در واقع، موقعیت برخورد شوک‌های مایل نسبت به لبه ورودی نقش حیاتی در کارایی کلی ورودی ایفا می‌کند. اگر شوک‌ها قبل از لبه ورودی (یعنی در خارج از کانال) به هم برخورد کنند، بخشی از جریان ورودی از مسیر اصلی منحرف شده و به‌صورت جریان نشستی^۲ از کنار ورودی عبور می‌کند. این پدیده نه تنها منجر به کاهش دبی جرمی مؤثر در داخل کانال می‌شود، بلکه تلفات ناشی از نشستی را نیز به‌طور چشمگیری افزایش می‌دهد. در مقابل، اگر برخورد شوک‌ها در عمق کانال (پس از لبه ورودی) رخ دهد، میدان فشار شدید ناشی از برهم‌کنش شوک‌ها در نزدیکی دیواره سبب تقویت و افزایش ضخامت لایه مرزی و در نتیجه افزایش احتمال جدایش جریان می‌گردد، که موجب می‌شود تلفات لایه مرزی و ناپایداری‌های

جریانی را تشدید نماید. از این‌رو، شرایط برخورد شوک بر لبه کلاهِک (SOL)، به‌عنوان یک نقطه بهینه ترکیبی در نظر گرفته می‌شود؛ زیرا ضمن جلوگیری از نشستی جریان، از تشکیل شوک‌های قوی درون کانال نیز اجتناب می‌کند و در نتیجه هم دبی جرمی و هم بازیابی فشار سکون را بهینه می‌سازد. در واقع، شرایط برخورد شوک بر لبه، با هدف کنترل دقیق محل برخورد امواج ضربه‌ای بر لبه ورودی طراحی می‌شود تا از تشکیل شوک‌های نامطلوب درون بخش ورودی یا خارج از سازه جلوگیری شده و تلفات فشار سکون به حداقل برسد. این رویکرد ضمن حفظ پایداری جریان در محدوده‌های وسیعی از اعداد ماخ، از نیاز به سیستم‌های کنترل فعال یا هندسه‌های پیچیده جلوگیری می‌کند و در نتیجه هزینه و وزن سیستم را کاهش می‌دهد [۱-۵].

مرور اجمالی ادبیات نشان می‌دهد که پژوهش در حوزه ورودی‌های مافوق صوت از دهه‌های ۱۹۵۰ و ۱۹۶۰ آغاز شده است. کارهای پیشگامانه اوسواتیچ^۳ و کانتروویتز^۴ [۵-۱۰] پایه‌های نظری طراحی ورودی‌های با بازیابی حداکثری فشار کل را بنا نهادند. پژوهش‌های پیشین، به‌ویژه کار کلاسیک اوسواتیچ، پایه‌های تحلیلی محکمی برای طراحی چنین ورودی‌هایی فراهم کرده‌اند. در دهه‌های اخیر، محققان زیادی از روش‌های تحلیلی و عددی برای بهبود طراحی این سیستم‌ها استفاده کرده‌اند. برخی مطالعات بر بهینه‌سازی زوایای رمپ [۱۱-۱۴] و برخی دیگر بر استفاده از روش‌های پیشرفته محاسباتی مانند دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) برای اعتبارسنجی طرح‌ها تمرکز کرده‌اند [۱۵-۱۷]. همچنین، تلاش‌هایی برای توسعه روش‌های بهینه‌سازی چندهدفه جهت یافتن تعادل بین

اهداف رقابتی صورت گرفته است. با این وجود، اکثر این مطالعات بر یک هدف واحد متمرکز بوده یا تنها تعداد محدودی از پیکربندی‌های ممکن را بررسی کرده‌اند [۱۸، ۱۹].

در دهه‌های اخیر، با پیشرفت‌های چشمگیر در دینامیک سیالات محاسباتی و درک عمیق‌تر از فیزیک جریان‌های پیچیده، توجه محققان به‌طور فزاینده‌ای به اثرات لزجت، برهمکنش شوک-لایه مرزی^۵ (SBLI) و پدیده‌های ناپایداری دینامیکی معطوف شده است. این مطالعات نشان داده‌اند که حتی جزئی‌ترین تغییر در هندسه یا شرایط جریان ورودی می‌تواند بر پایداری جریان و عملکرد نهایی ورودی تأثیر چشمگیری بگذارد. با این حال، برای طراحی اولیه سریع و بهینه‌سازی سیستماتیک، چارچوب جریان غیرلزج همچنان ابزاری قدرتمند و ضروری محسوب می‌شود. به‌ویژه در شرایط برخورد شوک بر لبه (SOL)، کاوش گسترده فضای طراحی در حالت ایده‌آل نه‌تنها پایه‌ای برای درک بنیادین عملکرد آیرودینامیکی فراهم می‌کند، بلکه فضای جستجوی بهینه‌تری را برای طرح‌های واقع‌بینانه‌تر (با در نظر گرفتن لزجت و کنترل جریان) آماده می‌سازد. برخی از پژوهش‌های اخیر به‌طور خاص به ناپایداری‌های لایه مرزی و برهمکنش شوک-لایه مرزی، در ورودی‌های مافوق صوت پرداخته‌اند. به‌عنوان مثال، خوبراگاده، اونی کریشنان و کومار، ناپایداری‌های جریان و تأثیر اتصال رمپ-ایزولاتور را بر روی برهمکنش‌های موج ضربه‌ای-لایه مرزی در یک ورودی مافوق صوت بررسی کرده‌اند و نشان دادند که هندسه محل تلاقی رمپ و ایزولاتور تأثیر مستقیمی بر پایداری جریان و حاشیه راه‌اندازی نشدن^۶ دارد [۲۰]. همچنین، خوبراگاده و کومار،

در مطالعه‌ای تجربی نشان دادند که اعمال یک پله معکوس اصلاح‌شده در محل تلاقی رمپ-ایزولاتور می‌تواند مقدار حاشیه راه‌اندازی نشدن را در حدود ۷ تا ۱۰ درصد افزایش دهد و همزمان توزیع فشار را یکنواخت‌تر کند [۲۱]. علاوه بر این، داشرا، اونی کریشنان و کومار، تأثیر ضخامت لایه مرزی ورودی را بر عملکرد ورودی‌های مافوق صوت مورد بررسی قرار دادند و نشان دادند که یک لایه مرزی ورودی ضخیم‌تر (بدون تغییر در هندسه رمپ‌ها)، نه‌تنها شوک‌های فشرده‌سازی را به سمت بالادست جابه‌جا می‌کند، بلکه بازیابی فشار سکون را نیز به‌طور چشمگیری کاهش می‌دهد [۲۲]. اوزکان و ازول در مطالعه‌ای پارامتریک برهمکنش شوک-لایه مرزی (SBLI) و معیارهای اعوجاج چرخش در ورودی‌های فشرده‌سازی خارجی مجهز به سیستم تخلیه لایه مرزی را بررسی نموده‌اند. با استفاده از شبیه‌سازی‌های عددی RANS برای ورودی مافوق صوت تک‌رمپ در اعداد ماخ ۱٫۴ تا ۱٫۹، نشان دادند که بدون سیستم مکش لایه مرزی، جدایش لایه مرزی ناشی از برهمکنش شوک-لایه مرزی در ماخ‌های بالاتر از ۱٫۶ رخ داده و منجر به کاهش بازیابی فشار کل و افزایش شدت اعوجاج چرخش می‌شود، درحالی‌که اعمال مکش لایه مرزی با حذف سیال کم انرژی نزدیک دیواره، شوک پایانی را تثبیت کرده، نسبت بازیابی فشار کل را افزایش داده و اعوجاج چرخش را کاهش می‌دهد [۲۳]. ساندهو و همکاران، اصول طراحی سنتی برای تعیین زوایای بهینه رمپ ورودی یا مخروطی، برای اطمینان از عدم نشی جریان در لبه کلاهدک ورودی تحت شرایط طراحی، و برای شکل شوک انتهایی در مجرای ورودی را بازنگاری کرده‌اند. آن‌ها پیشنهاد می‌کنند زوایای رمپ یا



مخروطی را تا حدودی کوچکتر از معیار اوسواتیچ انتخاب کرد تا پسای ورودی کاهش یابد. همچنین، جایگزینی شوک قائم انتهایی با شوک مایل قوی (در ورودی‌های رمپدار) بازیابی فشار سکون را بهبود می‌بخشد؛ تغییراتی ساده و کم‌هزینه که قواعد طراحی آیرودینامیکی ورودی‌های مافوق صوت را بازتعریف می‌کنند [۲۴]. این یافته‌ها بر این نکته تأکید دارند که طراحی موفق نه تنها به هندسه‌های ایده‌آل بستگی دارد، بلکه به شرایط جریان ورودی و کنترل لایه مرزی نیز وابسته است. سلطانی و همکاران [۲۵] به بررسی تجربی چرخه نوسان و ناپایداری‌های جریان در ورودی‌های محوری پرداخته‌اند که اهمیت در نظر گرفتن اثرات لایه مرزی و برهمکنش شوک را در طراحی‌های عملیاتی نشان می‌دهد. همچنین، بندار صاحبی و همکاران [۲۶] با طراحی و تحلیل عددی یک ورودی چند رمپه در ماخ ۳، چالش‌های برهمکنش شوک و لایه مرزی و راهکارهای کنترل آن (مانند مکانیزم تخلیه) را مورد ارزیابی قرار داده‌اند. در زمینه بهینه‌سازی هندسی، دولت‌آبادی و همکاران [۲۷] به طراحی تحلیلی و عددی ورودی‌های دو بعدی با در نظر گرفتن قیود ساختاری و گشتاور پرداخته‌اند. علاوه بر این، سادات‌پور و مددی [۲۸] به بهینه‌سازی هندسی کانال‌های ورودی S-شکل با هدف کاهش افت فشار کل و بهبود یکنواختی جریان با استفاده از ترکیب شبکه عصبی و الگوریتم ژنتیک پرداخته و نشان داده‌اند که این رویکرد فراگیر می‌تواند در کمترین زمان ممکن به هندسه بهینه دست یابد. ابراهیمی و زارع چاووشی [۲۹، ۳۰] به بررسی عددی تأثیر عدد ماخ جریان آزاد و فشار برگشتی بر عملکرد ورودی‌های فشرده‌سازی ترکیبی

محوری پرداخته‌اند. نتایج آن‌ها نشان داد که افزایش عدد ماخ منجر به کاهش بازیابی فشار کل و افزایش نسبت جریان و اعوجاج جریان می‌شود، در حالی که افزایش فشار برگشتی، بازیابی فشار کل را بهبود بخشیده و اعوجاج جریان را کاهش می‌دهد. این مطالعات بر اهمیت تحلیل پارامتریک در طراحی ورودی‌های مافوق صوت و لزوم در نظر گرفتن شرایط عملیاتی مختلف تأکید دارند.

با این حال، در شرایط ایده‌آل (جریان غیرلزج)، همچنان امکان پیدا کردن طیف گسترده‌ای از هندسه‌های SOL معتبر وجود دارد که در ادبیات کمتر مورد توجه قرار گرفته است. لذا اگرچه اثرات لزجت در طراحی نهایی حائز اهمیت است، ولی این مطالعه عمداً بر روی حالت ایده‌آل غیرلزج متمرکز شده است تا فضای طراحی SOL را بدون پیچیدگی‌های لایه مرزی، به صورت سیستماتیک کاوش کند. این رویکرد، پایه‌ای برای طراحی اولیه و انتخاب هندسه‌های امیدبخش برای مطالعات لزج آینده فراهم می‌کند. بسیاری از مطالعات پیشین، همچنان تحت سلطه فرضیه‌های سنتی مانند الزام به رعایت دقیق شرط اوسواتیچ عمل می‌کنند و از این‌رو فضای طراحی را به‌طور غیرضروری محدود می‌سازند. روش‌های تحلیلی بر اساس روابط شوک مایل و فرضیاتی مانند برابری قدرت شوک‌ها، امکان پیش‌بینی اولیه هندسه‌های معتبر را فراهم می‌آورند. با این حال، این روش‌ها اغلب به یک راه‌حل منحصر به فرد یا محدوده باریکی از طرح‌ها منتهی می‌شوند و از در نظر گرفتن اهداف مهندسی متناقض مانند کمینه‌سازی طول سازه (برای کاهش وزن و کاهش پسا) در مقابل بیشینه‌سازی بازیابی فشار سکون (برای افزایش کارایی ترمودینامیکی) غفلت می‌کنند. علاوه بر

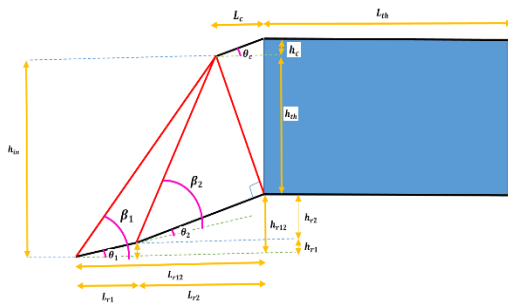
این، استخراج یک طیف گسترده از پیکربندی‌های بهینه که به طرح اجازه انتخاب بر اساس اولویت‌های پروژه را بدهد، در ادبیات موجود کمتر مورد توجه قرار گرفته است.

در این پژوهش، یک چارچوب جامع برای طراحی و بهینه‌سازی ورودی‌های مافوق صوتی دو رمپه تحت شرایط SOL ارائه می‌شود. ابتدا، با استفاده از روابط تحلیلی یک هندسه ورودی مافوق صوت دو رمپه در شرایط اوسواتیج طراحی می‌شود و سپس با استفاده از یک کاوش پارامتریک گسترده، یک پایگاه داده غنی از هندسه‌های معتبر ایجاد می‌گردد. پس از آن، یک فرآیند بهینه‌سازی چندهدفه برای شناسایی طرح‌های کلیدی از جمله کمترین طول، بیشترین بازیابی فشار سکون و یک راه‌حل بهینه پارتو انجام شده است. طراحی هندسه‌های ورودی مافوق صوت، ایجاد پایگاه داده و بهینه‌سازی با استفاده از توسعه یک کد متلب صورت پذیرفته است. برای اعتبارسنجی نهایی نتایج تحلیلی، پنج هندسه منتخب با استفاده از شبیه‌سازی عددی دوبعدی (CFD) در نرم‌افزار فلوئنت مورد تحلیل دقیق قرار گرفتند. مقاله حاضر با ادغام روش‌های تحلیلی، بهینه‌سازی و عددی، رویکردی کارآمد و انعطاف‌پذیر برای طراحی ورودی‌های مافوق صوتی با کارایی بالا ارائه می‌دهد.

البته، باید توجه داشت که تمام یافته‌های این پژوهش بر پایه مدل جریان غیرلزج استوار است و اثرات لزجت از جمله ضخامت لایه مرزی ورودی، جدایش ناشی از برهمکنش شوک/لایه مرزی، و ناپایداری‌های دینامیکی در این تحلیل‌ها در نظر گرفته نشده‌اند. در شرایط واقعی، این عوامل ممکن است منجر به کاهش بازیابی فشار سکون یا حتی راه‌اندازی نشدن ورودی شوند. با این

وجود، ثبات بالای بازیابی فشار در فضای طراحی SOL حتی در مدل ایده‌آل نشان می‌دهد که این شرط طراحی ذاتاً مقاوم است و می‌تواند به‌عنوان یک معیار قوی برای انتخاب هندسه‌های اولیه در مطالعات لزج آینده مورد استفاده قرار گیرد.

با این وجود، صرف‌نظر از اثرات لزجت از جمله ضخامت لایه مرزی ورودی، و به ویژه برهمکنش شوک/لایه مرزی (SBLI) ممکن است در برخی شرایط عملیاتی منجر به تخمین‌های خوش‌بینانه از بازیابی فشار سکون یا عدم پیش‌بینی دقیق محل جدایش جریان شود یا حتی منجر به راه‌اندازی نشدن ورودی شوند. با این حال، هدف اصلی این مطالعه، کاوش سیستماتیک فضای طراحی تحت شرایط ایده‌آل SOL است، نه جایگزینی طراحی نهایی برای جریان لزج. در واقع، با حذف پیچیدگی‌های لایه مرزی، می‌توان روندهای بنیادین آیرودینامیکی مانند تأثیر توزیع زوایا و ارتفاع‌ها بر تعادل طول و بازیابی فشار را بدون تأثیرات لزجت شناسایی کرد. این رویکرد، مشابه روش‌های کلاسیک اوسواتیج و کانتروویتز، به‌عنوان یک مرحله طراحی اولیه عمل می‌کند که خروجی آن یعنی مجموعه‌ای از هندسه‌های SOL معتبر، می‌تواند به‌عنوان ورودی برای بهینه‌سازی‌های پیشرفته‌تر با مدل‌های RANS/LES یا آزمایش‌های تجربی مورد استفاده قرار گیرد. علاوه بر این، انجام فرآیند بهینه‌سازی چندهدفه بر روی بیش از ۳۲۵,۰۰۰ پیکربندی هندسی با استفاده از حل‌گرهای لزج سه‌بعدی (مانند RANS یا LES)، از نظر هزینه و زمان محاسباتی عملاً غیرممکن است و می‌تواند روندهای بنیادین آیرودینامیکی را در پیچیدگی‌های عددی پنهان کند. بنابراین، تحلیل غیرلزج دوبعدی در این پژوهش نه به‌عنوان یک



شکل ۱. شماتیک هندسه ورودی مافوق صوت با دو رمپ تراکمی

در ابتدا با استفاده از رابطه حد کانتررویتز-دونالدسون، نسبت مساحت گلوگاه به ورودی محاسبه می‌شود [۸، ۳۱-۳۳]:

$$AR = \frac{h_{th}}{h_{in}} = M_1 \left(\frac{\gamma + 1}{2 + (\gamma - 1)M_1^2} \right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \left[\frac{(\gamma + 1)M_1^2}{(\gamma - 1)M_1^2 + 2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left[\frac{\gamma + 1}{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)} \right]^{\frac{-1}{\gamma-1}} \quad (۱)$$

که M_1 عدد ماخ ورودی است که در اینجا برابر ۲٫۵ انتخاب شده است و γ نسبت گرماهای ویژه است که برابر با ۱٫۴ انتخاب شده است. h_{in} ارتفاع ورودی است که در این مسأله مقدار آن معلوم فرض شده است و تغییر نمی‌کند؛ h_{th} نیز ارتفاع گلوگاه است که از رابطه کانتررویتز-دونالدسون بدست می‌آید.

سپس ارتفاع کل رمپ‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$hr_{12} = h_{in} - h_{th} \quad (۲)$$

که $hr_{12} = hr_1 + hr_2$ مجموع ارتفاع رمپ اول و دوم می‌باشد.

از روابط کلاسیک شوک مایل یعنی رابطه بین عدد ماخ ورودی، زاویه موج ضربه‌ای مایل و زاویه رمپ (رابطه بین θ, β, M) به صورت زیر استفاده می‌شود [۳۴-۳۷]:

ساده‌سازی، بلکه به عنوان یک گام استاندارد و ضروری در سلسله مراتب طراحی مهندسی (طراحی مفهومی) عمل می‌کند. هدف این گام، شناسایی تعادل خالص بین اهداف رقابتی (طول و فشار) و غربالگری هندسه‌های امیدبخش است تا به عنوان یک خط مبنای تئوری مستحکم، ورودی بهینه‌سازی‌های پیشرفته‌تر و پرهزینه‌تر در مراحل بعدی طراحی قرار گیرد.

۲. مدل ریاضی و روابط حاکم

فرآیند طراحی و بهینه‌سازی ورودی مافوق صوت دو رمپه در این پژوهش در دو مرحله اصلی تحلیلی و عددی انجام شده است. در مرحله نخست، یک چارچوب تحلیلی برای تولید و اعتبارسنجی اولیه هندسه‌های معتبر تحت شرایط SOL با نوشتن یک کد متلب توسعه یافت. سپس، نتایج تحلیلی حاصل از این مرحله با استفاده از شبیه‌سازی‌های عددی جریان غیرلزج مورد تأیید و تحلیل دقیق‌تر قرار گرفتند.

۲-۱. طراحی هندسه ورودی مافوق صوت دو رمپه

هدف این بخش، طراحی یک ورودی دو-بعدی مافوق صوت با دو رمپ تراکمی است به طوری که امواج ضربه‌ای مایل و قائم به لبه کلاهدک برخورد نمایند (SOL). هندسه در نظر گرفته شده دارای دو دیواره است. دیواره پایینی دارای دو رمپ (سطح شیبدار)، و پس از آن یک سطح صاف مستقیم است و دیواره بالایی شامل یک کلاهدک کوتاه، و پس از آن یک سطح مستقیم امتداد یافته است. در شکل ۱ شماتیک هندسه مشاهده می‌شود.

می‌آید که قدرت امواج ضربه‌ای مایل برابر باشند، که به صورت زیر بیان می‌شود [۳۸، ۵]:

$$M_1 \sin \beta_1 = M_2 \sin \beta_2 = \dots = M_{n-1} \sin \beta_{n-1} \quad (14)$$

که برای عدد ماخ ورودی (M) در بازه از ۱،۵ تا ۵ می‌باشد.

لذا معادله زیر به دستگاه معادلات اضافه می‌شود:

$$M_1 \sin \beta_1 = M_2 \sin \beta_2 \quad (15)$$

با اضافه شدن معادله اوسواتیج می‌توان دستگاه معادلات ۱۲ معادله و ۱۲ مجهول را حل نمود. با حل دستگاه معادلات برای شرایط با عدد ماخ ورودی ۲،۵ و طول ورودی (h_{in}) برابر ۲۱۰ میلیمتر، هندسه‌ای بدست می‌آید که همزمان هم شرط برخورد شوک بر لبه کلاهیک (SOL) را داشته و هم از لحاظ آیرودینامیکی با توجه به شرط اوسواتیج در شرایط بهینه است.

۲-۲. چارچوب تحلیلی و تولید پایگاه داده

در طراحی سیستم‌های پیش‌ران‌ش مافوق صوت، یکی از چالش‌های اساسی، وجود تعارض ذاتی بین اهداف مهندسی رقابتی مانند کاهش طول ساختاری در مقابل بیشینه‌سازی بازیابی فشار سکون است. در حالی که رویکردهای سنتی مبتنی بر شرط اوسواتیج، تنها یک راه‌حل بهینه تک‌معیاره را ارائه می‌دهند، کاوش سیستماتیک فضای طراحی امکان کشف طیف گسترده‌ای از پیکربندی‌های معتبر را فراهم می‌آورد که می‌تواند بر اساس اولویت‌های پروژه تنظیم شود.

در مرحله قبل، با استفاده از روابط کلاسیک شوک مایل و فرضیه‌های مربوط به شرایط برخورد شوک بر لبه کلاهیک، یک سیستم معادلات غیرخطی جامع تدوین گردید. این سیستم، تمامی قیدهای فیزیکی و هندسی مسئله از جمله تعادل

$$\tan \theta_1 = 2 \cot \beta_1 \left[\frac{M_1^2 \sin^2 \beta_1 - 1}{M_1^2 (\gamma + \cos 2\beta_1) + 2} \right] \quad (3)$$

$$\tan \theta_2 = 2 \cot \beta_2 \left[\frac{M_2^2 \sin^2 \beta_2 - 1}{M_2^2 (\gamma + \cos 2\beta_2) + 2} \right] \quad (4)$$

$$M_2^2 = \frac{M_1^2 + \frac{2}{\gamma - 1}}{\frac{2\gamma}{\gamma - 1} M_1^2 \sin^2 \beta_1 - 1} \quad (5)$$

$$+ \frac{M_1^2 \cos^2 \beta_1}{\frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \sin^2 \beta_1 + 1}$$

همچنین روابط هندسی زیر بین پارامترهای طراحی برقرار است:

$$hr_{12} = hr_1 + hr_2 \quad (6)$$

$$Lr_{12} = Lr_1 + Lr_2 \quad (7)$$

$$\tan \theta_1 = \frac{hr_1}{Lr_1} \quad (8)$$

$$\tan \beta_1 = \frac{h_{in}}{Lr_{12} - L_c} \quad (9)$$

$$\tan(\theta_2 + \theta_1) = \frac{hr_2}{Lr_2} \quad (10)$$

$$\tan(\beta_2 + \theta_1) = \frac{h_{th} + hr_2}{Lr_2 - L_c} \quad (11)$$

$$\tan(\theta_1 + \theta_2) = \frac{h_c}{L_c} \quad (12)$$

$$\tan(\theta_1 + \theta_2) = \frac{L_c}{h_{th}} \quad (13)$$

سیستم معادلات (۳) تا (۱۱) را در نظر بگیرید. این سیستم، ۱۱ معادله جهت یافتن ۱۲ مجهول $\theta_1, \theta_2, \beta_1, \beta_2, M_2, hr_1, hr_2, h_c, Lr_1, Lr_2, Lr_{12}, L_c$ را باید یکی از مجهولات را در ابتدا ثابت فرض کرد (معلوم باشد) تا بقیه مجهولات بدست بیایند و یا اینکه مجموعه زیادی از جواب‌ها وجود خواهد داشت. همچنین می‌توان معادله اوسواتیج را به معادلات بالا اضافه نمود تا دستگاه معادلات با ۱۲ معادله و ۱۲ مجهول را حل نمود. اوسواتیج نشان داده است که در جریان دو-بعدی، ماکزیمم بازیابی فشار سکون برای امواج ضربه‌ای هنگامی بدست



جریان، روابط مربوط به شوک‌های مایل بین رمپ‌ها، شرط برخورد شوک‌ها بر لبه کلاهدک و شرط اوسواتیچ (برابری قدرت شوک‌ها: $M_1 \sin \beta_1 = M_2 \sin \beta_2$) را در بر می‌گرفت. برای اکتشاف فضای طراحی، و فراتر رفتن از محدودیت راه‌حل منحصربه‌فرد اوسواتیچ، ابتدا رابطه مربوط به شرط اوسواتیچ کنار گذاشته شد و سپس یک کاوش پارامتریک گسترده روی فضای طراحی انجام گرفت.

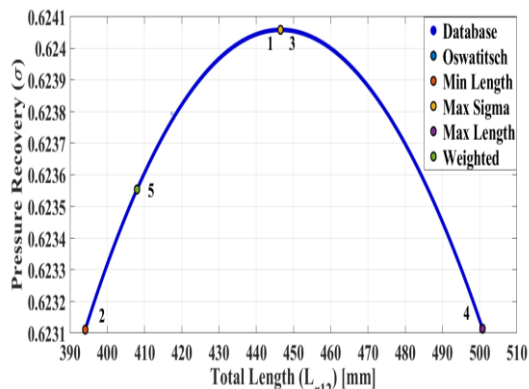
برای کاوش سیستماتیک فضای جواب‌های معتبر تحت شرایط SOL، یک رویکرد پارامتریک مبتنی بر حدس اولیه اتخاذ شد. در این روش مقادیر حدس اولیه دو پارامتر کلیدی زاویه انحراف رمپ اول (θ_1) در محدوده ۰ تا ۹ درجه و نسبت ارتفاع رمپ اول به کل ارتفاع رمپ‌ها (hr_1/hr_{12}) در محدوده ۰,۱ تا ۰,۹۸ به‌عنوان حدس اولیه به‌صورت شبکه‌بندی‌شده تغییر داده شدند. این مقادیر به‌عنوان ورودی اولیه وارد سیستم معادلات غیرخطی شدند و سپس تمامی پارامترهای هندسی از جمله مقادیر نهایی θ_1 و hr_1/hr_{12} از طریق حل خودسازگار سیستم معادلات در محیط نرم‌افزار متلب تعیین گردیدند. لازم به ذکر است که تغییرات این دو پارامتر تنها در مرحله حدس اولیه اعمال می‌شوند و مقادیر نهایی آنها نتیجه نهایی حل دستگاه معادلات و خودسازگاری فیزیکی جریان هستند و لزوماً با مقادیر ورودی اولیه یکسان نیستند. بنابراین، θ_1 و hr_1/hr_{12} در واقع متغیرهای کنترلی مستقل محسوب نمی‌شوند، بلکه بخشی از خروجی سیستم هستند. این رویکرد امکان نمونه‌برداری گسترده از فضای جواب‌های معتبر SOL را فراهم می‌کند، بدون آنکه فرضیه‌های اضافی یا قیود غیرفیزیکی به سیستم تحمیل شود. راه‌حل‌های

به‌دست‌آمده از نظر اعتبار فیزیکی از جمله مانایی جریان مافوق صوت بین رمپ‌ها، مثبت بودن ابعاد هندسی و رعایت دقیق شرایط برخورد شوک بر لبه کلاهدک مورد سنجش قرار گرفتند تا یک پایگاه داده شامل تنها هندسه‌های معتبر ایجاد گردد. این پایگاه داده نه تنها فضای طراحی ممکن تحت شرایط SOL را به‌صورت کامل پوشش می‌دهد، بلکه به‌عنوان ورودی اساسی برای فرآیند بهینه‌سازی چندهدفه در بخش بعدی عمل می‌کند. با وجود اینکه همه هندسه‌های موجود در این پایگاه، شرط برخورد شوک بر لبه را رعایت می‌کنند، تفاوت‌های ظریف در توزیع زوایا و ارتفاع‌ها منجر به عملکردهای آیرودینامیکی و ساختاری متفاوتی می‌شود که امکان انتخاب راه‌حل‌های سفارشی‌سازی‌شده را فراهم می‌آورد. این رویکرد، برخلاف مطالعات پیشین که تنها بر یک نقطه طراحی متمرکز بودند، انعطاف‌پذیری سیستمی را به مهندس طراح بازمی‌گرداند [۳۹-۴۴]. علاوه بر این، نسبت جریان نیز برای تمامی هندسه‌های معتبر محاسبه شد که به دلیل رعایت دقیق شرط برخورد شوک بر لبه، این نسبت در محدوده ۰,۹۹۲ تا ۰,۹۹۳ قرار گرفت که نشان‌دهنده جذب بسیار خوب جریان ورودی است.

۳-۲. بهینه‌سازی چندهدفه

برای بهینه‌سازی از یک رویکرد مبتنی بر جستجوی سیستماتیک در فضای طراحی کامل استفاده شد. این روش مبتنی بر این اصل است که اگر فضای طراحی به‌صورت جامع و با دقت کافی نمونه‌برداری شود، تمامی راه‌حل‌های پارتوی احتمالی در میان داده‌های تولیدشده وجود خواهند داشت. با توجه به اینکه پایگاه داده حاضر شامل بیش از ۳۲۵۰۰۰ پیکربندی مختلف شوک

هندسه طرح ورودی با یک رمپ تراکمی است (یعنی در حالت دو رمپه تغییر زاویه رمپ دوم نسبت به رمپ اول $\theta_2 \approx 0$ بدست آمده است).



شکل ۲. تغییرات مجموع طول رمپ‌ها بر حسب تغییر بازیابی فشار سکون (فضای طراحی).

برای شناسایی طرح بهینه وزن‌دار، از یک روش ترکیبی مبتنی بر نرمال‌سازی و وزن‌دهی استفاده شد. ابتدا اهداف متناقض یعنی طول کل رمپ‌ها (L_{r12}) و بازیابی فشار سکون (σ) به‌صورت جداگانه نرمال‌سازی شدند تا اثر مقیاس‌های مختلف فیزیکی آن‌ها حذف گردد. اگرچه بازیابی فشار سکون (σ) به‌طور ذاتی در بازه $[0, 1]$ تعریف می‌شود، اما در فضای طراحی SOL محدوده واقعی آن باریک‌تر است. لذا برای اطمینان از اینکه هر دو هدف با اهمیت قابل‌مقایسه در تابع هدف شرکت کنند، هر دو هدف به‌صورت مستقل نرمال‌سازی شدند.

$$L_{norm} = \frac{L_{r12} - L_{min}}{L_{max} - L_{min}} \quad (16)$$

$$\sigma_{norm} = \frac{\sigma_{max} - \sigma}{\sigma_{max} - \sigma_{min}} \quad (17)$$

که در این روابط، L_{min} و L_{max} به ترتیب کمترین و بیشترین طول رمپ‌ها در پایگاه داده، و σ_{min} و σ_{max} کمترین و بیشترین مقادیر بازیابی فشار سکون در پایگاه داده هستند. سپس، یک تابع امتیاز ترکیبی به‌صورت زیر تعریف گردید:

$$S = w_L \cdot L_{norm} + \quad (18)$$

بر لبه (SOL) است که با گام‌های بسیار ریز برای حدس اولیه θ_1 تولید شده‌اند، می‌توان با اطمینان فرض کرد که این فضا نماینده دقیقی از تمامی هندسه‌های ممکن تحت شرایط شوک بر لبه (SOL) است. بنابراین، فرآیند بهینه‌سازی در اینجا به‌صورت یک انتخاب هوشمند از میان مجموعه‌ای از راه‌حل‌های از پیش محاسبه‌شده انجام می‌شود، که علاوه بر کاهش هزینه محاسباتی، اطمینان می‌دهد که هیچ راه‌حل بهینه‌ای از دست نرفته است. این رویکرد به‌ویژه در مسائلی با فضای طراحی کم‌بعد (در اینجا دو متغیر کنترلی اصلی) و قیود فیزیکی سخت (مثل SOL)، بسیار کارآمد و قابل اعتماد است.

پایگاه داده ایجادشده در مرحله قبل به‌عنوان ورودی برای فرآیند بهینه‌سازی چندهدفه مورد استفاده قرار گرفت. دو هدف اصلی در تعارض با یکدیگر در نظر گرفته شدند: (۱) کمینه‌سازی طول کل رمپ‌ها (L_{r12}) و (۲) بیشینه‌سازی بازیابی فشار سکون ($\sigma = P_{04}/P_{01}$). از این پایگاه داده، چهار طرح کلیدی استخراج گردید:

- طرح پایه اوسواتیچ
- طرح با کمترین طول
- طرح با بیشترین بازیابی فشار سکون
- طرح بهینه متعادل وزن‌دار (که با تخصیص وزن‌های قابل تنظیم به هر هدف، انعطاف‌پذیری لازم برای طراحی را فراهم می‌کند).

در شکل ۲، نمودار تغییرات طول بر حسب تغییرات بازیابی فشار سکون برای هندسه‌های مختلف مشاهده می‌شود. از نتایج بدست آمده مشاهده می‌شود که طرح هندسه با بیشترین بازیابی فشار سکون، مشابه هندسه با شرط اوسواتیچ است و طرح با کمترین طول مشابه



$(1 - w_L) \cdot \sigma_{norm}$ که w_L ضریب وزنی طول ($0 \leq w_L \leq 1$) است. مقدار $w_L = 0.5$ نشان دهنده اهمیت برابر دو هدف است، در حالی که $w_L > 0.5$ اولویت را به کاهش طول و $w_L < 0.5$ اولویت را به افزایش بازیابی فشار سکون می‌دهد. طرح بهینه وزن‌دار، به عنوان هندسه‌ای تعریف می‌شود که کمترین مقدار تابع امتیاز S را داشته باشد (یعنی S_{min}).

برای توصیف دقیق‌تر فضای طراحی چندهدفه، مجموعه پارتوی راه‌حل‌ها نیز تعیین گردید. در اینجا، L_i و σ_i به ترتیب طول کل رمپ‌ها و بازیابی فشار سکون مربوط به راه‌حل i -ام در پایگاه داده هستند. یک راه‌حل i توسط راه‌حل j مغلوب می‌شود اگر راه‌حل j در یکی از اهداف عملکرد بهتری داشته باشد و در هدف دیگر بدتر نباشد؛ به عبارت دیگر، اگر $L_j \leq L_i$ و $\sigma_j \geq \sigma_i$ باشد و حداقل یکی از این نابرابری‌ها به صورت سخت برقرار باشد. این شرط به صورت ریاضی به شرح زیر بیان می‌شود [۴۵-۵۰]:

$$\begin{cases} L_j \leq L_i \\ \sigma_j \geq \sigma_i \end{cases} \quad (19)$$

۴-۲. شبیه‌سازی عددی

برای اعتبارسنجی نهایی نتایج تحلیلی و مطالعه جزئیات جریان، پنج هندسه منتخب (کمترین طول، بیشترین طول، بیشترین بازیابی فشار و دو طرح بهینه وزن‌دار) با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت مورد شبیه‌سازی عددی دوبعدی قرار گرفتند. شرایط مرزی شامل جریان ورودی مافوق صوت با عدد ماخ ۲.۵، فشار استاتیکی ۱۰۱۳۲۵ پاسکال و دمای ۳۰۰ کلوین در نظر گرفته شد. از یک شبکه ساختاریافته مستطیلی برای حل معادلات اویلر تراکم‌پذیر غیرلزج استفاده شده است. شبکه‌بندی با دقت بالا در نواحی کلیدی (محل شوک‌ها و دیواره‌ها) انجام

شد تا جزئیات فیزیک جریان به‌طور دقیق بازتاب داده شود. نتایج حاصل از شبیه‌سازی CFD به‌طور مستقیم با پیش‌بینی‌های روش تحلیلی مقایسه شدند تا دقت روش تحلیلی در پیش‌بینی هندسه SOL و عملکرد آیرودینامیکی مورد ارزیابی قرار گیرد. در شبیه‌سازی‌های غیرلزج دوبعدی، کاهش عدد ماخ جریان از حدود ۲.۵ (ورودی) به مقادیر زیر ۱ در ناحیه گلوگاه (پس از عبور از شوک قائم) کاملاً مطابق با اصول طراحی ورودی‌های مافوق صوت است. شوک‌های مایل اولیه جریان را به عدد ماخ مافوق صوت پایین‌تری کاهش می‌دهند و شوک قائم نهایی آن را به رژیم زیرصوت تبدیل می‌کند تا جریان برای ورود به کمپرسور مناسب شود. این رفتار استاندارد در کانتورهای عدد ماخ نشان داده شده به وضوح قابل مشاهده است.

از روش چگالی‌مبنا برای شبیه‌سازی جریان غیرلزج مافوق صوت استفاده شده است. این روش برای جریان‌های با عدد ماخ بالا مناسب‌تر از روش فشار مبنا است. معادلات حاکم بر جریان غیرلزج تراکم‌پذیر، معادلات اویلر در فرم انتگرالی دوبعدی هستند که به صورت زیر نوشته می‌شوند [۵۱-۵۶]:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = 0 \quad (20)$$

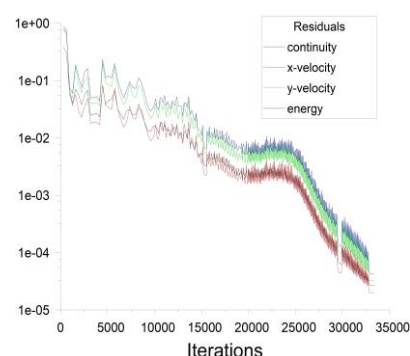
که در آن،

$$\begin{aligned} U &= \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \end{bmatrix} \\ F &= \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(E + p) \end{bmatrix} \\ G &= \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ v(E + p) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

در این معادلات، ρ چگالی، u و v به ترتیب مؤلفه‌های سرعت در جهت‌های x و y هستند، p فشار استاتیکی، و E انرژی کل در واحد حجم است که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$E = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2) \quad (22)$$

برای حل عددی این دستگاه معادلات، از حل‌کننده چگالی مبنا، در حالت پایا، استفاده شد. گسسته‌سازی شارهای جابه‌جایی با استفاده از روش AUSM انجام گرفت که به دلیل تفکیک فیزیکی شارهای جابه‌جایی و فشاری، دقت بالایی در شبیه‌سازی جریان‌های تراکم‌پذیر با ناپیوستگی‌های تیز (مانند امواج ضربه‌ای) ارائه می‌دهد. همچنین، برای افزایش دقت مکانی، از طرح MUSCL مرتبه سوم استفاده شد. این روش ضمن حفظ پایداری عددی، دقت لازم برای مقایسه کمی با نتایج تحلیلی را فراهم آورد. همگرایی حل زمانی حاصل شد که باقیمانده‌های معادلات به کمتر از 10^{-4} رسیدند و مقادیر کمیت‌های فیزیکی کلیدی از جمله دبی جرمی، بازیابی فشار سکون و موقعیت شوک‌ها ثابت باقی ماندند، که نشان دهنده همگرایی فیزیکی قابل اطمینان است [۵۷-۶۱]. در شکل ۳ روند کاهش باقیمانده‌های معادلات حاکم در طول تکرارهای حل، برای یکی از شبیه‌سازی‌های عددی نشان داده شده است.



شکل ۳. روند همگرایی باقیمانده‌های معادلات حاکم.

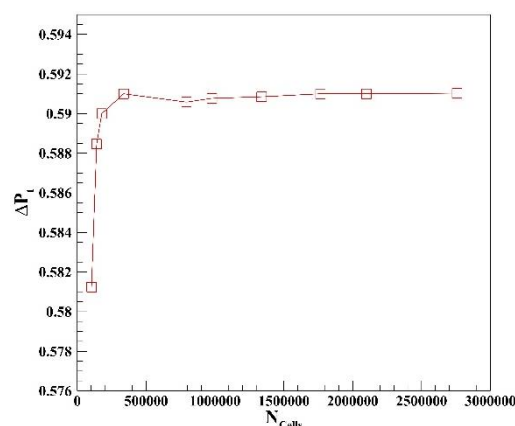
۳. نتایج

در این بخش، نتایج حاصل از چارچوب ترکیبی تحلیلی-عددی برای طراحی ورودی مافوق صوت دو رمپه تحت شرایط برخورد شوک بر لبه کلاهدک (SOL) ارائه می‌شود. چهار هندسه کلیدی شامل طرح طول کمینه، طرح بیشینه بازیابی فشار سکون، طرح بهینه وزن دار و طرح با بیشترین طول (به عنوان مرجع مقایسه‌ای در بدترین حالت آیرودینامیکی)، مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

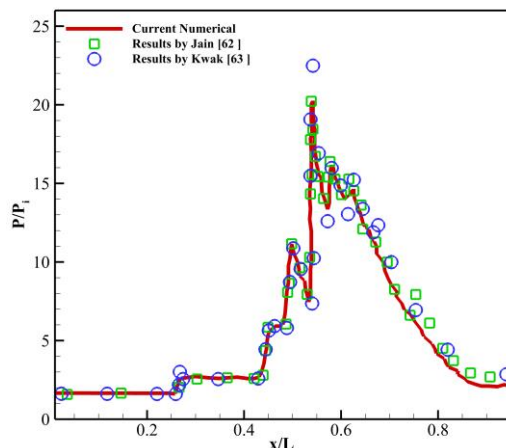
۳-۱. استقلال از شبکه

در شبیه‌سازی‌های دینامیک سیالات محاسباتی، دقت نتایج به طور مستقیم تحت تأثیر وضوح و کیفیت شبکه قرار دارد. بنابراین، انجام تحلیل استقلال از شبکه یکی از مراحل ضروری در هر مطالعه عددی محسوب می‌شود. هدف از این تحلیل، اطمینان از آن است که نتایج حاصل از شبیه‌سازی دیگر تحت تأثیر ریزتر کردن شبکه قرار ندارند و به طور مؤثری مستقل از اندازه سلول‌های محاسباتی شده‌اند. این امر نه تنها صحت نتایج را تضمین می‌کند، بلکه تعادل مناسبی بین دقت محاسباتی و هزینه محاسباتی ایجاد می‌نماید. در شکل ۴ استقلال از شبکه برای یک هندسه تک‌رمپه (کمترین طول)، برای شبکه‌های مختلف از حدود ۹۹۰۰۰ سلول تا ۳۰۱۵۰۰۰ سلول برای بازیابی فشار سکون بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش تعداد سلول‌ها از حدود ۱ میلیون سلول به بالا، تغییرات بازیابی فشار سکون کمتر از ۰.۲٪ است، که نشان‌دهنده دستیابی به استقلال از شبکه است. بنابراین، برای تمام شبیه‌سازی‌های بعدی در این پژوهش، از شبکه‌ای با تقریباً حدود

۱ میلیون سلول استفاده شد که تعادل مناسبی بین دقت و هزینه محاسباتی فراهم می‌کند.



شکل ۴. بررسی استقلال از شبکه.



شکل ۵. مقایسه توزیع فشار بر روی دیواره پایینی یک ورودی مافوق صوت.

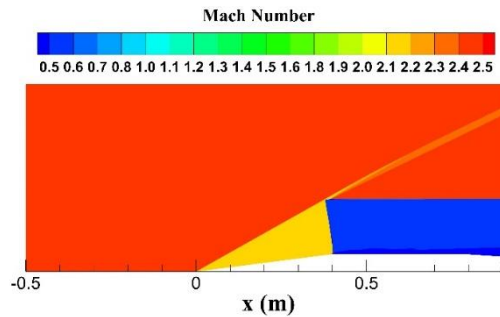
۳-۳. نتایج شبیه‌سازی‌های عددی هندسه‌های مختلف

در شکل ۶ کانتور تغییرات عدد ماخ برای این چهار هندسه نشان داده شده است. در تمام موارد، برخورد دقیق شوک‌های مایل بر لبه کلاهیک تأیید شده است که نشان‌دهنده موفقیت‌آمیز بودن فرآیند طراحی تحلیلی و اعتبارسنجی عددی است. در تمامی هندسه‌های بررسی‌شده، جریان ورودی با عدد ماخ ۲٫۵ وارد شده است. پس از عبور از شوک مایل اول، عدد ماخ به حدود ۲٫۳۵-۲٫۳، و پس از شوک مایل دوم به حدود ۲٫۲-۲٫۱ کاهش می‌یابد و در نهایت پس از شوک قائم در ناحیه گلوگاه به عدد ماخ حدود ۰٫۵-۰٫۶ (مادون صوت) می‌رسد. این مقادیر بسته به زوایای رمپ در هندسه‌های مختلف، اندکی تفاوت دارند، اما روند کلی کاهش مرحله‌ای عدد ماخ در همه حالات کاملاً مطابق با عملکرد مورد انتظار ورودی‌های مافوق صوت دو رمپه است.

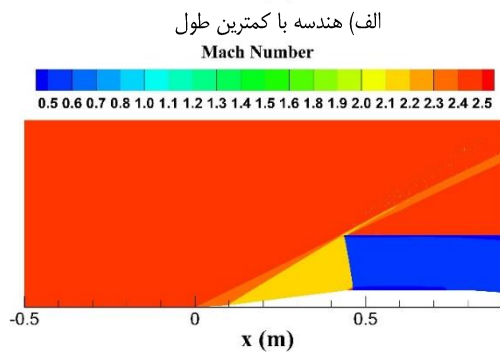
۳-۲. صحنه‌گذاری

به‌منظور اعتبارسنجی روش عددی پیاده‌سازی‌شده، نتایج شبیه‌سازی جریان مافوق صوت حول یک ورودی دوبعدی با فشرده‌سازی ترکیبی در عدد ماخ ورودی $M_i = 3.0$ با داده‌های گزارش شده توسط جین و میتال [۶۲] و کواک و همکاران [۶۳] مقایسه شده است. هندسه مورد استفاده مشابه طراحی آزمایشگاهی اندرسون و ونگ [۶۴] است که شامل دو رمپ فشاری با زوایای ۷ درجه و ۱۴ درجه و یک بخش منحنی شکل قبل از گلوگاه می‌باشد. در شکل ۵ مقایسه توزیع فشار نرمال‌شده روی دیواره پایینی ورودی مافوق صوت مشاهده می‌شود؛ واضح است نتایج عددی حاضر با دقت خوبی با داده‌های مرجع تطابق دارد که صحت روش عددی، را نشان می‌دهد. این تطابق عالی نشان می‌دهد که روش عددی پیاده‌سازی‌شده به‌درستی تنظیم شده است. از این رو، همین چارچوب عددی با اطمینان برای شبیه‌سازی هندسه‌های طراحی‌شده در عدد ماخ ۲٫۵ در این پژوهش به کار گرفته شد.

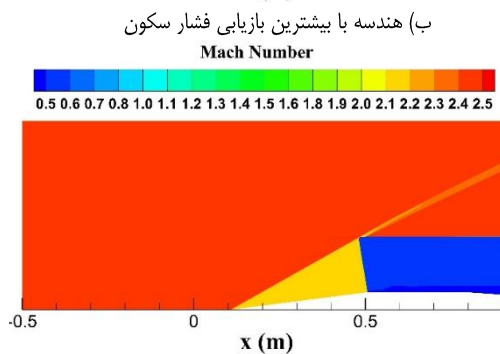
الف) هندسه با کمترین طول
این هندسه با کوتاه‌ترین طول کل رمپ‌ها همراه است و ساختاری شبیه به یک ورودی تک‌رمپه دارد ($\theta_2 \approx 0$). در این پیکربندی، شوک‌های مایل نزدیک به هم تشکیل شده‌اند و محل برخورد آن‌ها دقیقاً بر لبه کلاهی قرار گرفته است. با این وجود، بازیابی فشار سکون نسبت به دیگر طرح‌ها پایین‌تر است.



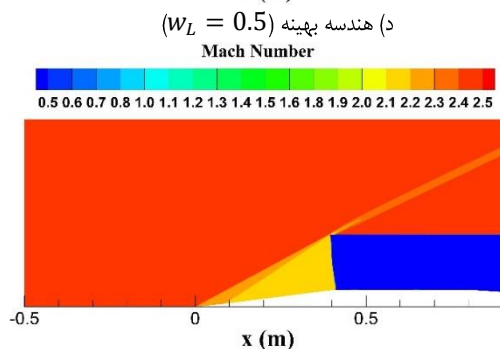
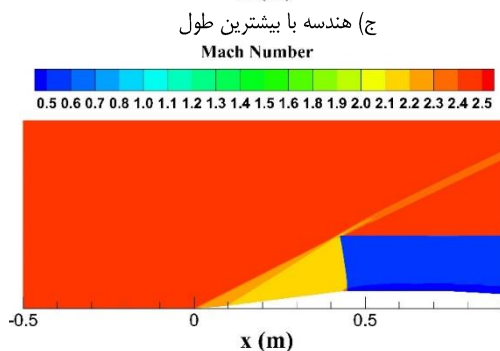
ب) هندسه با بیشترین بازیابی فشار سکون
این طرح، بیشترین مقدار (σ) را فراهم می‌کند و بسیار نزدیک به راه‌حل کلاسیک اوسواتیچ است. در این حالت، شوک‌های مایل به گونه‌ای توزیع شده‌اند که قدرت آن‌ها تقریباً برابر باشد و تلفات فشار سکون در هر مرحله بهینه گردد. طول این هندسه در مقایسه با طرح طول کمینه، بیشتر است، اما از نظر آیرودینامیکی کارآمدتر است.



ج) هندسه با بیشترین طول
این پیکربندی به عنوان مرجعی برای مرز بالایی فضای طراحی انتخاب شده است. این طرح به عنوان شرایط بدترین حالت آیرودینامیکی در نظر گرفته شده است. با وجود طول قابل توجه، این هندسه کمترین بازیابی فشار سکون را در میان تمام پیکربندی‌های معتبر SOL دارد. حضور این طرح در تحلیل، نشان می‌دهد که افزایش طول به‌تنهایی لزوماً به بهبود عملکرد آیرودینامیکی نمی‌انجامد و توزیع هندسی زوایا و ارتفاع‌ها نقش تعیین‌کننده‌تری دارد.



د) هندسه بهینه وزن دار
این طرح با تخصیص وزن (مثلاً $w_L = 0.75$) به هدف کمینه‌سازی طول و بیشینه‌سازی بازیابی فشار سکون (σ) به دست آمده است. این هندسه



شکل ۶. کانتور تغییرات عدد ماخ برای هندسه‌های کلیدی بدست آمده.



تبادل مناسبی بین جمع‌وجوری ساختار و کارایی آیرودینامیکی ایجاد می‌کند و برای کاربردهایی که همزمان به کاهش وزن و حفظ کارایی نیاز است، گزینه ایده‌آلی محسوب می‌شود.

برای ارزیابی جامع دقت مدل تحلیلی در سراسر فضای طراحی معتبر، پنج هندسه به صورت استراتژیک انتخاب شدند تا طیف کامل راه‌حل‌های پارتو را پوشش دهند. این نمونه‌برداری هدفمند تضمین می‌کند که صحت چارچوب تحلیلی نه تنها در یک نقطه خاص، بلکه در تمامی نواحی فضای طراحی معتبر تحت شرایط SOL مورد سنجش قرار گیرد. برای اعتبارسنجی کمی، نتایج تحلیلی و عددی (شبیه‌سازی فلونت) در جدول (۱) مقایسه شده‌اند. اختلاف بین مقادیر پیش‌بینی‌شده توسط مدل تحلیلی و نتایج عددی کوچک است که نشان‌دهنده دقت بالای چارچوب تحلیلی ارائه‌شده است. این توافق عالی، نه تنها صحت روابط شوک مایل و معیارهای هندسی SOL را تأیید می‌کند، بلکه گواهی بر کارایی این روش برای طراحی سریع و اولیه ورودی‌های مافوق صوت است.

جدول ۱. مقایسه نتایج حل تحلیلی و عددی برای چهار هندسه کلیدی.

مجموع طول ریمپ‌ها (میلیمتر)	بازیابی فشار سکون	
	تحلیلی	عددی
هندسه با کمترین طول	۰.۶۲۳۱	۰.۵۹۷۴
هندسه با بیشترین طول	۰.۶۲۳۱	۰.۵۹۶۸
هندسه با بیشترین بازیابی فشار سکون	۰.۶۲۴۱	۰.۶۱۰۲
هندسه بهینه وزن‌دار ($w_L = 0.5$)	۰.۶۲۴۰	۰.۶۰۵۷
هندسه بهینه وزن‌دار ($w_L = 0.75$)	۰.۶۲۳۶	۰.۶۰۴۳

اختلاف مشاهده شده بین نتایج تحلیلی و عدد برای بازیابی فشار سکون در حدود ۱ تا ۴ درصد متغیر است که ناشی از تفاوت ذاتی بین مدل‌های ایده‌آل تحلیلی و شبیه‌سازی‌های دوبعدی است. مقادیر بازیابی فشار سکون گزارش‌شده منطبق با نتایج حل تحلیلی غیرلنز بوده و با توجه به شرط طراحی SOL و زوایای بهینه‌شده به دست آمده‌اند. مدل تحلیلی بر پایه فرضیه‌های ایده‌آل شوک‌ها و یکنواختی کامل جریان پس از هر شوک استوار است. در روش تحلیلی، شوک‌ها به صورت ناپیوستگی‌هایی در نظر گرفته می‌شوند و جریان پس از هر شوک کاملاً یکنواخت فرض می‌شود. در مقابل، شبیه‌سازی‌های عددی در فلونت، با وجود استفاده از معادلات اویلر، به دلیل ماهیت دوبعدی جریان و گسسته‌سازی عددی، برهمکنش‌های پیچیده‌تر امواج ضربه‌ای، انحنای جزئی جبهه‌های شوک و ناهمگنی‌های عرضی فشار را به طور ضمنی مدل می‌کنند. همچنین، روش‌های عددی مانند AUSM و MUSCL با وجود دقت بالا، ولی مقدار کمی از فشار سکون را به دلیل پخش‌شدگی عددی^۷ در نواحی شوک از دست می‌دهند. با این حال، این میزان خطا در کاربردهای عملیاتی هوافضا به‌ویژه در مراحل طراحی اولیه کاملاً قابل چشم‌پوشی محسوب می‌شود.

یکی از یافته‌های کلیدی این پژوهش، حساسیت بسیار پایین بازیابی فشار سکون (σ) به تغییرات هندسه در محدوده طرح‌های معتبر SOL است. نتایج نشان می‌دهند که در حالی که طول کل ریمپ‌ها در محدوده ۳۹۳.۵ تا ۵۰۱.۵ میلیمتر (یعنی تغییری بیش از ۲۸ درصد) متغیر است، مقدار σ تنها در بازه بسیار باریکی مانند

۰,۶۲۳۱ تا ۰,۶۲۴۱ نوسان می‌کند (تغییری در حدود ۰,۱ درصد). این نتیجه بیانگر آن است که انتخاب طرح با کمترین طول، تقریباً هیچ ضرر آیرودینامیکی قابل توجهی به‌ویژه از نظر بازیابی فشار سکون به‌همراه ندارد. در عین حال، این انتخاب مزایای قابل توجهی از جمله کاهش وزن، کاهش پسای ساختاری و جمع و جور بودن سیستم را فراهم می‌آورد. بنابراین، از دیدگاه مهندسی سیستم، طرح با طول کمینه می‌تواند گزینه ترجیحی برای کاربردهای عملیاتی باشد، مگر آنکه اهداف بسیار حساس آیرودینامیکی مدنظر باشند. در مجموع، تمامی پیکربندی‌های مورد بررسی، ضمن رعایت دقیق شرط SOL، طیف گسترده‌ای از راه‌حل‌های مهندسی را پیش روی طراح قرار می‌دهند از کارآمدترین از نظر آیرودینامیکی تا فشرده‌ترین از نظر ساختاری. لذا این انعطاف‌پذیری طراحی، امکان سفارشی‌سازی ورودی مافوق صوت را بر اساس اولویت‌های خاص هر مأموریت هوافضایی فراهم می‌آورد. همچنین، محاسبه نسبت جریان نشان داد که این نسبت برای تمام طرح‌های کلیدی در بازه ۰,۹۹۲ تا ۰,۹۹۳ است؛ بنابراین طرح با کمترین طول رمپ، نه‌تنها بازیابی فشار سکون مناسبی حفظ می‌کند، بلکه نسبت جریان بسیار بالایی نیز دارد و از نظر دبی جرمی نیز انتخاب هوشمندانه‌ای است.

۴. نتیجه‌گیری

در این پژوهش، یک چارچوب جامع و یکپارچه برای طراحی، بهینه‌سازی و اعتبارسنجی ورودی مافوق صوت دو رمپه تحت شرایط برخورد شوک بر لبه کلاهدک (SOL) در عدد ماخ ۲,۵ ارائه شد. این رویکرد با تلفیق روش‌های تحلیلی مبتنی بر روابط شوک مایل و معیارهای کانتروویتز-

دونالدسون و اوسواتیچ، کاوش سیستماتیک فضای طراحی از طریق یک پایگاه داده شامل بیش از ۳۲۵۰۰۰ پیکربندی معتبر، بهینه‌سازی چندهدفه برای تعادل بین طول سازه و بازیابی فشار سکون، و اعتبارسنجی عددی دقیق با استفاده از شبیه‌سازی‌های دوبعدی غیرلزج در نرم‌افزار فلوئنت، توسعه یافت.

مهم‌ترین دستاوردهای کمی این پژوهش به شرح زیر است:

پوشش نیازهای متنوع مأموریت‌ها: نتایج نشان داد که چهار طرح کلیدی می‌توانند طیف وسیعی از نیازها را پوشش دهند: (۱) طرح پایه اوسواتیچ با حداکثر بازیابی فشار سکون، (۲) طرح کمینه‌طول با حداقل اشغال فضا و وزن، (۳) طرح با بیشترین طول به‌عنوان مرجع تحلیلی، و (۴) یک طرح بهینه وزن‌دار با قابلیت تنظیم بر اساس اولویت‌های پروژه.

پایداری فوق‌العاده بازیابی فشار سکون: یافته برجسته این تحلیل، حساسیت بسیار پایین بازیابی فشار سکون به تغییرات هندسی است. نتایج کاوش پارامتریک نشان داد که در فضای معتبر SOL، با تغییر ۲۸٪ در طول کل رمپ‌ها (از ۳۹۳,۵ تا ۵۰۱,۵ میلی‌متر)، بازیابی فشار سکون تنها حدود ۰,۱٪ تغییر می‌کند (از ۰,۶۲۳۱ تا ۰,۶۲۴۱).

تطابق عالی حل تحلیلی و عددی: مقایسه چهار هندسه کلیدی در جدول ۱ تأیید می‌کند که اختلاف بین نتایج تحلیلی و عددی بسیار ناچیز (۱ تا ۴ درصد) است که دقت چارچوب پیشنهادی را تأیید می‌کند.

برتری طرح کمینه‌طول: این ثبات بالا نشان می‌دهد که انتخاب طرح با طول کمینه (۳۹۳,۵ میلی‌متر) تقریباً هیچ ضرر آیرودینامیکی



قابل توجهی به‌همراه ندارد، در حالی که مزایای ساختاری چشمگیری (کاهش وزن و پیچیدگی) فراهم می‌کند. این یافته، دیدگاه سنتی مبنی بر ضرورت رعایت دقیق شرط اوسواتیچ را با بازنگری مهندسی همراه می‌کند و طرح‌های کوتاه‌تر SOL را به گزینه‌ای هوشمندانه و کارآمد برای کاربردهای عملیاتی با محدودیت‌های فضایی و وزنی تبدیل می‌سازد.

در نهایت، اگرچه این پژوهش بر فضای طراحی ایده‌آل غیرلزج متمرکز بوده است، اما روندهای بنیادین کشف‌شده بینش ارزشمندی برای طراحان فراهم می‌کند. این مطالعه به‌عنوان یک گام ضروری در مرحله طراحی مفهومی عمل می‌کند و خروجی آن می‌تواند مستقیماً به‌عنوان نقطه شروع برای بهینه‌سازی‌های پیشرفته‌تر با در نظر گرفتن اثرات لزجت، انحراف کلاهی و سیستم‌های تخلیه لایه مرزی مورد استفاده قرار گیرد.

۵. منابع

- [7] A. Kantrowitz, "The supersonic axial-flow compressor," Nat. Advis. Comm. Aeronaut., NACA TR 974, 1950.
- [8] A. Kantrowitz, "Preliminary investigation of supersonic diffusers," Nat. Advis. Comm. Aeronaut., NACA RM E45A02, 1945.
- [9] K. Oswatitsch, "Pressure recovery for missiles with reaction propulsion at high supersonic speeds (the efficiency of shock diffusers)," in *Contributions to the Development of Gasdynamics: Selected Papers*, Translated on the Occasion of K. Oswatitsch's 70th Birthday. Berlin, Germany: pp. 290-323, Springer, 1980.
- [10] K. Oswatitsch, "Extreme speeds and thermodynamic states in supersonic flight," *Zeitschrift fuer Flugwissenschaften*, NACA TM 1434, 1958.
- [11] U. Ahsun, A. Merchant, J. D. Paduano, and M. Drela, "Design of a near-isentropic supersonic inlet using active control," *J. Propuls. Power*, vol. 21, no. 2, pp. 292-299, 2005.
- [12] Z. Altaf, N. Iqbal, H. Haider, and S. Salamat, "Combined methodology for conceptual design of 2D external compression inlet and dual serpentine diffuser," in *Proc. 19th Int. Bhurban Conf. Appl. Sci. Technol. (IBCAST)*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, pp. 707-716, 2022.
- [13] J. Zhang, Y. Cai, and Z. Wang, "TBCC engine inlet design and ramp angle optimization," in *New Trends in Fluid Mechanics Research: Proc. Fifth Int. Conf. Fluid Mech.*, Shanghai, China, 2007. Berlin, Germany: pp. 452-455, Springer, 2007.
- [14] J. P. Singh Sandhu, M. Bhardwaj, A. Sharma, N. Ananthkrishnan, and I.-S. Park, "Multi-objective optimization of arbitrary supersonic intake based on axiomatic design theory using Kriging/MOGA," in *Proc. AIAA AVIATION 2023 Forum*, Art. no. 4445, 2023.
- [15] M. Aziz, H. Elbanna, and M. Abdelrahman, "Design optimization of a three dimension supersonic intake using the CFD-RC package," in *Proc. Tenth Int. Congr. Fluid Dyn. (ICFD10)*, 2010.
- [16] S. Khurana, N. K. Gahlot, and N. K. Singh, "Pressure feedback technique to improve performance of a supersonic air intake at Mach 2.2," *FME Trans.*, vol. 53, no. 4, pp. 595-606, 2025.
- [17] P. Wilson and D. L. Zhang, "Supersonic inlet design using method of characteristics and computational fluid dynamics," in *Proc. 2025 Regional Student Conf.*, Art. no. 98188, 2025.
- [18] Y. Ma, M. Guo, Y. Zhang, J. Le, Y. Tian, S. Tong, H. Zhang, F. Tang, and Z. Zhao, "Dynamic multi-objective optimization of scramjet inlet based on small-sample Kriging model," *Phys. Fluids*, vol. 35, no. 9, p. 095125, 2023.
- [19] J. Sandhu, M. Bhardwaj, N. Ananthkrishnan, A. Sharma, and I. Park, "Multi-objective aerodynamic optimization of external compression supersonic intake using Kriging/MOGA," arXiv preprint arXiv:2401.16750, 2024.
- [20] N. Khobragade, S. Unnikrishnan, and R. Kumar, "Flow instabilities and impact of ramp-isolator junction on shock-boundary-layer interactions in
- [1] Y. F. M. Yuhendri, N. A. R. N. Mohd, S. Mat, M. N. M. Nasir, N. Othman, A. S. M. Rafie, and M. H. Azami, "Impact of cowl deflections on scramjet intake aerodynamics with shock-on-lip condition," *J. Aeronaut. Astronaut. Aviat.*, vol. 55, no. 3S, pp. 461-468, 2023.
- [2] R. Askari and M. Soltani, "Two- and three-dimensional numerical simulations of supersonic ramped inlet," *Sci. Iran.*, vol. 25, no. 4, pp. 2198-2207, 2018.
- [3] Y. Zhang, H.-J. Tan, J.-F. Li, H. Chen, and C. Wang, "Ramp shock regulation of supersonic inlet with shape memory alloy plate," *AIAA J.*, vol. 56, no. 4, pp. 1696-1702, 2018.
- [4] G. Kurth and C. Bauer, "Air intake development for supersonic missiles," in *Proc. 44th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propuls. Conf. Exhibit*, Art. no. 5263, 2008.
- [5] E. L. Goldsmith and J. Seddon, *Practical Intake Aerodynamic Design*. Reston, VA, USA: Amer. Inst. Aeronaut. Astronaut., 1993.
- [6] J. R. Erwin, L. C. Wright, and A. Kantrowitz, *Investigation of an Experimental Supersonic Axial-Flow Compressor*. Washington, DC, USA: NACA, 1947.

- [35] V. Babu, *Fundamentals of Gas Dynamics*. Cham, Switzerland: Springer Int. Publishing, 2020.
- [36] R. D. Zucker and O. Biblarz, *Fundamentals of Gas Dynamics*, 3rd ed. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2019.
- [37] J. Slater, "Design and analysis tool for external-compression supersonic inlets," in *Proc. 50th AIAA Aerosp. Sci. Meeting including New Horizons Forum Aerosp. Expo.*, Art. no. 16, 2012.
- [38] H. Ran and D. Mavris, "Preliminary design of a 2D supersonic inlet to maximize total pressure recovery," in *Proc. AIAA 5th ATIO 16th Lighter-Than-Air Syst. Technol. Balloon Syst. Conf.*, Art. no. 7357, 2005.
- [39] L. A. Zadeh, "Optimality and non-scalar-valued performance criteria," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 8, no. 1, pp. 59-60, 1963.
- [40] A. Abraham and L. Jain, "Evolutionary multiobjective optimization," in *Evolutionary Multiobjective Optimization: Theoretical Advances and Applications*. London, U.K.: pp. 1-6, Springer, 2005.
- [41] N. Srinivas and K. Deb, "Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms," *Evol. Comput.*, vol. 2, no. 3, pp. 221-248, 1994.
- [42] C. Hillermeier, *Nonlinear Multiobjective Optimization: A Generalized Homotopy Approach*. Basel, Switzerland: Birkhäuser, 2012.
- [43] H. Li, S. Zhang, F. Luo, W. Chen, and Y. Long, "Design and optimization of two dimensional inlet from perspective of scramjet performance," *J. Aircr.*, early access, pp. 1-13, 2025.
- [44] S. Çalış Geboloğlu, "Surrogate-based design optimization for a supersonic diverterless intake," M.S. thesis, Dept. Aerosp. Eng., Middle East Tech. Univ., Ankara, Turkey, 2024.
- [45] R. T. Marler and J. S. Arora, "Survey of multi-objective optimization methods for engineering," *Struct. Multidiscip. Optim.*, vol. 26, no. 6, pp. 369-395, 2004.
- [46] K. Deb and J. Sundar, "Reference point based multi-objective optimization using evolutionary algorithms," in *Proc. 8th Annu. Conf. Genet. Evol. Comput.*, pp. 635-642, 2006.
- [47] K. Miettinen, *Nonlinear Multiobjective Optimization*. Boston, MA, USA: Springer Sci. Business Media, 1999.
- [48] K. Miettinen, J. Hakanen, and D. Podkopaev, "Interactive nonlinear multiobjective optimization methods," in *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*. New York, NY, USA: pp. 927-976, Springer, 2016.
- [49] V. Chankong and Y. Y. Haimes, *Multiobjective Decision Making: Theory and Methodology*. Mineola, NY, USA: Dover, 2008.
- [50] H. Gan, Q. Liu, Z. Luo, Q. Sun, and W. Xie, "Surrogate-based multi-objective optimization for inlet flow separation control using self-sustaining synthetic jet," *Int. J. Heat Fluid Flow*, vol. 117, p. 110088, 2026.
- [51] ANSYS Inc., *ANSYS Fluent Theory Guide*, Release 15.0. Canonsburg, PA, USA, pp. 724-746, 2011.
- [52] J. E. Matsson, *An Introduction to ANSYS Fluent 2023*. Mission, KS, USA: SDC Publ., 2023.
- a supersonic intake," *J. Fluid Mech.*, vol. 953, p. A30, 2022.
- [21] N. Khobragade and R. Kumar, "Control of shock wave/boundary layer interactions in a supersonic air intake using a modified backward-facing step," *Shock Waves*, vol. 32, no. 6, pp. 467-483, 2022.
- [22] G. Dashora, S. Unnikrishnan, and R. Kumar, "Effects of inflow boundary layers on performance and linear dynamics of supersonic inlets," *Aerosp. Sci. Technol.*, vol. 168, p. 111106, 2026.
- [23] M. E. Ozcan and N. Sezer Uzol, "Parametric study of shock/boundary-layer interaction and swirl metrics in bleed-enabled external compression intakes," *Computation*, vol. 13, no. 12, p. 289, 2025.
- [24] J. Sandhu, M. Bhardwaj, N. Ananthkrishnan, A. Sharma, I. Park, S. Jin, and J. Ryu, "Aerodynamic design considerations for biconic supersonic air intakes revisited," arXiv preprint arXiv:2512.22308, 2025.
- [25] M. R. Soltani, M. Abedi, and J. Sepahi Younsi, "Experimental investigation of the buzz cycle in a supersonic axisymmetric intake," *Modares Mechanical Engineering*, vol. 14, no. 16, pp. 311-320, 2015. (in Persian فارسی)
- [26] E. B. Saheby, Gh. Olyaei, and A. Kebriaee, "Design and numerical analysis of Mach 3.0 inlet," *Modares Mechanical Engineering*, vol. 17, no. 4, pp. 199-208, 2017. (in Persian فارسی)
- [27] M. H. Dowlatabadi, F. Ghaderi, M. H. Mohammadi, and M. N. Tajeddin, "2-D aerodynamic design of turbojet engine S-shaped air intake considering the engine nose effects," *Journal of Solid and Fluid Mechanics*, vol. 1, no. 1, pp. 59-69, 2012. (in Persian فارسی)
- [28] S. H. Sadatpour and A. Madadi, "Optimization of S-shaped inlet diffuser for improvement of total pressure loss and flow uniformity," *Amirkabir J. Mech. Eng.*, vol. 52, no. 11, pp. 783-786, 2021. (in Persian فارسی)
- [29] A. Ebrahimi and M. Zare Chavoshi, "Numerical investigation of back pressure and free-stream effects on a mixed compression inlet performance," *Scientia Iranica*, vol. 25, no. 2, pp. 751-761, 2018.
- [30] A. Ebrahimi and M. Zare Chavoshi, "Effect of free stream Mach number on a mixed compression inlet performance," *Modares Mechanical Engineering*, vol. 16, no. 7, pp. 275-284, 2016. (in Persian فارسی)
- [31] J. D. Anderson, *Modern Compressible Flow: With Historical Perspective*. New York, NY, USA: McGraw-Hill, 1990.
- [32] A. J. Lang, D. P. Connolly, G. de Boer, S. Shahpar, B. Hinchliffe, and C. A. Gilkeson, "A review of Hyperloop aerodynamics," *Comput. Fluids*, vol. 273, p. 106202, 2024.
- [33] Y. Li, D. Sun, X. Tian, Y. Yuan, X. Luo, and K. Zhang, "Design of reverse bleed slot for curved axisymmetric inlet based on Kantrowitz criterion and flow field characteristics," *Aerospace*, vol. 11, no. 7, p. 553, 2024.
- [34] J. D. Anderson, *Fundamentals of Aerodynamics*, 3rd ed. New York, NY, USA: McGraw-Hill, 2001.

- [53] H. K. Versteeg and W. Malalasekera, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*, 2nd ed. Harlow, U.K.: Pearson Educ., 2007.
- [54] C. Hirsch, *Numerical Computation of Internal and External Flows: The Fundamentals of Computational Fluid Dynamics*. Oxford, U.K.: Butterworth-Heinemann, 2007.
- [55] J. P. Singh Sandhu, M. Bhardwaj, A. Sharma, N. Ananthkrishnan, and I.-S. Park, "Investigation of flow phenomena in the optimization of supersonic intake design with a RANS solver," in *Proc. 25th AIAA Int. Space Planes Hypersonic Syst. Technol. Conf.*, Art. no. 3019, 2023.
- [56] D. Whitaker, B. Grossman, and R. Löhner, "Two-dimensional Euler computations on a triangular mesh using an upwind, finite-volume scheme," in *Proc. 27th Aerosp. Sci. Meeting*, Art. no. 470, 1989.
- [57] M.-S. Liou, "A sequel to AUSM," *J. Comput. Phys.*, vol. 129, no. 2, pp. 364-382, 1996.
- [58] M.-S. Liou, "A sequel to AUSM, Part II: AUSM+-up for all speeds," *J. Comput. Phys.*, vol. 214, no. 1, pp. 137-170, 2006.
- [59] D. de Feo, N. Qin, and T. Birch, "A MUSCL and WENO-PNS approach for vortex dominated flowfields," in *Proc. 48th AIAA Aerosp. Sci. Meeting Including New Horizons Forum Aerosp. Expo.*, Art. no. 503, 2010.
- [60] B. van Leer, "Towards the ultimate conservative difference scheme. V. A second-order sequel to Godunov's method," *J. Comput. Phys.*, vol. 32, no. 1, pp. 101-136, 1979.
- [61] H. Nishikawa, "A truncation error analysis of third-order MUSCL scheme for nonlinear conservation laws," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, vol. 93, no. 4, pp. 1031-1052, 2021.
- [62] M. K. Jain and S. Mittal, "Euler flow in a supersonic mixed-compression inlet," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, vol. 50, no. 12, pp. 1405-1423, 2006.
- [63] E. Kwak, H. Lee, and S. Lee, "Numerical simulation of flows around axisymmetric inlet with bleed regions," *J. Mech. Sci. Technol.*, vol. 24, no. 12, pp. 2487-2495, 2010.
- [64] W. Anderson and N. Wong, "Experimental investigation of a large scale, two-dimensional, mixed compression inlet system-Performance at supersonic conditions, M equals 1.55 to 3.2," NASA CR-1972, 1971.

۵. پی‌نوشت‌ها

- 1 SOL: Shock On Lip
- 2 Spillage Flow
- 3 Oswatitsch
- 4 Kantrowitz
- 5 SBLI: Shock Boundary Layer Interaction
- 6 Unstart Margin
- 7 Numerical dissipation