بررسی رفتار آیروالاستیک بال کامپوزیتی در جریان تراکم‌پذیر

تورج فرسادی[1]، حسن حدادپور[2] ، سید علی سینا[3]
دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۰۵/۱۶
تاریخ ارزیابی نهایی: ۱۳۹۰/۰۹/۲۷

چکیده

در این مقاله رفتار آیروالاستیک بال ساخته شده از مواد مرکب در جریان تراکم‌پذیر بررسی شده است. برای شبیه‌سازی رفتار سازه بال از تیر ساخته شده از مواد غیر ایزوتروپ که دارای سطح مقطع بسته با دیواره‌های نازک/ ضخیم است، استفاده شده است. برای ایجاد همبندی مناسب بین مودهای خمش و پیچش، روش لایه‌چینی سختی محیطی نامتقارن به‌کار گرفته شده است. برای شبیه‌سازی آیرودینامیک ناپایای تراکم‌پذیر نیز از روش آیرودینامیک نواری براساس استفاده از توابع اندیسی (Indicial Function) در محدوده تراکم‌پذیر استفاده شده است. در نهایت نتایج برای چند بال نمونه ارایه شده و با مراجع موجود مقایسه شده است.

کلیدواژه:

تیر جدار نازک، موادمرکب، آیروالاستیسیته، جریان‌تراکم‌پذیر ناپایا.

مقدمه

نیاز به انعطاف‌پذیری زیاد در هواپیماهای سرعت بالا، رویکرد جدیدی در طراحی این نوع پرنده‌ها ایجاد کرده است. برای رسیدن به چنین اهدافی، باید مفاهیم پیشرفته‌ی طراحی که منجر به افزایش کیفیت پاسخ استاتیکی و دینامیکی هواپیما می‌شود، مورد بررسی قرار گیرد. یکی از راههای رسیدن به اهداف فوق استفاده از مواد مرکب در سازه‌های هوایی است [۱]. خواص جهت‌دار مواد مرکب این قابلیت را می‌دهد که همبند الاستیک مناسب و دلخواه با انتخاب صحیح زوایای لایه‌ها به‌دست آید. با توجه به نیاز روز افزون به استفاده از مواد مرکب در سازه‌های هوایی و به خصوص بال هواپیما، لزوم بررسی اثر پارامترهای مختلف از جمله زوایای الیاف و نحوه‌ی لایه‌چینی مواد مرکب در مرزهای ناپایداری آیروالاستیک نظیر فلاتر و واگرایی مشخص می‌شود.

با توجه به ماهیت غیرپایستار مساله، روش آنالیز مودال کلاسیک برای حل این مساله مقدار ویژه /مقدار مرزی قابل استفاده نیست. دلیل غیرپایستار بودن مساله وجود عبارت میرایی آیرودینامیکی در مساله است، که در این صورت روش آنالیز مودال کلاسیک توانایی قطری کردن سیستم را ندارد. برای حل سیستم غیرپایستار، نیاز به جداسازی متغیرها به شکل فضای حالت وجود دارد. همچنین بارهای آیرودینامیکی ناپایا نیز به شکل سازگار که فضای‌حالت نامیده می‌شود، تبدیل شده است. یکی از مزایای این شکل نوشتن معادلات این است که به راحتی می‌توان کنترل را به آن اضافه نمود [۲].

در مطالعات اولیه [۳-۵] سازه‌ی بال به صورت تیر غیر ایزوتروپ با استفاده از ترکیب تیر خمشی اویلر-برنولی و تیر پیچشی سنت و نانت مدل شده بود. کراولی و همکاران در کارهایشان [۶ و ۷] اثر وارپینگ را بر ارتعاشات پیچشی یک تیر که دارای کوپلینگ خمش ـ پیچش بود، را بررسی کردند. کازا و کیلب [۸] ارتعاشات پیچشی تیری چرخان که از ابتدا دارای زاویه پیش‌پیچش بود و نسبت منظری آن تغییر می‌کرد را با در نظر گرفتن اثرات اعوجاج بررسی کردند. آنها پیشنهاد کردند که اثرات اعوجاج حتی برای یک پره ایزوتروپ نیز بایستی در نظر گرفته شود. سانگ و لیبرسکو [۹] اثر وارپینگ اولیه و ثانویه را در مدل‌سازی یک تیر کامپوزیتی جدار نازک معرفی و بررسی کردند. اولین بارتیمشینکو [۱۰] اثر تغییر شکل برش عرضی را در مدلسازی تیر وارد کرد. بعد از او دیویس [۱۱] و جاکوبسن [۱۲] این اثر را بر فرکانسهای طبیعی تیر فلزی یکنواخت و یکسرگیردار بررسی

۱. کارشناس farsadi@gmail.com
۲. استاد Haddadpour@sharif.edu
۳. دانشجوی دکترا sasina@ae.sharif.edu

کردند. کین و لیبرسکو [۱۳] رفتار آیروالاستیک بال کامپوزیتی را با لایه‌چینی خاص مطالعه نمودند و در نهایت حدادپور و همکاران [۱۴] مرزهای پایداری تیر جدار نازک را با استفاده از روش تعمیم یافته‌ی گلرکین، در جریان تراکم ناپذیر در حالت عام به‌دست آوردند.

در ادامه‌ی کارهای انجام شده، در این مقاله بال هواپیما به صورت تیر جدار نازک ساخته شده از مواد مرکب با سطح مقطع بسته مدل خواهد شد. در ادامه با استفاده از آیرودینامیک ناپایا تراکم‌پذیر معادلات آیروالاستیک بال استخراج خواهد شد. سپس با روش تعمیم‌یافته گلرکین معادلات به شکل فضای حالت تبدیل شده و مساله‌ی مقدار ویژه حل شده و مرزهای پایداری به‌دست خواهد آمد. سپس با حل معادلات درحوزه زمان پاسخ آیروالاستیک بال به‌دست خواهد آمد.

الگوی سازه‌ای تیر جدار نازک

تیر جدار نازک در نظر گرفته شده، از مواد مرکب ساخته شده است. الگوی سازه‌ای تیر شامل بعضی از اثرات غیرکلاسیک نظیر اثر برش عرضی، اثر وارپینگ اولیه و ثانویه و اثر اینرسی چرخشی است. همچنین از میان انواع لایه‌چینی، روش سختی محیطی نامتقارن (شکل ۱)، انتخاب شد که با این انتخاب همبندی‌های مناسبی جهت عملکرد بال هواپیما به دست می‌آید. الگوی سازه‌ی تیر جدار نازک از کار شادمهری و حدادپور الگوبرداری شده است [۱۴].

در مدل تیر اثرات غیرکلاسیک زیر در نظر گرفته شده است:

- غیر ایزوتروپ بودن موادی که لایه‌ها از آن ساخته شده است.
- اثرات تغییر شکل برش عرضی
- مدل پیچشی غیر یکنواخت، بدین مفهوم که نرخ پیچش $\frac{d\phi}{dx}$ ثابت فرض نمی‌شود بلکه تابعی از طول تیر $\left(\frac{d\phi}{dx} \equiv f\left(x\right)\right)$ در نظر گرفته می‌شود.
- اثرات اعوجاج اولیه و ثانویه

به دلیل در نظر گرفتن اثرات برش عرضی این معادلات قابلیت مدلسازی تیر جدار ضخیم و همچنین مدلسازی مواد با انعطاف‌پذیری بالا در برش را دارا هستند. علاوه بر موارد فوق فرضیات زیر نیز در این مدلسازی در نظر گرفته شده است:

- سطح مقطع تیر در صفحه سطح مقطع دچار تغییر شکل نمی‌شود.
- فرض شده است که مولفه‌های تنش محیطی $\left(N_{ss}\right)$ در مقایسه با سایر مولفه‌های تنش قابل صرف‌نظر کردن هستند.(چون از تنش‌های برشی در راستای محیطی صرف‌نظر شده است)
- تمامی تغییر شکل‌ها کوچک بوده و تئوری خطی الاستیسیته قابل اعمال است.

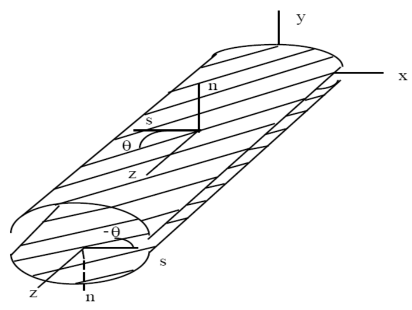
همچنین شایان ذکر است که بر پایه‌ی فرض اول، کرنش‌های $\left(\gamma_{ns}, \varepsilon_{ss}, \varepsilon_{nn}\right)$ بایستی صفر در نظر گرفته شوند. اما این فرض باعث پیش‌بینی بیش از حد واقع برای مقادیر سختی می‌شود. بنابراین به عنوان جایگزین فرض می‌کنیم که تنش یا مولفه‌های تنش متناظر صفر هستند. با توجه به فرضیات فوق و جهت تبدیل مساله سه بعدی به یک مساله یک بعدی، میدان جابجایی به صورت زیر فرض می‌شود، که در آن:

$$\begin{aligned} u(x,y,z,t) &= u_0(z,t) - y\phi(z,t) \\ v(x,y,z,t) &= v_0(z,t) + x\phi(z,t) \\ w(x,y,z,t) &= w_0(z,t) + \theta_x(z,t)\left[y(s) - n\frac{dx}{ds}\right] \\ &+\theta_y(z,t)\left[x(s) + n\frac{dy}{ds}\right] - \phi'(z,t)\left[F_w(s) + na(s)\right] \end{aligned} \quad (۱)$$

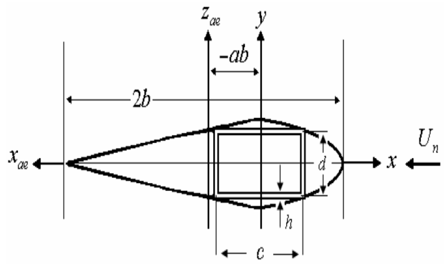
$$\begin{aligned} \theta_x(z,t) &= \gamma_{yz}(z,t) - v_0'(z,t) \\ \theta_y(z,t) &= \gamma_{xz}(z,t) - u_0'(z,t) \\ a(s) &= -y(s)\frac{dy}{ds} - x(s)\frac{dx}{ds} \end{aligned} \quad (۲)$$

در روابط فوق $\left(\theta_y(z,t), \theta_x(z,t)\right)$ چرخش حول محورهای x,y بوده و γ_{xz}, γ_{yz} کرنش برشی عرضی در صفحات xz, yz را به ترتیب مشخص می‌کنند.

با استفاده از میدان جابجایی و فرضیات مطرح شده میدان کرنش به دست می‌آید و سپس با استفاده از قانون هوک تنش و منتجه‌های آن به دست می‌آید. برای مطالعه بیشتر در خصوص مدل سازه به مرجع [۹] مراجعه شود.



شکل ۱. لایه‌چینی به روش سختی نامتقارن محیطی



شکل ۲. مختصات آیرودینامیکی وسازه‌ای

دستگاه معادله‌ی حرکت سازه از اصل همیلتون تعمیم یافته که در رابطه ۳ ارائه شده است، به‌دست می‌آید.

$$\begin{aligned}&\int_{t_1}^{t_2}(\delta T-\delta V+\delta W)dt=0\\&\delta u_0=\delta v_0=\delta w_0=\delta\theta_x=\delta\theta_y=\delta\phi=0\\&\quad at\quad t=t_1,t_2\end{aligned} \tag{۳}$$

انرژی جنبشی سیستم:

$$T=\frac{1}{2}\int_0^L\oint_C\sum_{k=1}^{N}\int_{h(k)}\rho^{(k)}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2\right]dndsdz \tag{۴}$$

و انرژی پتانسیل به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned}&V=\frac{1}{2}\int_\tau\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}d\tau=\\&\frac{1}{2}\int_0^L\oint_C\sum_{k=1}^{N}\int_{h(k)}[\sigma_{zz}\varepsilon_{zz}+\sigma_{sz}\varepsilon_{sz}+\sigma_{nz}\varepsilon_{nx}]_{(k)}dndsdz\end{aligned} \tag{۵}$$

و در نهایت کار نیروهای خارجی نیز به شکل زیر تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned}\delta W=&\int_0^L(p_x(z,t)\delta u_0(z,t)+p_y(z,t)\delta v_0(z,t)+\\&p_z(z,t)\delta w_0(z,t)+m_x(z,t)\delta\theta_x(z,t)+\\&m_y(z,t)\delta\theta_y(z,t)+(m_z+b'_w)\delta\phi(z,t))dz\end{aligned} \tag{۶}$$

آیرودینامیک تراکم‌پذیر ناپایا

به طور کلی برای الگوسازی آیرودینامیک مسائل آیروالاستیسته سه دیدگاه وجود دارد که شامل استفاده از مفاهیمی نظیر جریان پایا، جریان شبه پایا و جریان ناپایا در رژیم‌های مختلف پروازی می‌شود. جریانهای پایا و شبه پایا درپیش‌بینی محدوده‌ی فلاتر دارای خطا هستند. بنابراین برای محاسبه‌ی رفتار آیروالاستیک واقعی باید از جریان ناپایا استفاده نمود. تئوری‌های تحلیلی آیرودینامیک ناپایا سه بعدی با فرض نسبت منظری بالای بال و کم بودن اثرات سه بعدی توسعه یافته‌اند و در بال‌های با نسبت منظری پائین دارای خطای زیادی هستند.

به طور کلی ضرایب نیروی برآ وگشتاور آیرودینامیکی برای جریان تراکم ناپذیر روی مقاطع بال برحسب دو مولفه نسبت به محور الاستیک مشتمل بر یک جریان غیرچرخشی و یک جریان چرخشی بیان می‌شود. جریان چرخشی از جریان آزاد و نیز اثرات جریان منظم پائینی(گرداب‌ها) نسبت به محور الاستیکی که عمود برخطوط وتری است، متاثر است. مولفه‌ی غیرچرخشی نیروی برا و گشتاور آیرودینامیکی اثر جرمی مجازی بوده که در مقایسه با مولفه جریان چرخشی کوچک است. ولی در جریان تراکم پذیر اثر جرم مجازی مفهوم خود را از دست می دهد و بنابراین در فرمول ها فقط از قسمت چرخشی استفاده می شود [۱۵]. مدل آیرودینامیکی بر پایه‌ی توابع نمائی روش عمومی و راحت وکارآمد برای توصیف جریان ناپایدار تراکم‌پذیر است [۱۵].

این اصل در حقیقت از نکات زیر بر می‌آید:

- هر کجا که فرضیه خطی معتبر باشد، زمانی که توابع نمائی مناسب در دسترس باشد، نیروهای آیرودینامیکی ناپایدار برای حرکت‌های کوچک دلخواه می‌توانند بر اساس انتگرال کانولوشن به‌دست آید.
- توابع نمائی مورد بحث می‌توانند توسط تقریب‌های مختلفی مانند CFD یا بوسیله‌ی روش‌های تجربی به‌دست آید.

در جریان تراکم‌ناپذیر نیروی برآ و گشتاور آیرودینامیکی شامل یک عبارت توابع نمائی می‌شود، ولی در جریان تراکم‌پذیر این توابع شامل چهار عبارت توابع نمائی می‌شود. توابع نمائی در جریان تراکم‌پذیر شامل توابع ϕ_c,ϕ_{cM} و ϕ_{cq},ϕ_{cMq} در لبه ی حمله می باشند و توابع نمائی برآ وگشتاور تراکم پذیر نامیده می‌شوند که به زاویه‌ی پیچش α و نرخ زاویه‌ی پیچش q مربوط می‌شوند. قسمت چرخشی نیروی برا شامل دو بخش سرعت عمودی و سرعت زاویه ای است. توابع نمائی مربوط به هر دو بخش در فاصله ی $b(a+1)$ پشت لبه‌ی حمله شامل $\bar{\phi}_c(t),\bar{\phi}_{cq}(t)$است. برای گشتاور آیرودینامیکی نیز به همین ترتیب شامل مقادیر $\bar{\phi}_{cM}(t),\bar{\phi}_{cMq}(t)$ می‌شود.

با تعریف فروشار به شکل زیر:

$$\begin{aligned}&w_a(x,z,t)=\\&[\dot{v}_0-U_n\phi]-x[\dot{\phi}]\triangleq\hat{w}_a(z,t)-x\hat{\dot{\phi}}_a(z,t).\end{aligned} \tag{۷}$$

نیروی برا و گشتاور پیچشی آیرودینامیکی به شکل زیر بیان می‌شود:

$$
\begin{aligned}
&L_{ae}\left(z,t\right)=\frac{1}{2}C_{L\phi}\rho U_n^2\left(2bL\right)\times\\
&\left[\frac{\hat{w}_a(z,0)}{U_n}\bar{\phi}_c\left(t\right)+\int_0^t\frac{1}{U_n}\frac{d\hat{w}_a\left(z,\sigma\right)}{d\sigma}\bar{\phi}_c\left(t-\sigma\right)d\sigma\right.\\
&\left.+\frac{2b\dot{\hat{\phi}}_a\left(z,0\right)}{U_n}\bar{\phi}_{cq}\left(t\right)+\frac{2b}{U_n}\int_0^t\frac{d\dot{\hat{\phi}}_a\left(z,\sigma\right)}{d\sigma}\bar{\phi}_{cq}\left(t-\sigma\right)d\sigma\right]
\end{aligned}
\tag{۸}
$$

$$
\begin{aligned}
&T_{ae}\left(z,t\right)=\frac{1}{2}C_{L\phi}\rho U_n^2(2b)(2bL)\times\\
&\left[\frac{\hat{w}_a(z,0)}{U_n}\bar{\phi}_{cM}\left(t\right)+\int_0^\tau\frac{1}{U_n}\frac{d\hat{w}_a\left(z,\sigma\right)}{d\sigma}\bar{\phi}_{cM}\left(t-\sigma\right)d\sigma\right.\\
&\left.+\frac{2b}{U_n}\dot{\hat{\phi}}_a(z,0)\bar{\phi}_{cMq}\left(t\right)+\frac{2b}{U_n}\int_0^t\frac{d\dot{\hat{\phi}}_a\left(z,\sigma\right)}{d\sigma}\bar{\phi}_{cMq}\left(t-\sigma\right)d\sigma\right]
\end{aligned}
\tag{۹}
$$

برای تبدیل L_{ae}, T_{ae} به شکل فضای حالت، از تقریب چندجمله‌ای شبیه رابطه ۱۰ برای توابع نمایی استفاده می شود. این توابع شامل ضرایب مشخصی هستند که برای هر ماخ پروازی در رژیم‌های پروازی مختلف به‌دست آمده‌اند [۱۵]. برای اصلاح قسمت چرخشی نیروی برا و گشتاور الگوی آیرودینامیکی تراکم‌پذیر ناپایا از توابع اندیسی که در رابطه ۱۰ ارائه شده، استفاده شده است. که شامل توابع نمایی، نیروی برا و گشتاور تراکم‌پذیر مربوط به زاویه‌ی پیچش و نرخ زاویه‌ی پیچش می‌شوند.

$$
\begin{aligned}
&\bar{\phi}_c(t)=\phi_c(t),\\
&\bar{\phi}_{cM}(t)=\phi_{cM}(t)+\left(\frac{a}{2}+\frac{1}{2}\right)\phi_c(t),\\
&\bar{\phi}_{cq}(t)=\phi_{cq}(t)-\left(\frac{a}{2}+\frac{1}{2}\right)\phi_c(t),\\
&\bar{\phi}_{cMq}(t)=\phi_{cMq}(t)+\left(\frac{a}{2}+\frac{1}{2}\right)\left(\phi_{cq}(t)-\phi_{cM}(t)\right)\\
&\qquad-\left(\frac{a}{2}+\frac{1}{2}\right)^2\phi_c(t).\\
&\phi_{c,cq,cM,cMq}(M,\tau)=\\
&\left[\alpha_{0(c,cq,cM,cMq)}(M)-\sum_{i=1}^{3}\alpha_{i(c,cq,cM,cMq)}(M)\exp(-\beta_i\tau)\right]H(\tau).
\end{aligned}
\tag{۱۰}
$$

که در آن $H(\tau)$ تعریف تابع پله هوی‌سایداست. با فرض

$$
\begin{aligned}
&\int_0^t\frac{1}{U_n}\frac{d\hat{w}_a\left(z,\sigma\right)}{d\sigma}\bar{\phi}_c\left(t-\sigma\right)d\sigma=D_1\left(z,t\right),\\
&\frac{2b}{U_n}\int_0^t\frac{d\dot{\hat{\phi}}_a\left(z,\sigma\right)}{d\sigma}\bar{\phi}_{cq}\left(t-\sigma\right)d\sigma=D_2\left(z,t\right),\\
&\int_0^t\frac{1}{U_n}\frac{d\hat{w}_a\left(z,\sigma\right)}{d\sigma}\bar{\phi}_{cM}\left(t-\sigma\right)d\sigma=D_3\left(z,t\right),\\
&\frac{2b}{U_n}\int_0^t\frac{d\dot{\hat{\phi}}_a\left(z,\sigma\right)}{d\sigma}\bar{\phi}_{cMq}\left(t-\sigma\right)d\sigma=D_4\left(z,t\right).
\end{aligned}
\tag{۱۱}
$$

عبارات زیر به دست می‌آیند:

$$
\begin{aligned}
&D_1\left(z,t\right)=\frac{\bar{\alpha}_{0_c}\hat{w}_a\left(z,t\right)}{U_n}-\sum_{i=1}^{3}\bar{\alpha}_{i_c}B_{i_c}\left(z,t\right),\\
&D_2\left(z,t\right)=\frac{2b\bar{\alpha}_{0_{cq}}\dot{\hat{\phi}}_a\left(z,t\right)}{U_n}-\sum_{i=1}^{3}\bar{\alpha}_{i_{cq}}B_{i_{cq}}\left(z,t\right),\\
&D_3\left(z,t\right)=\frac{\bar{\alpha}_{0_{cM}}\hat{w}_a\left(z,t\right)}{U_n}-\sum_{i=1}^{3}\bar{\alpha}_{i_{cM}}B_{i_{cM}}\left(z,t\right),\\
&D_4\left(z,t\right)=\frac{2b\bar{\alpha}_{0_{cMq}}\dot{\hat{\phi}}_a\left(z,t\right)}{U_n}-\sum_{i=1}^{3}\bar{\alpha}_{i_{cMq}}B_{i_{cMq}}\left(z,t\right).
\end{aligned}
\tag{۱۲}
$$

در نهایت برای نیروی برآ و ممان آیرودینامیکی داریم:

$$
\begin{aligned}
&L_{ae}\left(z,t\right)=\frac{1}{2}C_{L\phi}\rho U_n^2\left(2bL\right)\times\\
&\left[\frac{\bar{\alpha}_{0_c}\hat{w}_a\left(z,t\right)}{U_n}-\sum_{i=1}^{3}\bar{\alpha}_{i_c}B_{i_c}\left(z,t\right)\right.\\
&\left.+\frac{2b\bar{\alpha}_{0_{cq}}\dot{\hat{\phi}}_a\left(z,t\right)}{U_n}-\sum_{i=1}^{3}\bar{\alpha}_{i_{cq}}B_{i_{cq}}\left(z,t\right)\right],
\end{aligned}
\tag{۱۳}
$$

$$
\begin{aligned}
&T_{ae}\left(z,t\right)=\frac{1}{2}C_{L\phi}\rho U_n^2(2b)(2bL)\times\\
&\left[\frac{\bar{\alpha}_{0_{cM}}\hat{w}_a\left(z,t\right)}{U_n}-\sum_{i=1}^{3}\bar{\alpha}_{i_{cM}}B_{i_{cM}}\left(z,t\right)\right.\\
&\left.+\frac{2b\bar{\alpha}_{0_{cMq}}\dot{\hat{\phi}}_a\left(z,t\right)}{U_n}-\sum_{i=1}^{3}\bar{\alpha}_{i_{cMq}}B_{i_{cMq}}\left(z,t\right)\right].
\end{aligned}
\tag{۱۴}
$$

در این معادلات B_i ها در رابطه ۱۲ معرفی شده‌اند و بایستی دسته معادله زیر را ارضا کنند.

$$
\begin{aligned}
&\dot{B}_{i_c}\left(z,t\right)+(\beta_{i_c}\frac{U_n}{b})B_{i_c}\left(z,t\right)=\frac{1}{U_n}\frac{d\hat{w}_a\left(z,t\right)}{dt},\\
&\dot{B}_{i_{cq}}\left(z,t\right)+(\beta_{i_{cq}}\frac{U_n}{b})B_{i_{cq}}\left(z,t\right)=\frac{2b}{U_n}\frac{d\dot{\hat{\phi}}_a\left(z,t\right)}{dt},\\
&\dot{B}_{i_{cM}}\left(z,t\right)+(\beta_{i_{cM}}\frac{U_n}{b})B_{i_{cM}}\left(z,t\right)=\frac{1}{U_n}\frac{d\hat{w}_a\left(z,t\right)}{dt},\\
&\dot{B}_{i_{cMq}}\left(z,t\right)+(\beta_{i_{cMq}}\frac{U_n}{b})B_{i_{cMq}}\left(z,t\right)=\frac{2b}{U_n}\frac{d\dot{\hat{\phi}}_a\left(z,t\right)}{dt}.
\end{aligned}
\tag{۱۵}
$$

الگوی آیروالاستیک ناپایای تراکم‌پذیر

با در نظر گرفتن اندرکنش سازه و سیال دستگاه معادله‌ی آیروالاستیک به‌دست می‌آید. معادلات حاکم و شرایط مرزی سیستم آیروالاستیک را می‌توان از اصل همیلتون تعمیم‌یافته به‌دست آورد. با در نظرگرفتن نیروی برآ بر واحد طول بال و ممان پیچشی آیرودینامیکی حول محور مرجع و لایه‌چینی سختی محیطی نامتقارن و با صرف‌نظر کردن از زاویه پیچش اولیه، کل معادلات حرکت حاکم بر سیستم و شرایط مرزی مربوطه به دو دسته‌ی مجزا تقسیم می‌گردند که معادلات حاکم بر خمش ، پیچش و خمش عرضی مورد بررسی قرار می‌گیرند. این معادلات در ادامه آمده است.

$$\begin{aligned}
&\delta v_0 : a_{55}(v_0'' + \theta_x') + a_{56}\phi''' + L_{ae} = b_1\ddot{v}_0 \\
&\delta\theta_x : a_{33}\theta_x' + a_{37}\phi'' - a_{55}(v_0' + \theta_x) - a_{56}\phi'' + m_x = \\
&\qquad (b_4 + b_{14})\ddot{\theta}_x \\
&\delta\phi : a_{65}(v_0'''' + \theta_x'') - a_{66}\phi'''' + a_{73}\theta_x'' + a_{77}\phi'' + T_{ae} = \\
&\qquad (b_4 + b_5)\ddot{\phi} - (b_{10} + b_{18})\ddot{\phi}''
\end{aligned} \qquad (۱۶)$$

و شرایط مرزی در $z = 0$ به صورت:

$$v_0 = \theta_x = \phi = \phi' = 0 \qquad (۱۷)$$

و در $z = L$ به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
&\delta v_0 : a_{55}(v_0' + \theta_x') - a_{56}\phi''' = 0 \\
&\delta\theta_x : a_{33}\theta_x' + a_{37}\phi' = 0 \\
&\delta\phi : a_{65}(v_0'' + \theta_x') - a_{66}\phi''' + a_{73}\theta_x' + a_{77}\phi' = \\
&\qquad - (b_{10} + b_{18})\ddot{\phi}' \\
&\delta\phi' : a_{56}(v_0' + \theta_x) - a_{66}\phi'' = 0
\end{aligned} \qquad (۱۸)$$

برای حل این دستگاه از روش تعمیم یافته‌ی گلرکین استفاده خواهد شد، بدین منظور متغیرهای سازه‌ای و آیرودینامیکی به توابع زمانی و مکانی گسسته شده است.

$$\begin{aligned}
&v_0(z,t) = \boldsymbol{\Psi}_v^T(z)q_v(t) \\
&\theta_x(z,t) = \boldsymbol{\Psi}_x^T(z)q_x(t) \\
&\phi(z,t) = \boldsymbol{\Psi}_\phi^T(z)q_\phi(t) \\
&\bullet \\
&\bullet \\
&\bullet \\
&B_{1cMq}(z,t) = \boldsymbol{\Psi}_{B_{1cMq}}^T(z)q_{B_{1cMq}}(t) \\
&B_{2cMq}(z,t) = \boldsymbol{\Psi}_{B_{2cMq}}^T(z)q_{B_{2cMq}}(t) \\
&B_{3cMq}(z,t) = \boldsymbol{\Psi}_{B_{3cMq}}^T(z)q_{B_{3cMq}}(t)
\end{aligned} \qquad (۱۹)$$

که در آن Ψ_i توابع شکل هستند که بایستی شرایط مرزی هندسی را ارضا نمایند. ماتریس متغیرهای زمانی برای جریان تراکم پذیر به صورت زیر تعریف می شوند.

$$\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} q_v^T & q_\phi^T & q_x^T & \dots & q_{B_{1cMq}}^T & q_{B_{cMq}}^T & q_{B_{3cMq}}^T \end{bmatrix}^T \qquad (۲۰)$$

سپس با تشکیل ماتریس‌های جرم و سختی و دمپینگ، معادله‌ی کلی آیروالاستیک به‌دست آمده است.

$$(\boldsymbol{M}_s + \boldsymbol{M}_{ae})\ddot{\boldsymbol{q}} + (\boldsymbol{C}_{ae})\dot{\boldsymbol{q}} + (\boldsymbol{K}_s + \boldsymbol{K}_{ae})\boldsymbol{q} = \{\boldsymbol{0}\} \qquad (۲۱)$$

با تعریف،

$$\boldsymbol{X} = \left\{ \{\boldsymbol{q}\}^T \quad \dot{q}_v^T \quad \dot{q}_\phi^T \quad \dot{q}_x^T \right\}^T \qquad (۲۲)$$

شکل فضای حالت معادلات حاکم به صورت زیر در می‌آید:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_{ae} & \boldsymbol{M}_{ae} + \boldsymbol{M}_s \\ [\boldsymbol{I}] & [\boldsymbol{0}] \end{bmatrix} \{\dot{\boldsymbol{X}}\} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{K}_{ae} + \boldsymbol{K}_s & [\boldsymbol{0}] \\ [\boldsymbol{0}] & -[\boldsymbol{I}] \end{bmatrix} \{\boldsymbol{X}\} = \{0\} \qquad (۲۳)$$

و در شکل فشرده‌تر به صورت زیر در آمده است:

$$\begin{aligned}
&\{\dot{\boldsymbol{X}}\} = [\boldsymbol{A}]\{\boldsymbol{X}\}, \\
&[\boldsymbol{A}] = -\begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_{ae} & \boldsymbol{M}_{ae} + \boldsymbol{M}_s \\ [\boldsymbol{I}] & [\boldsymbol{0}] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \boldsymbol{K}_{ae} + \boldsymbol{K}_s & [\boldsymbol{0}] \\ [\boldsymbol{0}] & -[\boldsymbol{I}] \end{bmatrix}
\end{aligned} \qquad (۲۴)$$

برای به‌دست آوردن مساله مقدار ویژه مرتبط با رابطه ۲۴ حل آن به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$X = xe^{\lambda\tau} \qquad (۲۵)$$

با جایگزینی رابطه فوق در رابطه ۲۴ مساله مقدار ویژه زیر به‌دست خواهد آمد.

$$Ax = \lambda x \qquad (۲۶)$$

با حل این مساله، مقادیر ویژه و بردارهای ویژه که هر دو مختلط هستند، به‌دست می‌آید. بخش حقیقی مقادیر ویژه معرف دمپینگ و بخش مختلط آن نشانگر فرکانس است. چنانچه سرعت جریان روی بال را افزایش دهیم، در فرکانسی خاص یکی از مقادیر دمپینگ مثبت شده که بیانگر شروع ناپایداری بال است. چنانچه فرکانس مقدار ویژه مربوطه صفر باشد ناپایداری از نوع واگرایی بوده و اگر مخالف صفر باشد، ناپایداری از نوع فلاتر است، با حل معادلات در حوزه‌ی زمانی پاسخ آیروالاستیک تیر به‌دست آمده است.

نتایج

اعتبارسنجی الگوی آیروالاستیک تراکم‌پذیر

برای ارزیابی صحت نتایج مدل آیرو الاستیک جریان تراکم‌پذیر از مرجع [۱۶] استفاده شده است. این مرجع گزارش ناسا جهت پیدا کردن سرعت و فرکانس فلاتر برای تستهای آزمایشگاهی انجام شده در مدلهای مختلفی از بال در جریان‌های تراکم پذیر می‌باشد، مقاطع بالها از نوع NACA 010-16هستند. مشخصات هندسی و مکانیکی دو نوع بال در نظر گرفته شده و نتایج حاصل از کار حاضر با نتایج آزمایش تونل باد از مرجع [۱۶] در جدول ۲ مقایسه شده است که صحت برنامه تهیه شده را تایید می کند.

جدول ۱. خصوصیات مکانیکی و هندسی ماده ایزتروپ [۱۶]

	مدل ۲– ۴۰a	مدل ۳– ۴۰a
$EI(Nm^2)$	۱۵	۱۵
$GJ(Nm^2)$	۱۰/۱۵	۱۰/۱۵
$L(m)$	۰/۶۲۹۹	۰/۶۲۹۹
$b(m)$	۰/۰۵۰۹	۰/۰۵۰۹
a	–۰/۲	–۰/۲
$I_\alpha(Kg\frac{m^2}{m})$	۰/۰۰۰۲۴	–/۰۰۰۲۴
$m(\frac{Kg}{m})$	۰/۳۳۸	۰/۳۳۹
$\rho_{air}(\frac{Kg}{m^3})$	۱/۷۲۱۴	۱/۱۰۸۱

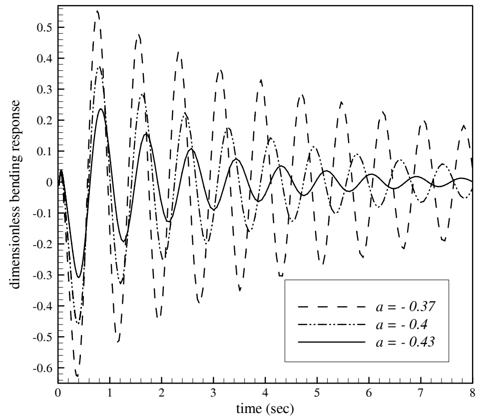
جدول ۲. مقایسه سرعت و فرکانس فلاتر در کار حاضر و مرجع [۱۶]

مدل ۳- ۴۰a	مدل ۲- ۴۰a		
۰/۵۳	۰/۴۷۵	M_E	نتایج تجربی [۱۶]
۶۱	۵۶	$f_E\,(cps)$	
۰/۵۴	۰/۴۵	M_R	نتایج حل تئوری [۱۶]
۴۶	۴۹	$f_R(cps)$	
۰/۵۵	۰/۴۵۵	M_C	نتایج کار حاضر در جریان تراکم‌پذیر
۵۸	۵۵	$f_C\,(cps)$	

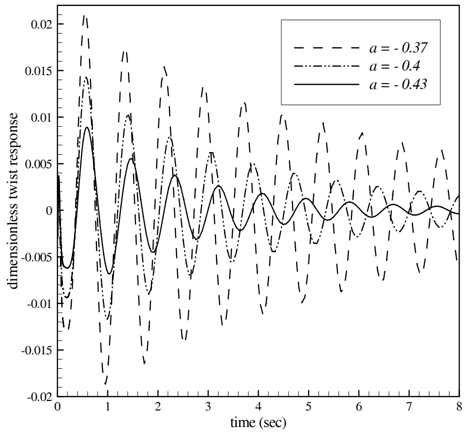
پاسخ مودهای الگوی تیر بر حسب تغییرات فاصله بین مرکز آیرودینامیک و مرکز الاستیک

در بال‌های واقعی، بین مرکز آیرودینامیک و مرکز الاستیک فاصله‌ای وجود دارد که در شکل ۲ با اندازه‌ی "ab" مشخص شده است. این فاصله اثر مهمی بر روی پایداری آیروالاستیک بال دارد. اشکال ۳ تا ۵ پاسخ نوسانات را برای ضرایب a برابر ۰/۴۳- و ۰/۴- و ۰/۳۷- نشان می‌دهند. با منفی‌تر شدن مقدار ضریب "a" سرعت فلاتر افزایش یافته و بال می‌تواند در رژیم های پروازی تراکم‌پذیر نیز پرواز کند. برای مقادیر "a" ذکر شده سرعت پروازی در محدوده‌ی رژیم پروازی در نظر گرفته شده، قرار می‌گیرد. برای الگوی بال در نظرگرفته شده با زاویه‌ی لایه‌چینی ۲۵- درجه و ماخ پروازی ۰/۶، تاثیر ضریب "a" بر روی مودهای خمشی و پیچشی و خمش عرضی بررسی شده‌است. با توجه به شکل ۳ برای مود خمشی، دامنه‌ی پاسخ برای a برابر ۰/۴۳- کوچک‌تر از مقادیر a ۰/۴- و ۰/۳۷- ست و زمان میرا شدن کامل پاسخ نیز کوچک‌تر است. به طور کلی با منفی‌تر شدن مقدار "a" دامنه‌ی پاسخ‌ها کاهش پیدا کرده و زمان میرا شدن نوسانات کوتاهتر می‌شود. این زمان برای مود خمشی در حدود ۸ ثانیه است.

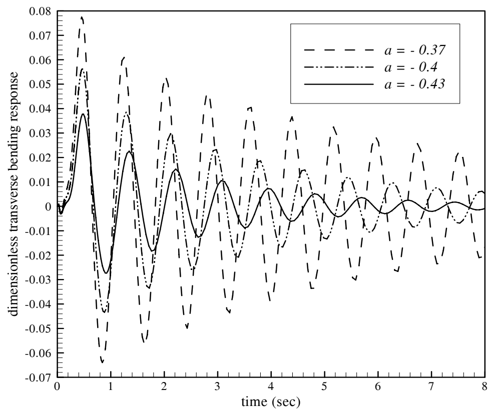
شکل‌های ۴ و ۵ پاسخ مودهای پیچشی و خمش عرضی را برای بال مدل فوق نشان می‌دهند، که رفتاری شبیه به پاسخ مود خمشی دارند.



شکل ۳. پاسخ مود خمشی برای تغییر مرکز الاستیک



شکل ۴. پاسخ مود پیچشی برای تغییر مرکز الاستیک

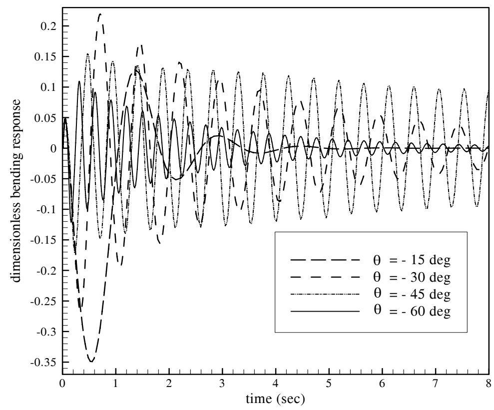


شکل ۵. پاسخ مود خمش عرضی برای تغییر مرکز الاستیک

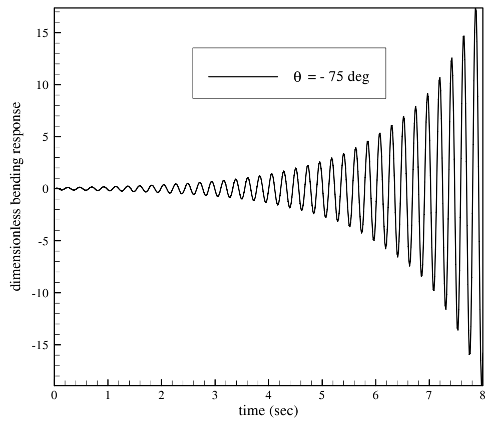
پاسخ مودهای الگوی تیر بر حسب تغییرات زوایای الیاف

در بررسی پاسخ‌ها در رژیم پروازی تراکم‌پذیر به بررسی تاثیر لایه‌چینی الیاف بر پاسخ مودهای تیر پرداخته‌ایم. شکل‌های ۶ تا ۱۱ به ترتیب برای مودهای خمشی و پیچشی و خمش عرضی برای زوایای الیاف ۷۵-، ۶۰-، ۴۵-، ۳۰- و ۱۵- درجه رسم شده‌اند. ماخ پروازی الگوی درنظر گرفته شده ۰/۶۲بوده و مقدار "a" در نظر

گرفته شده ۰/۴۵- است. شکل های ۶ و ۷ برای مود خمشی به‌دست آمده است. برای زاویه ۷۵- درجه فلاتر مشاهده می‌شود. بیشترین زمان لازم برای میرا شدن پاسخها در زاویه الیاف ۴۵- درجه دیده می‌شود. در زوایای زیر ۴۵- درجه هر چه از زاویه‌ی صفر درجه به سمت ۴۵- درجه پیش می‌رویم دامنه‌ی پاسخ‌ها افزایش یافته و زمان میرایی پاسخ‌ها زیادتر می‌شود.

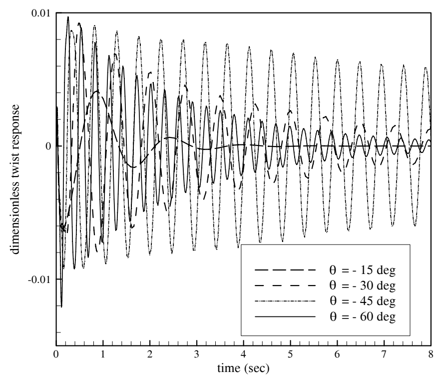


شکل۶. پاسخ مود خمشی برای تغییرات زوایای الیاف

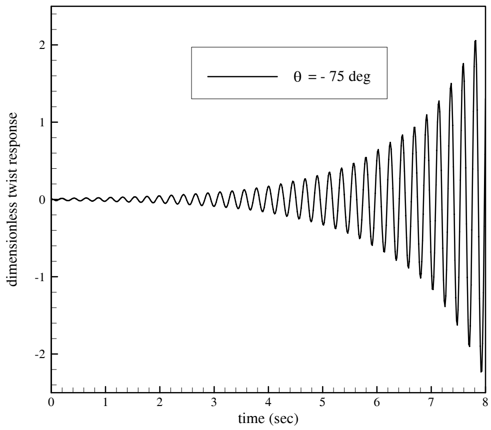


شکل ۷. پاسخ مود خمشی برای تغییرات زوایای الیاف

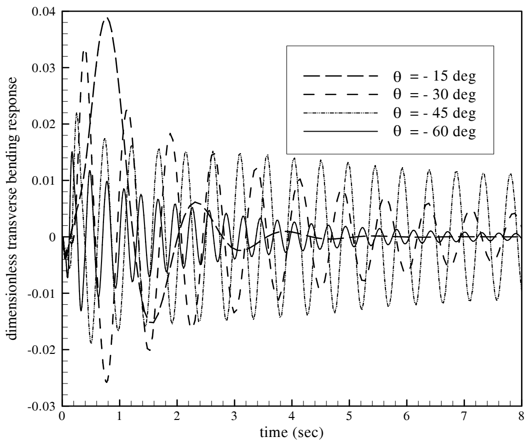
شکل‌های ۸ تا ۱۱ نیز رفتاری شبیه به رفتار پاسخ مود خمشی دارند.



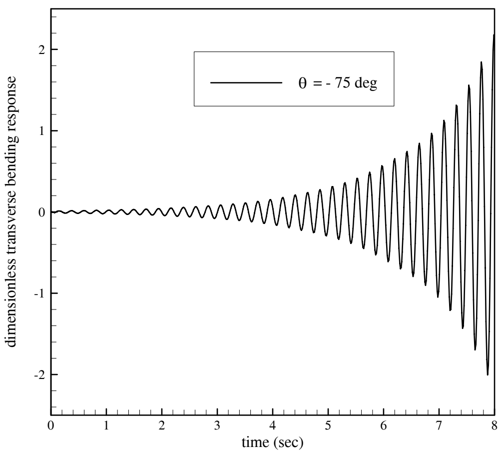
شکل۸. پاسخ مود پیچشی برای تغییرات زوایای الیاف



شکل ۹. پاسخ مود پیچشی برای تغییرات زوایای الیاف



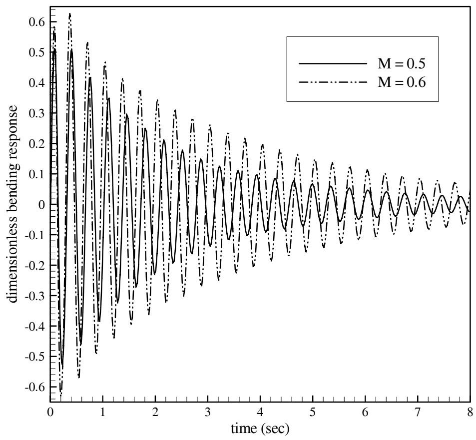
شکل ۱۰. پاسخ مود خمش عرضی برای تغییرات زوایای الیاف



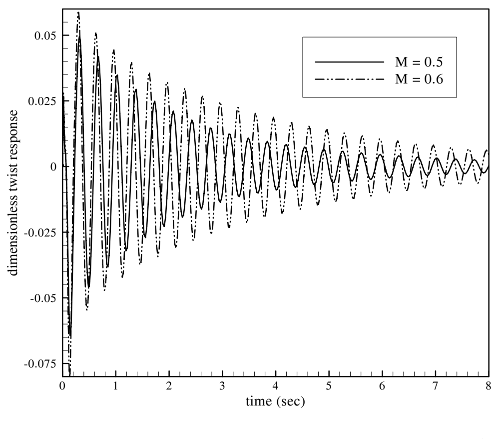
شکل ۱۱. پاسخ مود خمش عرضی برای تغییرات زوایای الیاف

پاسخ مودهای الگوی تیر بر حسب تغییرات ماخ پروازی

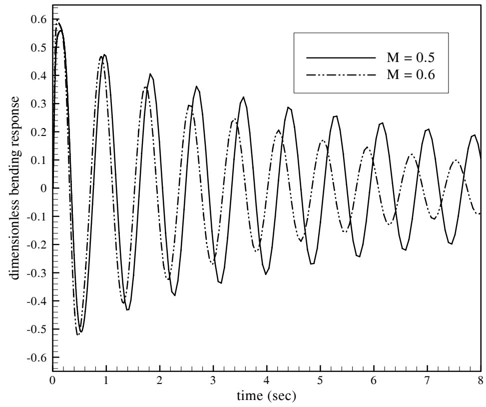
شکل‌های ۱۲ تا ۱۵ تاثیر ماخ پروازی مختلف را بر روی پاسخ‌ها نشان می‌دهند. همان‌گونه که در بحث‌های قبل نیز گفته شد در جریان تراکم‌پذیر برای هر ماخ پروازی یکسری از ضرایب توابع نمایی تعریف می‌شود که با تغییر ماخ پروازی این ضرایب نیز در معادلات تغییر می کنند. پاسخ‌ها برای ماخ‌های پروازی ۰/۵ و ۰/۶ رسم شده‌اند. در اشکال ۱۲ و ۱۳ زاویه‌ی الیاف برابر با ۶۰- درجه و مقدار "a" برابر با ۰/۵ می باشد و در اشکال ۱۴ تا ۱۵ زاویه ی الیاف برابر با ۳۰- درجه و مقدار "a" برابر با ۰/۵ می باشد. در مدل اول (شکل‌های ۱۲ و ۱۳) با افزایش ماخ پروازی دامنه‌ی پاسخ‌ها برای مود خمشی و پیچشی افزایش پیدا می کند. همین طور زمان لازم برای میرا شدن پاسخ‌ها نیز افزایش پیدا می کند. ولی در مدل دوم (شکل‌های ۱۴ و ۱۵) با افزایش ماخ پروازی دامنه ی پاسخ‌ها کاهش می یابد و زمان میرایی نیز کوتاه‌تر می شود.



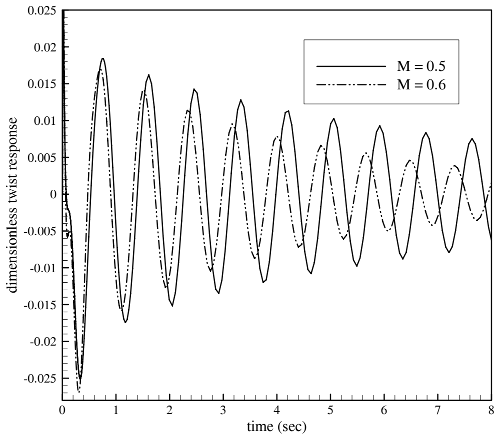
شکل ۱۲. پاسخ مود خمشی برای ماخ پروازی مختلف برای زاویه الیاف برابر ۶۰- درجه



شکل ۱۳. پاسخ مود پیچشی برای ماخ پروازی مختلف برای زاویه الیاف ۶۰- درجه



شکل ۱۴. پاسخ مود خمش برای ماخ پروازی مختلف برای زاویه الیاف ۳۰- درجه



شکل ۱۵. پاسخ مود پیچش برای ماخ پروازی مختلف برای زاویه الیاف ۶۰- درجه

نتیجه

مقاله‌ی حاضر رفتار تیر ساخته شده از ماده‌ی مرکب را در جریان ناپایای تراکم‌پذیر مورد بررسی قرار داده است. برای این منظور نرم‌افزار شبیه‌ساز رفتار آیروالاستیک بال بدون سوئیپ کامپوزیتی براساس سازه‌ی تیر لیبرسکو و آیرودینامیک تراکم‌پذیر تهیه شده است. با بررسی نتایج به‌دست آمده از این نرم‌افزار مشاهده می‌شود فرکانس فلاتر برای زوایای الیاف مثبت صفر بوده و برای زوایای منفی دارای مقدار است. این بدان معنی است که ناپایداری برای زوایای مثبت به شکل واگرایی و برای زوایای منفی به شکل فلاتر رخ می‌دهد. همچنین با بررسی رفتار بال برای مودهای مختلف تیر مشاهده می‌شود که با حرکت هسته‌ی بال به سمت نوک بال و افزایش مقدار فاصله مرکز آیرودینامیکی بال و مرکز الاستیک و با منفی‌تر شدن مقدار "ab"، پایداری بال افزایش می یابد و پاسخ مودها در زمان‌های کوتاه‌تری میرا می شوند. در ادامه‌ی کار انجام

شده تغییرات ماخ پروازی هم لحاظ شده است که نشان می‌دهد مقادیر زاویه‌ی الیاف در شکل پاسخ‌ها برای افزایش ماخ پروازی تاثیر بسزایی دارد.

مراجع

1. Hoskins, B.C. and Baker, A.A., “Composite Materials in Aircraft Structures”, AIAA Educ. Series, Renton, VA. 1986,
2. Qin, Z., “Vibration and Aeroelasticity of Advanced Aircraft Wings Modeled as Thin-Walled Beams–Dynamics, Stability and Control”, Virginia Polytechnic .Institute and StateUniversity, Ph.D. dissertation, 2001
3. Weisshaar, T.A., “Aeroelastic Tailoring-Creative Use of Unusual Materials”, AIAA Paper 87-97, AIAA/ASME/ ASCE/AHS 28th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, April 9-10, 1987.
4. Lazarus, K.B., Crawley, E.F. and Bohlmann, J.D, “Static Aeroelastic Control Using Strain Actuated Adaptive Structures” J. of Intelligent Material System and Structures, Vol. 2, July 1991, pp.386-410.
5. Ehlers, S.M. and Weisshaar, T.A., “Static Aeroelastic Behaviour of an Adaptive Laminated Piezoelectric Composite Wing”, Proceeding of the AIAA/ASME/ASCE/ AHS/
6. ASC 31th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, Long Beach, CA, April 1990.
7. Crawley, E.F, and Dugundji, J., “Frequency Determination and Nondimensionalization for Composite Cantilever Plates”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 72, No. 1, 1980, pp. 1-10.
8. Crawley, E.F., and Jensen, D.W., “Frequency Determination Techniques for Cantilevered Plates with Bending-Torsion Coupling” AIAA J., Vol. 22, 1984, pp.415-420.
9. Kaza K.R.V., and Kielb, R.E., “Effects of Warping and Pretwist on Torsional Vibration of Rotating Beams” Transactions of ASME, J. of Applied Mechanics, Vol. 51, Dec., 1984, pp. 913-920.
10. Librescu, L., and Song, O., “Behavior of Thin-Walled Beams Made of Advanced Composite Materials and Incorporating Non-Classical Effects”, Applied Mechanics Reviews, Vol. 44, No. 11, Part 2,1991, pp. 174-180.
11. Timoshenko, S.P., “On the Transverse Vibrations of Bars of Uniform Cross Section” Philosophical Magazine, Series 6, Vol 43, 1922, pp. 125-131.
12. Davies, R.M., “The Frequency of Transverse Vibration of a Loaded Fixed-Free Bar: IV The Effects of Shearing of the Bar” Philosophical Magazine, Series 7, Vol. 23, 1937, pp 1129-1145.
13. Jacobsen, L.S., “Natural Frequencies of Uniform Cantilever Beams of Symmetrical Cross- Section” J. of Applied Mechanics, A-1, Vol. 5, 1938.
14. Qin, Z., and Librescu, L., “*Dynamic Aeroelastic* Response of Aircraft Wings Modeled as Anisotropic Thin-Walled Beams” Journal of Aircraft, Vol. 40, No. 3, 2003.
15. Haddadpour, H., Kouchakzadeh, M.A., and Shadmehri, F., “Aeroelastic instability of aircraft composite wings in an incompressible flow“, Composite Structure, Vol. 83, 2008, pp 93-99.
16. Marzocca, P., Librescu, L., and Chiocchia, G., “Aeroelastic response of a 2-D airfoil in a compressible flow field and exposed to blast loading”, Aerospace Science and Technology, 2002, pp 259-272.
17. Barmby, J. G., Cunningham, H. J., and Garrick, I. E., “Study of Effects of Sweep on the flutter of Cantilever Wing”, NACA TN-2121. 1950.